E 1426

KAT

SOCIETATEA DE ȘTIINȚE MATEMATICE ȘI FIZICE
DIN R. P. R.

GAZETA MATEMATICĂ ȘI FIZICĂ

(SERIA B)

PUBLICAȚIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Anul XIV ianuarie 1963

1

GAZETA MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ

(SERIA B)

Anul XIV, nr. 1 — ianuarie 1963

SUMARUL

		pag.
1.	Rezolvarea unor probleme de geometrie cu ajutorul numerelor complexe de Betuker Janos şi Vereş Zoltan, Marghita	1
2.	Energia nucleară controlată de I. Viscrian, Iaşi	7
3.	Istoricul logaritmilor de Elena Sîrbu, Bucureşti	18
4.	Produse trigonometrice de Bagdi Oscar, Cluj	19
5.	Recepţionarea sunetului de către ureche (traducere din limba rusă)	23
6.	Premiile Gazetei matematice şi fizice, seria B pe anul 1962	29
7.	Concursul de matematică, mecanică şi fizică pentru studenţi, 1962. Premii şi menţiuni	30
8.	Probleme rezolvate (5000, 5006, 5037, 5042, 5050, 5055, 5085, 5091, 5092, 5097, MFL: 822—827)	32
9.	Probleme propuse (5588—5614)	49
10.	Chestiuni de examen (5615—5623)	54
11.	Exerciţii şi probleme propuse pentru clasele V—VII (E: 1926—1939)	56
12.	Rubrica rezolvitorilor de probleme	58

ANUL XIV — 1 — IANUARIE

COMITETUL DE REDACŢIE

Ailincăi M., profesoară; *Atanasiu V.*, conf. univ., redactor pentru fizică; *Cristea I.*, asistent; *Ionescu-Bujor C.*, prof. univ.; *Ionescu-Ţiu C.*, profesor, redactor pentru matematică; *Kiss E.*, conf. univ.; *Koch Fr.*, lector; *Kovacs K.*, conf. univ.; *Lévai Şt.*, asistent; *Muşat I.*, profesor; *Petrovanu A.*, profesor; *Sacter O.*, conf. univ., redactor şef; *Simionescu D. Gh.*, conf. univ.

REDACŢIA: Str. Academiei, 14 — Tel. 14.46.53 — Bucureşti 1

Articolele, notele, recenziile, problemele propuse sau rezolvate, corespondenţa privitoare la activitatea matematică şi fizică a şcolilor, precum şi orice material informativ care ar putea interesa redacţia noastră se vor trimite pe adresa de mai sus.

OROSZLÁGOS MŰSZAKI KÖNYVTÁR DOKUMENTÁCIÓS OSZTÁLY 1883

GAZETA MATEMATICĂ ȘI FIZICĂ

PUBLICAȚIE LUNARĂ PENTRU TINERET

(SERIA B)

Anul XIV, nr. 1 ianuarie 1963

REZOLVAREA UNOR PROBLEME DE GEOMETRIE CU AJUTORUL NUMERELOR COMPLEXE

BETUKER JANOS și *VERES ZOLTAN*, profesori, Marghita

Numerele complexe date sub forma algebrică $a + ib$, sau sub forma trigonometrică $\rho\ (\cos\varphi + i \sin\varphi)$ pot fi reprezentate cu ajutorul punctelor planului, sau mai precis, între mulțimea numerelor complexe și mulțimea punctelor planului se poate stabili o corespondență biunivocă. Fiecărui punct de coordonate (a, b) îi corespunde numărul complex $a + ib$ și invers, fiecărui număr complex $a + ib$ îi corespunde punctul de coordonate (a, b). Astfel fiecărui punct al cărui vector de poziție * are lungimea (modulul) ρ și face un unghi (argument) φ cu direcția pozitivă a axei Ox, îi corespunde numărul complex $\rho\ (\cos\varphi + i \sin\varphi)$ și invers, fiecărui număr complex $\rho\ (\cos\varphi + i \sin\varphi)$ îi corespunde punctul al cărui vector de poziție are lungimea ρ și face un unghi φ cu direcția pozitivă a axei Ox (fig. 1).

Cum însă fiecare punct al planului are un singur vector de poziție, cele de mai sus pot fi formulate și în felul următor. *Între mulțimea K*

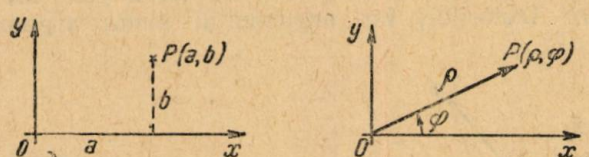


Fig. 1

a numerelor complexe și mulțimea V a vectorilor plani având originea în originea axelor de coordonate se poate stabili o corespondență biunivocă.

În corespondența biunivocă de mai sus, operațiilor efectuate cu elementele mulțimii K le corespund următoarele operații în mulțimea V (vezi

* Prin vectorul de poziție al unui punct P se înțelege vectorul cu originea în originea axelor și extremitatea în punctul considerat P.

Observație. Considerăm în mulțimea tuturor vectorilor din plan toți vectorii paraleli de aceeași lungime și la fel dirijați ca niște vectori echivalenți, formînd o clasă de echivalență (vectori liberi). Fiecare clasă de acest fel se poate reprezenta prin acel vector din clasă, care are originea în punctul O. Corespondența biunivocă amintită leagă numerele complexe de toți vectorii liberi din plan. În cele ce urmează vom ține cont de această observație.

reprezentarea grafică a operațiilor efectuate cu ajutorul numerelor complexe, manualul de Algebră pentru clasa a X-a) :

a) Suma vectorilor $\bar{z}_1$ și z_2 se obține după regula cunoscută a paralelogramului (fig. 2).

Se observă pe figură că P_1P_2 și OP — ca diagonale ale paralelogramului — se taie la mijloc, deci mijlocul lui P_1P_2 corespunde numărului complex reprezentat prin vectorul $\frac{1}{2}(\overline{OP}_1 + \overline{OP}_2)$.

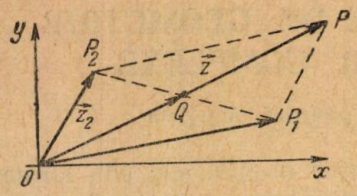


Fig. 2

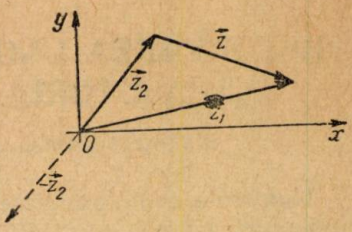


Fig. 3

Tot pe fig. 2 se vede că, din punct de vedere geometric, adunarea numerelor complexe revine la o translație : punctul reprezentativ P al sumei se obține dîndu-se punctului reprezentativ P_1 al unuia dintre termeni o translație determinată de vectorul $\bar{z}_2$, corespunzător celuilalt termen al sumei (sau prin translația determinată de vectorul $\bar{z}_1$, dată punctului P_2).

b) Diferența vectorilor $\bar{z}_1$ și $\bar{z}_2$ se obține luînd vectorul care are originea în extremitatea vectorului scăzător și extremitatea în extremitatea vectorului descăzut (fig. 3). În cazul particular $\bar{z}_1 = 0$ obținem că — $\bar{z}_2$ este vectorul simetric cu $\bar{z}_2$ față de originea axelor.

c) Produsul vectorilor $\bar{z}_1$ și $\bar{z}_2$ este un vector care are modulul produsul modulelor factorilor, iar argumentul suma argumentelor factorilor (fig. 4).

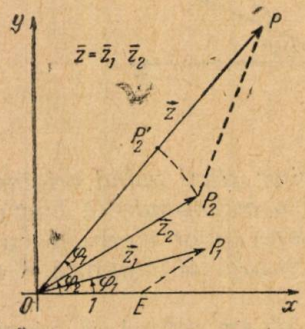


Fig. 4

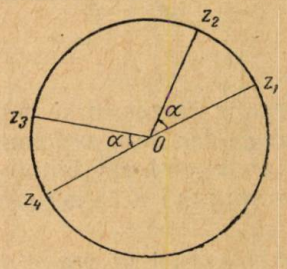


Fig. 5

Se vede pe această figură că, din punct de vedere geometric înmulțirea numerelor complexe revine la o *rotație + o omotetie :* punctul reprezentativ P al produsului se obține dîndu-se punctului reprezentativ P_2 al unuia dintre factori mai întîi o rotație determinată de unghiul φ_1 (argu-

mentul celuilalt factor), iar apoi o omotetie cu centrul în O și cu coeficientul de omotetie ρ_1 (modulul celuilalt factor). Este evident atunci că în caz particular înmulțirea cu un număr complex cu modulul egal cu unitatea revine la o simplă rotație cu un unghi egal cu argumentul numărului dat.

Ca o aplicație vom demonstra următoarea afirmație:

Numerele complexe z_1, z_2, z_3, z_4 fiind punctele aceluiași cerc cu centrul în origină, egalitatea $\frac{z_1}{z_3} = \frac{z_2}{z_4}$ are loc atunci și numai atunci dacă arcul $\overset{\frown}{z_1 z_2}$ este egal cu arcul $\overset{\frown}{z_3 z_4}$ (fig. 5).

Într-adevăr, dacă $\overset{\frown}{z_1 z_2} = \overset{\frown}{z_3 z_4}$ atunci z_4 se obține din z_3 prin aceeași rotație cu unghiul α, prin care z_2 se obține din z_1. Deci, putem scrie:

$$z_2 = \zeta z_1; \quad z_4 = \zeta z_3 \tag{1}$$

unde $|\zeta| = 1$, iar $\arg \zeta = \alpha$. Din egalitățile (1) avem imediat:

$$\frac{z_1}{z_3} = \frac{z_2}{z_4} \tag{2}$$

Invers, dacă (2) este verificat și notăm valoarea comună a rapoartelor $\frac{z_1}{z_3}$ și $\frac{z_2}{z_4}$ (care este un număr complex cu modul 1) cu ξ, obținem imediat egalitățile (1), iar aceasta înseamnă că z_2 respectiv z_4 se obține din z_1 respectiv din z_3 prin aceeași rotație, adică $\sphericalangle z_1 z_2 = \sphericalangle z_3 z_4$.

Pe baza celor stabilite mai sus putem enunța anumite criterii necesare și suficiente de paralelism, respectiv de perpendicularitate, exprimate cu ajutorul numerelor complexe:

α) Punctele z_1, z_2, z_3, z_4 fiind punctele aceluiași cerc coardele $z_1 z_4$ și $z_2 z_3$ sînt paralele atunci și numai atunci cînd $\frac{z_1}{z_3} = \frac{z_2}{z_4}$.

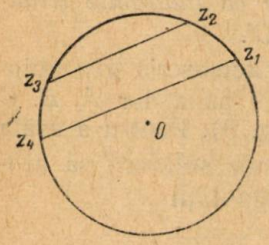


Fig. 6

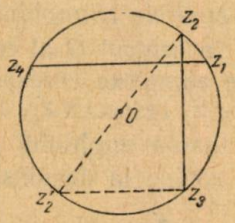


Fig. 7

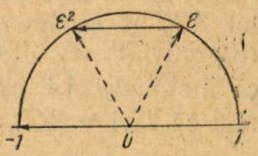


Fig. 8

β) Punctele z_1, z_2, z_3, z_4 fiind punctele aceluiași cerc coardele $z_1 z_4$ și $z_2 z_3$ sînt perpendiculare atunci și numai atunci cînd $\frac{z_1}{z_3} = -\frac{z_2}{z_4}$.

---

* Numerele complexe și punctele reprezentative ale lor le vom nota cu aceeași literă z_i.

Într-adevăr, $z_1\ z_4$ și $z_2\ z_3$ fiind paralele (fig. 6) avem $\widehat{z_1\ z_2} = \widehat{z_3\ z_4}$, deci pe baza celor demonstrate $\frac{z_1}{z_3} = \frac{z_2}{z_4}$. Reciproca este la fel, imediată.

Mai departe, $z_1\ z_4$ și $z_2\ z_3$ fiind perpendiculare (fig. 7) notînd cu z_2' simetricul lui z_2 față de origină vom avea coarda $z_2'\ z_3$ paralelă cu $z_1\ z_4$.

Deci, criteriul de perpendicularitate pentru coardele $z_1\ z_4$ și $z_2\ z_3$ este identic cu criteriul de paralelism al coardelor $z_1\ z_4$ și $z_2'\ z_3$. Dar, după cum am văzut, $z_2' = -z_2$ și astfel criteriul căutat este:

$$\frac{z_1}{z_3} = \frac{-z_2}{z_4}$$

Ca o aplicație să arătăm că numărul complex ε cu modulul 1 și cu argumentul de 60° verifică ecuația $\varepsilon^2 - \varepsilon + 1 = 0$. Într-adevăr, ε^2 este numărul complex de modul 1 și cu argumentul de $2 \cdot 60° = 120°$ deci, punctele 1, ε, ε^2, -1 fiind toate pe același cerc cu raza 1, coardele formate de punctele 1 și -1, respectiv de punctele ε și ε^2 sînt paralele (fig. 8), deci verifică relația:

$$\frac{1}{\varepsilon^2} = \frac{\varepsilon}{-1}, \text{ sau: } \varepsilon^3 + 1 = (\varepsilon + 1)(\varepsilon^2 - \varepsilon + 1) = 0$$

Observație. Demonstrația se poate face și în felul următor: vectorul care are originea în ε și extremitatea în ε^2 este egal cu $O\varepsilon^2 - O\varepsilon$, adică corespunde numărului complex $\varepsilon^2 - \varepsilon$. Dar acest vector este echivalent cu vectorul corespunzător numărului complex -1, și astfel $\varepsilon^2 - \varepsilon = -1$, ceea ce era de demonstrat.

În cele ce urmează vom arăta ținînd seamă de proprietățile stabilite mai sus, că unele probleme geometrice pot fi foarte ușor rezolvate cu ajutorul numerelor complexe, respectiv cu ajutorul vectorilor plani ce le corespund.

Aplicații. 1. *Înălțimile triunghiului ABC taie cercul circumscris triunghiului în punctele A', B', respectiv C'. Să se arate că înălțimile triunghiului ABC sînt chiar bisectoarele triunghiului A'B'C'.*

Alegem originea axelor în centrul O al cercului circumscris triunghiului ABC și notăm numerele complexe corespunzătoare punctelor A, B, C respectiv A', B', C', cu z_1, z_2, z_3 respectiv z_1', z_2', z_3' (fig. 9). Pentru a arăta că înălțimea AA' este bisectoarea unghiului $B'A'C'$ este suficient să arătăm că $B'A = AC'$, ceea ce revine la demonstrarea egalității

$$\frac{z_2'}{z_1} = \frac{z_1}{z_3'} \tag{3}$$

Cum BB' cu AC și CC' cu AB sînt perpendiculare, putem scrie (3) pe baza criteriului β):

$$\frac{z_2'}{z_1} = \frac{z_3}{z_2} \quad \text{respectiv:} \quad \frac{z_3'}{z_1} = -\frac{z_2}{z_3},$$

de unde se obține imediat (3). Demonstrația pentru celelalte două înălțimi se face în mod analog.

2. *Să se arate că atunci cînd unul din vîrfurile triunghiului ABC descrie cercul circumscris triunghiului, locul geometric al centrului de greutate este un cerc.*

Alegem ca originea axelor chiar centrul cercului circumscris. Dacă notăm coordonatele vîrfurilor A, B și C cu (x_1, y_1), (x_2, y_2) respectiv (x_3, y_3) se știe că centrul de greutate G va avea coordonatele:

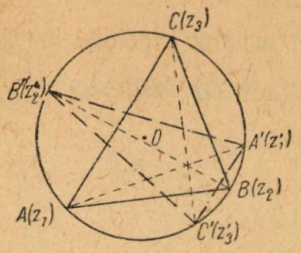


Fig. 9

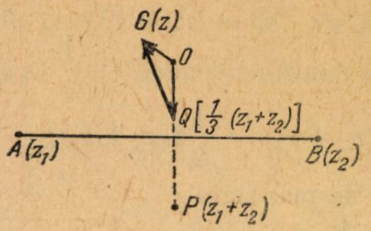


Fig. 10

$$x=\frac{x_1+x_2+x_3}{3},\quad y=\frac{y_1+y_2+y_3}{3}.$$

Trecînd la numerele complexe corespunzătoare punctelor planului, centrului de greutate îi va corespunde numărul complex

$$z=\frac{1}{3}(z_1+z_2+z_3) \tag{4}$$

unde: $z_k=z_k+iy_k$; $(k=1,2,3)$

Din (4) avem:

$$z-\frac{1}{3}(z_1+z_2)=\frac{1}{3}z_3$$

Cum A și B sînt fixe, suma z_1+z_2 reprezintă vectorul fix $\overline{OP}$ (fig. 10), iar $\frac{1}{3}(x_1+x_2)$ vectorul fix $\overline{OQ}$, unde $OQ=\frac{1}{3}OP$. Diferența $z-\frac{1}{3}(z_1+z_2)$ reprezintă diferența $\overline{OG}-\overline{OQ}$, adică vectorul $\overline{QG}$, care are originea în punctul fix Q. Modulul acestui vector fiind $\frac{1}{3}|z_3|=\frac{1}{3}r$ (unde r este raza cercului circumscris) rezultă că extremitatea G a vectorului QG descrie un cerc cu centrul în Q și cu raza $\frac{1}{3}r$.

3. *Dacă într-un exagon oarecare ABCDEF există un punct O în așa fel ca triunghiurile OAB, OCD și EOF să fie echilaterale atunci mijloacele laturilor BC, DE și FA formează un triunghi echilateral* (fig. 11).

Considerăm punctul O ca originea axelor. Cum triunghiurile OAB, OCD și OEF sînt echilaterale, OA, OC respectiv OE pot fi aduse în OB, OD respectiv OF printr-o rotație cu unghiul de 60°.

Să notăm cu ε numărul complex cu modulul 1 și cu argumentul de 60°. Atunci avem relațiile:

$$z_2 = \varepsilon z_1,\ z_4 = \varepsilon z_3,\ z_6 = \varepsilon z_5$$

și punctelor P, Q respectiv R le corespund numerele complexe:

$$\frac{1}{2}(\varepsilon z_1 + z_3);\ \frac{1}{2}(\varepsilon z_3 + z_5);\ \frac{1}{2}(\varepsilon z_5 + z_1)$$

Cum $\overline{PQ} = \overline{OQ} - \overline{OP}$ și $\overline{PR} = \overline{OR} - \overline{OP}$ acestor vectori le corespund numerele complexe: $\frac{1}{2}(\varepsilon z_3 + z_5) - \frac{1}{2}(\varepsilon z_1 + z_3)$ respectiv

$\frac{1}{2}(\varepsilon z_5 + z_1) - \frac{1}{2}(\varepsilon z_1 + z_5)$;

care se mai scriu:

$$\frac{1}{2}[\varepsilon(z_3 - z_1) + (z_5 - z_3)] \text{ respectiv } \frac{1}{2}[\varepsilon(z_5 - z_1) + (z_1 - z_3)]$$

Pentru a arăta că triunghiul PQR este echilateral este suficient să arătăm că vectorul $\overline{PQ}$ poate fi adus în poziția vectorului $\overline{PR}$ printr-o

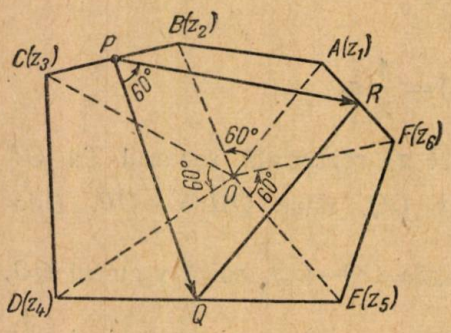


Fig. 11

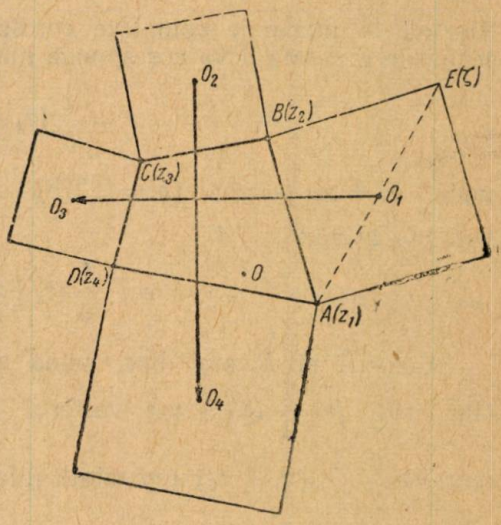


Fig. 12

rotație de 60°, adică să arătăm că numărul complex corespunzător vectorului PQ înmulțit cu ε, ne dă chiar numărul complex corespunzător vectorului $\overline{PR}$. Avem:

$$\varepsilon \cdot \frac{1}{2}[(z_3 - z_1) + (z_5 - z_3)] = \frac{1}{2}[\varepsilon^2(z_3 - z_1) + \varepsilon(z_5 - z_3)]$$

și cum $\varepsilon^2 = \varepsilon - 1$ putem scrie mai departe:

$$\frac{1}{2}[\varepsilon^2 (z_3 - z_1) - \varepsilon (z_5 - z_3)] = \frac{1}{2}[(\varepsilon - 1)(z_3 - z_1) - \varepsilon (z_5 - z_3)] =$$

$$= \frac{1}{2}[\varepsilon (z_5 - z_1) + (z_1 - z_3)],$$

ceea ce era de demonstrat.

4. *Să se arate că dacă pe laturile unui patrulater oarecare se construiesc pe dinafară pătrate, atunci centrele acestor pătrate formează un patrulater ale cărui diagonale sînt egale și perpendiculare una pe alta* (fig. 12).

Alegem originea O a axelor în mod arbitrar. Vom avea: $\overline{OE} = \overline{OB} + \overline{BE}$. Dar $\overline{BE}$ se obține din $\overline{BA}$ printr-o rotație cu un unghi de 90° și cum numărul complex de modul 1 și argument 90° este i avem relația $\xi = z_2 + i(z_1 - z_2)$, iar numărul complex corespunzător punctului O_1 va fi:

$$\frac{1}{2}(z_1 + \zeta) = \frac{1}{2}[z_1 + z_2 + i(z_1 - z_2)].$$

În mod analog se obțin numerele complexe corespunzătoare lui O_2, O_3 și O_4.

Se ține seama că $\overline{O_1O_3} = \overline{OO_3} - \overline{OO_1}$ etc....

Urmînd metoda folosită, corespondenții pot rezolva și alte probleme interesante.

ENERGIA NUCLEARĂ CONTROLATĂ

de *I. VISCRIAN*, Iași

I. — Fisiunea nucleară

1. *Reacția de fisiune. Hahn* și *Strasmann* au descoperit în 1939 că, prin bombardarea uraniului cu neutroni se obține o reacție nucleară cu totul deosebită, necunoscută pînă atunci, și anume, fisiunea nucleului de uraniu.

Din punct de vedere fizic, fisiunea nucleului de uraniu se explică astfel: nucleonii (protonii și neutronii), particule ce formează nucleul, sînt legați între ei prin forțe puternice de atracție. Ele sînt specifice nucleului, nu sînt de natură electrică și sînt numite *forțe nucleare*. Acestor forțe de atracție, dintre nucleoni, li se opun forțe electrice de respingere (natural mai mici), forțe ce se manifestă numai între protoni, care după cum se știe posedă cîte o sarcină pozitivă. Pentru ca un nucleu să fie stabil, trebuie ca forțele de atracție să fie mai mari decît cele de res-

pingere. Altfel, am avea o dezagregare a nucleului. De aceea, în unele nuclee cu sarcină electrică mare va exista o tendință de evitare a creșterii sarcinii electrice, dar care totuși poate crește odată cu numărul de neutroni. Posibilitatea de a compensa forțele de respingere prin mărirea raportului neutroni-protoni este însă mărginită. Nucleele nu pot capta mai mult decît o anumită cantitate de „liant" de neutroni. Fisiunea nucleară reprezintă pentru nucleu un mijloc de reducere a sarcinii nucleare prea mari.

Mecanismul fisiunii este aproximativ următorul: conform modelului de „nucleu picătură" a lui Bohr, nucleonii sînt supuși unei mișcări dezordonate. Forma nucleului atomic ar fi aproximativ sferică. Datorită însă mișcării nucleonilor în interiorul nucleului acesta va fi supus unor

Fig. 1 Fisiunea nucleară după modelul picăturii.

oscilații întîmplătoare, care îi va schimba forma. Fără îndoială, că forțele de atracție care sînt predominante îl vor readuce la forma sferică. Dar ținînd seamă că forțele de legătură scad mai repede cu distanța decît cele electrice de repulsie, trecerea nucleului dintr-o formă sferică în alta, de exemplu în formă de ou, poate să-i fie fatală și nucleul să se rupă în două. Cele două fragmente sînt zvîrlite cu putere în direcții opuse (fig. 1). După efectuarea fisiunii, deci după ce a fost depășită sfera forțelor de atracție, între cele două fragmente de nucleu se exercită numai forțe electrice de respingere.

În mod practic ne putem aștepta la modificări spontane de formă, fără o intervenție dinafară, suficient de puternică, care să ducă la fisiune, numai la acele nuclee care au sarcini electrice mari, ca de exemplu uraniu, toriu etc., care de fapt prezintă așa-numită „fisiune spontană". Fisiunea spontană este un fenomen relativ puțin frecvent.

Fenomenul de fisiune poate fi și dirijat. Cînd se bombardează un nucleu greu, de exemplu uraniu, cu neutroni, nucleul captează neutronul și nucleonii din nucleu primesc un adaus de energie. Energia de legătură, care se eliberează la captarea unui neutron, se transformă în energie cinetică suplimentară a nucleonilor. Ei capătă astfel, o mișcare neînchipuit de puternică în interiorul nucleului și nucleul poate să treacă mai ușor într-o stare de deformare așa de puternică, încît să se producă fisiunea.

Nucleele atomice care pot fi luate în considerare din cauza răspîndirii frecvente în natură și la care se poate produce fisiunea nucleului sînt cei doi izotopi ai uraniului, uraniu 235 ($_{92}U^{235}$) și uraniu 238 ($_{92}U^{238}$), precum și toriu ($_{90}Th^{232}$). Energia de legătură a unui neutron este suficientă numai pentru fisionarea nucleului de $_{92}U^{235}$. Nucleele de

$_{92}U^{238}$ și de $_{90}Th^{232}$, fiind mai stabile, fisionează numai sub acțiunea neutronilor rapizi (energici).

Fisiunea nucleară este însoțită de un efect termic mare. Efectul termic apare pe seama emisiei de materie din nucleu sub formă de radiație. Energia radiației emisă este egală cu energia de legătură a nucleonilor eliberată, iar masa ei este egală cu diferența maselor particulelor ce interacționează, ca să se producă fisiunea și produsele de fisiune. Între energia radiației emisă și masa ei există relația

$$\Delta E = \Delta m c^2.$$

Această relație nu arată o transformare a masei în energie, după cum a fost interpretată de unii fizicieni idealiști din Apus, ci că acel

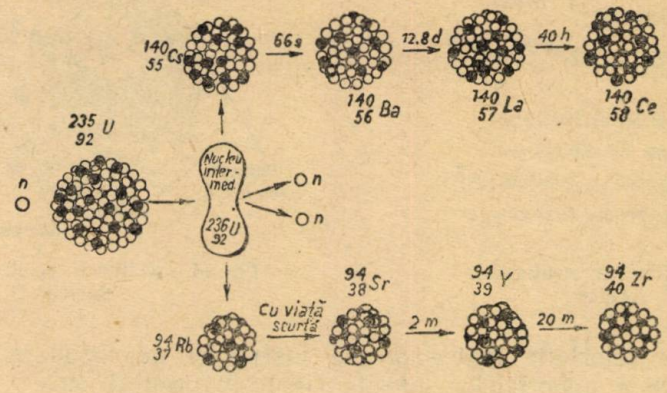


Fig. 2 Fisiunea uraniului și procesele radioactive care urmează (una din posibilități).

sistem material închis care degajă radiație își micșorează masa, cu o cantitate egală cu masa radiației emisă și este legată de energia acestei radiații prin relația de mai sus.

Fragmentele rezultate de pe urma fisiunii sînt nuclee radioactive care după mai multe dezintegrări β^- se transformă în nuclee stabile (fig. 2).

O altă consecință a fisiunii nucleului de uraniu, întrevăzută de Joliot, este eliberarea de 2 sau 3 neutroni în momentul fragmentării nucleului de uraniu. Acești neutroni pot, la rîndul lor, să producă noi acte de fisiune și în felul acesta să se continue reacția, ducînd la o reacție în lanț. Dacă această reacție în lanț nu ar fi frînată s-ar produce o explozie.

Totuși, faptul că într-un proces de fisiune se emit neutroni nu demonstrează însă că numărul acestora este suficient pentru întreținerea reacției în lanț. O condiție esențială pentru aceasta este, evident, ca la fiecare fisiune să se producă în medie mai mulți neutroni decît unul singur. În caz contrar, datorită pierderilor de neutroni, reacția s-ar stinge repede. În realitate, după cum s-a stabilit experimental, la fiecare fisiune a uraniului se eliberează în medie 2,5 neutroni. Pierderea amintită rezultă din faptul că neutronii pot dispare și pe altă cale decît prin

captarea lor de către uraniu, urmată de fisiunea acestora, astfel nemaiputînd acționa. (fig. 3).

O reacție în lanț continuă este posibilă numai dacă pentru fiecare neutron, care provoacă fisiunea, ia naștere un neutron care la rîndul său provoacă cu certitudine o fisiune. În acest caz se spune că avem un factor de multiplicitate $K = 1$.

În practică, mărimea factorului de multiplicitate depinde de numărul de neutroni emiși la fisiune, de așezarea spațială a uraniului, de natura

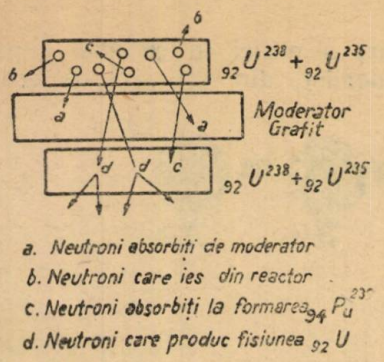


Fig. 3. Utilizarea neutronilor în reactor.

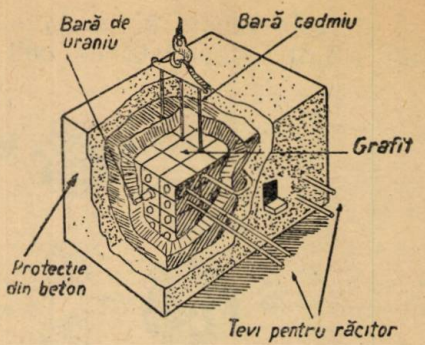


Fig. 4. Secțiunea printr-un reactor nuclear.

și cantitatea celorlalte materiale ale instalației de fisionare, de gradul de impuritate a materialelor folosite (inclusiv uraniu) etc.

În natură, după cum am amintit, uraniul nu este o substanță unitară, ci se compune din 3 izotopi dintre care cei mai importanți sînt $_{92}U^{238}$ și $_{92}U^{235}$ (ultimul în proporție de 7%).

$_{92}U^{238}$ poate fi fisionat numai cu ajutorul neutronilor rapizi (energici) și chiar atunci cu un randament relativ redus; din cauza capturii de rezonanță el nu fisionează în toate cazurile. Neutronii lenți sînt captați de $_{29}U^{238}$, fără ca acesta să fisioneze. Deci, indiferent de energia neutronilor, o reacție a neutronilor cu $_{92}U^{238}$ este nefavorabilă pentru menținerea reacției în lanț, în timp ce reacția cu $_{92}U^{235}$ este favorabilă și în special pentru neutroni lenți. Din acest motiv, dacă se utilizează uraniu natural și neutroni rapizi, nu se poate menține o reacție în lanț. În cazul neutronilor lenți, reacția este mai favorabilă și dacă se utilizează uraniu natural, neutronii trebuie să fie frînați, adică să posede o energie cinetică relativ mică.

Neutronii, cînd trec prin materie, din cauza lipsei de sarcină proprie, nu sînt influențați de forțele electrice datorită sarcinilor electrice din atomi. Ei pot pierde energia cinetică numai dacă se ciocnesc direct cu o particulă oarecare. Din mecanică se știe că ciocnirile cauzează o pierdere de energie, cu atît mai mare, cu cît masele particulelor care se ciocnesc, au valori mai apropiate. Același lucru se petrece și cu un neutron, care va suferi cea mai puternică frînare la ciocnirea lui cu o particulă cu masa egală. Această condiție este îndeplinită în cazul ciocnirilor cu nuclee atomice ușoare, în special cu nuclee de hidrogen (masa aproximativ

egală cu aceea a neutronului), cu nuclee de hidrogen greu, cu carbon etc. Substanțele care produc o frînare a neutronilor se numesc *moderatori* și pot fi întrebuințate pentru aceasta, sub formă de elemente simple cum este grafitul sau sub formă de compuși cum sînt apa și apa grea. Totuși, acțiunea moderatorului de a frîna neutroni este numai o condiție necesară, ca substanța respectivă să fie întrebuințată pentru menținerea reacției în lanț. Această substanță trebuie să fie și puțin absorbantă de neutroni.

Instalațiile în care se produc reacții în lanț, reglabile, cu neutroni, se numesc în mod obișnuit, *reactori nucleari.*

2. *Reactorii nucleari* — a) *Reactorul cu uraniu — neutroni lenți,* Reactorul nuclear cu uraniu este confecționat din blocuri de uraniu așezate într-o masă de grafit (moderatorul sub forma unei rețele — fig. 4). Reactorul de uraniu, în care ca moderator pentru neutroni se folosește apa grea constă dintr-un rezervor umplut cu apă grea în care sînt cufundate blocuri de uraniu (bare).

Schematic, procesele din reactor sînt următoarele: un neutron ciocnindu-se de un nucleu de $_{92}U^{235}$ produce fisionarea acestuia în două nuclee de elemente mai ușoare. Fisiunea fiecărui nucleu de $_{92}U^{235}$ este însoțită de expulzarea a circa 3 neutroni noi, care au o energie cinetică foarte mare.

Neutronii rapizi trecînd prin moderator pierd din viteză devenind neutroni lenți. O parte din acești neutroni se pierd, unii fiind absorbiți de moderator sau nimerind în barele de uraniu sînt captați de nucleele $_{92}U^{238}$ ducînd la formarea plutonului ($_{94}P^{239}$), iar alții ieșind din reactor. Numai o parte din neutronii lenți produși în reactor produc noi fisiuni ale $_{92}U^{235}$, procesul continuînd. Dacă o parte apreciabilă a neutronilor noi apăruți este captată de nucleele izotopului $_{92}U^{235}$, viteza reacției crește în mod continuu. Reglarea vitezei de reacție și oprirea reactorului se face prin introducerea în reactor a unor bare de control, confecționate din cadmiu sau bor, care absorb puternic neutronii.

Procesul de fisiune a nucleului de uraniu este însoțit de degajarea unei mari cantități de energie obținută sub formă de energie termică. Căldura dezvoltată în procesul de fisiune trebuie preluată de o substanță răcitoare care circulă prin reactor. Substanța se încălzește, iese din reactor, trece printr-un schimbător de căldură, unde se răcește și este introdusă din nou în reactor (fig. 5).

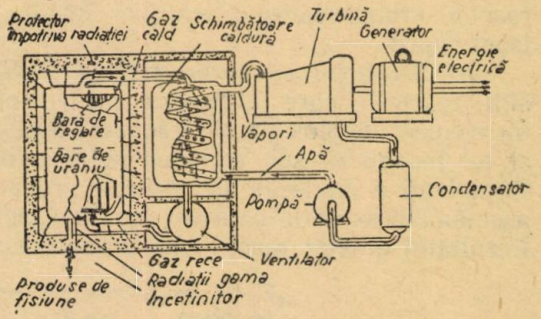


Fig. 5. Schema de principiu a unei centrale centrale atomoelectrice.

Căldura cedată în schimbătorul de căldură poate fi utilizată direct pentru acționarea unor motoare sau indirect, pentru producerea energiei electrice. Actualmente, folosirea energiei atomice în scopuri pașnice a luat un mare avînt. Prima centrală din lume pe bază de energie nucleară, care produce energie electrică pentru scopuri industriale, a fost realizată

în U.R.S.S. în iunie 1954, avînd o putere electrică de 5 000 kW. S-au deschis în felul acesta, perspective nelimitate pentru folosirea acestei surse de energie pentru binele omenirii.

Cu ajutorul Uniunii Sovietice, țara noastră a construit un reactor mijlociu uraniu-apă cu scopuri experimentale.

In timpul desfășurării reacției în lanț se consumă fără întrerupere $_{92}U^{235}$, care la început menține singur reacția în lanț. In același timp $_{92}U^{238}$, în urma captării unui neutron, se transformă în $_{92}U^{239}$, care trece după două dezintegrări în $_{94}Pu^{239}$

$$_{92}U^{238} + {}_{0}n^{1} \longrightarrow {}_{92}U^{239} + \gamma$$

$$_{92}U^{239}\ T_{1/2} = 23{,}5\ \text{min}\ {}_{93}Np^{239} + {}_{-1}e^{0}$$

$$_{93}Np^{239}\ T_{1/2} = 2{,}3\ \text{zile}\ {}_{94}Pu^{239} + {}_{-1}e^{0}.$$

Dacă plutoniul produs este lăsat în reactor pe măsura formării lui acesta va reacționa în reacția în lanț, deoarece $_{94}Pu^{239}$ ca și $_{92}U^{235}$, este ușor fisionabil de către neutronii lenți.

Prin fisiunea plutoniului în urma căreia se produc noi neutroni liberi, în urma reacției acestora cu $_{92}U^{238}$ se produce mai departe plutoniu. Numărul nucleelor de $_{94}Pu^{239}$, care iau naștere, este întotdeauna mai mic decît numărul nucleelor de combustibil „ars" în reactor ($_{92}U^{235}$). Prin urmare, cantitatea de combustibil nuclear obținut este mai mică decît cea cheltuită. Aici, coeficientul de reproducție este mai mic decît unitatea. In felul acesta, într-un reactor uraniu natural-neutroni lenți, nu tot uraniul este consumat, ci numai o mică parte. Reacția în lanț, după un anumit timp se întrerupe și reactorul iese din funcțiune.

Ne putem pune întrebarea: în ce condiții întreaga canitate sau cea mai mare parte din cantitatea de $_{92}U^{238}$ se poate transforma treptat în $_{94}Pu^{239}$, material fisionabil folositor. Cercetările recente au arătat că, se poate obține o transfomare mai mare de sută în sută, însă nu într-un reactor uraniu-neutroni lenți, ci într-un reactor ce funcționează cu neutroni rapizi.

b) *Reactorul cu toriu-neutroni lenți.* De o mare importanță actuală sînt reactorii care utilizează pentru obținerea energiei atomice, toriu, un element nefolositor pînă acum. Ca și $_{92}U^{238}$, toriul este greu de fisionat și nu fisionează sub acțiunea neutronilor lenți. La bombardarea cu neutroni lenți a nucleelor de toriu se produc însă, o serie de reacții nucleare asemănătoare celor care au loc în cazul $_{92}U^{238}$, cu formarea plutoniului. Rezultatul acestor reacții este un produs artificial $_{92}U^{233}$.

$$_{90}Th^{232} + {}_{0}n^{1} \longrightarrow {}_{90}Th^{233} + \gamma$$

$$_{90}Th^{233}\ T_{1/2} = 23{,}5\ \text{min}\ {}_{91}Pa^{233} + {}_{-1}e^{0}$$

$$_{91}Pa^{233}\ T_{1/2} = 27{,}4\ \text{zile}\ {}_{92}U^{233} + {}_{-1}e^{0}.$$

Acest izotop de uraniu prezintă reacția de fisiune cu emisie de mai mulți neutroni lenți. Ca și $_{92}U^{235}$, izotopul $_{92}U^{233}$ poate întreține reacția în lanț. De aici, reactorii cu toriu. Nu toriul este materialul fisionabil, ci produsul său $_{92}U^{233}$.

Cu toate că U^{238} este fisionabil cu neutroni lenți, el prezintă un mare avantaj prin reproducerea combustibilului consumat. La acest tip de reactor numărul de nuclee regenerate de U^{233} din toriu, este mai mare decît numărul nucleelor consumate. Pentru 2,3 neutroni emiși la fisiunea nucleului U^{233}, unul este necesar pentru menținerea reacției, restul de 1,3 poate fi utilizat după încetinire, la formarea de $_{92}U^{233}$.

Deoarece coeficientul de reproducere este mai mare decît 1 acești reactori își repară ei singuri materialul fisionabil pe baza consumării treptate a întregii cantități de toriu. În aceste condiții, reactorul termic care funcționează cu ciclul $_{90}Th^{232}$ — $_{92}U^{233}$ — neutroni lenți, va furniza energie mult mai ieftină decît reactorul cunoscut prin ciclul $_{92}U^{235}$ — neutroni lenți. Totuși, din cauza întrebuințării moderatorilor pentru încetinirea neutronilor acești reactori se situează în urma reactorilor cu neutroni rapizi.

c) *Reactori cu neutroni rapizi.* Problema creării de reactori cu neutroni rapizi este însă foarte grea și complicată. În ultimii ani, la rezolvarea acestei probleme lucrează oameni de știință din diferite țări: U.R.S.S., S.U.A., Anglia, Franța.

Un număr de oameni de știință sovietici, ale căror lucrări au fost distinse cu premiul Lenin au studiat intens diferitele aspecte fizice și tehnice ale acestei probleme grandioase. Cercetările în fizica reactorilor nucleari efectuate de A. I. Leipuiski, O. D. Kasacikovski, I. I. Bandarenko și L. N. Usaklov, colaboratori ai Institutului de fizică din cadrul Comitetului de Stat al folosirii energiei atomice de pe lîngă Consiliul de Miniștri al U.R.S.S., reprezintă un important succes al oamenilor de știință sovietici. Aceste cercetări sporesc de zeci și sute de ori resursele energetice ale planetei noastre creînd posibilitatea de a se folosi întreaga cantitate de toriu și uraniu.

Reactorii cu neutroni rapizi folosesc ca material fisionabil $_{94}Pu^{239}$ sau $_{92}U^{233}$, care se așază în zona activă. Ei nu conțin în interior uraniu natural, din care cauză se poate renunța la frînarea neutronilor (la moderatori), micșorîndu-se astfel, pierderile cauzate de captarea neutronilor în masa $_{92}U^{238}$ din interiorul reactorului și cele provocate de captarea neutronilor de către moderatori. Bilanțul neutronilor este mai favorabil, iar construcția și exploatarea reactorului este mai rațională, tocmai prin lipsa acestor substanțe. Excesul de neutroni poate fi absorbit de $_{92}U^{238}$ sau de $_{90}Th^{232}$ în afara reactorului, producîndu-se astfel material nou de fisiune. Producerea plutoniului și respectiv a $_{92}U^{233}$ în afara reactorului se face cu un coeficient de reproducere mai mare ca unitatea. În felul acesta, treptat, toată cantitatea de $_{92}U^{238}$ sau $_{90}Th^{232}$, aflată în afara reactorului, se va transforma în material fisionabil, care poate fi întrebuințat la confecționarea de noi reactoare.

Deoarece acești reactori conțin în interior numai nuclee de $_{94}Pu^{239}$ sau $_{92}U^{233}$ și datorită lipsei moderatorului ei au dimensiuni mici. Răcirea acestor reactori care dezvoltă o cantitate mare de căldură pe unitatea de suprafață (dimensiuni mici), trebuie să fie foarte eficace. Ca medii de răcire se pot utiliza numai substanțe care permit o bună evacuare a căldurii, care nu sînt atacate de radiațiile deosebit de intense și care nu conțin atomi ce ar putea frîna neutronii. Astfel de substanțe sînt sodiul și mercurul.

Lucrările din U.R.S.S. au început în 1949 și astăzi există în Uniunea Sovietică, în exploatare, mai multe tipuri de astfel de reactori, cum sînt reactorii *BR*-1, *BR*-2, *BR*-5. S-au proiectat centrale atomoelectrice cu o putere de 50 000 și 250 000 kW. Energia electrică obținută cu centrale atomoelectrice care folosesc reactori cu neutroni rapizi este foarte ieftină.

d) *Unele aplicații ale reactorilor.* Reactorii nucleari nu sînt numai surse de energie termică. Ei reprezintă și cele mai intense surse de neutroni. Radiația neutronică a reactorului servește ca mijloc puternic pentru obținerea unor izotopi de înaltă activitate. Pentru a obține izotopul cerut, ținta din elementul respectiv se introduce în reactor sau se supune acțiunii neutronilor scoși din el. În urma bombardării cu neutroni nucleele atomilor ce formează ținta captează un neutron și se transformă într-un izotop al elementului supus bombardării. În acest caz numărul de masă crește, însă numărul atomic rămîne constant. Se pot însă obține și elemente chimice diferite în urma bombardării unor substanțe cu neutroni rapizi. Alegerea tipului de reacție pentru obținerea unui izotop radioactiv depinde de foarte mulți factori.

Un mare succes obținut cu ajutorul reactorilor nucleari a fost fabricarea așa-numitelor elemente transuraniene, adică elemente care au numărul atomic mai mare de 92, printre care este și plutoniul (elementul 94). Pînă astăzi s-a ajuns să se prepare transuraniene care au numărul atomic 103. Progrese în această direcție nu se pot obține direct cu reactorii nucleari, ci cu alte tipuri de instalații. Totuși, reactorii nucleari sînt întrebuințați pentru prepararea de ținte care apoi, vor fi supuse bombardării cu particule grele în acceleratori. Țintele trebuie preparate tot din elemente transuraniene inferioare ca număr atomic lui 103. Pentru producerea unor cantități ponderabile, de exemplu, de berceliu și de californiu, ca acestea să formeze ținte macroscopice este necesară construirea unor reactori cu un flux de neutroni foarte ridicat (10^{14} n/s cm^2).

II — Fuziunea nucleară

1) *Reacția de fuziune.* Alt procedeu prin care se eliberează energia nucleară este reacția de fuziune nucleară. Fuziunea a două nuclee de hidrogen furnizează mult mai multă energie decît fisiunea unui nucleu de atom greu. Reacțiile de fuziune nu lasă nici un deșeu radioactiv, în timp ce fisiunea dă fragmente care sînt nuclee de elemente radioactive. La fuziunea nucleară combustibilul este deuteriul (hidrogenul greu) și pretutindeni unde există apa mării se dispune de o sursă de combustibil nuclear ieftin și practic inepuizabil. În sfîrșit, fuziunea oferă posibilitatea de a se transforma direct energia atomică în energie electrică eliminîndu-se stadiul intermediar al schimbului de căldură.

Primii care au pășit pe calea dirijării reacției de fuziune în laborator au fost savanții sovietici. Ei sînt primii care au dat la iveală cercetări în această direcție. La cea de-a doua conferință internațională pentru aplicarea energiei atomice în scopuri pașnice ținută la Geneva, savanții sovietici au prezentat un bogat material teoretic și experimental. V. S. Emelianov a prezentat în dar conferinței, o culegere de 4 volume intitulată „Fizica plasmei și problema dirijării reacției termonucleare", care cuprinde lucrările în acest domeniu din intervalul 1952—1957.

Cum se poate realiza fuziunea? Pentru a fuziona două nuclee de deuteriu (deuteroni), trebuie ca între ele să se producă o ciocnire la distanță suficient de mică, pentru că numai în acest caz se poate manifesta acțiunea puternică a forțelor specifice nucleare atractive. Acest lucru se produce numai cînd gazul de deuteriu va încălzit la o temperatură foarte înaltă, de ordinul a milioane de grade. În acest caz, gazul nu va mai fi format din atomi neutri, ci va reprezenta un amestec de electroni și nuclee încărcate pozitiv. O substanță aflată într-o astfel de stare se numește *plasmă*. Cu cît temperatura plasmei este mai înaltă cu atît energia cinetică a particulelor ei este mai mare. La o temperatură suficient de înaltă a plasmei vitezele deuteronilor ce se mișcă haotic devin atît de mari, încît ciocnirile întîmplătoare ale deuteronilor între ei încep să fie însoțite de reacții nucleare. Astfel de reacții, care se produc în substanță numai la temperaturi înalte se numesc *reacții termonucleare*.

Așadar, pentru a obține o reacție termonucleară trebuie să încălzim substanța pînă la o temperatură enormă, care niciodată mai înainte nu a fost obținută în condiții de laborator și care este comparabilă numai cu temperaturile din centrul soarelui sau al stelelor.

Dificultățile în obținerea temperatruilor supraînalte sînt legate nu de mărimea energiei care trebuie înmagazinată în substanța încălzită ce urmează să intre în reacție, ci de necesitatea de a elimina într-un fel, pierderile termice în procesul de încălzire a plasmei.

Particulele plasmei se mișcă haotic după cele mai variate direcții, dacă asupra lor nu acționăm cu o forță ca să le imprimăm o mișcare ordonată. De aceea este necesar ca plasmei să i se aplice un cîmp magnetic. Dacă liniile de forță ale acestui cîmp magnetic au direcția de-a lungul tubului de descărcare, particulele plasmei sînt obligate să se miște după direcția lor, producînd în felul acesta o izolare termică a plasmei față de pereți.

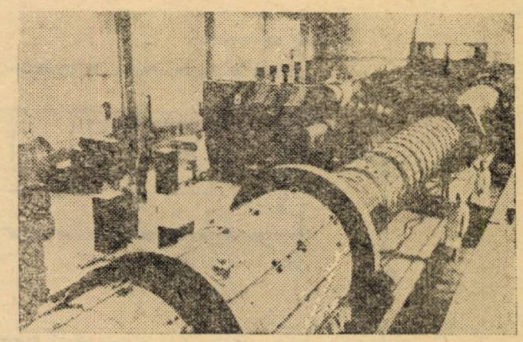


Fig. 6. Vedere a instalației OGRA.

Izolarea plasmei față de pereții tubului în care se află plasma se poate produce cu ajutorul cîmpului magnetic creat de un curent de intensitate mare, care este lăsat să treacă prin deuteriul gazos. Curentul va încălzi substanța și tot el va crea în jurul său cîmpul magnetic realizînd astfel o barieră invizibilă și impenetrabilă, care reține particulele din plasmă să nu ajungă pe pereții vasului de experiență. Fenomenul se petrece în felul următor: datorită interacțiunii curentului cu propriul său cîmp magnetic, trebuie să se producă o comprimare a lui, cu alte cuvinte, curentul se va comprima sub acțiunea forțelor electromagnetice care există între firele individuale de curenți (curenții paraleli se atrag). Dacă curentul care trece prin plasmă se comprimă, el va

antrena cu sine și substanța, depărtînd plasma de pereții vasului. Aici curentul joacă dublul rol de a termoizola plasma și de a încălzi gazul prin efectul Joule-Lenz.

2) *Reactorii termonucleari.* Astăzi în U.R.S.S. funcționează mai multe tipuri de aparate cu care se produce în mic, fuziunea nucleelor de deuteriu.

a) Aparate de formă cilindrică utilizînd descărcarea între electrozi metalici, de tip *OGRA* (fig. 6).

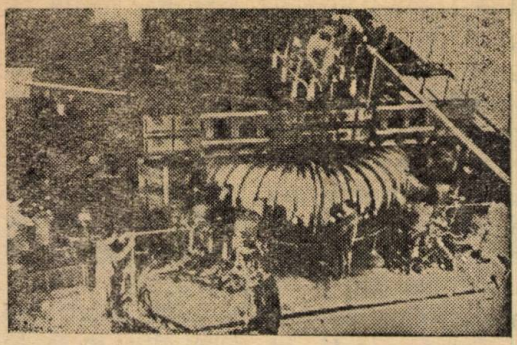


Fig. 7. Vedere a instalației ALFA.

b) Aparate în formă de tor, utilizînd descărcarea fără electrozi, de tip *ALFA* (fig. 7).

La ambele tipuri de aparate, ca surse de energie electrică pentru producerea descărcării, servesc baterii de condensatori cu o capacitate de cîteva sute de microfarazi, încărcate la o tensiune de 20 000—50 000 V. Primul tip de aparat funcționează în felul următor: bateria de condensatori încărcată se leagă la tubul de descărcare printr-un eclator cu scîntei conectat în momentul necesar. Tubul de descărcare are un diametru de cîteva zeci de centrimetri, o lungime de aproximativ 1 m și este confecționat din faianță sau metal (fig. 8). Se conectează bateria de condensatori încărcată la cei doi electrozi de la capetele tubului de descărcare. Creșterea curentului care circulă prin tub reclamă un timp de cîteva microsecunde pînă la zeci de microsecunde. Puterea instantanee a

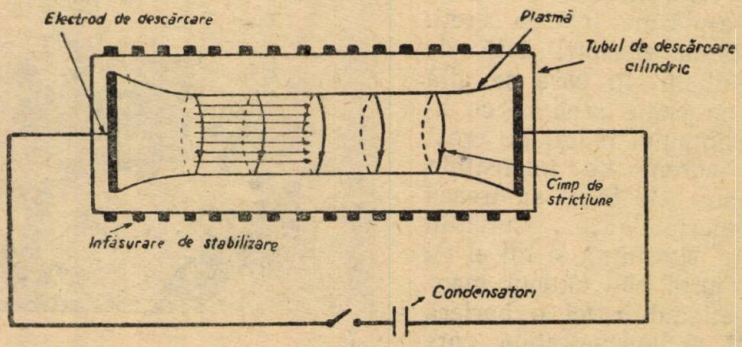


Fig. 8. Schema de principiu a instalației OGRA.

descărcării atinge milioane de kilowați, iar în unele experiențe chiar zeci de milioane de kilowați. Gazul devine luminiscent.

În primele momente diametrul coloanei luminoase este mare, luminiscența gazului atinge pereții tubului de descărcare, apoi luminiscența se contractă într-un fir luminos relativ îngust, izolat de pereții vasului.

Viteza cu care se comprimă plasma este foarte mare. Ea depinde de viteza de creștere a curentului și de densitatea gazului. De exemplu, la o viteză de creștere a curentului de cca. 10^{11} A/s și o presiune inițială a deuteriului de aproximativ 0,1 mm, viteza de comprimare în tuburi cu diametrul de 200 mm, atinge 80—120 km/s.

Curentul nu circulă prin toată masa gazului. La început, curentul circulă pe suprafața gazului, în interior neavînd curent, apoi tubul de

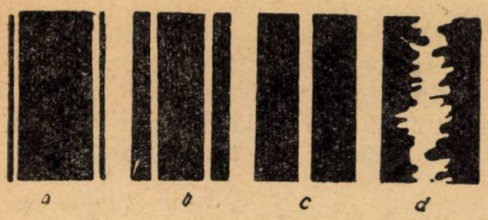


Fig. 9. Evoluția tubului de curent în plasmă.

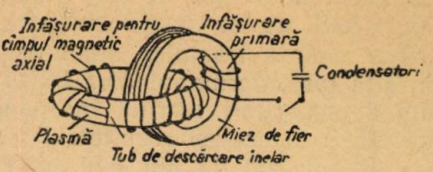


Fig. 10. Schema de principiu a instalației ALFA.

curent se strînge pînă se ajunge la stadiul de comprimare, cînd curentul este aproape complet concentrat în zona centrală. În stadiile mai tîrzii de descărcare, firul de plasmă își pierde forma stabilă, devine sinuos, din acest moment se manifestă o puternică intersecțiune a plasmei cu pereții tubului de descărcare (fig. 9).

Stadiul de accelerare magnetică a plasmei se termină în momentul cînd marginea interioară a tubului de plasmă, ce se comprimă, atinge axa. În acest stadiu, o parte apreciabilă din energia de mișcare a ionilor se transformă în căldură, care duce la creșterea bruscă a presiunii și temperaturii plasmei.

Tipul de aparat în formă de tor utilizează un vas de descărcare în formă de tor. Torul joacă rolul de secundar al unui transformator. El înconjoară un circuit magnetic pe care este dispus un bobinaj care servește ca primar (fig. 10). Descărcarea în acest bobinaj al unei baterii de condensatori provoacă în tor, prin inducție magnetică, nașterea unei plasme și încălzirea ei, apoi fenomenul de stricțiune provoacă izolarea plasmei. Și în acest aparat procesul este instabil și după eventuale oscilații plasma se precipită pe pereți, pe care ea se răcește și se distruge. Pentru a remedia această instabilitate se dispune în jurul torului o înfășurare prin care se trece un curent continuu. Cîmpul magnetic astfel produs posedă un efect stabilizator.

Cu toate succesele obținute în privința dirijării reacțiilor termonucleare, încă nu putem vorbi de construirea de mari reactori termonucleari. cu utilitate practică. Totuși, ținînd seama de marile avantaje ce le oferă și că metodele de cercetare sînt inepuizabile, credem că, în viitorul apropiat, energia atomică obținută pe bază de fuziune va fi unicul procedeu întrebuințat și că obținerea energiei termice prin reacții de fisiune va fi un domeniu al trecutului.

ISTORICUL LOGARITMILOR

de *ELENA SIRBU*, prof. București

Se împlinesc trei secole și jumătate de cînd un matematician scoțian, *John Napier*, a dat la iveală prima tablă de logaritmi. Puține descoperiri matematice au avut importanța teoretică și mai ales practică pentru calculele numerice, ca logaritmii. Ușurința de calcul pe care au adus-o logaritmii nu se poate compara decît cu cea datorită descoperirii lui „zero" sau a fracțiilor zecimale. În același timp cu Neper dar cu totul în altă țară, germanul *Jost Bürgi* a alcătuit și el o tablă de logaritmi. Cei doi descoperitori lucrînd independent dar împunși de aceleași necesități, au ajuns la același rezultat.

Acum 300 de ani mai bine calculatorii ajunseseră la dezolare, iar lumea la neîncredere în știință și puterea lor de muncă. Viața era prea scurtă ca omul de știință să poată efectua calculele la care-l conduceau toate problemele teoretice și practice, pe care și le punea sau care se impuneau studiului și atenției lui.

— „Logaritmii au îndoit viața astronomilor" spune *Laplace*, matematicianul care a dat un început de explicare științifică a formării lumii.

În 1614 *Neper* (*Napier*) a publicat o tablă de logaritmi. Faima acestei descoperiri s-a răspîndit repede deși logaritmii lui *Neper* se aplicau cam greu în practică. *Neper* și-a dat seama de aceasta și își făurise planul să calculeze alți logaritmi, logaritmii vulgari de azi ; dar avea 64 de ani și nu mai avea putere de a calcula și tablele noi. Sarcina aceasta a revenit lui *Briggs* care a calculat logaritmii a 20.000 de numere cu 14 zecimale.

Olandezul *Adrian Vlaq* reia lucrarea lui *Briggs*, se mulțumește să calculeze logaritmii numai cu 10 zecimale și tipărește în 1628 celebra „Aritmetica logaritmică" în care se află logaritmii pînă la 100.000. Tablele lui *Vlaq* vor rămîne temelia tuturor autorilor de table logaritmice. Tablele din sec. 17 și 18 nu au introdus decît perfecțiuni de mică importanță. La sfîrșitul secolului al 18-lea matematicianul *Vega* a recalculat logaritmii din nou cu toată atenția, așa încît a promis un ducat pentru fiecare eroare ce se va găsi în tablele lui. Totuși tablele mai conțineau erori și nimeni nu putea să fie asigurat că nu se vor introduce altele noi, datorită procedeelor tipografice de atunci. *Firmon Didot*, un băiat al tipografului care tipărise acele tabele, a găsit mijlocul de a nu se mai putea introduce erori noi, inventînd stereotipia, așa încît această artă tipografică se datorește logaritmilor.

În 1875 suedezul *Wiberg* inventează o mașină specială de calcul, în care logaritmii se calculează fără bătaie de cap. Astfel s-au suprimat cauzele de erori provenite din oboseală intelectuală a calculatorilor.

În privința erorilor din table scriitorul *Wood* povestește această întîmplare a matematicianului *König*.

Astronomul *Maraldi*, s-a ocupat de viața albinelor și studiind celulele albinelor a găsit că unghiul romburilor care închid fundul celulelor este de 109°28'.

Matematicianul *König* este uimit că albinele au format un unghi căruia să-i corespundă celulele cu cantitatea cea mai mică de ceară.

Se apucă și calculează ce unghi ar trebui să aibă romburile în acest caz și găsește cu ajutorul logaritmilor unghiul de 109° și 26′ adică cu 2′ mai puțin. Un matematician însă, nu admite o diferență de 2′ cu una cu două și de aceea *König* a bănuit că e o greșeală în calculul lui. Le refăce o dată, de două ori, de trei ori, cu toate acestea nu a putut să scape de diferența aceia de 2′. Pe de altă parte *Maraldi* care era un astronom reputat și se interesa de problema albinelor, nu putea să admită greșeala de 2′ la măsurarea unui unghi.

Frămîntat de această problemă și după multe zile de gîndire îi vine lui *Mac Laurin* ideia, că o fi vreun logaritm greșit în tablele folosite de *König*. Verifică logaritmii de care avea nevoie și găsește unul greșit, rectificat acel logaritm, refăce calculele și găsește același unghi ca și cel măsurat de Maraldi.

— În privința răspîndirii logaritmilor la noi în țară, sînt indici că erau și romîni care cunoșteau calculul logaritmic încă de la începutul secolului trecut. Pe timpul lui *Alexandru Ipsilante* se preda la Sf. Sava un curs de astronomie în care se foloseau calcule logaritmice. O metodă simplă și elementară pentru calculul unei table de logaritmi a fost dată de *A. G. Ioachimescu* în 1896 în Gazeta matematică.

Astăzi rigla de calcul și mașinile de calcul din ce în ce mai perfecționate, au înlocuit munca migăloasă și obositoare a atîtor oameni de știință, înlocuind munca intelectuală și evitîndu-se astfel erorile ce se perpetuau în tablele existente.

Dacă astăzi importanța logaritmilor a scăzut datorită mașinilor de calculat, să nu se uite că unele din aceste mașini ingenioase cu care se simplifică calculele grele au la baza lor logaritmii.

Această descoperire a însemnat la timpul său o mare cotitură în dezvoltarea multor ramuri ale științei, deschizîndu-le noi orizonturi. Munca neobosită a atîtor matematicieni celebri care și-au dăruit o parte din viața lor pentru a calcula aceste table care să fie la îndemîna tuturor, a reprezentat un real aport în progresul tehnicii și științei de azi.

PENTRU CERCURILE DE ELEVI

PRODUSE TRIGONOMETRICE

BAGDI OSCAR, student Cluj

Să plecăm de la egalitatea

$$\sin 20° \sin 40° \sin 60° \sin 80° = \frac{3}{16}.$$

Relația se poate scrie:

$$\sin \frac{\pi}{9} \sin \frac{2\pi}{9} \sin \frac{3\pi}{9} \sin \frac{4\pi}{9} = \frac{3}{16}.$$

Dacă în loc de 9 vom lua un număr impar oarecare, expresia din membrul stîng se poate scrie sub forma generalizată :

$$\sin\frac{\pi}{2n+1}\sin\frac{2\pi}{2n+1}\sin\frac{3\pi}{2n+1}\ldots\sin\frac{n\pi}{2n+1}.$$

a cărei valoare vrem s-o aflăm.

Progresia aritmetică a argumentelor se poate generaliza astfel ca raţia să fie $\frac{\pi}{q}$, unde q este un număr natural oarecare. În acest caz, termenul general este $x_k = \frac{k\pi}{q}$, în care $k = 1, 2, \ldots, p$, iar produsul este $\sin x_1 \sin x_2 \sin x_3 \ldots \sin x_p$.

În loc de $\sin x$ putem lua o funcţie oarecare trigonometrică $f(x)$. Să calculăm valoarea produsului :

$$f(x_1)f(x_2)f(x_3)\ldots f(x_p) = \prod_{k=1}^{p} f(x_k). \qquad (1)$$

unde $f(x)$ este o funcţie trigonometrică, iar $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_p$ este o progresie aritmetică al cărui termen general este :

$$x_k = \frac{k\pi}{q}\ ;\ k = 1, 2, 3 \ldots p \qquad (2)$$

unde q este număr natural.

I. Fie $p = n - 1$ şi $q = 2n$, în care caz :

$$P = f\left(\frac{\pi}{2n}\right)\cdot f\left(\frac{2\pi}{2n}\right)\cdot f\left(\frac{3\pi}{2n}\right)\ldots f\left[\frac{(n-1)\pi}{2n}\right] = \prod_{k=1}^{n-1} f\left(\frac{k\pi}{2n}\right).$$

1. Dacă considerăm că $f(x) = \sin x$, deci :

$$f\left(\frac{k\pi}{2n}\right) = \sin\frac{k\pi}{2n},\ \text{unde } k = 1, 2, 3, \ldots, (n-1),$$

atunci vom proceda în felul următor : rădăcina de ordin $2n$ a unităţii va fi dată de relaţia

$$\sqrt[2n]{1} = \sqrt[2n]{\cos 2k\pi + i\sin 2k\pi} = \cos\frac{k\pi}{n} + i\sin\frac{k\pi}{n}$$

unde $k = 1, 2, 3, \ldots, 2n$

Pentru $k = n$, atunci obţinem rădăcina $\cos\pi = -1$, pentru $k = 2n$, atunci $\cos 2\pi = 1$.

Pentru orice altă valoare a lui k vom avea rădăcini complexe care sînt două cîte două conjugate ; astfel de exemplu, vom obţine rădăcini conjugate pentru $k = 1$ şi $k = 2n - 1$,

$$x_1 = \cos\frac{\pi}{n} + i\sin\frac{\pi}{n},\ \text{şi}$$

$$x_{2n-1} = \cos\frac{(2n-1)\pi}{n} + i\,\frac{(2n-1)\pi}{n} =$$

$$= \cos\left(2\pi - \frac{\pi}{n}\right) + i\sin\left(2\pi - \frac{\pi}{n}\right) = \cos\frac{\pi}{n} - i\sin\frac{\pi}{n}.$$

In general, vom avea rădăcini conjugate pentru valorile $k = m$ și $k = 2n - m$. Rădăcinile complexe le vom putea scrie în felul următor:

$$x_k = \cos\frac{k\pi}{n} + i\sin\frac{k\pi}{n}\ ;\ \text{unde } k = 1, 2, 3, \ldots (n-1),$$

$$\bar{x}_k = \cos\frac{k\pi}{n} - i\sin\frac{k\pi}{n},\ \text{de asemenea } k = 1, 2, 3, \ldots (n-1).$$

Prin urmare, rădăcinile binomului $x^{2n} - 1$ sînt: $x = -1$; $x = 1$; $x = x_k$ și $x = \bar{x}_k$ unde $k = 1, 2, \ldots, (n-1)$. Rezultă că:

$$x^{2n} - 1 \equiv (x+1)(x-1)(x-x_1)(x-\bar{x}_1)\ldots(x-x_{n-1})(x-\bar{x}_{n-1}),$$

dar:

$$(x-x_k)(x-\bar{x}_k) = x^2 - (x_k + \bar{x}_k)x + x_k\bar{x}_k = x^2 - 2x\cos\frac{k\pi}{n} + 1;$$

și astfel

$$x^{2n} - 1 \equiv (x^2-1)\left(x^2 - 2x\cos\frac{\pi}{n} + 1\right)\left(x^2 - 2x\cos\frac{2\pi}{n}\right)\ldots$$

$$\ldots\left(x^2 - 2x\cos\frac{(n-1)\pi}{n} + 1\right),$$

pe care simplificînd-o cu $x^2 - 1$ o putem scrie în felul următor:

$$\prod_{k=1}^{n-1}\left(x^2 - 2x\cos\frac{k\pi}{n} + 1\right) = 1 + x^2 + x^4 + \ldots + x^{2n-2} \qquad (3)$$

Dacă $x = 1$, atunci

$$x^2 - 2x\cos\frac{k\pi}{n} + 1 = 2\left(1 - \cos\frac{k\pi}{n}\right) = 2^2\sin^2\frac{k\pi}{2n}.$$

Pe baza aceasta din relația (3) rezultă că:

$$2^{2n-2}\prod_{k=1}^{n-1}\sin^2\frac{k\pi}{2n} = 2^{2n-2}\sin^2\frac{\pi}{2n}\sin^2\frac{2\pi}{2n}\ldots\sin^2\frac{(n-1)\pi}{2n} =$$

$$= 1 + (n-1) = n$$

de unde

$$P_1 = \sin\frac{\pi}{2n}\sin\frac{2\pi}{2n}\ldots\sin\frac{(n-1)\pi}{2n} = \frac{\sqrt{n}}{2^{n-1}} \qquad (4)$$

luăm $\sqrt{n}$ cu semnul +, deoarece fiecare factor este pozitiv.

2. Dacă $f\left(\frac{k\pi}{2n}\right) = \cos\frac{k\pi}{2n}$, atunci în relația (3) punem $x = -1$ și vom obține:

$$2^{2n-2}\prod_{k=1}^{n-1}\cos^2\frac{k\pi}{2n} = 2^{2n-2}\cos^2\frac{\pi}{2n}\cdot\cos^2\frac{2\pi}{2n}\ldots\cos^2\frac{(n-1)\pi}{2n} = n$$

de unde:

$$P_2 = \cos\frac{\pi}{2n}\cdot\cos\frac{2\pi}{2n}\cdots\cos\frac{(n-1)\pi}{2n} = \frac{\sqrt{n}}{2^{n-1}} \tag{5}$$

3. Dacă $f\left(\frac{k\pi}{2n}\right) = \operatorname{tg}\frac{k\pi}{2n}$, atunci putem scrie:

$$P_3 = \operatorname{tg}\frac{\pi}{2n}\operatorname{tg}\frac{2\pi}{2n}\cdots\operatorname{tg}\frac{(n-1)\pi}{2n} = \frac{P_1}{P_2} = 1. \tag{6}$$

II. Să considerăm $p = n - 1$ și $q = n$. In acest caz obținem un produs de forma

$$P' = f\left(\frac{\pi}{n}\right) f\left(\frac{2\pi}{n}\right)\cdots f\left(\frac{(n-1)\pi}{n}\right) = \prod_{k=1}^{n-1} f\left(\frac{k\pi}{n}\right).$$

1. Dacă $f\left(\frac{k\pi}{n}\right) = \sin\frac{k\pi}{n}$ vom forma produsul P_1P_2:

$$P_1P_2 = \prod_{k=1}^{n-1}\sin\frac{k\pi}{2n}\cos\frac{k\pi}{2n} = \frac{1}{2^{n-1}}\prod_{k=1}^{n-1}\sin\frac{k\pi}{n}.$$

Pe de altă parte, în baza rezultatelor (4) și (5),

$$P_1P_2 = \frac{\sqrt{n}}{2^{n-1}}\cdot\frac{\sqrt{n}}{2^{n-1}} = \frac{n}{2^{2n-2}}.$$

Egalînd cele două valori ale produsului P_1P_2, avem

$$\frac{1}{2^{n-1}}\prod_{k=1}^{n-1}\sin\frac{k\pi}{n} = \frac{n}{2^{2n-2}}$$

de unde:

$$P_1' = \prod_{k=1}^{n-1}\sin\frac{k\pi}{n} = \frac{n}{2^{n-1}}. \tag{7}$$

III. Dacă vom face înlocuirea în (7), $n = 2m + 1$, atunci obținem identitatea

$$\sin\frac{\pi}{2m+1}\sin\frac{2\pi}{2m+1}\sin\frac{3\pi}{2m+1}\cdots\sin\frac{2m\pi}{2m+1} = \frac{2m+1}{2^{2m}} \tag{8}$$

Factorii egal depărtați de extremi fiind egali rezultă:

$$\sin\frac{\pi}{2m+1}\sin\frac{2\pi}{2m+1}\cdots\sin\frac{m\pi}{2m+1} = \frac{\sqrt{2m+1}}{2^m}.$$

RECEPŢIONAREA SUNETULUI DE CĂTRE URECHE

Cum este construit organul auditiv — urechea?

Pîlnia urechii împreună cu canalul auditiv care începe de la ea se numeşte ureche externă.

Canalul auditiv este închis de timpan. După el urmează urechea medie formată dintr-o încăpere umplută cu aer şi trei oscioare auditive. Primul dintre ele, ciocănaşul se articulează cu un capăt de timpan, iar cu celălalt capăt de nicovală. Nicovala este unită cu cel de-al treilea oscior-scăriţa.

Scăriţa se sprijină pe membrana care separă urechea medie de urechea internă.

Ciocănaşul, nicovala şi scăriţa constituie un mecanism de pîrghii care transmite oscilaţiile timpanului la urechea internă.

Urechea internă este un labirint răsucit ca un melc, umplut cu lichid.

Cînd e linişte presiunea aerului de ambele părţi ale timpanului este la fel, şi acesta se află în stare de repaus.

Cînd presiunea aerului creşte în afară, timpanul se îndoaie spre interior. Aerul care se află în urechea mijlocie se comprimă. Cînd presiunea aerului în urechea externă scade, timpanul, datorită elasticităţii aerului din urechea medie se îndoaie spre exterior.

Variaţia periodică a mărimii presiunii acustice duce le mişcări periodice ale timpanului. Oscilaţiile timpanului pun în mişcare ciocănaşul, nicovala şi scăriţa. Aceasta din urmă obligă membrana care separă urechea internă de urechea externă să oscileze. În lichidul care umple labirintul apar unde elastice care pun în mişcare membrana care se află în melc.

Membrana este în atingere cu radiculele auditivi care transmit excitaţia la creier. Această excitaţie este recepţionată de creier ca sunet.

Cum se explică capacitatea noastră de a determina dincotro vine sunetul?

Imaginaţi-vă că cineva vă strigă. Auzind vocea, vă întoarceţi capul în direcţia de unde vine sunetul. De ce? Se constată că excitaţiile auditive care vin de la fiecare ureche ajung la creier simultan numai atunci cînd sursa sonoră se află la egală distanţă de ele. Noi întoarcem capul întotdeauna în acea parte de unde excitaţia sonoră a ajuns la creier prima.

Prin urmare, recepţionarea sunetului de către ambele urechi permite să se determine poziţia sursei sonore. Această proprietate a auzului se numeşte efect biauricular. El este folosit pentru crearea sunetului stereofonic la cinematograf. La proiectarea filmelor cu sunet stereofonic, sunetele sînt reproduse de difuzoare aşezate în puncte diferite ale sălii.

Sunete muzicale și zgomote

Toate sunetele pot fi împărțite în două categorii: sunete muzicale și zgomote.

Sunetul se numește *muzical,* dacă variația presiunii acustice, recep ționată de ureche, se repetă regulat la intervale egale de timp.

Sunetul încetează de a fi muzical și se numește *zgomot* cînd variația presiunii acustice se face dezordonat. Un interes deosebit îl prezintă vibrația simultană a cîtorva sunete.

Se disting două forme de acord: *consonant* și *disonant.*

Pentru a înțelege esența acestor fenomene, înainte de toate trebuie să cercetăm cel mai simplu acord — vibrația simultană a două note. Fiecare dintre ele are frecvența sa proprie. Raportul frecvențelor a două note se numește *interval.* Dacă raportul frecvențelor este 1/1, intervalul se numește *unison.* Dacă raportul frecvențelor este 1/2, intervalul se numește octavă, dacă este 2/3 — *cvintă,* iar dacă este 3/4 *cvartă.*

În sfîrșit, cînd raportul frecvențelor este 4/5 se numește *terță mare,* iar cînd este 5/6 *terță mică.* Dacă două note diferă foarte puțin una de alta în frecvență, vibrarea lor simultană provoacă fenomenul denumit *bătăi.*

Acest fenomen constă în intensificarea și slăbirea periodică a vibrațiilor simultane.

Numărul de intensificări ale sunetului auzit într-o secundă se numește frecvența bătăii. Dacă bătaia are o frecvență mică (nu mai mult de 4 intensificări pe secundă), nu este dăunătoare pentru senzația auditivă.

Dacă frecvența bătăilor atinge 30 pe secundă și în deosebi 33, senzația sonoră este de nesuportat. Pentru o frecvență mai mare însă, aproximativ 130 intensificări pe secundă, influența bătăilor asupra senzației auditive dispare.

Lămurirea acestui fenomen este foarte importantă pentru înțelegerea structurii acordurilor muzicale. Trebuie avut în vedere că, în cazul cînd vibrează coardele, în afară de nota fundamentală există și sunete superioare (numite și armonice superioare). Să considerăm de exemplu două coarde care au frecvențele fundamentale de 200 Hz și 400 Hz. Raportul frecvențelor este în acest caz de $1/2$, adică un interval de o octavă.

Să presupunem că fiecare din ele are 6 armonice superioare. În acest caz prima coardă va vibra astfel:

200 Hz — nota fundamentală
400 Hz — prima armonică
600 Hz — a doua armonică
800 Hz — a treia armonică
1000 Hz — a patra armonică
1200 Hz — a cincea armonică

Vibrația celei de a doua coarde conține următoarele sunete:

400 Hz — nota fundamentală
800 Hz — prima armonică
1200 Hz — a doua armonică
1600 Hz — a treia armonică
2000 Hz — a patra armonică
2400 Hz — a cincea armonică

Cînd coardele vibrează simultan, ele conțin trei note simple comune: 400, 800, 1200 Hz.

Cu cît sînt mai multe note simple comune cu atît gradul de acordare este mai mare. În acest caz nu se observă bătăi.

Astfel de acorduri se numesc *consonante.*

Cu totul altul este tabloul cînd octava este dezacordată. Să presupunem de exemplu că nota fundamentală a celei de a doua coarde nu este 400 Hz, ci 410 Hz; armonicele sale superioare vor fi: 820, 1230, 1640, 2050 și 2460. Notele apropiate 400 și 410, 800 și 820, 1200 și 1230 Hz, vor da bătăi avînd frecvențele 10, 20, și 30 Hz. Un acord de acest tip va da naștere la urlet. Se obține *disonanța.*

Aceasta este explicația consonanței și disonanței dată de fizicianul și fiziologul Helmholz.

Studiul intervalelor dintre notele care dau consonanțele cele mai bune a dus la formarea gamei sonore unde raportul frecvențelor este strict determinat. Gama majoră sau diatonică conține note ale căror frecvențe se raportează ca:

$$1 : \frac{9}{8} : \frac{5}{4} : \frac{4}{3} : \frac{3}{2} : \frac{5}{3} : \frac{15}{8}.$$

Sunetul a cărui frecvență este de 65 Hz se numește *do* din prima octavă. În diferite țări acest număr diferă puțin de 65. Dacă vom pune de exemplu pentru frecvența lui *do* din prima octavă 64 Hz *do* din a doua octavă va fi un sunet al cărui frecvență este de 128 Hz, iar din a treia octavă 256.

Să luăm *do* din cea de a treia octavă ca ton fundamental și pe baza gamei diatonice să găsim celelalte 6 note. Frecvențele lor sînt: *re* — 288 Hz, *mi* — 320 Hz, *fa* — 341, 33 Hz, *sol* — 384 Hz, *la* — 426, 66 Hz, *si* — 480 Hz.

Frecvențele indicate corespund unei frecvențe luate arbitrar pentru *do* din prima octavă.

Precizînd valoarea lui *do* din prima octavă, trebuie recalculate în mod corespunzător și celelalte frecvențe.

Pînă de curînd nota *la* din cea de a treia octavă era luată de 435 Hz. La această valoare a notei *la* din octava a treia corespunde pentru *do* din prima octavă 65,25 Hz.

Astăzi se ia pentru nota *la* din octava a treia un sunet cu frecvența de 400 Hz. El poate fi auzit sistematic cînd se transmit semnale pentru acordarea istrumentelor muzicale.

Deosebirile în frecvența notelor *do* din prima octavă nu este deosebit de importantă, deoarece în scopuri muzicale este importantă nu valoarea absolută a frecvențelor, ci rapoartele lor, adică mărimea intervalului.

Înregistrarea sunetului

Sunetele melodiilor, din cea mai îndepărtată antichitate, se notau prin litere, în evul mediu prin semne speciale — *neume,* care indicau aproximativ ridicarea sau coborîrea melodiei.

În secolul X pentru a preciza înălțimea sunetului semnele erau scrise pe linii care determinau precis înălțimea sunetului, adică nota. O perfecționare treptată a condus la notarea de astăzi a sunetelor. Acest lucru

îl datorăm lui Guido d'Arezzo, care a inventat sistemul de linii și a dat notelor denumirile lor.

Apoi sunetele au început să fie notate cu ajutorul unor semne speciale — note —pe cinci linii pe care le-am numit portativ. În afară de cele cinci linii, linii de bază, există încă cinci linii suplimentare deasupra și cinci dedesubt. Ce înseamnă notele pe linii este indicat de cheia care se pune la capătul portativului. Muzicii pentru piano forte îi sînt caracteristice două chei — cheia *sol* și cheia *fa*. Pentru notarea muzicii corale și orchestrale există și alte chei: cheia *do*, cheia *sol* și cheia fa.

Portativul este împărțit în segmente egale de așa-numitele *tacte*. Tactul determină durata sunetului. Ritmul bucății muzicale se indică la început, imediat după cheie și tot acolo se indică și tonalitatea. Notele se scriu atît pe linii cît și între ele.

Oamenii folosesc pe scară largă notele. Dar în afară de note, ei au inventat și alte mijloace excelente de înscriere a sunetelor.

La Moscova la muzeul Lev Nicolaevici Tolstoi există un aparat nu prea mare, care a ajuns aici din America. El a fost făcut cadou lui Tolstoi de către Thomas Edison. Acesta este *fonograful*, sau cum era numit de el pe atunci „scrierea vorbitoare".

Cum este făcut acest aparat?

Sunetul este creat de corpuri care vibrează într-un mediu oarecare, de exemplu în aer. Dacă în drumul lui se plasează o membrană subțire, sub acțiunea oscilațiilor mediului înconjurător ea va începe să se miște.

Edison a fixat de o astfel de membrană un ac din safir care atingea ușor un cilindru special acoperit cu o foiță de staniol. Cînd cilindrul se învîrtea acul zgîria ușor suprafața acesteia. Pentru ca după o rotație acul să nu nimerească în urma făcută mai înainte, în timpul rotației, cilindrul se deplasa în lungul axei sale. De aceea urma de pe suprafața cilindrului se răsucea ca o spirală. Cînd pe membrană ajungea o undă sonoră, sub acțiunea sunetului ea începea să oscileze și apăsa acul de suprafața cilindrului cu o forță variabilă. Adîncimea zgîrîieturii în tot acest timp se schimba.

În felul acesta Edison a reușit să înscrie vorbirea sub formă de zgîrieturi pe suprafața unui cilindru. Pentru reproducerea ei, era suficient să se așeze acul la începutul urmei. Cînd cilindrul se rotea, acul luneca în lungul urmei sărind tot timpul și obligînd membrana să oscileze. Placa reproducea vorbirea înscrisă mai înainte. Perfecționînd aparatul mai departe, foița de staniol a cilindrului s-a înlocuit cu ceară, ceea ce a ieftinit foarte mult aparatul. Cîtva timp după aceea cilindrul rotativ a fost înlocuit cu un disc, pe care urma acului se înregistra ca o spirală care se strînge mereu.

Pe un disc de ceară pregătit în acest fel, înregistrarea avea loc nu în adîncimea urmei, ci în lărgime. Acest aparat a fost numit *gramofon*.

Gramofonul avea avantaje enorme față de fonograful lui Edison: sunetele înregistrate puteau fi și copiate.

Astăzi, sunetul se înregistrează pe discuri confecționate dintr-un material plastic, apoi placa se copiază pe un metal și se fac după ea

imprimate. În felul acesta se pot obține multe exemplare ale aceleiași înregistrări sonore.

Sunetul poate fi înscris și cu ajutorul luminii. Pentru aceasta se folosesc fenomene întrucîtva diferite prin natura lor.

Înainte de toate să ne adresăm fotografiei.

Cercetînd un negativ, este ușor de observat că, între locurile întunecoase și luminoase nu există limite prea bine conturate. Trecerea lină de la lumină la umbră, arată că placa sensibilă este capabilă să distingă lumina slabă de cea puternică. Acest fapt a determinat pe fizicieni să cerceteze posibilitatea înregistrării sunetului cu ajutorul luminii.

Pentru a realiza o astfel de înregistrare era necesar ca oscilațiile sonore să fie transformate în oscilații ale curentului electric, iar acesta la rîndul său să alimenteze un bec electric. În acest scop, microfonul a fost conectat în circuitul becului. Apoi cu lumina pîlpîitoare a acestei lămpi au iluminat un film fotografic mobil. După prelucrare, pe aceasta a apărut o bandă luminoasă de tranparență diferită. Unde ajungea mai multă lumină, placa era mai întunecoasă, unde mai puțină, mai luminoasă. S-a obținut astfel negativul.

Prelucrînd negativul s-a obținut o peliculă cu repartiția luminii și umbrelor inversată. Aceasta este de fapt fotografia sunetului. Pentru a obliga fotografia să răsune, prin pelicula mobilă s-a trimis un fascicul îngust de lumină de la un bec de intensitate constantă. Deoarece pe peliculă banda avea transporență diferită, fluxul de lumină care trecea prin ea, lumina cînd mai tare, cînd mai slab. Acum era nevoie doar de a transforma pîlpîirile luminii în sunete.

Pentru rezolvarea acestei probleme s-a făcut apel la *efectul fotoelectric.*

Efectul fotoelectric poate fi observat cu ajutorul unui electroscop la care sfera a fost înlocuită cu o palcă. Dacă se încarcă placa electroscopului, negativ și apoi este luminată, foițele electroscopului vor cădea treptat. Sub acțiunea luminii placa încărcată negativ se descarcă.

Pe baza acestui fenomen a fost construit un aparat care s-a numit *fotoelement.* Cel mai simplu fotoelement este un vas de sticlă în care sînt plasate două plăcuțe. Una dintre ele este unită cu polul negativ al unei baterii electrice și de aceea se încarcă negativ, cealaltă este unită cu polul pozitiv.

Sub acțiunea luminii, de pe placa încărcată negativ sînt smulși electroni care în aceeași clipă sînt atrași spre cealaltă plăcuță încărcată pozitiv. În felul acesta, se obține o deplasare orientată a sarcinilor electrice negative de la o placă spre cealaltă: prin circuit circulă un curent electric. Prezența curentului se poate stabili ușor dacă în circuit se intercalează un galvanometru. Observînd acul galvanometrului, ne putem convinge că mărimea curentului în circuit variază în funcție de variațiile intensității luminii, care cade pe placa încărcată negativ.

Cu ajutorul unui fotoelement, o fotografie a sunetului poate fi obligată să răsune (fig. 1). Pentru aceasta un fascicul îngust de lumină iluminează porțiunea cu înregistrarea sonoră a peliculei mobile. Lumina care trece prin aceasta va avea o intensitate variabilă. Fotocurentul creat de ea va depinde de variațiile intensității luminii.

După amplificare, curentul fotoelectric trece prin înfășurarea unui electromagnet care atrăgînd cu o forță variabilă o membrană, o obligă să oscileze, adică să producă un sunet.

Astfel se reproduce sunetul înregistrat pe o peliculă fotografică.

Înregistrarea sunetului cu ajutorul luminii și-a găsit o largă aplicare în cinematografie. Sunetul este înregistrat pe film alături de imagine.

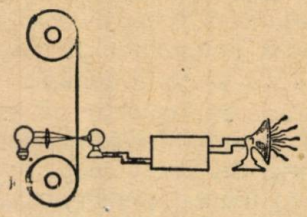


Fig. 1

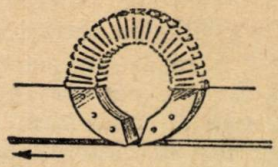


Fig. 2

În cinematografie există mai multe metode de înregistrare a sunetului. Toate însă se bazează pe efectul fotoelectric.

Relativ nu de mult, s-a reușit să se obțină o înregistrare magnetică a sunetului. În acest scop s-a folosit fenomenul inducției electromagnetice.

Dacă pe o membrană subțire de aluminiu se fixează o bobină ușoară care se află între polii unui magnet permanent, mișcarea bobinei în cîmpul magnetic, face să apară un curent de inducție care variază în funcție de frecvența sunetului (fig. 2).

Dacă acest curent se transmite în înfășurarea unui electromagnet prin fața căruia se poate trece o bandă acoperită cu substanțe speciale, sensibile din punct de vedere magnetic, ea se va magnetiza. Gradul de magnetizare a benzii va crește și va descrește în funcție de creșterile si descreșterile curentului. În felul acesta vom obține pe bandă înregistrarea magnetică a sunetului.

Pentru a reproduce o astfel de înregistrare, trebuie să trecem banda cu aceeași viteză prin fața unui electromagnet. Va avea loc un proces invers. În înfășurare, va apare un curent variabil. Apoi, după amplificare, curentul este trecut prin înfășurarea altui electromagnet care obligă o membrană ce se află în fața polilor acestuia să efectueze oscilații.

Oscilațiile membranei vor genera oscilațiile sonore ale aerului și sunetul va putea fi auzit.

Sînt ușor de observat avantajele înregistrării magnetice a sunetului în raport cu înregistrarea optică. Aici nu mai este nevoie de o prelucrare suplimentară a benzii (peliculei) pe care este înregistrat sunetul. Cînd înregistrarea sunetului s-a făcut cu ajutorul luminii, pelicula fotografică trebuie în prealabil developată și copiată. Numai după aceasta este posibilă reproducerea sunetului. Sunetul înregistrat pe o bandă magnetică poate fi reprodus imediat și în caz de nevoie „șters".

„Ștergerea" sunetului înregistrat se face simplu. Pentru aceasta este suficient ca banda magnetică cu înregistrare să fie trecută prin fața unui electromagnet prin a cărui înfășurare trece un curent variabil cu frecvență mare. Banda se remagnetizează de nenumărate ori datorită căruia fapt urmele sunetelor înregistrate pe ea dispar.

După această „ștergere a sunetului", banda magnetică este din nou aptă pentru înregistrare, ceea ce nu se poate face cu fotografia sunetului de pe o peliculă fotografică. După perfecționarea tehnică a metodei magnetice de înregistrare a sunetului a fost construit un aparat comod — *magnetofonul*. Magnetofonul înregistrează și reproduce sunetele. Banda de magnetofon se face din mase plastice. Suprafața benzii este acoperită cu pulbere feromagnetică fină. Înregistrarea magnetică a găsit o largă aplicare în emisiunile radio. Multe din acelea care trebuie transmise la radio sînt mai comod să fie înregistrate în prealabil pe bandă pentru a fi reproduse la momentul potrivit.

(Traducere din l. rusă)

PREMIILE GAZETEI MATEMATICE ȘI FIZICE — SERIA B PE ANUL 1962

Pentru activitatea deosebită depusă de către evidențiații publicați în volumul al XIII-lea (1962) al Gazetei Matematice și Fizice, seria B se acordă premii și mențiuni.

PREMII

1. *Lusztig Gheorghe* (cl. XI ș.m. 5 Timișoara), 2. *Zisu Teodor* (cl. XI ș.m. 34 București), 3. *Stancu Ion* (cl. XI ș.m. 1 Pitești), 4. *Zisu Ana* (cl. IX ș.m. 34 București), 5. *Drugă M. Gheorghe* (cl. XI Breaza), 6. *Zamfir Gh. Ion* (cl. IX Panciu), 7. *Bădescu Lucian* (cl. XI Cîmpulung Moldovenesc), 8. *Vîlceanu Sabin* (student fiz. mat. București), 9. *Ender Lucian* (cl. XI ș.m. 2 Galați), 10. *Grigorescu I Șerban* (cl. XI ș.m. 1 București), 11. *Mărgineanu Doru* (cl. X ș.m. 1 Pitești), 12. *Băluță Gheorghe* (absolvent Adjud), 13. *Bîrzănescu Vasile* (cl. X ș.m. 1 Constanța), 14. *Boldea Ion* (cl. XI ș.m. 1 Lugoj), 15. *Popovici Cornel* (cl. VIII, ș.m. 1 Lugoj), 16. *Constantinescu Al. Marius* (cl. XI Ploiești), 17. *Săbăilă Aurel* (cl. XI ș.m. 22 București), 18. *Toma Dragomir* (cl. X ș.m. 1 Oradea), 19. *Zegheanu Petre* (cl. XI Breaza), 20. *Serachitopol Adrian* (cl. X Sighișoara), 21. *Zamfir Corneliu* (cl. XI ș.m. 3 Pitești), 22. *Vasiliu Dan* (cl. X Lugoj), 23. *Stern Toma* (cl. X ș.m. 1 Timișoara), 24. *Rabinovici Silviu* (cl. X ș.m. 2 Fălticeni), 25. *Popa Radu* (cl. IX Petroșeni), 26. *Frankenfeld Georgian* (cl. XI ș.m. 2 București), 27. *Dăncilă Ion* (cl. VIII ș.m. 3 Sibiu), 28. *Iordan Dumitru* (cl. X complexul școlar Bîrlad), 29. *Diaconescu Ion* (cl. XI ș.m. 3 Pitești), 30. *Daba Dan* (cl. IX ș.m. 1 Lugoj), 31. *Munteanu Gh. Mircea* (cl. X ș.m. 5 Brașov), 23. *Niculescu G. G.* (cl. X Roman), 33. *Simion Alexandru* (cl. X ș.m. 1 Bîrlad), 34. *Diaconescu Nicolae* (cl. VIII Rupea), 35. *Tărăbuță Mihai* (cl. X ș.m. 1 Pitești), 36. *Neacșu Viorel* (cl. X ș.m. 1 Ploiești), 37. *Sfetcu Ioan* (student electronică București), 38. *Rujan Octavian* (cl. X ș.m. 1 Timișoara), 39. *Aisner Sergiu* (cl. X ș.m. 1 Ploiești), 40. *Șerban Doina* (cl. XI, ș.m. 1 Brașov), 41. *Olariu Adrian* (cl. VIII ș.m. 2 Turda), 42. *Pantelimon Anton* (cl. XI Focșani), 43. *Zăgreanu Marius* (ș.m. 1 Năsăud).

MENȚIUNI

1. *Matei Gheorghe* (cl. IX Pucioasa), 2. *Popescu Domițian* (cl. XI, ș.m. 24 București), 3. *Vodă Viorel* (cl. XI ș.m. 12 București), 4. *Viorel Costea* (cl. X ș.m. Orăștie), 5. *Zsido Laszlo* (cl. XI ș.m. Unirea, Brașov), 6. *Spîrcu Tiberiu* (cl. IX ș.m. 4 Arad), 7. *Popa Ioan* (absolvent Mihăești), 8. *Munteanu Mihai* (cl. VIII ș.m. 5 Brașov), 9. *Galeczky Gh.* (cl. X ș.m. 1 Lugoj), 10. *Banu N. Gheorghe* (cl. XI Pucioasa), 11. *Cimponeriu Traian* (cl. XI ș.m. 1 Lugoj), 12. *Bunea Bănică* (cl. X. ș.m. Deva), 13. *Jora Boris* (cl. X Babadag), 14. *Pîrvulescu Constantin* (cl. XI ș.m. 1 Ploiești), 15. *Cornea Dumitru* (cl. X ș.m. 2 Turnu Severin), 16. *Butaciu Nicolae* (cl. XI ș.m. 1 Ploiești), 17. *Crainic Emanuel* (cl. X ș.m. 17 București), 18. *Diaconescu C. Radu* (cl. XI Pucioasa), 19. *Migdalovici Marcel* (cl. XI ș.m. 2 Tîrgoviște), 20. *Moldovan Gabriel* (cl. X ș.m. 23 București), 21. *Pîrșan Liviu* (student matematici București), 22. *Puiu Mihai* (cl. XI Sinaia), 23. *Rosenberg Flavia* (cl. X ș.m. 1 Focșani), 24. *Ștefănescu Sabba Ion* (cl. VIII ș.m. 1 București), 25. *Tuchel Sanda* (cl. XI ș.m. 3 Galați), 26. *Ursulescu Octavian* (cl. VIII ș.m. 11 București), 27. *Anghel Vasile* (cl. X ș.m.m. Panciu), 28. *Munteanu Elena* (cl. XI ș.m. Oțelul Roșu), 29. *Ferentin Milițon* (cl. XI ș.m. 1 Arad), 30. *Moraru Jan* (cl. XI Moreni), 31. *Mocioiu Doru* (cl. XI ș.m. 2 Turnu Severin), 32. *Horovitz Ossi* (cl. XI Tîrgu Ocna), 33. *Rădulescu Dorin* (cl. VIII ș.m. 11 București), 34. *Reghină N. Petre* (cl. XI ș.m. 1 Ploiești), 35. *Popa Alexandru* (cl. X Pucioasa), 36. *Vlădoreanu Cornel* (student matematici Timișoara), 37. *Timoșenko Alexandru* (cl. XI ș.m. 1 Oradea), 40. *Ciura Alexandru* (cl. X Baia de Arieș), 41. *Dorin Alexandru* (cl. XI ș.m. 1 București), 42. *Maftei Eugen Radu* (cl. VIII ș.m. 1 Vaslui), 43. *Săvitescu Gheorghe* (cl. VI Săveni), 44. *Frangu Octavian* (cl. VIII ș.m. 2 Brăila), 45. *Simplăceanu Virgil* (cl. IX Blaj), 46. *Neagoe Victor* (cl. VIII ș.m. 1 Pitești), 47. *Bejancu Aurel* (cl. X ș.m. Novaci), 48. *Andru Dorina* (cl. X Timișoara), 49. *Bîrză Ilie* (cl. IX Breaza), 50. *Jurcă Ioan* (cl. VIII ș.m. 1 Lugoj), 51. *Balogh Erszebet* (cl. IX ș.m. Arany Janos, Tîrgu Mureș), 52. *Vlase Aurelian* (cl. VIII I.M.U. Medgidia), 53. *Dalyai Pal* (cl. X ș.m. Bolyai Farkas Tg. Mureș), 54. *Szido György* (cl. VIII ș.m. Unirea, Brașov), 55. *Demeny Pal* (cl. VI ș.m. Bethlen Gabor Aiud), 56. *Fülöp György* (cl. V ș.m. Simion Bărnuțiu Zalău), 57. *Mura Anna* (cl. VII ș.m. Simion Bărnuțiu Zalău), 58. *Ellek Anna* (cl. XI ș.m. Filimon Sîrbu Sighet), 59. *Andronescu Gh.* (cl. XI ș.m. 4 Ploiești), 60. *Brînda Rodica* (cl. IX ș.m. 1 Lugoj) și 61. *Zoler David* (cl. XI ș.m. Săveni Suceava).

CONCURSUL DE MATEMATICĂ, MECANICĂ ȘI FIZICĂ PENTRU STUDENȚI, 1962

Între 24—27 noiembrie 1962 a avut loc la București în localul Facultăților de matematică-mecanică și fizică al Universității, etapa finală a celui de-al VI-lea concurs de matematică, mecanică și fizică pentru studenți organizat de Societatea de științe matematice și fizice din R.P.R. și Comitetul executiv al Uniunii Asociațiilor studenților din R.P.R., cu sprijinul Ministerului Învățămîntului.

Au participat 360 studenți din București, Cluj, Iași, Timișoara, Bacău, Baia Mare, Brașov, Constanța, Galați, Tîrgu Mureș, Petroșeni. Concursul a constat din două lucrări scrise, eliminatorii, și o probă orală sau de laborator. Studenților care au obținut cele mai bune rezultate li s-au acordat premii și mențiuni după cum urmează:

PREMIUL I

1. *Mureşan Tudor*, anul II Institutul politehnic Cluj (matematică) *, 2. *Nicolescu Basarab*, anul III Universitatea Bucureşti (mecanică), 3. *Fazakaş Antal*, anul III Universitatea Bucureşti (mecanică), 4. *Munteanu Valeriu*, anul III Institutul politehnic Iaşi (matematică), 5. *Costescu Adrian*, anul V Universitatea Bucureşti (fizică), 6. *Barbu Viorel*, anul IV Universitatea Iaşi (matematică), 7. *Militaru Valentin*, anul II Universitatea Cluj (fizică), 8. *Papp Erhardt*, anul II Universitatea Bucureşti (fizică), 9. *Ghencea Adrian*, anul II Institutul pedagogic Constanţa (fizică), 10. *Gagesch Ingeborg*, anul II Institutul pedagogic Constanţa (fizică).

PREMIUL II

1. *Popeea Corneliu*, anul II Institutul politehnic Bucureşti (matematică), 2. *Săulescu Constantin*, anul III Institutul politehnic Bucureşti (matematică), 3. *Angelescu Nicolae*, anul III Universitatea Bucureşti (mecanică), 4. *Beju Iulian*, anul III Universitatea Bucureşti (matematică), 5. *Ene Dumitru*, anul III Universitatea Bucureşti (matematică), 6. *Klincecs Geza*, anul III Universitatea Cluj (matematică), 7. *Tătaru Petru*, anul II Universitatea Iaşi (fizică), 8. *Stingaciu Petre*, anul III Institutul politehnic Iaşi (fizică), 9. *Rădăceanu Eduard*, anul III Institutul Politehnic Bucureşti (fizică), 10. *Tomescu Ion*, anul III Universitatea Bucureşti (matematică), 11. *Chiriac Mihai*, anul III Universitatea Iaşi (fizică), 12. *Bolza Mariana*, anul II Institutul politehnic Timişoara (fizică).

PREMIUL III

1. *Diaconescu Emanuel*, anul II Institutul Politehnic Iaşi (matematică), 2. *Simovici Dan*, anul III Institutul politehnic Iaşi (matematică), 3. *Popescu Mihai*, anul III Institutul politehnic Timişoara (matematică), 4. *Strul Alexandru*, anul II Universitatea Bucureşti (fizică), 5. *Grecu Rodica*, anul II Universitatea Cluj (fizică), 6. *Sichitiu Mihai*, anul III Institutul politehnic Bucureşti (fizică), 7. *Borş Ion*, anul II Institutul pedagogic Galaţi (fizică), 8. *Ştefănescu Mirela*, anul IV Universitatea Iaşi (matematică), 9. *Stratan Gheorghe*, anul III Universitatea Bucureşti (fizică), 10. *Lungu Şerban*, anul III Institutul politehnic Cluj (fizică), 11. *Jaliu I. Cristel*, anul III Institutul politehnic Bucureşti (fizică), 12. *Brînzei Dan*, anul IV Universitatea Iaşi (matematică), 13. *Rădulescu Eugen*, anul IV Universitatea Bucureşti (fizică), 14. *Zamfirescu Tudor*, anul II Universitatea Bucureşti (matematică), 15. *Cura Doina*, anul III Institutul pedagogic Cluj (fizică), 16. *Balcu Mircea*, anul III Institutul de construcţii Bucureşti (matematică), 17. *Piscupescu Gabriel*, anul III Institutul de petrol, gaze şi geologie Bucureşti (matematică), 18. *Pătruţ Ştefan*, anul II Institutul de petrol, gaze şi geologie Bucureşti (matematică), 19. *Hertzeg Aurel*, anul III Institutul pedagogic Cluj (matematică).

MENŢIUNI

1. *Ou V. Ion*, anul II Institutul Politehnic Bucureşti (matematică), 2. *Gheorghiu Nicolae*, anul III Institutul politehnic Bucureşti (matematică), 3. *Ilyes Ludovic*, anul II Institutul politehnic Cluj (matematică), 4 *Harja Constantin*, anul III Institutul politehnic Iaşi (matematică), 5. *Azzola Giovanni*, anul III Institutul politehnic Timişoara (matematică), 6. *Ioachim Alexandru*, anul III Institutul politehnic Bucureşti (matematică), 7. *Aiftincăi Maura*, anul II Universitatea Iaşi (fizică), 8. *Klein Robert*, anul II Institutul politehnic Timişoara (matematică), 9. *Crăciun Doina*, anul II Institutul pedagogic Constanţa (fizică), 10. *Kramer Horst*, anul III Universitatea Cluj (matematică), 11. *Păltineanu Gabriel*, anul III Universitatea Bucureşti (matematică), 12. *Aldea Laurenţiu*, anul III Universitatea Bucureşti (fizică), 13. *Pop Florin*, anul III Institutul Politehnic Cluj (fizică), 14. *Barbos Cornel*, anul IV Institutul Politehnic Bucureşti (mecanică), 15. *Craioveanu Mircea*, anul III Universitatea Iaşi (matematică), 16. *Leluţiu Alexandru*, anul II Institutul politehnic Iaşi (fizică), 17. *Delimarschi Mircea*, anul II Institutul Politehnic Iaşi (fizică), 18. *Aur Virgil*, anul III Institutul politehnic Iaşi (fizică), 19. *Tătaru Liviu*, anul IV Universitatea Cluj (fizică), 20. *Dolocan Voicu*, anul V Universitatea Bucureşti (fizică), 21. *Bähr Mihai*, anul II Institutul pedagogic Constanţa (fizică), 22. *Constanda Cristian*, anul II Universi-

*) In paranteză este trecut obiectul la care a dat concursul.

tatea Iași (matematică), 23. *Vass Nicolae*, anul III Institutul pedagogic Cluj (fizică), 24. *Spulber Dorian*, anul IV Universitatea Iași (mecanică), 25. *Răduță Apolodor*, anul III Universitatea București (mecanică), 26. *Ioan Vasile*, anul III Institutul politehnic Iași (fizică), 27. *Vișinescu Mihai*, anul IV Universitatea București (fizică), 28. *Onciulescu Ion*, anul II Universitatea Iași (matematică), 29. *Căzănescu Virgil*, anul II Universitatea București (matematică), 30. *Dumitru Spiridon*, anul III Universitatea Cluj (mecanică), 31. *Rösler Bruno*, anul III Institutul politehnic Cluj (fizică), 32. *Dan Veronica*, anul II Institutul pedagogic Brașov (fizică), 33. *Niculescu Gloria*, anul II Institutul politehnic Brașov (matematică), 34. *Latarciuc Mioara*, anul II Institutul politehnic Iași (matematică), 35. *Poteraşu Florin*, anul IV Institutul Politehnic Iași (matematică), 36. *Peter Aladar*, anul IV Universitatea Cluj (matematică), 37. *Chintoan Ana*, anul III Institutul pedagogic Constanța (matematică), 38. *Buzatu Ion*, anul II Institutul pedagogic Constanța (matematică).

PROBLEME REZOLVATE *

Problema 5000

Doi observatori A și B situați pe același meridian, execută în același moment o observație la Lună — ce se află în meridian.

Pentru observatorul A, Luna este la zenit; pentru observatorul B, unghiul format între verticala locului și tangenta la bordul superior al Lunei este α.

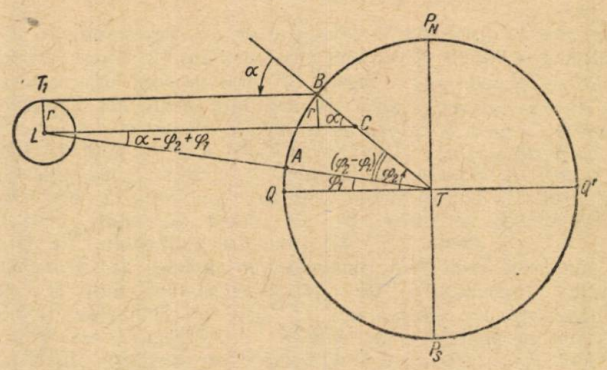
Se cunosc: latitudinile celor 2 observatori φ_1 *și* φ_2, R=*raza Pământului,* r=*raza Lunii.*

Se cere distanța între centrul Lunei și centrul Pământului, printr-o formulă calculabilă prin logaritmi.

C. V. Costăchescu, Constanța

Soluția autorului. Din L — centrul Lunei ducem o paralelă la T_1. Această dreaptă intersectează TB în C.

$$BC = \frac{r}{\sin\alpha}; \qquad TC = R - \frac{r}{\sin\alpha} = \frac{R\sin\alpha - r}{\sin\alpha}.$$



* Problemele 5427 — 5433 date la O.I.M., 1962, sînt rezolvate la pag. 643—650 din G.M.F.-B, vol. XIII.

În triunghiul LCT aplicăm teorema sinusului.

$$\frac{LT}{\sin\alpha} = \frac{\frac{R\sin\alpha - r}{\sin\alpha}}{\sin(\alpha - \varphi_2 + \varphi_1)} \tag{1}$$

$$LT = \frac{R\sin\alpha - r}{\sin(\alpha - \varphi_2 + \varphi_1)} = \frac{R\left(\sin\alpha - \frac{r}{R}\right)}{\sin(\alpha - \varphi_2 + \varphi_1)}$$

Notăm $\frac{r}{R} = \sin\psi$

$$LT = \frac{R(\sin\alpha - \sin\psi)}{\sin(\alpha - \varphi_2 + \varphi_1)} = \frac{2R\sin\frac{\alpha - \psi}{2}\cos\frac{\alpha + \psi}{2}}{\sin(\alpha - \varphi_2 + \varphi_1)}$$

Distanța între centrul Lunei și centrul Pămîntului este:

$$LT = \frac{2R\sin\frac{\alpha - \psi}{2}\cos\frac{\alpha + \psi}{2}}{\sin(\alpha - \varphi_2 + \varphi_1)}.$$

Observatorii în emisfere diferite:

$$LT = \frac{2R\sin\frac{\alpha - \psi}{2}\cos\frac{\alpha + \psi}{2}}{\sin(\alpha - \varphi_2 - \varphi_1)}.$$

Dacă observația se execută la bordul inferior pentru observatorul B.

$$TL = \frac{2R\sin\frac{\alpha + \psi}{2}\cos\frac{\alpha - \psi}{2}}{\sin(\alpha - \varphi_2 \pm \varphi_1)}.$$

Problema 5006

Dacă M este un punct oarecare pe ipotenuza BC a unui triunghi dreptunghic ABC, avem relația:

$$MC^2 \cdot AB^2 + MB^2 \cdot AC^2 = AM^2 \cdot BC^2.$$

* * *

Această relație este cunoscută și figurează atît în S.G.M. VIII, cît și în *RMT*, X, pag. 122, sub denumirea de o relație *Van Aubel*.

Soluția 1. Fie N și P proiecțiile lui M pe AC și AB. Triunghiurile dreptunghice formate dau imediat:

$$MC^2 = MN^2 + NC^2 \tag{1}$$

$$MB^2 = MP^2 + BP^2 \tag{2}$$

Triunghiurile asemenea MPB, CAB pe deoparte și MNC, BAC pe de altă parte dau:

$$PB = \frac{AB \cdot PM}{AC} \quad \text{și} \quad NC = \frac{MN \cdot AC}{AB}.$$

Introducînd aceste valori în (1) și (2) se obține:

$$MC^2 = MN^2 + \frac{MN^2 \cdot AC^2}{AB^2}; \quad MB^2 = MN^2 + \frac{PM^2 \cdot AB^2}{AC^2}. \tag{3}$$

Notînd cu S membrul I al relației propuse, în care se înlocuiesc valorile lui MC^2 și MB^2 din (3) se obține:

$$S = AB^2 \cdot MN^2 + MN^2 \cdot AC^2 + AC^2 \cdot MP^2 + MP^2 \cdot AB^2 =$$
$$= AB^2 (MN^2 + MP^2) + AC^2 (MN^2 + MP^2) = AB^2 (AN^2 + MN^2) +$$
$$+ AC^2 (AM^2 + MN^2) = (AN^2 + MN^2)(AB^2 + AC^2) = AM^2 \cdot BC^2.$$

Soluția 2. Din asemănarea triunghiurilor MNC, BAC rezultă:

$$\frac{MN}{AB} = \frac{MC}{BC} \quad \text{sau} \quad MN \cdot BC = AB \cdot MC. \tag{1}$$

Tot astfel, din asemănarea triunghiurilor MPB, CAB rezultă:

$$\frac{MP}{AC} = \frac{MB}{BC} \quad \text{sau:} \quad MP \cdot BC = AC \cdot MB. \tag{2}$$

Ridicînd la patrat relațiile (1) și (2) și adunîndu-le se obține:

$$AC^2 (MN^2 + MP^2) = AB^2 \cdot MC^2 + AC^2 \cdot MB^2. \tag{3}$$

Dar, din triunghiul dreptunghic ANM rezultă: $MN^2 + NA^2 = AM^2$.
Cu aceasta relația (3) se transformă în relația propusă. ($NA = MP$).

Soluția 3. Aplicînd relația lui Stewart, sistemului de puncte (A,B,C,M) se obține:

$$AB^2 \cdot MC + AC^2 \cdot MB = AM^2 \cdot BC + BC \cdot BM \cdot CM.$$

Se înmulțește această relație cu MC și apoi cu MB, adunînd rezultatele obținute avem:

$$AB^2 \cdot MC^2 + AC^2 \cdot MB^2 = AM^2 \cdot BC \cdot MC + AM^2 \cdot BC \cdot MB - AC^2 \cdot MB \cdot MC -$$
$$- AB^2 \cdot MB \cdot MC + CM^2 \cdot BC \cdot MB + BM^2 \cdot BC \cdot MC = AM^2 \cdot BC (MC + MB) -$$
$$- MB \cdot MC (AB^2 AC^2) + \ldots + BC \cdot MB \cdot MC (BM + MC) = AM^2 \cdot BC^2 -$$
$$- BC^2 \cdot MB \cdot MC + BC^2 \cdot MC \cdot MB = AM^2 \cdot BC^2.$$

Soluția 4. (trigonometrică). Fie α unghiul format de direcția AM cu cateta AC. Notăm $AB = c$, $BC = a$, $AC = b$. Avem:

$$MC = \frac{b \sin \alpha}{\sin (C + \alpha)}; \quad MB = \frac{c \cos \alpha}{\sin (C + \alpha)}; \quad AM = \frac{b \sin C}{\sin (C + \alpha)};$$

Înlocuind aceste valori în relația propusă, se verifică.

Soluția 5. (analitică). Fie $A(o, o)$, $B(o, c)$, $C(b, o)$. Pe dreapta BC se alege punctul M, astfel ca $MC : MB = k$. Coordonatele punctului M vor fi:

$$x = \frac{b}{1+k}, \quad y = \frac{c}{1+\frac{1}{k}}.$$

Calculînd elementele problemei se obține:

$$AC = b,\ AB = c,\ BC^2 = b^2 + c^2;\ MC^2 = (b^2 + c^2)\frac{k^2}{(1+k)^2};$$

$$BM^2 = \frac{b^2+c^2}{(1+k)^2};\qquad AM^2 = \frac{b^2+k^2c^2}{(1+k)^2}$$

Cu aceste valori, relația se verifică.

Soluția 6 (prin inversiune). Se consideră un triunghi oarecare ABC și se face o inversiune cu polul în A, modulul k fiind oarecare; punctele B, C, devin B', C', dreapta BC devine cercul circumscris triunghiului $AB'C'$, iar punctul M devine punctul M', în care dreapta AM taie acest cerc. Condiția necesară și suficientă ca $\sphericalangle A = 90°$ este echivalentă cu $\sphericalangle B'M'C' = 90°$, sau ca relația:

$$M'B'^2 + M'C'^2 = B'C'^2. \qquad (1)$$

Dacă acum avem în vedere relația de transformare prin inversiune se poate scrie:

$$M'B' = MB \cdot \frac{k}{AM \cdot AB};\quad M'C' = MC\,\frac{k}{AM \cdot AC};\quad B'C' = BC\,\frac{k}{AB \cdot AC}$$

Ducînd aceste valori în (1) rezultă:

$$MB^2 = \frac{k^2}{AM^2 \cdot AB^2} + MC^2 \cdot \frac{k^2}{AM^2 \cdot AC^2} = BC^2 \cdot \frac{k^2}{AB^2 \cdot AC^2}.$$

Efectuînd calculele și împărțind cu k^2, rezultă relația propusă.

Elevul Vodă Gh. Viorel, cl. XI, S.m. 12, București a observat următoarele:

1) Dacă ceviana AM este bisectoare, din teorema bisectoarei avem:

$$AB \cdot MC = AC \cdot MB \quad \text{sau} \quad AB^2 \cdot MC^2 = AC^2 \cdot MB^2.$$

Relația Van Aubel devine:

$$2 \cdot AB^2 \cdot MC^2 = BC^2 \cdot MA^2 = (AB^2 + AC^2) \cdot MA^2$$

sau:

$$\frac{2}{MA^2} = \frac{AB^2+AC^2}{AB^2 \cdot MC^2} = \frac{AB^2+AC^2}{AC^2 \cdot MB^2} = \frac{1}{MC^2} + \frac{1}{MB^2},$$

adică $\frac{2}{MA^2} = \frac{1}{MB^2} + \frac{1}{MC^2}$ (1) ceea ce exprimă teorema cunoscută:

„Într-un triunghi dreptunghic, pătratul bisectoarei și patratele segmentelor determinate de bisectoare pe ipotenuză alcătuiesc o progresie armonică".

Dacă avem $AB=AC$ atunci rotația Van Aubel devine: $2MA^2=MB^2+MC^2$. (Pătratele segmentelor MA, MB, MC alcătuiesc o progresie aritmetică).

2) Dacă punem $MB=x$ atunci $MC=a-x$ obținem din teorema bisectoarei $MB=\frac{ca}{b+c}$ și $MC=\frac{ab}{b+c}$ Relația Van Aubel devine

$MA=\frac{bc}{b+c}\sqrt{2}$, formula cunoscută bisectoarei.

Problema 5037

În interiorul unui triunghi ABC se ia un punct arbitrar P și se duc cevienele AP, BP, CP care taie laturile BC, CA, AB respectiv în A',B',C'. Să se arate că există relația

$$\frac{AP}{PA'}\cdot\frac{BP}{PB'}\cdot\frac{CP}{PC'}\geqslant 8.$$

Ion Nimițan, Suceava

Soluție. Notînd $\frac{BA'}{A'C}=\alpha$, $\frac{CB'}{B'A}=\beta$, $\frac{AC'}{C'B}=\gamma$ vom avea $\alpha\beta\gamma=1$. Paralela prin A' la BB' taie pe AC în D. Rezultă:

$$\frac{AP}{PA'}=\frac{AB'}{B'D}.$$

Însă $AB'=\frac{1}{1+\beta}\cdot AC$; $B'C=\frac{\beta}{1+\beta}\cdot AC$; $B'D=\frac{\alpha}{1+\alpha}\cdot B'C=$

$=\frac{\alpha}{1+\alpha}\cdot\frac{\beta}{1+\beta}AC$. Deci:

$$\frac{AP}{PA'}=\frac{AB'}{B'D}=\frac{\frac{1}{1+\beta}AC}{\frac{\alpha}{1+\alpha}\cdot\frac{\beta}{1+\beta}AC}=\frac{1+\alpha}{\alpha\beta}=\frac{1}{\alpha\beta}+\frac{1}{\beta}=\gamma+\frac{1}{\beta}.$$

Analog, $\frac{BP}{PB'}=\alpha+\frac{1}{\gamma}$; $\frac{CP}{PC'}=\beta+\frac{1}{\alpha}$. Deci,

$$\frac{AP}{PA'}\cdot\frac{BP}{PB'}\cdot\frac{CP}{PC'}=\left(\gamma+\frac{1}{\beta}\right)\left(\alpha+\frac{1}{\gamma}\right)\left(\beta+\frac{1}{\alpha}\right)=$$

$$=\left(\alpha\gamma+\frac{\alpha}{\beta}+1+\alpha\right)\left(\beta+\frac{1}{\alpha}\right)=\alpha\beta\gamma+\alpha+\beta+\alpha\beta+\gamma+\frac{1}{\beta}+\frac{1}{\alpha}+1=1+$$

$$+\alpha+\beta+\frac{1}{\gamma}+\gamma+\frac{1}{\beta}+\frac{1}{\alpha}+1=2+\left(\alpha+\frac{1}{\alpha}\right)+\left(\beta+\frac{1}{\beta}\right)+\left(\gamma+\frac{1}{\gamma}\right).$$

Cum α, β, γ sînt numere pozitive, fiecare din expresiile $\alpha + \frac{1}{\alpha} \cdot \beta + \frac{1}{\beta} \gamma + \frac{1}{\gamma}$ este mai mare sau cel puțin egală cu 2. Rezultă că produsul rapoartelor considerate va fi mai mare sau cel puțin egal cu 8. Egalitatea are loc pentru $\alpha = \beta = \gamma = 1$, adică atunci cînd P coincide cu centrul de greutate al triunghiului.

Problema 5042

Se dau șase puncte în spațiu $A_1, A_2, A_3, \ldots A_6$. Să se afle locul geometric al punctelor M care satisfac relațiile

$$MA_1^2 + MA_2^2 = MA_3^2 + MA_4^2 = MA_5^2 + MA_6^2$$

Caz particular: $A_1A_2 = A_3A_4 = A_5A_6$

Gh. D. Simionescu

Soluția. Fie M_1, M_2, M_3, mijloacele segmentelor A_1A_2, A_3A_4, A_5A_6. Avem:

$$MA_1^2 + MA_2^2 = 2MM_1^2 + \frac{A_1A_2^2}{2}$$

Din enunț rezultă:

$$MM_1^2 - MM_2^2 = \frac{A_3A_4^2 - A_1A_2^2}{4} = \text{const.} \qquad (1)$$

Locul este un plan perpendicular pe M_1M_2 pentru punctele care satisfac relația. Însă avem

$$MM_2^2 - MM_3^2 = \frac{A_5A_6^2 - A_3A_4^2}{4} = \text{const.} \qquad (2)$$

deci alt plan perpendicular pe M_2M_3.

Cele două plane se taie după o dreaptă (Δ) perpendiculară planului $(M_1M_2M_3)$. Ultima relație

$$MM_3^2 - MM_1^2 = \frac{A_1A_2^2 - A_5A_6^2}{4} \qquad (3)$$

ne spune că M se află într-un plan perpendicular pe M_3M_1. Acest plan însă, trece prin (Δ), deoarece (3) este verificată de punctele de pe (Δ), ea deducîndu-se prin adunarea relațiilor (1) și (2).

În cazul particular cînd $A_1A_2 = A_3A_4 = A_5A_6$ cele trei plane sînt planele mediatoare ale laturilor triunghiului $M_1M_2M_3$ și locul este perpendiculara pe planul $M_1M_2M_3$ dusă prin centrul cercului circumscris.

Problema 5050

La băile Buziaș, la fiecare cabină de baie se află atîrnat de un cui pe perete, un aparat format din doi cilindri de sticlă care comunică între ei printr-un tub subțire. O anumită cantitate de nisip fin, colorat, se scurge din cilindrul superior în cel inferior, într-un anumit timp și arată astfel, cît timp trebuie să stea bolnavul în baie. Să presupunem că după ce a trecut în cilindrul inferior $1/2$ din cantitatea de nisip aflată în cilindrul superior, se întoarce aparatul așa ca cilindrul inferior să devină cilindru superior și se lasă să treacă în cilindrul acum inferior $1/2$ din cantitatea de nisip aflată în cilindrul superior. Se repetă această operație de n ori. Să se arate că:

a) *Din întreaga cantitate de nisip fracțiunea rămasă în cilindrul superior este dată de expresia* $E_n = \dfrac{2^{n+2} \pm 1}{3 \cdot 2^{n+1}}$, *semnul plus între cei doi termeni de la numărător corespunde pentru n impar;*

b) *Șirurile* $E_1, E_3, E_5 \ldots$ *și* $E_2, E_4, E_6, \ldots$ *sînt convergente, primul descrescător și al doilea crescător, ambele avînd aceeași limită. Să se afle această limită.*

Corneliu Georgescu, Craiova

Soluție. — a) După prima întoarcere a aparatului se scurge $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ din întreaga cantitate de nisip deci, în cilindrul inferior se va afla $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$. După a doua întoarcere se va scurge $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$ și se va afla în cilindrul inferior $\frac{1}{4} + \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$; după a treia întoarcere a aparatului se va scurge $\frac{1}{2} \cdot \frac{5}{8} = \frac{5}{16}$ și se va găsi în cilindrul inferior $\frac{3}{8} + \frac{5}{16} = \frac{11}{16}$. Se găsește astfel $E_1 = \frac{3}{4}$; $E_2 = \frac{5}{8}$; $E_3 = \frac{11}{16}$; $E_4 = \frac{21}{32}$; ...

Formula $E_n = \dfrac{2^{n+2}+1}{3 \cdot 2^{n+1}}$ se verifică pentru $n = 1$ și $n = 3$, iar formula $E_n = \dfrac{2^{n+2}-1}{3 \cdot 2^{n+1}}$ se verifică pentru $n = 2$ și $n = 4$.

Să plecăm de la un n impar și să arătăm că pentru $n + 1$ par avem $E_{n+1} = \dfrac{2^{n+3}-1}{3 \cdot 2^{n+2}}$ și pentru $n + 2$ impar avem $E_{n+2} = \dfrac{2^{n+4}+1}{3 \cdot 2^{n+3}}$. Dacă în acest caz, după a n-a întoarcere a aparatului se află în cilindrul inferior $\dfrac{2^{n+2}+1}{3 \cdot 2^{n+1}}$, în cilindrul superior se găsește, $1 - \dfrac{2^{n+2}+1}{3 \cdot 2^{n+1}} = \dfrac{3 \cdot 2^{n+1} - 2 \cdot 2^{n+1} - 1}{3 \cdot 2^{n+1}} = \dfrac{2^{n+1}-1}{3 \cdot 2^{n+1}}$.

Întorcînd acum aparatul se va scurge acum $\frac{1}{2}\cdot\frac{2^{n+1}+1}{3\cdot 2^{n+1}}$ peste cantitatea $\frac{2^{n+1}-1}{3\cdot 2^{n+1}}$ și se va găsi în cilindrul inferior:

$$E_{n+1}=\frac{2^{n+2}+1}{3\cdot 2^{n+2}}+\frac{2^{n+1}-1}{3\cdot 2^{n+1}}=\frac{2^{n+3}-1}{3\cdot 2^{n+2}}\cdot$$

acum, în cilindrul superior se află fracțiunea:

$$1-\frac{2^{n+3}-1}{3\cdot 2^{n+2}}=\frac{3\cdot 2^{n+2}-2\cdot 2^{n+2}+1}{3\cdot 2^{n+2}}=\frac{2^{n+2}+1}{3\cdot 2^{n+2}}\cdot$$

Întorcînd din nou aparatul va trece din cilindrul superior $\frac{1}{2}\cdot\frac{2^{n+3}-1}{3\cdot 2^{n+2}}$ care se adaugă la $\frac{2^{n+2}+1}{3\cdot 2^{n+2}}$ și găsim:

$$E_{n+2}=\frac{2^{n+3}-1}{3\cdot 2^{n+3}}+\frac{2^{n+2}+1}{3\cdot 2^{n+2}}=\frac{2^{n+4}+1}{3\cdot 2^{n+3}}\cdot$$

b) Se observă că șirul $\frac{3}{4}, \frac{11}{16}, \frac{2^{n+2}+1}{3\cdot 2^{n+1}}$, este descrescător deoarece termenul general se mai scrie $\frac{1}{3}\left(2+\frac{1}{2^{n+1}}\right)$ și descrește cînd n crește și avem: $\lim\limits_{n\to\infty}=\frac{2}{3}$ iar șirul $\frac{5}{8}, \frac{21}{32}, \ldots \frac{2^{n+2}-1}{3\cdot 2^{n+1}}$, este crescător, lucru ce rezultă urmînd același raționament, și are aceeași limită, $\frac{2}{3}\cdot$

Problema 5055

Să se arate că:

$$E=(x^2+2x-2)^{2n+1}+5^{2n+1}(x-2)^{n+2},$$

se divide prin x^2-3x+3, *unde n este un număr natural.*

C. Ionescu-Țiu

Soluția I. — Expresia se mai scrie:

$$E=(x^2-3x+3+5x-5)^{2n+1}+5^{2n+1}(x-2)^n(x^2-4x+4),$$

sau:

$$E=\mathfrak{M}(x^2-3x+3)+5^{2n+1}[(x-1)^{2n+1}+(x-2)^n(x^2-4x+4)],$$

sau:

$$E=\mathfrak{M}(x^2-3x+3)+5^{2n+1}[(x^2-2x+1)^n(x-1)+\mathfrak{M}(x^2-3x+3)+$$
$$+(1-x)(x-2)^n],$$

sau:

$$E = \mathfrak{M}(x^2 - 3x + 3) + 5^{2n+1}(x-1)\,[(x^2 - 2x + 1)^n - (x-2)^n],$$

deoarece $a^n - b^n = \mathfrak{M}(a-b)$ rezultă că

$$E = \mathfrak{M}(x^2 - 3x + 3).$$

Problema 5085

Date sînt două numere reale, nenule, pozitive a și b și două funcții $f(x)$ și $\varphi(x)$, unde $f(x) > 0$ pentru $x > 0$. Definim operația

$$a * b = f(a)^{\varphi(b)}.$$

Se cere să se găsească funcțiile $f(x)$ și $\varphi(x)$ astfel încît să avem asigurată existența elementului unitate, arătîndu-se că în acest caz mulțimea numerelor pozitive (cu excepția lui 1) formează un grup comutativ față de operația introdusă.

Tot în acest caz, ca aplicație, să se rezolve ecuația

$$(a_1 x^{-1}) * (a_2 x^{-2}) * \ldots * (a_n x^{-n}) = 1,$$

și să se explice rezultatul.

(Se poate consulta articolul Noțiunea de grup în matematici, publicat în GMF-B, mai 1952).

Octavian Nanu, student Iași

Soluție. — Trebuie să avem relațiile: $e_1 * x = x * e_1 = x$ ($x > 0$ fiind arbitrar și e_1 elementul unitate pe care l-am presupus că există), ceea ce înseamnă: $f(e_1)^{\varphi(x)} = f(x)^{\varphi(e_1)} = x$.

Din prima relație obținem: $\varphi(x) \ln f(e_1) = \varphi(e_1) \ln f(x)$ de unde $\varphi(x) = \dfrac{\varphi(e_1)}{\ln f(e_1)} \ln f(x)$.

Să folosim acum relația: $f(e)^{\varphi(x)} = x$. Ținînd seama de cele de mai sus această relație devine:

$$f(e_1)^{\frac{\varphi(e_1)}{\ln f(e_1)} \ln f(x)} = x,$$

și logaritmînd obținem:

$$\frac{\varphi(e_1)}{\ln f(e_1)} \ln f(x) \cdot \ln f(e_1) = \ln x, \text{ sau: } \ln f(x) = \frac{\ln x}{\varphi(e_1)},$$

de unde $f(x) = e_1^{\frac{\ln x}{\varphi(e_1)}}$ și atunci:

$$\varphi(x) = \frac{\varphi(e_1)}{\ln f(e_1)} \ln f(x) = \frac{\ln x}{\ln f(e_1)} = \frac{\varphi(e_1)}{\ln e_1} \ln x,$$

(e_1 fiind elementul unitate, deci e_1 și $\varphi(e_1)$ sînt constante fixate).

Să vedem cum se scrie operația definită în acest caz:

$$a * b = f(a)^{\varphi(b)} = \left(e^{\frac{1}{\varphi(e_1)} \ln a}\right)^{\frac{\ln b\, \varphi(e_1)}{\ln e_1}} = e^{\frac{\ln a \cdot \ln b}{\ln e_1}},$$

sau: $a * b = a^{\frac{\ln b}{\ln e_1}}$, căci

$$\ln (a * b) = \ln e^{\frac{\ln a \ln b}{\ln e_1}} = \frac{\ln a \cdot \ln b}{\ln e_1},$$

de unde: $a * b = a^{\frac{\ln b}{\ln e_1}}$.

Se arată ușor că avem le a face cu un grup comutativ. Într-adevăr, operația este comutativă: $a * b = b * a = e^{\frac{\ln a \ln b}{\ln e_1}} = a^{\frac{\ln b}{\ln e_1}}$ de asemenea, este asociativă căci:

$$(a * b) * c = a * (b * c) = e^{\frac{\ln a \ln b \ln c}{(\ln e_1)^2}} = a^{\frac{\ln b \ln e}{\ln e_1}},$$

Să găsim inversul unui element dat a, adică să găsim pe x așa fel ca: $a^{\frac{\ln x}{\ln e_1}} = e_1$. Logaritmînd obținem:

$$\frac{\ln x}{\ln e_1} \ln a = \ln e_1, \text{ de unde } x = e^{\frac{(\ln e_1)^2}{\ln a}},$$

și se vede că orice $a > 0$ diferit de 1 admite invers.

Deci, mulțimea numerelor pozitive, cu excepția lui 1 formează un grup comutativ față de operația introdusă.

Se rezolvă ecuația dată; bazîndu-ne pe proprietățile operației introduse ecuația dată se mai scrie:

$$e^{\frac{\ln (a_1 x^{-1}) \ln (a_2 x^{-2}) \ldots \ln (a_n x^n)}{(\ln e_1)^{n-1}}} = 1.$$

de unde rezultă:

$$\ln (a_1 x^{-1}) \ln (a_2 x^{-2}) \ldots \ln (a_n x^n) = 0,$$

sau:

$$(\ln a_1 - \ln x)(\ln a_2 - 2 \ln x) \ldots (\ln a_n - n \ln x) = 0,$$

și deci, soluția ecuației este dată de

$$\ln a - k \ln x = 0,$$

ceea ce dă:

$$x_k = (a_k)^{\frac{1}{k}}, \qquad k = 1, 2, \ldots, n$$

(în total fiind n soluții).

Rezultatul se explică ușor observînd că dacă avem măcar relația $(a_k x^{-k}) = 1$ adică $x = (a_k)^{\frac{1}{k}}$ atunci în baza proprietăților operației introduse avem: $C^{\frac{\ln 1}{\ln e_1}} = 1$, ($C$ fiind produsul în sensul operației $*$ al celorlalți termeni în care am pus $x = (a_k)^{\frac{1}{k}}$.

Problema 5091

Fie A_0, B_0, C_0; A_1, B_1, C_1; A_2, B_2, C_2; A_3, B_3, C_3; *patru poziții ale vîrfurilor unui triunghi obținute prin rotirea acestuia în jurul centrului cercului circumscris. Să se demonstreze că proiecțiile intersecțiilor* $(A_0B_1; B_0A_2)$, $(B_0C_2; C_0B_3)$, $(C_0A_3; A_0C_1)$ *respectiv pe* A_0B_0; B_0C_0; C_0A_0 *sînt colineare.*

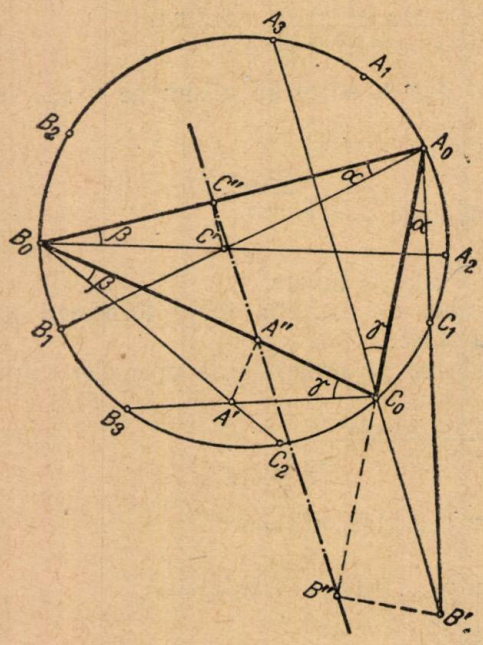
Tudor Zamfirescu

Soluție. — Fie A'', B'', C'' proiecțiile din enunț și fie

$$\alpha = \sphericalangle B_0A_0B_1 = \sphericalangle C_0A_0C_1,\ \beta = \sphericalangle C_0B_0C_2 = \sphericalangle A_0B_0A_2,$$

$$\gamma = \sphericalangle A_0C_0A_3 = \sphericalangle B_0C_0B_3.$$

Notînd cu A' *intersecția* $(B_0C_2; C_0B_3)$ avem:



$$\frac{A''C_0}{A''B_0} = \frac{A''A'}{A''B_0} \cdot \frac{A''C_0}{A''A'} = \frac{\operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}\gamma}.$$

semnul raportului obținîndu-se orientînd trigonometric unghiurile β și γ în vîrfurile B_0 și C_0. Analog, găsim

$$\frac{B''A_0}{B''C_0} = \frac{\operatorname{tg}\gamma}{\operatorname{tg}\alpha};\ \frac{C''B_0}{C''A_0} = \frac{\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\beta}.$$

Observvînd că $\alpha = \sphericalangle B_0A_0B_1 = \sphericalangle C_0A_0C_1$, etc. nu numai că modul ci și unghiurile orientate (în vîrfurile triunghiului $A_0B_0C_0$) avem în fine,

$$\frac{A''C_0}{A''B_0} \cdot \frac{B''A_0}{B''C_0} \cdot \frac{C''B_0}{C''A_0} = +1,$$

de unde, conform teoremei lui Mennelaus, punctele A'', B'', C'' sînt colineare.

Problema 5092

Să se calculeze:

$$\lim_{x \to 0} \left[\frac{\sin(mx + 45°)}{\sin(nx + 45°)} \right]^{\frac{1}{x}}.$$

Simon Petre

Soluție. — Se știe că dacă $\lim_{x \to a} u = 1$ și $\lim_{x \to a} v = \infty$

$A = \lim_{x \to a} (u - 1)v$. Atunci $\lim_{n \to a} u^v = e^A$.

Acest caz se întîlneşte în problema de faţă. Deci am de calculat A.

$$A=\lim_{x\to 0}\left[\frac{\sin(mx+45^\circ)}{\sin(nx+45^\circ)}-1\right]\cdot\frac{1}{x}=$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{\sin(mx+45^\circ)-\sin(nx+45^\circ)}{\sin(nx+45^\circ)}\cdot\frac{1}{x}=$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{2\sin\frac{(m-n)x}{2}\cdot\cos\left[\frac{(m+n)x}{2}+45^\circ\right]}{\sin(nx+45^\circ)}\cdot\frac{1}{x}=$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{\sin\frac{(m-n)x}{2}}{\frac{(m-n)x}{2}}\cdot(m-n)\cdot\frac{\cos\left[\frac{(m+n)x}{2}+45^\circ\right]}{\sin(nx+45^\circ)}=$$

$$=1\cdot(m-n)\cdot\frac{\cos 45^\circ}{\sin 45^\circ}=m-n.$$

Deci,

$$\lim_{x\to 0}\left[\frac{\sin(mx+45^\circ)}{\sin(nx+45^\circ)}\right]^{\frac{1}{x}}=e^{m-n}.$$

Problema 5097

Să se discute ecuaţia: $x+a-\lambda\sqrt{x+a}+1=0$, unde $a>0$ şi λ este un parametru variabil pe mulţimea numerelor reale, apoi să se reprezinte grafic funcţia

$$y=\sqrt{x+a}+\frac{1}{\sqrt{x+a}}.$$

Şt. Musta, profesor Oradea

Soluţie. — Deoarece $x+a>0$ (altfel ecuaţia n-are sens) putem împărţi ecuaţia cu $\sqrt{x+a}$ şi avem:

$$f(x)=\sqrt{x+a}+\frac{1}{\sqrt{x+a}}-\lambda=0 \text{ sau: } f(x)=(x+a)^{\frac{1}{2}}+(x+a)^{-\frac{1}{2}}-\lambda=0.$$

Funcţia $f(x)$ fiind derivabilă în intervalul $(-a, +\infty)$ aşa că putem aplica ecuaţiei $f(x)=0$ şirul lui Rolle. Avem:

$$f'(x)=\frac{1}{2}(x+a)^{-\frac{1}{2}}-\frac{1}{2}(x+a)^{-\frac{3}{2}}=0 \text{ sau:}$$

$$f'(x)=\frac{1}{2}(x+a)^{-\frac{1}{2}}\cdot\left[1-\frac{1}{x+a}\right]=0,$$

$$f'(x)=\frac{1}{2}(x+a)^{-\frac{1}{2}}\cdot\frac{x+a-1}{x+a}=0,$$

și deci, rădăcina derivatei este $x = 1$-a.

Șirul lui Rolle,

$$f(\underset{+}{-a+\varepsilon})\ f(\underset{2-\lambda}{1-a})\ f(\underset{+}{+\infty}).$$

Pentru $\lambda > 2$ ecuația are două rădăcini reale cuprinse în intervalele $(-a, -a+1)$; $(-a+1 ; +\infty)$. Pentru $\lambda < 2$ n-avem rădăcini reale. Pentru $\lambda = 2$ avem o rădăcină dublă $x = -a+1$.

a — *Graficul funcției.* Intervalul de existență $(-a, +\infty)$. Are o singură asimptotă paralelă cu Oy, $x = -a$ și admite ca asimptotă parabola $y^2 = x + a$ cu vîrful în $(-a, 0)$ cu axa Ox și tangenta în vîrf $x = -a$. Pentru $x = 0$, $y(0) = \sqrt{a}+\frac{1}{\sqrt{a}} > 2$. Derivata $y' = \frac{x+a-1}{2(x+a)\sqrt{x+a}}$. Pentru $x = -a+1$, $y' = 0$.

Tabelul de variație

x	$-a$		$-a+1$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

Fie dreapta $y = \lambda$ paralelă cu axa Ox. Din graficul curbei se observă imediat făcînd pe λ să varieze că abscisele punctelor de intersecție a curbei $y=\sqrt{x+a}+\frac{1}{\sqrt{x+a}}$ cu dreapta $y = \lambda$ care sînt date de ecuația

$$\lambda=\sqrt{x+a}+\frac{1}{\sqrt{x+a}} \text{ sau: } x+a-\lambda\sqrt{x+a}+1=0,$$

are rădăcini reale pentru $\lambda > 2$, cuprinse în intervalele $(-a, -a+1)$ și $(-a+1, +\infty)$. Pentru $\lambda = 2$, are rădăcina dublă $x = -a+1$, iar pentru $\lambda < 2$, ecuația n — are rădăcini reale, fiindcă dreapta $y = \lambda$ nu taie curba.

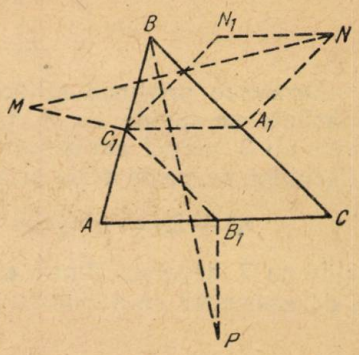
PROBLEMA 822 (M.F.L.).

Să se construiască triunghiul ABC dacă sînt cunoscute centrele pătratelor construite pe laturile triunghiului, în afara triunghiului.

* * *

Soluție : Considerînd problema rezolvată să notăm cu M, N și P centrele pătratelor și cu A_1, B_1, C_1 mijloacele corespunzătoare ale laturilor triunghiului ABC. Să unim punctul M cu punctul N, punctul P cu punctul

B și punctul C_1 cu punctele A_1 și B_1. Mai departe să luăm segmentul B și punctul C_1 $N_1 = A_1N$ paralel și de același sens cu A_1N și să unim pe N_1 cu N (figură). În acest caz avem $MC_1 = BC_1$, $C_1N_1 = CA_1$, deoarece ambele sînt egale cu $\frac{1}{2} BC$; $_1NN = B_1P$, deoarece ambele sînt egale cu $\frac{1}{2} AC$; $\sphericalangle MC_1N_1 = \sphericalangle BC_1B_1$, deoarece laturile sînt perpendiculare; la fel $\sphericalangle C_1N_1N = \sphericalangle C_1B_1P$. De aici rezultă că, poligonul MC_1N_1N se suprapune peste poligonul BC_1B_1P (poligoanele sînt egale), deci $MN = BP$; mai rezultă că MN și BP sînt perpendiculare.



Pe baza rezultatelor de mai sus construcția se face în felul următor: unim unim punctul M cu punctul N și din punctul P coborîm perpendiculara $PB = MN$ pe MN; punctul B este unul dintre vîrfurile triunghiului căutat. În mod analog se construiesc vîrfurile A și C ale triunghiului căutat.

PROBLEMA 823 (M.F.L.).

Să se demonstreze că expresia

$$E = 666^n + 636^n - (-659)^n$$

se divide prin 1961 pentru orice număr natural n

Fila Jenő, Zalău.

Soluție dată de elevul *Máthé László*, școala medie 4 din Tg-Mureș. $1961 = 37 \cdot 53$; 37 și 53 fiind prime între ele, avem de arătat că E se divide separat cu 37 și cu 53.
Expresia E se mai poate scrie: $E = 666^n + [636^n - (-659)^n]$.
Expresia din paranteza mare este divizibilă cu $636-(-659) = 1295 = 37 \cdot 35$, deci cu 37; la fel, 666^n se divide cu 37, deoarece $666 = 37 \cdot 18$. În concluzie E este divizibil cu 37.
Pentru a demonstra că E se divide și cu 53, expresia dată se mai scrie:

$$E = [666^n - (-659)^n] + 636^n.$$

Expresia din paranteza mare este divizibilă cu 53, deoarece $666-(-659) = 1325 = 53 \cdot 25$; la fel 636 se divide cu 53 deoarece $636 = 53 \cdot 12$.

PROBLEMA 824 (M.F.L.).

Se dă ecuația

$$x^2 - (n^3 + 2n)\,x + 3n^4 - 3n^2 = 0,$$

unde n este un număr natural.
Să se demonstreze, fără a rezolva ecuația, că rădăcinile sînt divizibile cu 3.

* * *

Soluția dată de eleva *Szigeti Ildikó*, școala medie 3 din Cluj. Pe baza relațiilor între coeficienții și rădăcinile ecuației de gradul al doilea, putem scrie

$$x_1 + x_2 = n^3 + 2n,$$

$$x_1 \cdot x_2 = 3n^2 (n^2 - 1).$$

Deoarece produsul rădăcinilor se divide cu 3, cel puțin una dintre rădăcinile se divide cu 3. Dacă arătăm, că suma rădăcinilor la fel se divide cu 3, atunci am arătat că și cealaltă rădăcină se divide cu 3. Suma rădăcinilor se poate scrie și astfel

$$n^3 + 2n = n^3 + 2n - 3n + 3n = (n-1)n(n+1) + 3n$$

divide cu 3, deoarece dintre trei numere consecutive unul se divide cu 3, și 3n de asemenea se divide cu 3.

PROBLEMA 825 (M.F.L.).

Să se rezolve sistemul

$$x^2 + y^2 = z^2$$

$$xy + yz + xz = 47$$

$$(z - x)(z - y) = 2.$$

* * *

Soluția dată de elevul *Kiss János*, școala medie din Dej. Efectuînd calculele în ecuația a treia și adunînd ecuația obținută membru cu membru la ecuația a doua a sistemului, obținem

$$z^2 + 2xy = 49.$$

Combinînd această ecuație cu prima ecuație din sistemul dat, rezultă $x^2+y^2+2xy=49$, sau $(x+y)^2=49$, de unde $x+y=7$ (1) $z+y=-7$.

Ecuația a doua din sistemul dat cînd $x+y=7$, se scrie

$$xy + z = 47.$$

În continuare rezolvăm sistemul

$$xy + 7z = 47\,;\ 2xy + z^2 = 49.$$

Obținem $z^2 - 14z + 45 = 0$, de unde $z_1 = 5$ și $z^2 = 9$, $xy = 12$ și $xy = -16$.

Avem deci $x + y = 7\,;\ xy = 12$ (2)

și $x + y = 7\,;\ xy = -16.$ (2′)

Soluțiile sistemului (2) sînt $x_1 = 3, y_1 = 4$ și $x_2 = 4, y_2 = 3$, iar cele ale lui (2′) $x_3 = \frac{7 - \sqrt{113}}{2}$, $y_3 = \frac{7 + \sqrt{113}}{2}$ și $x_4 = \frac{6 + \sqrt{113}}{2}$, $y_4 = \frac{7 - \sqrt{113}}{2}$.

Deci, pînă în momentul de față am găsit următoarele soluții pentru sistemul dat:

$$x_1=3,\ y_1=4,\ z_1=5;\ x_2=4,\ y_2=3,\ z_2=5;\ x_3=\frac{7-\sqrt{113}}{2},\ y_3=$$

$$=\frac{7+\sqrt{113}}{2},\ z_3=9;\ x_4=\frac{7+\sqrt{113}}{2},\ y_4=\frac{7-\sqrt{113}}{2},\ z_4=9.$$

Dacă în locul ecuației (1) considerăm ecuația (1'), cu un procedeu analog, mai obținem următoarele soluții:

$$x_5=-3,\ y_5=-4,\ z_5=-5;\ x_6=-4,\ y_6=-3,\ z_6=-5;$$

$$x_7=-\frac{7-\sqrt{113}}{2},\ y_7=-\frac{7+\sqrt{113}}{2},\ z_7=-9;\ x_8=-\frac{7+\sqrt{113}}{2},$$

$$y_8=-\frac{7-\sqrt{113}}{2},\ z_8=-9.$$

PROBLEMA 826 (M.F.L.).

În triunghiul ABC bisectoarea AD, mediana BE și înălțimea CF se întîlnesc într-un punct. Să prelungim latura AC, dincolo de C cu segmentul CM = AB și să unim punctul M cu vîrful B al triunghiului. Să se demonstreze că MB și AB sînt perpendiculare.

Demeny Zoltán, Aiud

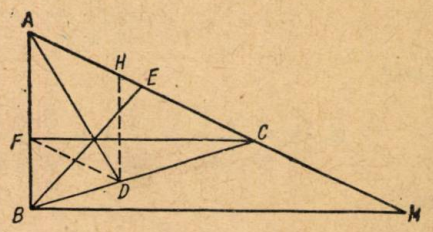
Soluția dată de elevul *Lőrincz Márton*, școala medie „Bethlen Gábor" din Aiud.

Deoarece AD, *BE* și *CF* se întîlnesc într-un punct, putem aplica teorema lui Ceva:

$$\frac{BD}{DC}\cdot\frac{CE}{EA}\cdot\frac{AF}{FB}=1.$$

Însă $\frac{CE}{EA}=1$, deci

$$\frac{BD}{DC}=\frac{FB}{AF}.$$



De aici urmează că dreapta *FD* este paralelă cu latura *AC*. Să ducem prin punctul *D* o paralelă la *AB*, și să notăm cu *H* punctul de intersecție al acestei drepte cu *AC*. Patrulaterul *AFDH* este un paralelogram și deoarece $\sphericalangle DAH=\sphericalangle DAF$, rezultă că patrulaterul *AFDH* este un romb; deci $AH=AF$.

Pe baza teoremei lui Thales putem scrie

$$\frac{BD}{BC}=\frac{AH}{AC}=\frac{AF}{AC}$$

REZULTATUL ÎNTRECERII ÎNTRE ȘCOLILE MEDII DIN ȚARĂ PRIVIND ACTIVITATEA EXTRAȘCOLARĂ ȘI A CERCURILOR DE ELEVI LA MATEMATICĂ ȘI FIZICĂ PE ANUL 1962

La întrecerea din anul 1962 am primit fișele cu punctajul cerut de regulamentul întrecerii, de la 42 de școli medii din țară.

I. Pentru activitatea extrașcolară raportată la numărul de clase medii din școală se *premiază* următoarele școli:

1. *Școala medie nr. 5 din Galați* cu 6 clase medii; 1 bis. *Școala medie nr. 1 din Pucioasa* (Ploiești) cu 7 clase medii; 2. *Școala medie nr. 1 din Ploiești* cu 20 clase medii; 3. *Școala medie nr. 1 din Lugoj* (Banat) cu 14 clase medii; 4. *Școala medie nr. 11 din București*, cu 13 clase medii; 5. *Școala medie serală nr. 6 din Brașov*, cu 10 clase medii; 6. *Școala medie nr. 10 din București*, cu 10 clase medii; 7. *Școala medie din Sinaia*, cu 5 clase medii; 8. *Școala medie din Aiud*, cu 6 clase medii; 9. *Școala medie nr. 1 din Caransebeș*, cu 5 clase medii; 10. *Școala medie nr. 1 din București*, cu 29 clase medii; 11. *Școala medie nr. 1 din Oradea*, cu 15 clase medii; 12. *Școala medie nr. 1 din Salonta*, cu 8 clase medii; 13. *Școala medie din Năsăud*, cu 7 clase medii; 14. *Școala medie nr. 2 din Caransebeș*, cu 7 clase medii; 15. *Școala medie din Sighet*, cu 22 clase medii; 16. *Școala medie Ștefan cel Mare din Cîmpulung Moldovenesc*, cu 19 clase medii; 17. *Școala medie din Rupea*, cu 5 clase medii; 18. *Școala medie nr. 22 din București*, cu 31 clase medii; 19. *Școala medie din Petroșeni*, cu 11 clase medii; 20. *Școala medie nr. 1 din Turda*, cu 14 clase medii; 21. *Școala medie nr. 1 din Botoșani*, cu 12 clase medii; 22. *Școala medie nr. 13 din București*, cu 28 clase medii; 23. *Școala medie din Orșova*, cu 5 clase medii. 24. Școala medie nr. 2 din Botoșani cu 12 clase.

II. Se *menționează* următoarele școli medii:

1. *Școala medie nr. 2 din Brăila*, cu 15 clase medii; 2. *Școala medie nr. 1 din Turnu Severin*, cu 12 clase medii; 3. *Școala medie din Turnu Măgurele*, cu 24 clase medii; 4. *Școala medie din Borșa* (Maramureș), cu 3 clase medii; 5. *Școala medie nr. 1 din Piatra Neamț*, cu 15 clase medii; 6. *Școala medie nr. 3 din Oradea*, cu 15 clase medii.

ACTIVITATEA ÎN CERCURI ȘI CHEMAREA LA ÎNTRECERE

O formă de stimulare a activității elevilor în cercurile de matematică și fizică din școli o constituie și întrecerile dintre cercuri. În acest sens s-au organizat întreceri în anii precedenți, care au dat rezultate pozitive. Numărul mereu crescînd al rezolvitorilor de probleme, precum și numărul mare de participanți la olimpiadele de matematică și fizică organizate de Societatea de Științe Matematice și Fizice din R.P.R. constituie o dovadă concretă, a bunelor rezultate obținute ca urmare a acestei acțiuni.

Și în acest an sînt invitate să se întreacă între ele, cercurile de matematică și de fizică. În cele ce urmează, explicăm mai amănunțit, conți-

nutul regulamentului privind întrecerea, pentru o mai bună lămurire a participanților, pentru obținerea a cît mai bune rezultate.

De la început trebuie să subliniem că bunele rezultate obținute în întrecere nu se vor asigura printr-o împovărare în muncă a elevilor, care este și contrară dispozițiilor Ministerului Învățămîntului.

Cercurile de matematică și fizică din școli și cele pe oraș întrunesc laolaltă, elementele cele mai bune din clase și școli care vădesc o atracție deosebită pentru studiul matematicii și fizicii. Astfel de cercuri, care sînt aprobate de M. I., se formează chiar cu un număr restrîns de elevi, iar participarea la activitatea lor este cu totul benevolă, un elev putînd participa fie la cercul din școală, fie la cel pe oraș. Dezbătînd în cercuri probleme la nivelul învățămîntului mediu care depășesc conținutul manualelor, elevii adîncesc cunoștințele obținute la clasă. Dînd soluții originale la problemele ce se propun, ei își formează deprinderi de activitate creatoare. Experiența activității lor în anii regimului democrat popular ne arată că din aceste cercuri s-au ridicat numeroase elemente fruntașe care activează în prezent, în diferite domenii, contribuind prin cunoștințele lor de matematică și de fizică, la opera de desăvîrșire a construcției socialiste din patria noastră.

Societatea de științe matematice și fizice din R.P.R. sprijină activitatea care se desfășoară în cercurile din școli și în cele pe oraș, prin materialele pe care le publică ; de asemenea, S.S.M.F. organizează consfătuiri ale cadrelor didactice în care se dezbat diferite probleme privind activitatea în cercuri și se iau măsuri referitoare la metodele de lucru în vederea îmbunătățirii muncii.

Cum trebuie să se înțeleagă punctajul prevăzut în regulament ?

Cîte un punct de fiecare problemă rezolvată în timpul unui an înseamnă pentru cercul respectiv, un număr considerabil de puncte ce poate fi realizat. Pentru aceasta însă, trebuie ca cercul să aibă un număr cît mai mare de rezolvitori. De aici, antrenarea unui număr cît mai mare de elevi în rezolvarea problemelor.

Fără îndoială se înțelege de la sine că problemele propuse în G.M.F.-B nu vor fi rezolvate în cadrul activității din cerc și apoi, diferitele colective de elevi să se considere rezolvitori trimițînd soluțiile la redacția gazetei. Fiecare rezolvare de problemă trebuie să fie rezultatul muncii individuale, iar activitatea în cadrul cercului, alături de activitatea la clasă și studiul individual nu sînt decît factorii care asigură pregătirea elevului pentru ca el să fie în stare să rezolve singur problemele propuse în gazetă.

Cîte 10 puncte de fiecare evidențiere în G.M.F.-B înseamnă obținerea unui număr cu atît mai mare de puncte, cu cît mai mare va fi numărul de rezolvitori buni pe școală, adică cu cît mai mare va fi numărul acelora care rezolvă multe probleme, deci cu cît activitățile de pregătire care au fost amintite vor fi mai temeinice.

Cîte un punct de fiecare elev participant la etapa locală a olimpiadei reprezintă de asemenea, un total mare de puncte pentru școala respectivă, dacă numărul elevilor buni la matematică și la fizică este mare. Dar numărul mare al elevilor buni este asigurat printr-o bună activitate la clasă și printr-un susținut studiu individual.

Cîte 10 puncte de fiecare participant la etapa regională, cîte 30 de puncte de fiecare participant la etapa finală, cîte 50 de puncte de fiecare

elev reușit la etapa finală și cîte 50 de puncte de fiecare elev care a obținut premiu sau mențiune la etapa finală înseamnă totalizarea unui număr cu atît mai mare de puncte, cu cît activitatea în cadrul cercului este mai susținută, cu atît studiul individual al fiecărui elev este mai temeinic.

Se mai arată în regulamentul întrecerii, că se acordă cîte 5 puncte de fiecare ședință de cerc în anul școlar 1962—1963. Desigur, activitatea în cadrul cercului înseamnă activitatea în ședința cercului ; dar din aceasta nu trebuie să se tragă concluzia programării unui număr mare de ședințe. Numărul de ședințe pentru un cerc nu poate fi mai mare decît numărul stabilit prin dispozițiile M.I. în vigoare, deoarece ședințele de cerc nu trebuie să constituie prin numărul lor, un impediment în desfășurarea altor activități și nici să constituie o supraîncărcare.

Activitatea în cerc poate fi rodnică, nu prin numărul ședințelor, ci prin conținutul lor de calitate, prin buna lor organizare.

Ca punctaj în întrecere, numărul ședințelor se reflectă prin ținerea lor cu regularitate (pentru unele cercuri) sau de asemenea, prin suspendarea lor din diferite motive (pentru alte cercuri).

Desigur și cele două puncte care se acordă pentru fiecare abonat la G.M.F.-B pe anul 1963 își au semnificația lor. Un elev abonat se presupune a fi un elev care se preocupă în mod deosebit de matematică sau de fizică, și acest fapt trebuie să se reflecte de asemenea, în întrecerea dintre cercuri, deoarece din numărul acestora vor ieși matematicienii și fizicienii de mîine de care patria noastră are nevoie.

Astfel înțeleasă, Chemarea la întrecere nu poate să constituie decît un stimulent la învățătură, un mijloc de activizare, în muncă, un mobilizator pentru o acțiune a cărui scop este creșterea unor cadre cît mai bine pregătite necesare operei de desăvîrșire a construcției socialismului în țara noastră.

Profesorii de matematică și fizică sînt chemați să dea toate îndrumările necesare, pentru o cît mai bună desfășurare a activității în cercuri, iar pentru mobilizarea elevilor și organizarea muncii să solicite sprijinul organizațiilor de tineret din școli.

*

La această întrecere se poate înscrie orice școală medie din țară, specificînd numărul de clase medii (VIII, IX, X real și XI real), care funcționează în anul școlar 1962—1963.

1. Regulamentul întrecerii are următorul punctaj :

a) cîte un punct de fiecare problemă rezolvată și anunțată la rubrica rezolvitorilor în cele 12 numere ale G.M.F.-B pe 1963 ;

b) cîte 10 puncte de fiecare evidențiere a elevilor școlii, în anul 1963 ;

c) cîte un punct de fiecare elev participant la etapa locală a olimpiadelor din 1963 ;

d) cîte 10 puncte de fiecare elev participant la etapa regională a olimpiadelor din 1963 ;

e) cîte 30 de puncte de fiecare elev participant la etapa finală (pe țară) ;

f) cîte 50 de puncte de fiecare elev reușit la etapa finală ;

g) cîte 50 de puncte de fiecare elev care obține premiu sau mențiune pentru activitatea sa la G.M.F.-B pe anul 1963.

h) cîte 5 puncte de fiecare ședință de cerc de matematică sau de fizică ;

i) cîte 2 puncte de fiecare abonat la G.M.F.-B pe anul 1963.

2. Înscrierea la întrecere urmează să fie făcută de profesorii sau elevii conducători de cercuri.

3. Fișa cu punctajul obținut de școala medie respectivă va purta viza direcției și ștampila școlii și va fi înaintată redacției G.M.F.-B.

4. Completarea fișei la punctul g) și verificarea ei va fi făcută de către redacția G.M.F.-B.

5. Pentru clasificarea școlilor, numărul total de puncte rezultat va fi împărțit la numărul de clase a VIII-a, a IX-a, a X-a reală și a XI-a reală, din școala respectivă.

6. Rezultatul acestei întreceri se va publica în G.M.F.-B. De asemenea se vor publica și dări de seamă despre activitatea extrașcolară la matematică și fizică a unor școli medii înscrise la întrecere.

Redacția

PENTRU CERCURILE DE ELEVI

DUBLAREA CUBULUI

BOȚOACĂ VASILE, student București

În decursul dezvoltării matematicii oamenii au întîlnit o serie de probleme care uneori puteau fi rezolvate cu mijloace pe care le cunoșteau pînă în momentul respectiv, alteori nu. Încă din antichitate se cunosc trei probleme celebre care nu au putut fi rezolvate cu rigla și compasul, care erau considerate de greci ca singurele instrumente admise de către postulatele geometriei. Aceste probleme sînt : trisecțiunea unghiului, dublarea cubului și cuadratura geometrică a cercului.

Ne vom ocupa mai jos de problema dublării cubului, sau cum i se mai spune, problema din Delos. Gînditorii antici au creat și un mit al acestei probleme. Ei povesteau următoarele :

Pe insula Delos bîntuia ciuma. Locuitorii insulei au întrebat un oracol cum să pună capăt nenorocirii. Oracolul le-a poruncit să dubleze altarul zeului. Dar altarul era de formă cubică și trebuia să păstreze aceeași formă. Pentru rezolvarea acestei probleme de dublare a cubului locuitorii insulei au trimis soli la geometrii din Academia lui Platon. Se zice că Platon le-ar fi răspuns : „Zeul nu dorește dublarea altarului, dar prin porunca sa i-a certat pe elevi pentru că ei acordă prea puțină atenție științelor și mai ales geometriei".

Și acum, să vedem unele dezvoltări matematice ale acestei probleme :

Dacă a este latura cubului dat, iar x este latura cubului dublat, problema se reduce la rezolvarea ecuației de gradul al treilea $x^3 = 2a^3$. În secolul V î.e.n. Hippocrat din Hios a redus rezolvarea acestei probleme la construirea a două medii geometrice între a și $2a$

$$\frac{a}{x} = \frac{x}{y} = \frac{y}{2a}. \qquad (1)$$

Într-adevăr, din prima propoziție rezultă:

$$x^2 = ay. \tag{2}$$

Din cea de-a doua propoziție rezultă:

$$y^2 = 2ax. \tag{3}$$

Din relația (2) deducem

$$x^4 = a^2 y^2. \tag{4}$$

Din ecuațiile (3) și (4) obținem:

$$x^4 = 2a^3 x \text{ sau: } x^3 = 2a^3.$$

Deci, x este chiar latura cubului dublat.

Ecuațiile (2) și (3) luate separat sînt două parabole. Iar valorile x și y care satisfac simultan aceste ecuații reprezintă punctul lor de intersecție.

În felul acesta problema din Delos a fost redusă la construirea a două parabole și astfel geometrii și-au concentrat atenția asupra studiului secțiunilor conice. Realizările cele mai de seamă se datoresc lui *Apollonius* din Pergam, un geometru grec care a trăit după *Euclid* în sec. III—II î.e.n. Istoria secțiunilor conice nu se termină însă, cu aceasta. În evul mediu, *J. Kepler* (1571—1630) bazîndu-se pe observațiile lui *Tyho Brahe* a descoperit legile mișcării planetelor, conform cărora acestea se mișcă pe orbite eliptice cu soarele în unul din focare. Peste 100 de ani *J. Newton* (1642—1727) unul dintre cei mai de seamă matematicieni, a dedus din legile lui *Kepler*, legea atracției universale și a dat legile mișcării cometelor. Iată cum de la o problemă particulară s-a ajuns la o serie de teorii care lămuresc unele din tainele universului nostru.

Tot pentru rezolvarea problemei din Delos matematicianul *Diocles* și-a imaginat o curbă care-i și poartă numele, *„cisoida lui Diocles"*. Iată cum se ajunge la această curbă:

Fie AB un segment dat de lungime a. Ducem în A și B două perpendiculare pe acest segment și luăm punctele N și P astfel ca $AM = BP^3$. Problema este să găsim locul geometric al intersecției dreptelor AP și BN cînd BP variază.

Luăm sistemul de axe de coordonate xAy. Notăm $BP = s$ (variabil). Ecuația dreptei (AP) va fi: $y = \frac{s}{a}x$; ecuația dreptei (BN) va fi $\frac{x}{a} + \frac{y}{s^3} = 1$.

Eliminînd pe s între cele două ecuații obținem ecuația locului geometric căutat. Avem astfel succesiv:

$$s = \frac{ay}{x}; \quad \frac{x}{a} + \frac{yx^3}{a^3 y^3} = 1.$$

Aducînd la același numitor obținem:

$$a^2 y^2 x + x^3 = a^2 y^2 \text{ sau } a^2 y^2 (a - x) = x^2,$$

$$y^2 = \frac{1}{a^2} \cdot \frac{x^3}{a - x} \text{ sau } y = \pm \frac{x}{a} \sqrt{\frac{x}{a - x}},$$

care este ecuația cisoidei.

PROBLEME REZOLVATE

PROBLEMA 831 (M.F.L.).

a) *Greutatea unui corp la poli este 1 kgf. Cît este greutatea acestuia la Ecuator?*

b) *Cu ce turație ar trebui să se învîrte Pămîntul în jurul axei sale, ca corpurile de la Ecuator să se afle în stare de imponderabilitate?*

* * *

Soluția elevului *Kovàts Ferenc*, cl. XI-a a școlii medii din Ditrău.

a) cunoscînd raza Pămîntului la poli (6375 km) și la Ecuator (6378 km), pe baza relației:

$$\frac{G}{G_1} = \frac{(r+h)^2}{r^2}$$

putem calcula greutatea G_1 a corpului la Ecuator:

$$G_1 = \left(\frac{6357}{6378}\right)^2 \cdot 1 \text{ kgf} = 0{,}993 \text{ kgf}.$$

Dar greutatea corpului este mai mică decît G_1, fiindcă la ecuator apare și forța centrifugă (cu sens contrar forței gravitaționale):

$$F = \frac{mv^2}{r},$$

unde $m = \frac{G_1}{G_e}$ ($g_e = 9{,}78$ m/s^2); $v = 465$ m/s și $r = 6378 \cdot 10^3$ m.

Deci la ecuator greutatea corpului este:

$$G_2 = G_1 - F = 0{,}993 \text{ kgf} - 0{,}003 \text{ kgf} = 0{,}99 \text{ kgf}.$$

b) Pentru ca corpurile de la ecuator să se afle în stare de imponderabilitate, valoarea forței centrifuge trebuie să fie x egală cu greutatea corpurilor, adică:

$$mg = \frac{mv^2}{r} = m\,\omega^2 r = m\,4\pi^2 v^2 r$$

de unde turația:

$$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{r}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{9{,}8}{6378 \cdot 10^3}}\ \frac{\text{rot}}{s} \approx 2 \cdot 10^{-4}\ \frac{\text{rot}}{s} \approx 17\ \frac{\text{rot}}{24\ h}.$$

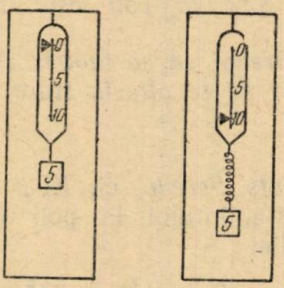
PROBLEMA 832 (M.F.L.).

Să se stabilească în care din cazurile din figură se ridică ascensorul. Se cere explicarea răspunsului.

* * *

Soluția elevei *Erdős Katalin*, cl. VIII-a a școlii medii „Kölcsey Ferenc" din Satu Mare.

În cazul *a)* ascensorul se coboară. Dacă ar fi în repaos, arătătorul ar sta pe poziția 5. Întrucît el este pe 0, înseamnă că sistemul cade liber cu o accelerație de 9,8 m/s².



În cazul *b)* arătătorul se află pe poziția 10, deci sistemul se ridică cu aceeași accelerație de 9,8 m/s². Alungirea resortului este datorită forței de inerție, adică resortul pe lîngă faptul că ține greutatea, o și trage în sus cu aceeași forță.

PROBLEMA 833 (M.F.L.).

Într-un cilindru așezat orizontal se găsește un piston de masă m, care împarte cilindrul în două părți egale de lungime l și presiunea p egală cu presiunea atmosferică. Mișcăm cilindrul pe orizontală cu accelerația. Cu cît se deplasează pistonul:

a) *dacă ambele părți sînt închise?*

b) *dacă partea aflată în direcția mișcării are o deschizătură în colțul de sus?*

c) *dacă deschizătura se află pe partea cealaltă?*

Date: $m=1$ kg, $l=50$ cm, $p=1$ kgf/cm², $a=20$ m/s².

Schwartz Lajos, Oradea

Soluția elevului *Zsidó László*, cl. X-a a școlii medii „Unirea" din Brașov.

a) Presupunem că pistonul se deplasează cu distanța x și că suprafața cilindrului este S; după deplasare presiunea în cele două părți este p_1, respectiv p_2.

Pe baza legii lui Boyle-Mariotte:

$$p_1(l+x)\ S = plS = p_2\ (l-x)\ S,$$

de unde

$$p_1 = \frac{pl}{l+x} \text{ și } p_2 = \frac{pl}{l-x}.$$

Asupra pistonului se exercită forța de presiune:

$$S(p_2 - p_1) = ma.$$

Înlocuind valoarea lui p_1, p_2, obținem pentru x următoarele relații:

$$x_{1,2} = \frac{-Slp \pm \sqrt{s^2 l^2 p^2 + m^2 a^2 l^2}}{ma}.$$

Luînd în considerare semnul negativ:

$$|x| > \frac{mal}{ma} = l,$$

deci această soluție nu este posibilă. Astfel

$$x = l\frac{\sqrt{s^2 p^2 + m^2 a^2} - Sp}{ma},$$

sau înlocuind (și în cazul cînd $S = 20\ cm^2 = 0{,}002\ m^2$):

$$x = 0{,}5\,\frac{\sqrt{(0{,}002)^2 \cdot 980^2 + 20^2} - 980 \cdot 0{,}002}{20}\,m = 0.$$

Deci în cazul cînd ambele părți sînt închise, pistonul nu se deplasează.

b) Asemănător celor de sus, putem scrie că

$$plS = p_2 (l - x)\ S,$$

de unde

$$p_2 = \frac{pl}{l - x};$$

forța de presiune exercitată asupra pistonului:

$$S\ (p_2 - p) = ma.$$

Înlocuind:

$$x = \frac{mal}{Sp + ma} = \frac{20 \cdot 0{,}5}{980 \cdot 0{,}002 + 20}\,m = 0{,}45\ m.$$

c) În acest caz nu există soluție, pentru că

$$p_1 = \frac{pl}{l + x} \text{ și } S(p - p_1) = ma,$$

adică

$$x = \frac{mal}{Sp - ma} > l.$$

PROBLEMA 834 (M.F.L.).

Se suspendă bara AB cu lungimea l cu ajutorul a două resorturi de lungimi egale, fixate în punctele A și B. Modulele de elasticitate ale resorturilor sînt K_A și K_B. Pe bară la distanța a de la punctul A se așează un corp cu greutatea P.

a) *Ce unghi* α *formează bara cu direcția orizontală? La ce valoare a coeficientului de frecare corpul nu alunecă de pe bară?*

b) *La ce valoare a lui* α *ar rămîne bara în poziție orizontală?*

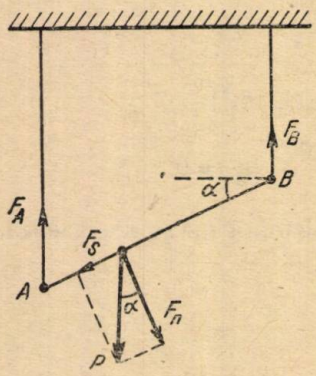
c) *Să se afle variați lui* $\sin\alpha$ *în funcție de a.*

Date: $d = 1\,m$, $K_A = 2$ kgf/cm, $K_B = 1$ kgf/cm, $F = 1000$ kgf, $a = 30$ cm.

Schwartz Lajos, Oradea

Soluția elevului *Milkós Jenő*, cl. X-a a școlii medii nr. 1 din Timișoara.

a) Putem scrie, că



$$\begin{cases} F = F_A + F_B \\ F_A a = F_B (d - a), \end{cases}$$

de unde

$$F_A = \frac{P(d-a)}{d} \text{ și } F_B = \frac{aP}{d}.$$

Alungirea resorturilor:

$$\Delta l_1 = \frac{F_A}{K_A}\,;\ \Delta l_2 = \frac{F_B}{K_B}.$$

Pe baza figurii:

$$\sin\alpha = \frac{\Delta l}{d} = \frac{\Delta l_1 - \Delta l_2}{d} = \frac{P}{d^2}\left(\frac{d-a}{K_K} - \frac{a}{K_B}\right) =$$

$$= \frac{1000 \text{ kgf}}{1\ m^2}\left(\frac{0{,}7\ m}{200\ \frac{\text{kgf}}{m}} - \frac{0{,}3\ m}{100\ \frac{\text{kgf}}{m}}\right) = \frac{1}{2},$$

deci unghiul între bară și orizontală este 30^0.

Condiția, ca corpul să nu alunece se realizează prin echilibrarea forței de frecare:

$$F_s \leqslant \mu F_n,$$

de unde

$$\mu \geqslant \frac{F_s}{F_n} = \frac{P\sin\alpha}{P\cos\alpha} = \operatorname{tg}\alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

b) Dacă bara este în poziție orizontală, $\alpha = 0$; $\sin\alpha = 0$. În acest caz:

$$\Delta l_1 = \Delta l_2\,;$$

după înlocuire obținem:

$$a = \frac{K_B d}{K_A + K_B} = \frac{1 \cdot 100}{200 + 100}\ m = \frac{1}{3}\ m.$$

c) sin α variază liniar în funcție de a:

$$\sin \alpha = \frac{P}{d^2}\left(\frac{d-a}{K_A} - \frac{a}{K_B}\right)$$

adică

$$\sin \alpha = 5 - 15\ a.$$

La mărirea valorii a, valoarea $\sin \alpha$ scade, în cazul $a = \frac{1}{3}m$ este 0. După mărirea lui a în continuare, bara se deviază în direcția opusă.

PROBLEMA 835 (M.F.L.).

Cum trebuie să fie rezistențele R_1, R_2, și R_3 ale unui reostat pentru ca intensitatea curentului care trece printr-un aparat cu rezistența $R_0 = 30\ \Omega$ la deplasarea comutatorului reostatului de pe un contact pe altul să se schimbe cu 1 A. Circuitul este alimentat de la o sursă cu tensiunea de 120 V.

* * *

Soluția elevului *Apró András*, cl. X-a a școlii medii mixte din Tg. Secuiesc.

Cînd comutatorul face contactul A, intensitatea curentului:

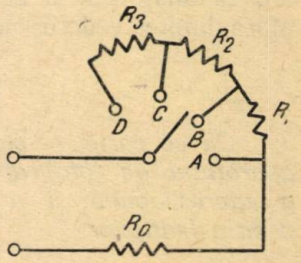
$$I = \frac{U}{R_0} = \frac{120\ \text{V}}{30\ \Omega} = 4\ A.$$

Legînd pe rînd cîte o rezistență, intensitatea curentului scade cu 1 A:

B) $I_1 = \dfrac{U}{R_0 + R_1} = 3\ A$, de unde $R_1 = 10\Omega$;

C) $I_2 = \dfrac{U}{R_0 + R_1 + R_2} = 2\ A$, de unde $R_2 = 20\Omega$;

D) $I_3 = \dfrac{U}{R_0 + R_1 + R_2 + R_3} = 1A$, de unde $R_3 = 60\Omega$.



PROBLEMA 836 (M.F.L.).

Pe lungimea de 20 cm a unei bobine sînt 100 spire; secțiunea este de 4 π cm², permeabilitatea magnetică a miezului de fier este $\mu = 1000$ la o intensitate de 10 A. Care este valoarea forței electromotoare de autoinducție, care apare la intreruperea curentului, dacă intensitatea curentului devine 0 în timp de 0,25 s.

Soluția elevului *Mutnyánszky József*. cl. X-a a școlii medii din Arad

Schwartz Lajos, Oradea

La intreruperea curentului se produce forță electromotoare de autoinducție cu valoarea de

$$e = -L\frac{\Delta I}{\Delta t},$$

unde L este inductanța bobinei :

$$L = \frac{0{,}4\,\pi\mu\,N^2 S}{l}.$$

Inlocuind :

$$e = -\frac{0.4\,\pi \cdot 10^3 \cdot 10^4 \cdot 4\,\pi}{20} \cdot \frac{10}{0{,}25} = -0{,}32\,\pi^2 \cdot 10^8 \text{ u. e. m.}$$

Știind că 1 $V = 10^8$ u.e.m., astfel, $e = -3{,}55\ V$.

PROBLEMA 837 (M.F.L.).

Helmholtz s-a exprimat că ar fi fost foarte nemulțumit, dacă opticianul său ar fi construit o instalație optică atît de proastă ca ochiul omului. Care este explicația că totuși vedem clar?

Deszö Ervin, Cluj

Soluția elevului *Molnár András*, cl. X-a a școclii medii din Sînmartin.

Din punct de vedere optic ochiul omului este asemănător unei lentile convergente, a cărei plan focal se găsește pe retină. Un sistem optic asemănător acestuia numai de la o distannță bine stabilită ar forma imaginea clară despre un obiect. (În caz contrar ar fi necesar schimbarea poziției obiectivului). Faptul că totuși vedem clar, se explică cu facultatea ochiului de acomodare. Adică cristalinul își modifică convergența în așa fel, ca imaginea să se formeze pe retină. Imaginea obiectelor situate în afara limitei vederii clare (de la 15—20 cm pînă la 65 cm) este neclară.

PROBLEMA 838 (M.F.L.).

Cu ce parte — plană sau convexă — este așezată lentila ochiului, a aparatului de fotografiat, a lentilei condesor, a aparatului de proiecție, a microscopului și a telescopului spre obiectul cercetat? Să explicăm poziția lentilelor.

Deszö Ervin, Cluj

Soluție. Lentila plan-convexă dă o imagine mai clară a obiectelor situate la distanțe mari, dacă este cu partea convexă spre obiect. În acest caz claritatea imaginii este mai puțin înfluențată de aberația sferică.

Deci cînd obiectul este la distanțe mari față de distanța focală, spre obiect se află partea convexă a lentilei — ca la ochiul omenesc, la aparatul de fotografiat, la telescop și la aparatul de proiecție.

Cînd aparatul este aproape de lentilă, spre el se află partea plană a lentilei ca la lentila condensor și la obiectivul microscopului.

PROBLEMA E. 768 (M.F.L.).

Să se calculeze valoarea expresiei:

$$\frac{7\frac{6}{35}\cdot\left(4{,}07:\frac{1}{20}-23{,}01\cdot 0{,}06\right):4+0{,}1503\cdot\frac{1}{2}}{\left(2{,}107:3{,}01-\frac{2}{25}\right):6+2:1\frac{11}{59}}$$

* * *

Soluție dată de elevul *Semlyén László*, școala medie Ady-Șincai din Cluj.

Expresia dată se scrie succesiv:

$$E=\frac{251}{35}\cdot\frac{(81{,}4-1{,}3806)\frac{1}{4}+\frac{0{,}1503}{2}}{\left(\frac{7}{10}-\frac{2}{35}\right)\frac{1}{6}+\frac{59}{35}}=\frac{251}{35}\cdot\frac{\frac{80{,}0194}{4}+\frac{0{,}1503}{2}}{\frac{45}{70}\cdot\frac{1}{6}+\frac{59}{35}}=$$

$$=\frac{\frac{251}{35}\cdot\frac{80{,}32}{4}}{\frac{3}{28}+\frac{59}{35}}=\frac{\frac{251}{35}\cdot\frac{80{,}32}{4}}{\frac{251}{140}}=80{,}32.$$

PROBLEMA E. 769 (M.F.L.).

Fără a efectua calculele, să se arate că numărul

$$N=34951+6702+12832$$

nu este un patrat perfect.

Rus A. Ioan, Cluj

Soluție dată de elevul *Hortoner Sándor*, școala medie din Reghin.

Numărul N are în locul unităților cifra 5, deci și rădăcina numărului se termină în 5. Știm însă că numerele care se termină cu 5 au ca patrat un număr, care se termină în 25. Deoarece numărul N se termină în 85, N nu este un patrat perfect.

PROBLEMA E. 770 (M.F.L.).

Să se demonstreze că expresia

$$E=6^k+k^3+6k^2+11k+6$$

se divide prin 6 pentru orice număr natural k.

Soluția dată de eleva *Kapusi Maria*, școala medie Nr. 11 din Cluj.

Expresia dată se mai poate scrie:

$$E=(6^k+6k^2+6+12k)+(-k+k^3).$$

Termenii din prima paranteză se divid prin 6, deci și expresia din prima paranteză se divide prin 6.
Expresia din paranteza á doua se scrie

$$k^3 - k = k(k-1)(k+1) = (k-1)k(k+1).$$

Deoarece dintre trei numere consecutive unul se divide prin 3 și cel puțin unu este un număr par, expresia din paranteza a doua se divide prin 6.

E se divide prin 6, deoarece este suma a două expresii care se divid prin 6.

PROBLEMA E. 771 (M.F.L.).

Să tăiem o bucată de hîrtie în formă de triunghi în trei părți, astfel încît din părțile obținute să putem forma un dreptunghi:

* * *

Soluția dată de elevul *Varady Péter*, școala medie Nr. 4 din Oradea.
Vom considera trei cazuri

1. Cînd triunghiul ABC are numai unghiuri ascuțite.

Din mijlocul L și M al latruilor AC și BC coborîm perpendicularele $L\,L_1$ și $M\,M_1$ pe baza AB a triunghiului.

Tăind triunghiul de-a lungul segmentelor LL_1 și MM_1 și rotind triunghiurile ALL_1 și MM_1B în jurul punctelor L și M cu 180°, obținem dreptunghiul căutat (Fig. 1).

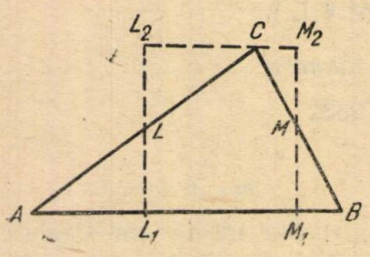


Fig. 1

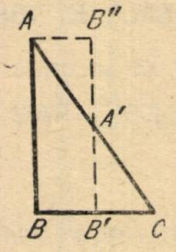


Fig. 2

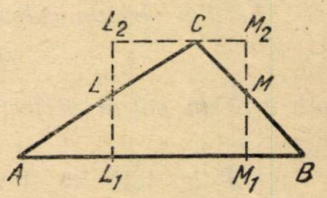


Fig. 3

Observație: Deoarece putem considera ca bază oricare dintre laturile triunghiului ABC, împărțirea o putem face de trei feluri.

2. Triunghiul ABC este dreptunghic.

În acest caz putem tăia triunghiul numai în două părți astfel încît din părțile obținute să formăm un dreptunghi. În adevăr; prin mijlocul B' al catetei BC să ducem paralela $A'B'$ cu cateta AB (fig. 2).

Tăind hîrtia de-a lungul segmentului $A'B'$ și rotînd triunghiul $A'B'C$ cu 180° în jurul punctului A', obținem dreptunghiul căutat.

3. Cînd triunghiul ABC are un unghi obtuz.

În acest caz împărțirea se face la fel ca în cazul întîi, alegînd ca bază a triunghiului latura opusă unghiului obtuz (Fig. 3).

PROBLEME PROPUSE *)

5624. Să considerăm ca operație de steluță, acel procedeu de calcul care se definește astfel:

$$a * b = a + \frac{1}{b}.$$

a) Să se calculeze $\frac{a * b}{b * a}$; b) să se arate că dacă x_1 și x_2 sînt rădăcinile ecuației $a * x = x * a$ atunci $x_1 * x_2 = 0$.

I. M. Stancu, elev Pitești

5625. a) Să se arate că m fiind parametru variabil, $0 < m < 1$, toate parabolele de ecuație $y = mx^2 - 2\sqrt{m(1-m)}\,x + 1$ trec printr-un punct fix;

b) Să se scrie ecuația parabolei a cărei axă de simetrie trece prin punctul fix;

c) Să se afle locul geometric descris de vîrful parabolelor cînd parametrul m variază;

d) Cînd $0 < m < 1$ atunci $y > m$, oricare ar fi x real.

C. Ionescu-Țiu

5626. Se consideră următorul joc în doi, numit Morra, care se juca în Italia în antichitate: fiecare dintre jucători arată unul sau două degete și în același timp strigă numărul de degete, care, după părerea lui, le arată adversarul. Dacă unul din jucători ghicește corect, atunci el cîștigă o sumă egală cu suma degetelor arătate de el și de adversar; în caz contrar nu primește nimic. Să se alcătuiască matricea jocului (vezi articolul de la pagina 65).

* * *

5627. Să se calculeze cea mai mare și cea mai mică valoare a expresiei $3x - 2y + 4z$, știind că $x + 3y + 2z = 3$; $3x + 3y + z = 4$, iar x, y, z sînt numere pozitive sau nule.

* * *

5628. Considerăm trapezul isoscel $ACEF$ cu vîrfurile A și C respectiv pe laturile FP și DE ale paralelogramului $PDEF$, Fie B mijlocul lui CD; G și I respectiv intersecțiile diferite de A ale dreptei AB cu cercurile CEF și CDP; H cealaltă intersecție a dreptei AE cu cercul APG; J cealaltă

* VIII (5624, 5627, 5629, 5644, 5646, 5647, 5648); IX (5625, 5628, 5630, 5632, 5634, 5645, 5649, 5653); X (5626, 5631, 5633, 5642, 5643, 5650, 5651, 5652); XI (5636, 5637, 5638, 5639, 5640, 5641).

intersecție a dreptei AC cu cercul AFI; K altă intersecție a cercurilor AGJ și ABP; L altă intersecție a cercurilor AKI și EFG. Să se demonstreze că pentagonul $ALBDH$ este inscriptibil.

T. Zamfirescu, student București

5629. Să se arate că:

$$\frac{1}{1+\sqrt{1-a^2}}+\frac{1}{1-\sqrt{1-a^2}}=\frac{1}{\sqrt{1+a^2}-1}-\frac{1}{\sqrt{1+a^2}+1}=\frac{2}{a^2},$$

$$\frac{1}{a+\sqrt{a^2-b^2}}+\frac{1}{a-\sqrt{a^2-b^2}}=\frac{1}{\sqrt{a^2+b^2}-a}-\frac{1}{\sqrt{a^2+b^2}+a}=\frac{2a}{b^2}.$$

C. I. T.

5630. Se consideră un triunghi oarecare ABC și un cerc care trece prin punctele B, C și taie laturile AB și AC respectiv în punctele D și E. Se duce mediana AM care taie dreapta DE în N. Să se arate că avem:

$$\frac{ND}{NE}=\frac{AC^2}{AB^2}.$$

O. Orănescu, inginer Galați

5631. Să se arate că în general avem:

$$\frac{1}{\cos a+\sqrt{\cos 2a}}+\frac{1}{\cos a-\sqrt{\cos 2a}}=$$

$$=\frac{1}{1-\cos a}-\frac{1}{1+\cos a}=\frac{2}{\sin a\,\operatorname{tg} a},$$

$$\frac{1}{\sin a+\sqrt{\cos 2a}}+\frac{1}{\sin a-\sqrt{\cos 2a}}=$$

$$=\frac{1}{1+\sin a}-\frac{1}{1-\sin a}=\frac{-2}{\cos a\,\operatorname{tg} a}.$$

Să se verifice pentru $a=0°$; $45°$; $90°$; $135°$.

C. Ionescu-Țiu

5632. Fie A_1, B_1, C_1 punctele de contact ale cercului înscris într-un triunghi oarecare ABC, iar A_2, B_2, C_2 proiecțiile punctelor A_1, B_1, C_1 pe un diametru oarecare al cercului înscris.

a) Să se arate că dreptele AA_2, BB_2, CC_2 sînt concurente;

b) Să se afle locul geometric al punctului de concurență, cînd diametrul cercului înscris se rotește în jurul centrului cercului înscris.

* * *

5633. Să se arate că dacă:

$$a+b+c=ab+bc+ca \text{ și } a^2+b^2+c^2=a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2,$$

atunci

$$a^n+b^n+c^n=a^nb^n+b^nc^n+c^na^n.$$

* * *

5634. Fie M un punct pe cercul circumscris triunghiului oarecare ABC și M_1 proiecția lui M pe BC. Paralela din M_1 la AM taie înălțimile BB' și CC' în B_1 și C_1. Paralelele din B_1 și C_1 respectiv la AC și AB se taie în P. Se cere locul lui P cînd M descrie cercul circumscris.

* * *

5635. Două vîrfuri opuse ale unui paralelogram alunecă pe două drepte fixe, iar un al treilea vîrf este fix. Care este locul geometric al celui de-al patrulea vîrf?

* * *

5636. Să se reprezinte grafic:

$$8x^2+5y^2=4y\sqrt{y^2-4}.$$

* * *

5637. Se dă sistemul de axe ortogonale xOy, dreapta (D) fixă, de ecuație $x=a$, și punctul $P(b, c)$ fix.

a) Să se scrie ecuația cercului care trece prin punctul P și al cărui diametru este distanța de la punctul P la dreapta (D).

b) Prin P se duce o dreaptă variabilă care taie dreapta (D) în punctul R. Prin punctul R se duce o paralelă la Ox care intersectează perpendiculara dusă în P pe dreapta (RP) în punctul Q. Să se găsească locul geometric al punctului Q, cînd dreapta (RP) variază.

(*Maturitate* 1962, Brașov)

5638. O piramidă are ca bază un triunghi echilateral de latură x variabilă și muchie dată k. În ce caz volumul este maxim?

(*Maturitate* 1962, Brașov)

5639. Să se facă graficul funcției:

$$f(x)=\frac{x^2}{x-2}.$$

(*Maturitate* 1962, Brașov)

5640. Printr-un punct A situat pe axa unei parabole se duce o paralelă la tangenta la parabolă într-un punct M variabil pe parabolă.

a) Să se afle locul geometric al intersecției acestei paralele cu raza vectoare a punctului M; b) Ce devine acest loc cînd punctul A coincide cu vîrful parabolei.

(*Maturitate*, iunie 1962, Brașov)

5641. Să se construiască graficul funcției

$$f(x)=\frac{x-1}{x+1}.$$

(*Maturitate*, iunie 1962, Brașov)

5642. Se dau două cercuri (O) și (O') ce se întîlnesc în A și B. Fie M un punct variabil pe cercul (O). Dreptele MA și MB întîlnesc a doua oară cercul (O') respectiv în N și P. Să se arate că:

a) Locul geometric al centrului cercului circumscris triunghiului MNP este un cerc concentric cu cercul (O');

b) Locul geometric al centrului de greutate al triunghiului MNP este un cerc cu centrul pe dreapta OO'. (În legătură cu probl. 4787).

N. Petrescu, profesor Tg. Cărbunești

5643. Care este unghiul dintre două forțe concurente P și Q care acționează asupra unui corp știind că rezultanta lor este semisuma valorii acestor forțe.

* * *

5644. Un avion trece prin dreptul unui observator la înălțimea de 2 000 m cu viteza sunetului. La ce distanță se găsește avionul cînd observatorul aude zgomotul (șuieratul) făcut de gazele avionului?

* * *

5645. La compresia aerului într-un motor Diesel de mare turație în cilindru presiunea ajunge la 20 at. Să se calculeze temperatura finală la care a ajuns aerul, știind că înainte de comprimare avea o temperatură de 30°C.

* * *

5646. Să se arate că:

$$\frac{1}{4}\left(\frac{1}{a-\sqrt{a^2-b}}-\frac{1}{a+\sqrt{a^2-b}}\right)^2=\frac{a^2-b}{b^2},$$

$$\frac{1}{4}\left[\frac{1}{(a-\sqrt{a^2-b})^3}-\frac{1}{(a+\sqrt{a^2-b})^3}\right]^2=\frac{(4a^2-b)^2\,(a^2-b)}{b^6}.$$

C. I. T.

5647. Se știe că nitroglicerina, prin lovire bruscă explodează și se descompune energic, adică

$$x\cdot C_3H_5(ONO_2)_3=y\cdot CO_2+z\cdot H_2O+u\cdot N_2+v\cdot O_2.$$

Să se afle x, y, z, u, v.

* * *

5648. O bară omogenă AB lungă de 2 m și grea de 2 kgf este suspendată în O la distanța $AO = 1{,}25$ m. a) Dacă în A se suspendă 8 kgf, ce greutate trebuie suspendată în B ca să avem echilibru. b) Să se determine greutățile suspendate în A și B în condițiile de echilibru, dacă raportul lor este $1/2$.

c) Știind că în A este suspendată o greutate de a kgf, să se exprime în funcție de aceasta greutatea din B în condițiile de echilibru și din rezultatul aflat să se deducă rezultatele de la a) și b).

Ilie Stănescu, profesor Sibiu

5649. Un motor care are o turație $n_1 = 1\,200$ rot/min acționează un cuțit de frezăprin intermediul unei curele de transmisie și a unei perechi de roți dințate. Știind că unealta tăietoare întîmpină o rezistență de 120 kgf, să se afle ce putere trebuie să dezvolte motorul pentru a învinge această forță. Cu ce turații se învîrte cuțitul?

Birhală Florin, elev Bîrlad

5650. Două fire metalice de rezistență R și R' sînt fixate prin extremitățile lor la polii unei baterii de acumulatori de t.e.m. E și de rezistență neglijabilă. Una din armăturile unui condensator de capacitate C este sudată la mijlocul rezistenței R și cealaltă armătură, într-un punct care împarte rezistența R' în două părți al căror raport este x. Se cere:

a) Să se calculeze intensitățile i și i' ale curenților care străbat cele două fire;

b) Să se studieze cum variază sarcina condensatorului cu x. *Aplicație numerică:*

$$R = 100\,\Omega,\quad R' = 150\,\Omega,\quad E = 40\,V,\quad C = 1\,\mu F,\quad x = \frac{3}{4}.$$

* * *

5651. Două puncte A și B sînt legate prin 3 fire. Pe primul fir este intercalată o pilă cu t.e.m. de 1,751 V. Pe al doilea este intercalată o pilă identică. Rezistența totală r_1 a primului conductor cuprinzînd și pe aceea a pilei este de 3 Ω; rezistența totală r_2 a celui de-al doilea conductor, cuprinzînd și pila este de 5 Ω; în fine, al treilea fir are o rezistență $r_3 = 11\,\Omega$. Polii pozitivi ai celor două pile sînt spre punctul A. Care sînt intensitățile i_1, i_2, i_3 ale curenților în cele trei ramuri?

* * *

5652. O baterie debitează pe rezistența de 10 Ω și dă un curent de 3 A. Dacă ar debita pe o rezistență de 20 Ω, intensitatea curentului ar fi de 1,6 A. Să se calculeze t.e.m. a bateriei și rezistența ei interioară.

* * *

5653. Să se rezolve ecuația

$$x^2(x+1)^2 - (11-m)(x+1)x - 2m^2 + 14m - 12 = 0.$$ Discuție.

Em. Dogăroiu, Brăila

CHESTIUNI DE EXAMEN

5654. a) Să se rezolve sistemul de ecuații

$$x^2 - x\sqrt{xy} = 72$$
$$y\sqrt{xy} - y^2 = 9$$

b) Să se calculeze valorile arcului x pentru care numerele $\sin x$, $\sin \frac{3x}{2}$, $\sin 3x$ formează a progresie geometrică. Să se calculeze rația acestei progresii.

(Facultatea de matematică, Cluj, 1962)

5655. a) Două cercuri se taie în punctele A și B. Fie C un punct mobil situat pe primul cerc, iar CD tangenta dusă din C la al doilea cerc. Să se arate că raportul $\frac{CD^2}{CA \cdot CB} = \text{const}$, cînd C variază pe primul cerc.

b) Se dau două axe rectangulare xOy și un punct A așezat pe prima bisectoare a unghiului axelor. Fie A_1 și A_2 proiecțiile lui A, respectiv pe Ox și Oy, iar M și N punctele în care o dreaptă variabilă ce trece prin A întîlnește aceleași axe. Să se arate că dreptele MA_2; NA_1 și perpendiculara din O pe MN sînt concurente.

(Facultatea de matematică, Cluj, 1962)

5656. Un corp cu masa $m=20$ kg alunecă cu frecare, pe un plan înclinat de la înălțimea $h=5$ m, coeficientul de frecare fiind $\mu=0{,}2$ și unghiul ce-l formează planul înclinat cu orizontala $\alpha=30°$. Ajungînd jos, corpul își continuă drumul pe orizontală cu frecare, avînd $\mu=0{,}2$. Se cere: a) accelerația mișcării pe planul înclinat; b) viteza cu care ajunge jos; c) distanța pe care o parcurge pe orizontală.

(Facultatea de matematică, Cluj, 1962)

5657. a) Să se găsească o relație algebrică între unghiurile x, y, z astfel ca să aibă loc relația trigonometrică

$$\operatorname{tg}\frac{x}{2}\operatorname{tg}\frac{y}{2} + \operatorname{tg}\frac{y}{2}\operatorname{tg}\frac{z}{2} + \operatorname{tg}\frac{z}{2}\operatorname{tg}\frac{x}{2} = 1$$

b) Să se arate că ecuația $x^5 - 55x + 21 = 0$ are două rădăcini al căror produs este egal cu 1. Să se calculeze aceste două rădăcini.

(Facultatea de matematică, Cluj, 1962)

5658. Într-un cerc de rază R se înscrie dreptunghiul $ABCD$ avînd latura AB egală cu latura triunghiului echilateral înscris în cerc. a) Să se calculeze latura AD a dreptunghiului; b) Se duc perpendicularele AA' și BB' pe diagonalele BD și AC. Să se arate că aceste perpendiculare se taie pe cerc și că $A'B' = \frac{1}{2} AB$.

— Se dau axele dreptunghiulare xOy și punctele $A(4,0)$ și $B(0,3)$. c) Să se scrie ecuația dreptei AB și abisectoarelor unghiurilor OAB și OBA. d) Să se scrie ecuația cercului înscris triunghiului OAB și a cercului ce trece prin mijloacele laturilor triunghiului OAB; e) Să se demonstreze că aceste două cercuri sînt tangente și să se calculeze coordonatele punctului de contact.

(Facultatea de matematică-mecanică, Cluj, 1962)

5659. Un corp cu masa $m=100$ g și de densitate $\rho=5$ g/cm^3 cade liber de la înălțimea de $h=81{,}6$ cm pe suprafața apei dintr-un bazin. Înălțimea apei din bazin este de 156,6 cm. Se cere: a) cu ce viteză ajunge corpul la suprafața apei? b) în cît timp ajunge de la suprafața apei pînă la fund? (se neglijează frecarea).

(Facultatea de matematică, Cluj, 1962)

5660. a) Să se formeze ecuația de gradul al doilea care are coeficientul lui x^2 egal cu 1, știind că discriminantul și produsul rădăcinilor sale sînt respectiv $\Delta=-2m^2+m+1$, $P=\frac{3}{4}(2m^2+m)$;

b) Să se discute apoi, natura și semnele rădăcinilor ecuației obținute, parametrul m variind între $-\infty$ și $+\infty$.

c) Să se determine m astfel încît rădăcinile x_1 și x_2 ale acestei ecuații să verifice inegalitatea $\frac{x_1^3+x_2^3}{x_1^2+x_2^2}>m$.

(Facultatea de fizică, Cluj, 1962)

5661. a) Se consideră elipsa reprezentată de ecuația $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ și cu focarele $F(c,o)$ și $F'(-c,o)$. Dacă M_0 este un punct oarecare al elipsei de coordonate (x_0, y_0), să se arate că produsul distanțelor d, d' de la focarele F, F' la tangenta în M la elipsă este $dd'=b^2$. Ce devine această proprietate în cazul iperbolei de ecuația $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$. b) Se consideră trapezul $ABCD$ în care latura AD este perpendiculară pe bazele AB, CD. Fie O intersecția diagonalelor trapezului și I intersecția paralelei duse din O la baze, cu dreapta AD. Să se arate că triunghiurile ABC și CDI sînt asemenea și că luînd intersecția C' a lui BI cu CD triunghiul ICC' este isoscel.

(Facultatea de fizică, Cluj, 1962)

5662. Se știe că Luna efectuează o rotație completă în jurul Pămîntului în 27 de zile și 7 ore. Raza orbitei sale este egală cu 60 de raze ale Pămîntului. Să se afle accelerația g de pe Pămînt.

(Facultatea de fizică, Cluj, 1962)

5663. a) Știind că ecuația

$$36x^4-12(3m-2)x^3-(9m^2+33m-4)x^2-2m(3m+5)x+m^2-m=0$$

are, oricare ar fi parametrul m, rădăcinile $x_1=x_2=-\frac{1}{3}$ să se discute natura celorlalte rădăcini x_3, x_4.

Să se determine parametrul m astfel ca rădăcinile x_1, x_2, x_3, x_4 să verifice inegalitatea $\frac{x_1^2+x_2^2+x_3^2+x_4^2}{x_1x_2x_3x_4}>\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}+\frac{1}{x_4}$.

b) Într-un con circular drept cu înălțimea I și raza bazei R să se înscrie un cilindru de volum maxim și să se calculeze acest volum.

(Facultatea de fizică, Cluj, 1962)

5664. a) Un romb $ABCD$ de latură a, avînd unghiul $A=60°$ se rotește în jurul perpendicularei pe diagonala mare dusă într-o extremitate a ei. Să se calculeze volumul corpului format.

b) Se consideră un triunghi de vîrfuri A (0, 0), B (2, 2), C (—2, 2). În același plan un punct M se mișcă astfel încît suma patratelor distanțelor de la acest punct la cele trei laturi ale triunghiului rămîne tot timpul constantă și egală cu 16. Să se găsească traiectoria punctului M.

(Facultatea de fizică, Cluj, 1962)

5665. Un aerostat cu volum de V m³ a fost umplut cu hidrogen la temperatura $t_1=15°C$. Rămînînd presiunea atmosferică constantă sub influența radiației solare temperatura lui s-a ridicat pînă la $t_2=37°C$, iar excesul de gaz a ieșit prin apendice; din această cauză greutatea aerostatului s-a micșorat cu $p=6{,}052$ kgf. Greutatea specifică a hidrogenului este $\delta_0=0{,}000089$ gf/cm³. Să se determine volumul V al aerostatului.

(Facultatea de fizică, Cluj, 1962)

EXERCIȚII ȘI PROBLEME PENTRU CLASELE V–VIII*)

E : 1940. Numărul *aaaa* este scris în baza 7. Acest număr în baza 10 este pătrat perfect. Găsiți cît este *a*. Cîte soluții sînt?

* * *

E : 1941. O G.A.C. și-a plantat un teren cu pomi fructiferi. Suprafața plantată cu meri reprezintă 40% din întregul teren. Terenul plantat cu prune este 32% din rest. Suprafața plantată cu caiși este $\frac{1}{2}$ din cea plantată cu pruni, iar cea plantată cu peri este de 7800 ari. Să se afle cît teren a plantat acea G.A.C. cu meri, pruni și caiși.

B. Baieră, profesor, Păunești

---

* V (E : 1940, 1942, 1943, 1945) ; VI (E : 1941, 1944, 1949) ; VII (E : 1946, 1947, 1948, 1950). Se primesc soluții și de la elevii din clasa VIII.

E : 1942. La Lipeţk în U.R.S.S. a intrat în funcţiune un furnal. La construirea lui s-a folosit în unităţi respective, beton, piese de metal şi tuburi, în total 110 220 unităţi.

Să se afle cîţi metri cubi de beton, cîte tone de piese de metal şi cîţi km de tuburi s-au folosit la construirea furnalului, dacă raportul dintre unitatea de beton şi piesele de metal este ca $\frac{11}{1000}$, iar cantitatea în tone de piese de metal este cu 70 000 unităţi mai mică decît numărul unităţilor în metri cubi de beton.

B. Baieră, profesor, Păuneşti

E : 1943. Să se găsească cifrele înlocuite prin x în înmulţirea :

$$\begin{array}{r} x\,5\,x \\ x\,7\,x \\ \hline 2\,x\,x\,x \\ x\,9\,x\,x \\ 5\,x\,x\,5 \\ \hline x\,x\,x\,x\,x\,x \end{array}$$

Stelian Lambă

E : 1944. Un strungar trebuie să execute într-o lună (4 săptămîni) un anumit număr de piese. Fiind în întrecere socialistă el îşi ia angajamentul şi depăşeşte planul cu 90 de piese. În primele 2 săptămîni el execută 45% din numărul total de piese. În săptămîna a treia el execută $\frac{5}{11}$ din rest. Ştiind că la sfîrşitul săptămînii a treia îşi depăşise planul cu 6 piese, să se afle : a) cîte piese prevedea planul, b) cîte piese a executat strungarul în ultima săptămînă.

(Admitere cl. VIII 1962)

E : 1945. Să se arate că :

$$-1+\frac{11}{2}-\frac{21}{3}+\frac{31}{4}-\frac{41}{5}+\frac{51}{6}-\frac{61}{7}+\frac{71}{8}-\frac{81}{9}+\frac{91}{10}=$$

$$=4{,}5\left(1+\frac{1}{6}+\frac{1}{15}+\frac{1}{28}+\frac{1}{45}\right)$$

C. I. T.

E : 1946. Să se arate că :

$$(x\pm 1)(-x\pm 1)=(1\pm x)(1\mp x)=1-x^2,$$

$$\frac{\dfrac{1}{1-x}-\dfrac{1}{1+x}}{\dfrac{1}{1-x}+\dfrac{1}{1+x}}=\frac{\dfrac{1}{x-1}+\dfrac{1}{x-1}}{\dfrac{1}{x-1}-\dfrac{1}{x+1}}=x$$

C. I. T.

E : 1947. Un strungar lucrează în serie timp de o lună, un anumit număr de axe. Pentru o mai bună organizare a locului de muncă el așază axele în stivă astfel încît fiecare rînd de axe scade de jos în sus cu 1 pînă la 1. Cum poate afla strungarul cîte axe a executat fără să le numere, știind că rîndul de la bază conține 59 axe ?

A. Vlase, elev, Medgidia

E : 1948. Într-un magazin s-a adus stofă de două calități : stofă cu 210 lei metru și stofă cu 360 lei metru și s-au încasat 61.200 lei. Să se afle cîtă stofă de fiecare fel s-a adus dacă cea cu 210 lei metru era cu 20 metri mai multă.

* * *

E : 1849. Să se arate că expresia

$E = 1962^{1963} + 1964^{1963} - 1965$ se divide prin 1963.

Popa Eugen, elev s. m. 3, Iași.

E : 1950. La o G.A.S. s-a recoltat de pe o suprafață de 185 ha, 780 560 kg grîu. Recoltatul a fost efectuat de două echipe aflate în întrecere. Prima echipă a obținut o producție medie de 4300 kg/ha, iar cealaltă a recoltat în medie 4120 kg/ha. Să se calculeze suprafața recoltată de fiecare echipă.

* * *

CĂRȚI NOI

ALEXANDRU STOENESCU : *„Elemente de cosmonautică"*, Editura tehnică, 1962. Lucrarea conține, pe lîngă descrierea calitativă a unora dintre cele mai importante probleme legate de zborul în cosmos, și metode de determinare prin calcul a elementelor principale ale mișcării pe orbite, ca viteză, perioadă, traiectorie etc. Din cuprins citățm : legile care guvernează mișcarea rachetelor purtătoare de sateliți artificiali și nave cosmice, studiul unor traiectorii (satelit artificial și nave cosmice, studiul unor traiectorii (satelit artificial al Pămîntului, călătorii pămînt-Lună, Pămînt-Marte, Pămînt-Venus, precizia necesară lansărilor de rachete balistice, descrierea de principiu a rachetei, elemente de dinamica rachetei pe traiectoria activă, diferite tipuri de rachete, dirijarea rachetelor, întoarcerea din cosmos, omul în cosmos, precum și importanța zborurilor cosmice.

Cartea se adresează în general tuturor celor ce se interesează de zborul în cosmos (avînd o pregătire corespunzătoare cel puțin școlilor medii de cultură generală) și în special studenților, tehnicienilor, fizicienilor și inginerilor.

Materialul cuprins în această carte este grupat astfel : I. Legea atracției universale. Forțe și accelerații de gravitație. Calculul vitezelor medii de revoluție a unor corpuri cerești. II. Sateliți artificiali. Orbite circulare Orbite eliptice. III. Influența rotației Pămîntului asupra lansării sateliților artificiali. IV. Nave orbitale. V. Lansări de rachete și sateliți artificiali spre o țintă dată. VI. Calculul timpului în care proiectilul străbate o anumită porțiune din traiectoria sa. VII. Precizia necesară lansării rachetelor balistice intercontinentale, VIII. Problema celor trei corpuri. IX. Problema circulară restrînsă. X. Metode aproximative de cercetare a traiectoriilor Pămînt-Lună. XI. Sferele de acțiune ale corpurilor cerești. XII. Mișcarea reactivă. Forța de reacție. Corpuri de masă variabilă. Racheta. XIII. Dinamica punctului și corpului de masă variabilă. Ecuațiile lui Meșcerski. XIV. Elemente de dinamica mișcării rachetei pe traiectoria activă. XV. Diferite tipuri de rachete simple. Racheta în trepte. XVI. Dirijarea giroscopică a rachetei. XVII. Întoarcerea din cosmos. XVIII. Omul în cosmos. Suprasarcina și imponderabilitatea. XIX. Importanța și utilitatea zborurilor în cosmos. XX. Scurt istoric al luptei pentru cucerirea cosmosului Bibliografie.

RUBRICA REZOLVITORILOR DE PROBLEME

Soluțiile primite pînă la 20.XI.1962

(urmare)

LUGOJ. *Șc. de 7 ani nr. 3.* Cl. VII. Orbulov Petru (E: 1873, 84, 85, 88, 90, 96, 97, 98, 99, 904), Guleran Mircea (E: 1871, 73, 75, 77, 79, 80, 90, 94, 99, 904, 06; 5422, 60), Nițoiu Radu (E: 1871, 73—76, 79, 80, 90, 94, 95, 97, 99, 901, 04, 06; 5422), Tudoroniu Lucian (E: 1871, 72, 76, 80, 81, 83—86, 90, 91, 93—96, 99, 900, 902, 04, 06). Cl. IX. Silașchi Ivan (5407, 09, 22, 35, 39, 46, 47, 52, 56, 57, 63, 94, 506). Cl. X. *Daba Dan* (5305—09, 11, 12, 15, 21, 37, 47, 51, 52, 56, 57, 60, 68, 74, 84, 85, 87, 93—95, 98, 400, 02, 03, 06, 14, 22—24, 28, 31), *Vasiliu Dan* (5371, 73—76, 82, 84, 94, 98, 99, 403, 07, 22—24, 28, 31, 34—37, 39, 41, 46—48, 51, 52, 56, 57, 59—64, 66).

Absolvent Pupăzan Nicolae (5353, 55—58, 60, 81, 84, 92—98, 400, 22, 23, 30).

MARGHITA. S.m.m. Cl. VIII. Golya Iuliana (E: 1857—60), Kasa Zoltan (E: 1857, 59, 60, 62, 63, 67), Szőrös Tibor (E: 1859, 60, 62—64, 66, 70), Tasnady Janos (E: 1857, 59, 60, 62, 63, 67). Cl. XI. Guthy Maria (5354, 55, 57, 58, 65, 68, 92).

MĂRĂȘEȘTI. S.m. Cl. XI. *Mincinopschi George* (5257, 59—61, 66, 67, 318, 52, 63, 65, 68, 89, 422, 27—30, 34, 38—41, 48, 54, 56, 57, 60—63, 66, 70, 75, 78, 82, 86, 89, 90, 94—96).

MEDIAȘ. S.m. Cl. X. Brădișteanu Adrian (5403, 07, 10, 11, 14, 15, 21, 22, 23, 38, 39, 47, 54, 57, 60, 61, 63, 66, 67, 70).

MOLDOVA NOUĂ. S.m. Cl. VIII. Iancovici Elena (E: 1873, 74, 84, 86, 90, 93).

MĂRĂȘEȘTI. Șc. de 7 ani. Cl. VII. Oancea Maria (E: 1858, 71, 73m 75, 77, 79, 84, 88, 90), Oprea Anuța (E: 1858, 71, 73, 75, 79, 84, 88, 90), Porumb Maricica (E: 1858, 71, 75, 77, 79, 84, 88, 90).

NĂSĂUD. S.m.2. Cl. X. Marțian Eronim (5355, 422, 46, 61).

ODOBEȘTI. S.m. Cl. VIII. Pănceacu Adriana (E: 1883, 86, 88, 90, 94, 96, 99, 902, 04, 05, 06; 5456, 63, 77, 88, 94—96).

ORADEA. S.m.1. Cl. VIII. Negruțiu Vasile (E: 185L—53, 57—60, 62—64, 66—68, 71—76, 78—80, 82—85, 88—91, 93; 5296, 97, 310, 39, 84, 92, 95, 403, 07, 22, 47, 56, 66). Cl. XI. Barsany Andrei (5358, 63, 81, 98, 400, 02, 03, 06, 07, 09, 10—12, 17—20, 22—24, 27, 30, 32, 34—36, 38—41, 46—48, 51, 52, 55—57, 61, 63).

S.m.2. Cl. XI. Nertes Petru (507, 10, 21, 25, 66).

S.m.4. Cl. X. Berger Gavril (5355, 65, 86, 422, 27, 32, 34, 39, 46, 47, 57), Pleșa Romulus (5355, 65, 86, 92, 95, 414, 22, 39, 46, 54, 56, 57, 6L, 63, 66).

ORĂȘTIE. S.m. Aurel Vlaicu. Cl. VIII. Ișvan Petru (E: 1840, 43, 45, 58, 59, 63, 64, 71, 73, 83, 84, 86, 88, 91). Cl. XI. Costea Viorel (5314, 31, 34, 55, 70, 73, 88, 89, 92—96, 98, 400, 03, 09, 22, 36, 39, 46, 48, 55—57, 60).

ORȘOVA. S.m. Ștefan Plavăț. Cl. VIII, Diculescu Dumitru (E: 1863, 69—73, 75, 79, 84—86, 90), Sanda Ionela (E: 1858, 66, 67, 72, 73, 82, 84, 85, 90).

OȚELUL ROȘU. S.m.m. Cl. VIII. Carelii Georgeta (E: 1859, 62—64, 71, 73—81), Cerna Sorin (E: 1857—59, 63, 67, 70, 71, 73, 75, 79, 84, 85, 90), Zahoranschi Viorica (5360, E: 1863, 66, 68, 71, 73, 75, 77, 78, 90).

PANCIU. S.m. Cl. VII. Mazăre Viorica (E: 1857—59, 63, 70, 71, 74, 75, 77, 82, 85, 88, 90), Purice Valeriu (E: 1871, 84, 85, 90, 95, 98, 903).

PĂUNEȘTI. Șc. de 8 ani. Cl. VII. Apreotesei Elena (E: 1858, 67, 72, 77, 84, 85, 88, 90), Berbece Marioara (E: 1857, 56, 66, 72, 77, 84, 85, 88, 90), Cantiș Gheorghe (E: 1854, 58, 68, 73, 76, 77, 84, 85, 88, 90, 5403), Neagu Aurica (E: 1845, 54, 55, 59, 60, 62—64, 66, 68, 71—73, 76), Neagu Tinca (E: 1955, 57, 58, 60, 62, 63, 67, 71, 73, 74, 76, 84), Popa Elena (E: 1858, 66, 72, 76, 77, 84, 85, 88, 90).

PĂTÎRLAGELE. S.m. Cl. X. Rotaru Victor (5327, 55, 59, 72, 400, 03, 22, 47, 50, 61, 63, 66, 39).

PETROȘENI. S.m. Cl. X. Goldstein Beniamin (5394, 95, 98, 309, 22, 34, 39, 46, 47, 56, 60, 61, 63), Orlov Zinaida (5374, 84, 86, 93—96, 400, 02, 09, 11, 28, 30), *Popa Radu* (5249, 56—62, 64, 66, 67, 70, 74, 94, 98, 305, 13—16, 32, 40, 43—46, 47, 55, 57, 80, 86, 92, 93, 95, 96, 400, 17, 22, 23, 61, 66, 67).

PIATRA NEAMȚ. S.m.1. Cl. VIII. Abramovici Leon (E: 1871, 73—76, 79, 88, 90, 93—95, 99, 904, 06). Cl. X. *Casparic Călin* (5355, 57, 58, 65, 66, 72, 81, 86, 87,

92, 93—95, 400, 02, 03, 09, 11, 14, 20, 22, 24, 32, 34, 39, 46, 47, 52, 54—57, 61, 63, 66).

PITEȘTI. S.m.1. Cl. VI. Cernătescu Carmen (E: 1858, 62, 71—74, 76, 77, 84, 85, 88, 90, 92), Păunescu Ștefan (E: 1871, 73, 88, 90, 94, 99, 904). Cl. X. Puiu Octavian (5422, 34, 39, 46, 55—57, 62, 68).

S.m.2. Cl. XI. Iancu Ion (5348, 52, 84, 94, 406, 18, 34, 38, 46, 55—57, 60, 61, 63, 66. 70, 78, 84, 94, 95, 96).

PLOIEȘTI. S.m.1. Cl. VI. Gafițeanu Liliana (E: 1871—77, 90), Gafițeanu Carmen (E: 1871—77, 82). Cl. VIII. Andreescu Nicoleta (E: 1857—60, 62, 66, 67, 71, 73, 75, 80, 82—84, 86, 88, 90—93), Alexandrescu Maria (E: 1883—88, 90), Andronescu Dan (E: 1857—60, 62—64, 66, 70, 71, 73—79, 82, 84, 85, 90, 92, 93), Alboteanu Radu (E: 1857—60, 62—64, 66, 69—73, 75, 77—79, 82—86, 88, 90, 92, 93), Cerchez Mihaela (E: 1857, 58, 62—66, 71, 73, 74, 76, 77, 79, 82—84, 88—90, 92, 93), Cristian Gabriel (E: 1858, 62—66, 70, 71, 73—80, 90), Constantinescu Marian (E: 1858, 64—66, 70—73, 76, 78, 80, 82—84, 90, 92), Dăscălescu Adrian (E: 1830—32, 35, 37, 43, 45, 46, 57, 59, 60, 62, 63, 66, 70, 71, 73, 82, 84, 86, 90; 5237, 61, 62), Dima Ștefan (E: 1858, 63, 64, 66, 70, 71, 73, 75, 80, 84, 90), Georgescu Liliana (E: 1843, 57, 58, 59, 62—66, 71, 73, 74, 76, 77, 80, 90, 93), Grigorescu Cornelia (E: 1858, 63, 64, 66, 71, 73, 75, 80, 82—85, 90, 92, 93), Grigorescu Mariana (E: 1858, 64—66, 71, 73, 75, 77, 82, 83, 90, 92). Ionescu Gabriela (E: 1857—60, 62, 66, 67, 71, 73, 75, 80, 82—84, 88, 90, 91, 93), Ionescu Radu (E: 1858, 59, 63—65, 71, 73, 74, 77, 82, 84, 85, 87, 88, 89, 91), Ioan Paulina (E: 1857, 58, 62—64, 66, 73, 82, 88, 90, 92), Lică Irimia (E: 1857, 58, 60, 63, 66, 71—74, 76, 77, 82—85, 88, 90, 92), Manuelea Doru (E: 1857, 58, 71, 73, 74, 76, 80, 82—85, 88—90, 93), Mihai Dan (E: 1857—60, 62, 64, 66, 67, 70—73, 75—77, 80, 82—85), Nicolaescu Cristina (E: 1857, 58, 63, 64, 66, 71, 73, 77, 78, 82—84, 90—93), Oprescu Teodor (E: 1858, 63, 66, 67, 70, 71, 73, 82, 84, 85, 90, 93), Popescu Ortensia (E: 1857, 58, 63, 64, 66, 71—73, 75, 78, 79, 82—84, 90, 92, 93), Putzlacher Vica (E: 1857, 58, 62, 63, 64, 67, 82—86, 88, 90, 92), Reghină Vasile (E: 1857—59, 61—64, 66, 71—73, 75, 82, 84, 90), Rădulescu Natalia (E: 1857, 58, 62—64, 66, 70, 71, 73, 77—80, 82, 83, 90), Stoian Elena (E: 1853, 60, 63, 64, 82—85, 88, 90), Stolovăstru Violeta (E: 1843, 57—59, 62—66, 71, 73, 74, 76, 77, 80, 90, 92, 93), Samoilă Stelian (E: 1857, 58, 63, 66, 72, 73, 80, 83—85, 88, 90), Stanciu Grigore (E: 1859, 70, 71, 77, 82—85, 87, 88, 90, 92), Sandu Emilia (E: 1857, 58, 63, 69, 74, 78, 82, 83, 86—88, 90—Spodhaim Evelyne (E: 1857, 58, 60, 62——64, 70, 71, 73, 82, 88, 90), Șerban Ileana (E: 1857, 58, 62—66, 70, 71, 76—78, 80, 82, 83, 90), Ștefănescu Doru (E: 1871—74, 76, 78, 80, 82—85, 88, 90, 92), Sainer Silviu (E: 1858, 71, 73, 74, 76, 80, 82—90), Ștefănescu Elena (E: 1857, 58, 60, 62—65, 71, 73, 74, 76, 77, 82, 90, 91), Tănăsescu Octavian (E: 1858—60, 62—64, 66, 70, 71—79, 82, 84, 85, 88—90, 92, 93), Vișoianu Mihai (E: 1857, 58, 51, 63, 64, 66, 67, 70—80, 82—85, 90, 92, 93), Vlădăreanu Aneta (E: 1857, 58, 63, 64, 66, 67, 71, 73, 78, 79, 82—85, 90, 92, 93), Vasilescu Doina (E: 1857—60, 62—68, 70—80, 82—85, 90, 92, 93; 5460), Vătavu Rodica (E: 1957—59, 73, 80, 82, 83, 87, 90, 93). Cl. IX. Abramovici Adrian (5392, 401, 03, 07, 19, 22, 23, 52, 56, 60, 61, 66), Bucșa Viorel (E: 1904; 5401, 66, 77, 87, 88, 94, 96, 99, 506), Dascal Hary (5406, 48, 66, 77, 94, 96), Florea Sami (5401, 07, 15, 19, 22, 23, 52, 56, 66, 88, 90, 505), Ghiță Veronica (E: 1857, 60, 63, 66, 71, 73, 83, 90), Silacu Silvia 5456, 60, 66, 82, 88, 90, 94—96, 98, 99, 506), Vasilescu Ion (5355, 82, 84, 85, 92, 95, 406, 07, 15, 22, 56, 60, 66, 70, 92). Cl. X. Nacu Mariana (5355, 403, 04, 20, 22, 39, 46, 56, 57, 62), Raicu Rodica (5355, 403, 04, 20, 22, 39, 46, 56, 57, 63), Sandu Marin (5296—99, 311, 15, 17—19, 21, 27, 49, 50, 51, 55, 58, 60, 68, 80, 84, 86, 87, 92, 94—96, 400, 02, 03, 06, 11, 22, 24, 30), Cl. XI. Aisner Sergiu (5361, 66, 76, 81, 85—89, 454—57, 63), Apostol Gheorghe (5354, 55, 61, 65, 66, 68, 81, 84, 85, 87, 89, 90, 95), Apostolescu Anca (5354, 55, 61, 65, 66, 68, 84, 87, 92—95, 420, 22), Andreciu Tudor (5354, 55, 68, 84, 400, 03, 09, 22, 39, 46, 55—57, 61, 63), Amira Cezar (5354, 55, 68, 84, 403, 09, 20, 22, 28, 39, 46, 48, 55—57, 61, 63), Constantinescu Aura (5355, 68, 84, 400, 03, 09, 22, 39, 46, 55—57, 62), Cosmoi Gheorghe (5355, 68, 84, 400, 03, 09, 22, 28, 34, 39, 46, 48, 55—57, 61, 63), Dumitrescu Corneliu (5355, 68, 84, 400, 03, 09, 22, 39, 46, 55—57, 63), Dima Ioan (5354, 55, 68, 84, 403, 09, 20, 22, 28, 34, 39, 46, 48, 55—57, 61, 63), Hovanetz Tiberiu (5354, 55, 68, 84, 400, 03, 09, 22, 39, 46, 55—57, 61,

63), *Mihai Ştefan* (5308, 10, 17—19, 27, 28, 34, 39, 40, 47, 48, 50—52, 54, 65, 66, 68, 70, 86, 89, 98, 400, 03, 09, 11, 18, 22, 24, 27, 28, 30, 39, 57), Neacşu Viorel (5358, 60, 75, 80, 81, 92, 406, 12, 38, 46, 48, 51, 55, 56, 77, 78, 84, 94, 96), Nicolaie Grigore (5354, 55, 65, 66, 68, 76, 80, 81, 84, 85, 94), *Pîrvulescu Constantin* (5067—70, 72—74, 80, 82, 84, 86, 89, 95, 96, 99, 100, 03, 05, 06, 09, 10, 16, 18—23, 25, 39, 41, 43, 44, 49, 50, 52—54, 60, 63—65, 67, 69, 89, 202), Pîrvu Alexandru (5398, 403, 06, 09, 22, 38, 46, 48, 51, 55—57, 94, 96), Roşu Anton (5354, 55, 68, 84, 400, 03, 09, 22, 39, 46, 55—57, 61, 63), Staicu Andrei (5400, 03, 06, 09, 17, 22, 34, 39, 46, 48, 51, 55—57, 61, 63, 75, 77, 82, 94, 96, 500), Stanciu Ioan (5398, 403, 06, 09, 22, 38, 46, 48, 51, 55—57, 94, 96), Tomescu D. Dumitru (5354, 55, 58, 60, 66, 68, 75, 80, 81, 89, 92, 95), Vîlcereanu Gheorghe (5398, 403, 06, 09, 22, 38, 46, 48, 51, 55—57, 94, 96).

S.m.2. Andreescu Ion (E: 1858—61, 63, 64, 66, 67, 69, 74, 76—80), Botescu Ioan (E: 1845—47, 50—53, 57, 80, 82, 83, 86, 87, 90), Erhan Liliana (E: 1840, 45, 47, 50—53, 57, 83, 87, 91), Ionescu Boeru Liliana (E: 1857, 60, 61, 65—68, 70, 80, 88, 90; 5400), Ştefănescu Florica (E: 1858, 59, 61, 63, 64, 66, 71, 72, 74, 82—85, 90), Steriu Dan (E: 1857—60, 62—64, 66, 67, 70, 79, 80), Vişan Ştefan (E: 1858—60, 62—64, 66, 67, 73, 74, 76, 78, 84, 85, 88). Cl. IX. Radu Dorel (5403, 07, 47, 61, 70, 82, 90, 94—96, 502). Cl. XI. Săvulescu Alexandru (5355, 65, 92, 400, 06, 22, 30, 39, 46, 48, 54—57). *S.m.3.* Cl. VI. Rotaru Florin (E: 1871, 72, 82, 84, 85, 88, 90, 92). Cl. VIII. Constantinescu Nicolae (E: 1858—64, 66, 67, 69—71), Dorneanu Augustin (E: 1821, 62, 74, 84—85, 87—88, 99, 93), Filiade Gabriela (E: 1858, 59, 63, 64, 71—73, 75, 82, 90, 93), Georgescu Virginia (E: 1857, 58, 60, 62—64, 66, 71, 72, 78), Ivanovici Elena (E: 1864, 72, 74, 76, 82—85, 87, 88, 90, 93), Manoliu Costel (E: 1858, 63, 64, 66, 71, 73, 75, 82, 84, 85, 86, 90). Cl. X. Pomeanu Justin (5355, 74, 448, 47, 61, 63). *S.m.6.* Cl. VIII. Petrescu Dan (E: 1871—73, 80, 82, 84, 75, 88, 94, 99, 904; 5460, 66), Popescu Lucia (E: 1804, 50, 64, 73, 75, 90, 92, 93, 94—96, 98, 99), Rizea Emilia (E: 1871—73, 80, 82, 89, 90, 94, 95, 98, 99, 904).

PREDEAL. Cl. IX. Ioniţă Maria (5327, 84, 85, 92, 95, 407, 15, 22, 56, 60, 66, 70).

PUCIOASA. S.m. Cl. VIII. Bălescu Grigore (E: 1857, 67, 73, 80, 83—86, 90, 91; 5400, 32). Cl. X. Ruxăndroiu Aurel (5296—99, 305, 06, 09, 11, 13, 14, 17, 18, 21, 28, 45, 49, 55, 58, 65, 72, 84, 92, 93, 95).

RĂCARI. S.m. Cl. VIII. Antonescu Aurelia (E: 1873, 77, 80, 83, 88, 90, 91, 93, 94, 99, 902, 04—06; 5422, 82, 95), Stanciu Dumitru (E: 1873, 80, 82, 83, 86, 90, 91, 93—95, 99, 902, 04—06; 5422, 95).

RĂDĂUŢI. S.m.1. Cl. XI. Kümmel Iacob (5250, 53, 65, 67, 309, 14, 52, 55, 76, 95, 96, 400, 09, 12, 22, 27, 29—31, 39, 46, 55, 82, 84, 90, 94).

RÎMNICUL VÎLCEA. S.m. Nicolae Bălcescu. Cl. VIII. Ileana Maria (E: 1857, 58, 64, 66, 82, 86, 90, 92), Roibu Gheorghe (E: 1857, 58, 62, 64, 66, 82, 84—87, 90—92). Cl. X. Ionescu Ion (5403, 06, 11, 22, 23, 24, 39, 46, 47, 56, 61, 63), Ogrezeanu Magdalena (5403, 06, 11, 22—24, 39, 46, 47, 56, 61, 63), Beldiman Aurel (5403, 06, 11, 22—24, 39, 46, 47, 56, 61, 63), Răduţ Monica (5355, 403, 06, 11, 22—24, 46, 47, 56, 61, 63). Cl. XI. Bodgros Mina (5355, 65, 400, 03, 06, 09, 12, 22, 24, 30, 32, 34, 35, 38, 39, 41, 44, 46, 48, 51, 55—57, 61, 63, 73, 75, 77, 90), Cruceru Traian (5355, 65, 400, 03, 06, 09, 12, 22, 24, 34, 39, 41, 46, 51, 55, 56, 63), Folică Constantin (5355, 65, 434, 39, 41, 46, 55, 56, 63), Mihai Mihaela (5400, 12, 06, 24, 39, 41, 51, 55), Petrescu Gheorghe (5355, 63, 400, 03, 06, 09, 23, 34, 39, 41, 44—47, 63), Solea Marcel (5355, 65, 92, 400, 12, 39, 46, 55—57, 63), Tănase Ilie (5355, 65, 72, 92, 95, 400, 03, 06, 09, 11, 12, 22—24, 30), Trăistaru Liviu (5355, 65, 400, 03, 06, 09, 12, 22, 31, 39, 41, 46, 55, 56, 61, 63).

ROMAN. Cl. XI. Niculescu Gh. Gh. (5355, 57, 65, 68, 80, 81, 84, 87, 92, 400, 22, 39), Absolvent Dolteanu Temistocle (5398—400, 04, 06, 09, 12, 18, 22, 27, 28, 30, 32, 34, 36, 37, 39, 41, 61—63).

ROŞIORII DE VEDE. S.m. Cl. VIII. Ceapă Iancu (E: 1859, 63, 66, 71, 73, 75, 80, 88, 90, 92), Săndulescu Ion (E: 1858—60, 63, 64, 66, 70, 71, 73, 75, 77, 90). Cl. X. Toader Michi (5357, 58, 402, 22, 24, 46, 57, 61, 63, 66).

RUPEA. S.m. St. O. Iosif. Cl. VIII. *Diaconescu A. Nicolae* (E: 1831—38, 41—45, 47—50, 59, 73, 82—93; 5218, 31, 37, 46—49, 57—62, 66, 67, 70, 73, 74, 80, 86, 92—97, 305—10, 26, 28, 40, 41, 43—47, 49, 50, 55, 56, 65, 72, 84, 94, 403, 06, 22, 24, 27), Cl. X. Diaconescu Tatiana (5259, 61, 70, 95, 96, 311, 26, 40, 41, 43—46, 55, 65, 92).

SATU MARE. S.m. Mihail Eminescu. Cl. VIII. Chișu Corneliu (E: 1858—60, 66, 71, 73, 75, 80, 90, 93), Oșan Mihai (E: 1858, 59, 63, 66, 70, 71, 73, 75, 79, 84, 85, 90). Cl. XI. Buciș Vasile (5355, 65, 76, 92, 93, 402, 09, 22, 46, 47, 60), Paczel Andrei (5355, 65, 76, 92, 93, 403, 09, 22, 46, 60, 61, 63) Liceul K. Ferencz. Cl. X. Nemeș Vasile (5296—98, 318, 27, 39, 40, 43, 44, 55, 63). Cl. XI. Szekely Maria (5434, 39, 41, 46, 48, 51, 56, 61, 63, 75).

SĂVENI. S.m. Cl. VIII. Sănduc Ioan (E: 1862—64, 70—73, 79, 81, 84, 85, 88, 90).

SĂRMAȘ. S. m. Cl. X. Borș Iacob (5355, 85, 92, 95, 423, 34, 47, 52, 61, 63), Onac Gavril (5355, 85, 92, 95, 403, 23, 34, 47, 62, 63). Cl. XI. Cosma Mircea (5355, 57, 92, 403, 30, 34, 47, 52, 61, 63).

SIBIU. Șc. de 8 ani nr. 1 Cl. V. Gaidarji Vasile (E: 1859, 62, 71, 72, 75, 78, 90), Roșianu Teofil (E: 1859, 63, 71, 72, 75, 78, 90). Cl. VI. Bătcală Rodica (E: 1858—60, 63, 64, 66, 71, 72, 75), Lascu Ana (E: 1858—60, 63, 64, 66, 67, 65, 71, 90). Maniu Iulian (E: 1859, 60, 63, 64, 65, 66, 71, 72, 75, 77). Mihalache Codruța (E: 1858, 59, 60, 63, 64—66, 71, 72, 75). Șc. 8 ani nr. 4. Cl. VI. Bucur Ioan (E: 1873, 88, 90, 94, 99, 904, 06). Șc .de 8 ani nr. 8. Cl. VI. Găvozdea Mircea (E: 1858—60, 63, 64, 71—73, 75, 90), Sestac Adrian (E: 1858—60, 62—64, 71—73, 75). Șc. de 8 ani. 9. Cl. V. Băian Dumitru (E: 1858, 63, 66, 71—73, 90), Bîrea Ioan (E: 1958, 64, 66, 71, 73, 77, 88, 90), Bucurel Sanda (E: 1858, 59, 64, 66, 71, 73, 77), Checec Boris (E: 1858, 59, 63, 64, 73), Domnariu Ilie (E: 1858, 60, 63, 64, 66, 73, 81), Ivan Alin (E: 1858, 64, 66, 71, 72, 73, 77), Jurcan Ioan (E: 1858, 60, 63, 64, 66, 73—90), Mitran Ioan (E: 1858, 64, 66, 71—73, 77), Pușcă Aurică (E: 1859, 63, 64, 66, 71, 73), Sîrbu Angela (E: 1858, 63, 64, 66, 71, 73, 77, 90), Stoian Nicolae (E: 1858, 59, 64, 66, 71—73, 77), Tudor Dan (E: 1858, 64, 66, 71—73, 77). Cl. VI. Munteanu Ion (E: 1871—73, 88, 90, 94, 99, 904). Cl. VII. Boboloț Nicu (E: 1860, 62, 63, 66, 58, 59, 72, 74, 76, 88). Babangă Mircea (E: 1857, 59, 60, 64, 66, 73, 74, 75, 76, 90), Cica Aurelia (E: 1858—60, 62, 64, 66, 74, 75, 82, 90), Cica Maria (E: 1858—60, 62, 64, 66, 74, 75, 82, 90), Canelide Mariana (E: 1857—60, 62—64, 66, 72, 73), Drăgan Dorin (E: 1858—60, 72—74, 76, 77, 88, 90), Ganea Livia (E: 1857960, 63, 65, 66, 72—74), Glonț Adrian (E: 1858—60, 62—66, 73, 74), Irimie Rodica (E: 1858—60, 62, 63, 66, 71, 73, 74, 76), Lascu Ioan (E: 1858—60, 62, 63, 66, 72, 73, 75, 85, 90), Micu Dan (E: 1857—60, 64, 66, 73—76, 90), Olaru Eronim (E: 1858—60, 63, 64, 66, 71, 73, 74, 90), Păunescu Luminița (E: 1858—60, 62, 63, 64, 66, 73, 88, 90), Ștefănescu Margareta (E: 1858, 59, 62—64, 66, 73, 75, 90), Ștefan Mircea (E: 1858—60, 62, 63, 66, 72, 74, 76, 77, 88), Tăraboi Dana (E: 1858—60, 62, 63, 66, 73, 74, 90), Turcanu Laura (E: 1857, 64, 72, 75, 77, 82, 84, 85, 88, 90), Vecerdea Vasile (E: 1858—60, 62, 63, 66, 74, 76, 77, 88), Vasiu Aurelia (E: 1857—60, 62—64, 66, 72, 77).

Șc. 8 ani nr. 15. Cl. VII. Ailiesei Constanța (E: 1882, 88, 90, 93—95, 99, 901, 04, 06), Constantinescu Costel (E: 1895—99, 401—04, 06), Luca Marcela (E: 1858, 64, 71, 73—75, 82, 83, 88, 93), Oprinescu Ovidiu (E: 1858, 63, 66, 68, 70, 71, 73, 78, 92, 93), Rădan Gabriela (E: 1858—60, 63, 72, 84, 85, 89, 90), Savetei Ana (E: 1863, 64, 66, 71, 73, 74, 78, 88—90), Salvan Ligia (E: 1858—60, 63, 64, 72, 73, 84, 85, 89). *S.m.1.* Cl. XI. Milu Dumitru (5400, 06, 30, 32, 46, 48, 51, 56, 61, 63, 66). *S.m.2.* Cl. VIII. Mitrea Cornel (E: 1857, 59, 60, 63, 67, 72, 75, 76, 80), Trif Nicolae (E: 1857—64, 66, 67, 68). *S.m.3.* Cl. VIII. Costin Laura (E: 1872, 73, 79, 88, 90, 94, 97, 99, 904), Enești Horia (E: 1857, 58, 60, 62, 63, 68, 71—77, 80, 82), Herlea Andrei (E: 1858—60, 63, 64, 66, 67, 69, 70, 71, 73—76, 78—80, 82), Nicolaescu Luminița (E: 1871, 73, 79, 83, 86, 90, 94, 95, 98, 99, 901, 04), Pricop Ani (E: 1871, 73, 75, 79, 82, 90, 93, 94, 98, 904), Potîrniche Irina (E: 1858, 63, 64, 66, 67, 71, 73, 79, 80, 90), Cl. IX Alcinoiu Dorina (5355, 98, 432, 34, 39, 46, 47, 61, 63, 66), Bart Radu (5355, 57, 84, 92, 95, 439, 22, 46, 47), Boac Monica (5355, 57, 84, 403, 11, 22, 34, 47, 61, 66), Bucur Liliana (5439, 46, 47, 55, 57, 84, 85, 92, 96), Constantinescu Constantin (5355, 57, 84, 92, 95, 422, 39, 46, 47, 56), Dobrotă Brîndușa (5355, 57, 403, 11, 22, 34, 39, 46, 47, 55, 62), Dănilă Ioan (5299, 321, 39, 50, 57, 58, 68, 65, 400, 11, 23, 34, 39, 46, 47, 52, 54, 56, 57, 61, 63, 66, 82, 88, 90, 94, 95, 505, 06), Dancu Carmen (5355, 57, 84, 85, 92, 95, 422, 39, 46), Daneș Emil 5355, 57, 84, 92, 93, 95, 439, 46, 47, 56), Doroiman Gheorghe (5355, 84, 92, 422, 39, 46, 47, 60, 63), Elefterescu Mihai (5355, 57, 84, 92, 95, 422, 39, 46, 47, 56), Filip Mihaela (5357, 59, 84, 403, 11, 22, 47, 52, 57, 61, 62, 66), Gîlea Doina (5355, 92, 411, 22, 39, 43, 46, 47, 56, 60, 66),

Helju Doina (5355, 57, 84, 92, 422, 39, 46, 47, 56), Loșiță Ileana (5355, 57, 84, 92, 95, 422, 34, 39, 46, 47, 56, 61), Lefter Larilena (5355, 57, 72, 84, 92, 45, 46, 47, 56, 63, 66), Marcu Mariana 5357, 59, 84, 403, 11, 22, 47, 52, 57, 62, 66), Marinuș Radu (5355, 57, 84, 85, 92, 403, 22, 39, 46, 47, 56, 63, 66), Munteanu Rodica 5355, 57, 84, 95, 403, 34, 46, 56, 61, 63, 66), Marcu Grigore (5335, 57, 84, 92, 95, 422, 39, 46, 47, 56), Munteanu Doina (5355, 84, 92, 95, 422, 39, 46, 47, 56), Martinuș Ștefan (5355, 57, 83, 85, 403, 22, 47, 56), Martinuș Ștefan (5355, 57, 83, 85, 403, 22, 47, 56, 60, 61, 63, 66), Ostop Ioan (355, 57, 84, 92, 403, 22, 39, 46, 47, 56, 63, 66), Părăian Sanda (5355, 57, 84, 92, 422, 34, 39, 46, 47, 56), Pascu Ioan (5355, 57, 85, 92, 411, 34, 39, 46, 47, 56, 61, 63), Popescu Adriana (5355, 57, 84, 403, 11, 34, 46, 47, 56, 60, 63, 66), Poenaru Daniela (5355, 92, 406, 22, 34, 39, 47, 61, 63), Popa Corina (5355, 92, 95, 439, 46, 47, 57, 84), Popescu Dorina (5357, 59, 84, 403, 11, 22, 47, 52, 57, 62, 66), Tanasciuc Lucia (5355, 422, 34, 39, 46, 47, 61, 63, 66). Cl. XI. Cîmpureanu Tiberiu (5355, 400, 22, 30, 46, 48, 55, 56, 57, 61).

SIGHIȘOARA. S.m.1. Cl. VII. Sutac Paul (E: 1860, 62, 71, 72—76). Cl. VIII. 67, 92, 93, 807, 09, 16—18). Cl. X. Floca Margareta (5370, 86, 92, 406, 10, 22). Kopan Șandor (E: 746, 47, 97, 60, 63—65, 28, 46, 57, 60, 61, 63), Răducanu Dorina (5355, 72, 84, 92, 95, 406, 10, 22, 28, 46, 57, 61, 63). *S.m.2.* Cl. VIII. Duca Bogdan (E: 1882—86, 88, 90—93), Codrea Ioan (5355, 84, 86, 401, 06, 12, 34, 47, 52, 61, 63, 66, 70), Focadi Mihaela (5355, 72, 424, 34, 39, 46, 54, 56, 57, 61, 63, 94), Mînzaru Remus (5406, 14, 22, 61, 63, 77, 79, 82, 90, 91, 95, 96, 505). Cl. XI. Binder Maries (5354, 55, 65, 400, 06, 09, 17, 22, 28, 48, 55, 57), Dănilă Gabriela (5355, 65, 84, 86, 92, 96, 400, 03, 06, 09, 22, 24, 30, 31), Drechsler David (5354, 65, 417, 20, 24, 30, 39, 48, 54, 55, 57, 63), Lupu Monica (5355 65, 66, 84, 88, 92, 400, 03, 06, 09, 17, 20, 22, 30).

SIGHET. Ș.m. 1. Cl. X. Iacobovici Maier (5355, 60, 72, 86, 87, 92, 93, 95, 400, 09, 10, 22, 24), Moldovan Constantin (5355, 86, 87, 92, 94, 422, 31, 39, 46).

SINAIA. Ș.m. George Enescu. Cl. VIII. Tudor Cătălina (E: 1854, 64, 67, 72, 73, 75, 79, 80, 88, 89, 82, 90). Cl. IX. Cătană Ilie (5358, 74, 87, 94, 98, 400, 06, 24, 46, 56, 61, 63).

SLATINA. Ș.m. Tudor Vladimirescu. Cl. X. Popescu Mihai (5355, 68, 72, 422, 47, 52, 56, 57, 61, 63).

SIRET. Ș.m. Cl. VII. Popescu Georgeta (E: 1858, 60, 62—64, 66, 71, 73, 76). Cl. XI. Airinei Anton (5366, 95, 400, 17, 18, 20, 28, 34, 39, 48, 55, 61, 63), Bramiuc Iaroslav (5355, 66, 84, 88, 92, 93, 400, 06, 09, 17, 22, 27, 30), Cilievici Doina (5354, 96, 407, 12, 17, 20, 28, 34, 39, 48, 61, 63).

STREHAIA. Ș.m. Cl. X. Bănică Manuela (5332, 55, 59, 82, 84, 85, 92, 461, 63), Mîndreanu Eugen (5355, 59, 84, 85, 92, 434, 46, 47, 56, 61, 63, 66), Gheorghiță Nelli (5353, 55, 58—60, 82, 403, 11).

TECUCI. S.m. 1. Cl. X. Drăgoi Eleonora (5355, 72, 92, 400, 01, 03, 06, 09, 14, 18, 22, 30, 46), Trandafir Victoria (5355, 60, 72, 400, 01, 06, 09, 14, 22, 46). Ș.m. 2. Cl. VIII. Bratoveanu Servila (E: 1858, 59, 64, 66, 71—73, 75, 79, 83, 84, 85, 90), Sava Ana (1857—60, 62—64, 66, 70, 392). Cl. IX. Eftimiu Valentina (5355, 72, 414, 22, 88, 91, 92, 94), Ivanov Marcel (5414, 22, 66, 81, 88, 91, 94—96), Lupașcu Viorel (E: 1873, 94, 95, 99, 900, 01, 04; 5414, 22, 66, 81, 88, 91 94—96), Moscovici Carol (5414, 22, 66, 81, 88, 91, 94, 95, 96), Niculescu Dan (5355, 57, 72, 74, 85, 92, 95, 400, 03, 06, 07, 22, 28, 61), Oprișan Teodor (5477, 82, 83, 88, 90, 91, 95, 96, 502, 04, 06). Cl. X. Anton Rică (355, 57, 60, 72, 74, 83, 92, 95, 400, 03, 06, 07, 22, 52, 61), Apostoleanu Iulia (5244, 72, 400, 01, 06, 09, 14, 22, 30, 46), Adam Ionel (5355, 60, 72, 74, 85, 92, 95, 400, 01, 03, 06, 07, 22, 30, 47, 52, 61), Chiscop Liliana (5355, 60, 92, 400, 01, 06, 09, 14, 22, 30, 46, 56), Doniga Eugenia (5355, 60, 72, 92, 400, 01, 06, 05, 14, 22, 30, 46, 56, 60), Gherghiu Olimpia (5355, 72, 400, 011, 06, 09, 22, 46), Huni Carmen (5355, 72, 400, 01, 06, 09, 14, 22, 30, 46), Juveideanu Viorel (355, 72, 74, 400, 01, 06, 09, 22, 30, 46, 61), Mihalovici Deli (5355, 60, 72, 400, 01, 06, 09, 14, 22, 30, 46), Rarinca Maria (5355, 72, 400, 01, 06, 09, 14, 22, 30, 46), Rău Didina (5355, 72, 401, 06, 09, 14, 22, 30, 46), Steimeț A. (5355, 72, 74, 400, 01, 06, 09, 22, 30, 46, 61), Tătaru Ioan (5355, 72, 74, 85, 92, 95, 400, 06, 07, 21, 22, 30, 47, 52, 61). Cl. XI. Berescu Eleonora (5355, 72, 92, 97, 400, 01, 03, 06, 09, 14, 22, 30, 46). Doniga Vasile (5355, 72, 74, 85, 92, 95, 400, 01, 03, 06, 07, 22, 47, 52, 61), Finkelștein Lică (5355, 72, 76, 92, 97, 400, 01, 03, 06, 09, 14, 18, 30, 22, 46), Glovaschi Vasilica (5355, 60, 61, 62, 72, 85, 92, 95, 400, 01, 03, 09, 22, 30), Petrescu Emil (5355, 60, 72, 76, 400, 01, 03, 06, 09, 22, 30), Puia Dan (5355, 72, 74, 92, 95, 400, 03, 06, 07, 42, 47,

61), Răvani Petrache (5355, 60, 72, 97, 400, 01, 06, 09, 22, 30).

TIMIȘOARA. *Ș.m.* 1. Cl. VIII. Teleagă Petru (E: 1858, 59, 62—64, 66, 71—76, 79). Cl. XI. Balogh Pal (5328, 32, 34, 37, 41, 43, 44, 45, 47), *Rujan Octavian* (5353, 58, 70—72, 76, 79, 81, 89, 97, 98, 403, 06, 14, 17, 32, 33, 34, 36, 37, 39, 44, 46—48, 52, 54—58, 61—64, 66, 69), *Stern Toma* (5408, 14, 23, 25, 32, 34, 39, 41, 44, 48, 54, 55, 56, 57, 60, 61, 63, 66, 73, 75, 77—78, 82, 84, 86, 88, 81—87, 99, 501, 05, 06).

Ș.m. 2. Cl. VII. Bozan Carmen (E: 1858, 60, 62—64, 66—68). Cl. X. Nedui Alina (5403, 14, 22, 24, 34, 35, 39, 46, 52, 56, 61, 63, 66), Popescu Viorela (5392, 93, 95, 414, 34, 35, 39, 46, 52, 61, 63, 66), Săcuda Suzana (5385, 92, 93, 95, 422, 24, 28, 46, 47, 56, 61, 63). Ș.m. 5. Cl. XI. *Lusztig Ghorghe* (5353, 57, 77, 79, 84, 85, 88—91, 93—97, 404, 05, 07—09, 13—15, 19, 23, 27—29, 31—37, 39, 40, 46, 48—49, 54—65).

TÎRGOVIȘTE. Ș.m. 3. Cl. X. Bănoiu Stela (5355, 42, 92, 93, 422, 61, 66), Florea Rodica (5446, 56, 66, 70, 77, 82, 88, 90, 91, 94, 95, 505), Ionescu Mircea (5355, 60, 72, 84, 92, 95, 407, 14, 15, 22, 28, 70).

Ș.m. serală. Cl. VIII. Bratu Constantin (E: 1857, 63, 66, 68, 86, 90; 5355, 72, 92, 467), Vișan Titu (E: 1858, 62, 63, 66, 71—73, 75, 79, 80, 82, 90, 91, 93). Cl. IX. Pavel Marin (5251, 61, 64, 66, 67, 71, 74, 81; 5305, 13, 27, 28, 43).

TÎRNĂVENI. Ș.m. 1. Cl. IX. Bonta Doru (E: 1858, 64, 66, 73, 80, 83, 90, 407, 66), Ghiudaru Eugen (E: 1847, 58, 66, 73; 5407, 66), Spirer Tiberiu (E: 1847, 58, 64, 66, 73, 80, 83, 5407, 66), Tetcu Nicolae (E: 1858, 64, 66, 73, 74, 5407, 66). Cl. X. Chircuișan Ioan (5355, 82, 85, 86, 92, 401, 03, 07, 13, 22, 54, 56, 61, 63, 66, 70), Maties Doru 5415, 28, 34, 61, 70, 82, 83, 88, 90, 91, 94, 99, 506).

TÎRGU JIU. Ș.m. 2. Cl. XI. Popescu Gheorghe (5355, 57, 61, 63, 66, 71—77, 83, 86, 87, 92, 93, 94—96).

TÎRGU MUREȘ. Ș.m. Bolyai Farkaș. Cl. XI. Budai Istvan (5324, 40, 43, 44, 48), György Joszef (5329, 39, 40, 43, 44, 45, 96, 98), Lanyi Szabolcs (5335, 44, 45, 46, 49, 49, 52), Sami Cristina (5335, 45, 46, 48, 49).

TURNU SEVERIN. Ș.m. 1. Cl. VII. Mureșan Titus (E: 1871—73, 75, 76, 78, 84, 85, 89, 901). Cl. VIII. Trifu Nicolae (E: 1875, 78, 82, 90, 94, 95, 96, 98, 99, 904), Vișan Ion (E: 1882—85, 90, 94, 95, 99, 901, 04; 5506). Cl. IX. Popescu Eliodor (5355, 57, 58, 84, 85, 92, 95, 407, 11, 22, 56, 63, 66). Cl. X. Iscru Elena (5357, 84, 400, 14, 20, 22, 28, 30—32, 34).

Ș.m. 2. Cl. VII. Antoniade Gheorghe (E: 1859, 63, 66, 64, 71, 85, 73), Borcoș Ovidiu (E: 1859, 63, 66, 71, 73, 85), Ciaușu Emanoil (E: 1859, 63, 64, 66, 71, 74, 84, 85, 90), Ceaușu Lidia (E: 1859, 63, 64, 66, 71, 73, 84, 85, 90), Gărgălie Silivestru Kopan Șandor (E: 746, 47, 57, 60, 63—65, Papiu Anișoara (E: 1859, 63, 64, 66, 71, 73, 84, 85), Simcelescu Virginia (E: 1859, 63, 64, 66, 71, 73, 84, 85). Cl. XI. Văcărescu Ioan (5370, 403, 09, 22, 27, 28, 34, 46, 58, 55—57, 61, 66). Ș.m. 3. Cl. XI. Chilim Sever (5406, 09, 12, 46, 48, 55, (E: 1859, 63, 64, 66, 71, 73, 84, 85, 90), 63, 79, 82, 90, 96, 97, 505).

TURDA. Ș.m. 2. Cl. VII. Suciu Emil (E: 1857—60, 62—66, 71—78, 82, 84, 90, 92, 93).

TURNU MĂGURELE. Liceul Unirea Cl. X. *Drăgulinescu Dumitru* (5223, 32, 52, 64, 66, 67, 96, 9302, 05—07, 09, 13—15, 17—19, 21, 27, 28, 32, 34—37, 39, 40, 44—47, 49, 51, 52, 55—58, 92, 400, 03, 06, 18, 20, 21, 39, 46, 48, 55, 57, 63). Cl. XI. Gula Constantin (5296, 97, 98, 301, 02, 05, 07, 12, 13, 15, 17, 19, 20, 29, 32, 39, 41, 44, 45, 48, 49, 52, 55, 57, 58, 65, 66, 400, 22).

URZICENI. Ș.m. Cl. VIII. Zaharia Mariana (E: 1857—60, 63, 64, 66—68, 73—77). Cl. X. Băncilă Virgil (5365, 94, 95, 402, 11, 28, 34, 39, 56, 57, 61, 63, 66).

URLAȚI. Ș.m. Cl. VIII. Nicolai Valeria (E: 1862—64, 66, 71, 72, 73, 75, 79, 82, 85, 90).

VASLUI. Ș.m. 1. Cl. VIII. Maftei Eugen (E: 1871, 73—76, 80—85, 87, 88, 90—93), Pascaru Arnold (E: 1859, 63, 64, 66, 69, 71—74, 76, 79, 80, 84, 85, 88, 90; 5422, 60). Cl. X. Corcoțoi Ion (5353, 74, 82, 84, 92—95, 407, 15, 22, 34, 35, 56, 61, 63, 66, 67, 70).

VALEA REA. Șc. elem. Cl. VII. Mazilu Iancu (E: 1858—60, 63, 64, 66, 71, 75, 84, 85, 90), Voicilă Ioan (E: 1858—60, 63, 64, 66, 71, 73—75).

VEDEA. Ș.m. Cl. X. Georgescu Dumitru (5384, 92, 95, 403, 22, 28, 37, 60, 61, 66), Glodeanu Dumitru (5359, 72, 84, 403, 34, 39, 47, 60, 61, 63, 66), Matei Petrică (5318, 59, 74, 84, 85, 434, 47, 60, 61, 63, 66), Nițu Ion (5355, 72, 84, 92, 95, 403, 22, 38, 47, 60, 61, 66), Rățoi Victor (5359, 72, 84, 403, 34, 39, 47, 60, 61, 63, 66), Rădău Gheorghe (5355, 72, 84, 92, 95, 403, 22, 28, 47, 61, 63, 66), Vișan Florian (5355, 84, 92, 95, 403, 22, 38, 47, 60, 61, 66).

EVIDENȚIAȚI

Pînă la 20 decembrie 1962 s-au mai evidențiat ca rezolvitori de probleme, următorii:

1. **Grigorescu I. Șerban** (cl. XI ș.m. 1 București), 2. **Necula Mihai** (cl. X ș.m. 13 București), 3. **Ionescu Dan** (cl. XI Liceul militar Cîmpulung Moldovenesc), 4. **Rabinovici Silviu** (cl. XI ș.m. 2 Fălticeni), 5. **Rîmbu Revișoara** (cl. XI Pucioasa), 6. **Lucaci Pompiliu** (cl. VIII ș.m. 5 Galați), 7. **Munteanu Mihai** (cl. X ș.m. 5 Brașov), 8. **Lucaci Nicolae** (cl. XI ș.m. 5 Galați), 9. **Iacobovici Marci** (cl. X ș.m. 1 Sighet), 10. **Rosenberg Flavia** (cl. XI ș.m. 1 Fălticeni), 11. **Haim Marcel** (cl. XI ș.m. 1 Iași), 12. **Năstase Costică** (cl. XI ș.m. 5 Galați), 13. **Anghel Petre** (cl. X Novaci-Oltenia), 14. **Halpern Brînduța** (cl. XI ș.m. 5 Galați), 15. **Comănescu Mihai** (cl. XI ș.m. 22 București), 16. **Mendelsohn Marina** (cl. XI ș.m. 16 București), 17. **Dályai Pal** (cl. XI ș.m. 1 Tîrgu-Mureș), 18. **Cimponeriu Traian** (cl. X ș.m. 1 Lugoj), 19. **Gelemi Dan** (cl. IX ș.m. 3 Sibiu), 20. **Bănică Marian** (cl. VIII ș.m. 1 Tîrgu Jiu), 21 **Cătălina Ion** (cl. XI ș.m. 1 Timișoara).

Pînă la 20 decembrie 1962 s-au mai primit soluții bune de la:

AGNITA. **Ș.m.** Cl. X. Alexandrescu Elena (5409, 22, 30, 32, 34, 46, 61, 63, 82, 94—96, 500), Banciu Ana (idem), Avram Eleonora (5409, 22, 30, 34, 39, 46, 61, 63, 91, 94, 95), Bărbuleasa Livia (5409, 22, 30, 32, 34, 46, 63, 82, 91, 94, 96, 500), Drugă Adela (5409, 22, 30, 32, 34, 46, 63, 82, 91, 94—96), Majon Doina (5409, 22, 30, 32, 34, 46, 63, 82, 91, 95—96, 500).

ARAD. **Ș.m. 1.** Cl. VIII. Buda Sorina (E: 1883, 90, 91, 93, 99, 904, 06, 08, 10, 11, 14), Dan Felicia (E: 1884, 85, 90, 94, 99, 904, 02—04, 06, 11, 14). **Ș.m. 2.** Cl. VI. Munteanu Voicu (E: 1888, 94, 95, 99, 901, 04). Cl. VIII. Berariu Ofelia (E: 1882—86, 88, 91, 95, 99, 901, 02, 06), Stoinescu Radu (E: 1871, 73—76, 80, 83—85, 94, 95, 98, 901, 02). Cl. XI. Cărămidă Maria (5400, 03, 09, 22, 46, 52, 63, 82, 88, 94).

ARMENI. **Șc. de 8 ani.** Cl. VI. Muntean Victor (E: 1873, 75, 82, 88, 90, 94, 97, 99, 904).

AIUD. **Ș.m.** Avram Iancu. Cl. X. Ciup Doina (5446, 57, 66, 77, 91, 94, 95, 505, 36, 37, 70). **Ș.m.** Bethlen Gabor. Cl. VII. Demeny Pal (MFL: 817—21, 23, 25, 26; 1843, 45, 46, 48, 51, 52, 53, 54, 55, 56).

BACĂU. **Ș.m. 1.** Cl. XI. Herescu Adrian (5409, 18, 22, 30, 32, 34, 35, 39, 44, 46, 48, 51, 55, 56, 61—63, 75, 77—79, 89). **Ș.m. 4.** Cl. VIII. Buruiană Dumitru (E: 1872, 80, 82, 83, 90, 94, 99, 900, 04).

BAIA DE ARAMĂ. **Ș.m. 1.** Cl. VIII. Drăgulescu Emilian LE: 1869, 70, 79, 93, 98, 900, 03, 05, 16).

BEIUȘ. **Ș.m. 1.** Cl. VI. Trifu Octavian (E: 1871—78, 85, 88, 92). **Ș.m. 2.** Cl. XI. Dem Ecaterina (5400, 06, 09, 20, 22, 24, 27, 30, 32, 38, 39, 41, 46, 51).

BISTRIȚA. Absolvent Verveagă T. (5397, 414, 28, 30, 46, 56, 74, 90, 94, 96, 504). **Ș.m.** Cl. VIII. Mund Hary (E: 1871, 73, 75, 78—80, 85, 88, 90, 94—96, 98—902, 04—06). Cl. XI. Buta Adrian (5401, 10, 35, 47, 56, 77, 91, 94, 95, 99, 506), Pușcașiu Anton (5466, 75, 82, 88, 90, 91, 96, 97, 501, 04—06).

BIRLAD. **Complexul școlar.** Cl. VIII. Bîra Cornelia (E: 1871, 72, 82, 85, 86, 89, 94, 95, 99, 900, 04, 06), Butuoru Lucia (E: 1874, 88, 89, 94—96, 98, 900, 04, 06), Darie Constantin (E: 1872, 89, 90, 94—97, 99, 900, 02—04, 06), Florea Maria (5456, 96, E: 1871, 73, 88, 89, 94, 95, 900), Gălățeanu Rodica (5456, 96, E: 1888, 94, 96, 99, 904, 06), Ghica Tincuța (5456, E: 1873, 74, 76, 82, 88, 90, 94, 95, 904), Mititelu Mariana (5456, 60, 94, E: 1872, 88, 94, 95, 99, 901, 03), Negoiță Viorica (5456, 96, E: 1888, 94, 99, 904, 62), Pasat Rodica (E: 1871, 72, 76, 85, 88—90, 94, 95, 904, 06), Postolache Marilena (E: 1860, 74, 76, 84, 88, 94, 95, 901, 04), Stoleru Linu (5496, E: 1872, 82, 88—90, 94, 99, 900, 04, 06). Cl. X. Coatu Rodica (5355, 84, 92, 95, 403, 09, 11, 14, 22, 23, 28, 34, 39, 47, 61), Oatu Valeriu (5372, 406, 23, 24, 28, 34, 39, 42, 46, 56, 61, 94). **Ș.m. 2.** Cl. VIII. Nacu Sorin (E: 1871—74, 76, 85, 88—90, 94, 95, 97, 99, 904), Steinberg Sebastian (E: 1863, 66, 70, 71, 73, 79, 90).

BOTOȘANI. Absolvent Banu Gh. (5434, 40, 48, 55—57, 61, 63, 73, 75, 77, 84, 86, 90, 91, 94, 501, 05, 12, 21, 24, 37). **Ș.m. 1 „Mihail Eminescu".** Cl. XI. Popovici Gabriel (5400, 03, 20, 22, 28, 30, 32, 34, 35, 39, 41, 46, 55), Sanielevici Paula (5428, 30, 32, 34, 35, 39, 46, 48, 52, 55, 61, 63, 84, 86, 93).

BOZOVICI (Banat). **Ș.m.** Cl. IX. Ignea Alimpie (5407, 22, 52, 56, 63, 66, 70, 81, 91, 96, 99, 506).

BRAȘOV. **Ș.m. 1.** Cl. IX. Bătătorescu Cristina (5401, 03, 07, 11, 14, 22, 24,

47, 61, 63, 66, 70). Ş.m. 5. Cl. X. **Munteanu Mihai** (5398, 400, 01, 03, 06, 07, 09, 10, 15, 22, 24, 27, 28, 30, 32, 34, 36, 37, 41, 46—48, 54—57, 61, 63, 66, 74, 82, 84, 88, 90, 91, 94, 96, 98, 504), Zsido Lazslo (MFL: 780, 82, 812, 867—76; 5319, 21, 22, 28, 30, 32, 34, 35, 37, 39, 44, 45, 48, 49, 51). Cl. XI. Weiss Nicolae (5398, 400, 09, 12, 17, 22, 34, 39, 41, 47, 48).

BRĂILA. Ş.m. N. **Bălcescu**. Cl. VIII. Bianu Victoria (E: 1877, 82, 84, 85, 88, 94, 96, 99, 901, 04, 06), David Gicu (E: 1872, 73, 80, 82, 84, 85, 88, 94, 99, 901, 04), Fruchter Frederica (E: 1871—73, 75, 79, 84, 85, 88, 94, 97, 99, 904), Georgescu Luminiţa (E: 1872, 75, 77, 82, 84, 85, 90, 94—97, 99, 901), Hadîrcă Livia (E: 1872, 74—77, 80—83, 87, 88, 92, 93), Mehr Ronny (E: 1871, 73, 82—85, 90, 94, 95, 98, 99, 904), Stan Doina (E: 1877, 82, 84, 85, 94—96, 98, 99, 901, 04, 06), Smeu Traian (E: 1871—74, 82, 85, 88, 90, 94, 99, 901, 04). Cl. XI. Bibicu Ion (5400, 03, 09, 11, 17, 20, 22, 24, 27—30, 34, 38, 39, 41, 44, 46—48, 55—57, 61, 66, 70), Dragoteanu Doina (5406, 09, 12, 22, 28, 30, 61, 63, 75, 88, 94, 96). Ş.m. 2. Cl. XI. Dobrescu Radu (5400, 03, 09, 14, 22, 34, 39, 46, 48, 51, 55—57, 66). Ş.m. 3. Cl. IX. Bibicu Mariana (5422, 47, 56, 60, 63, 66, 82, 90, 94, 95, 99). Cl. X. Vasiliu Ana (5422, 46, 56, 61, 66, 81, 82, 86, 94, 96). Cl. XI. Abramovici Ella (5400, 03, 09, 15, 22, 24, 30, 32, 46, 61, 63, 66), Cazacu Elena (5355, 95, 403, 07, 14, 28, 30, 46, 60, 61, 66, 94, 504, 06), Săraru Sebastian (5410, 22, 30, 34, 61, 63, 66, 70, 77, 78, 90).

BREAZA. Liceul Militar. Cl. X. Constantinescu M. (5355, 65, 406, 09, 14, 22, 24, 28, 34, 39, 46, 47, 52, 56, 60, 63, 93), Enescu Mircea (5355, 65, 406, 09, 14, 19, 22, 24, 28, 35, 39, 47, 56, 63), Ghiţescu Mircea (5355, 65, 402, 06, 09, 14, 19, 22, 24, 39, 46, 52, 56, 63), Ilie Marin (5406, 14, 22, 24, 35, 39, 46, 52, 56, 57, 60), Ionescu Romeo (5406, 14, 22, 24, 35, 39, 46, 56, 57, 60, 84, 503, 06), Ion Alexandru (5355, 65, 406, 09, 14, 22, 24, 27, 35, 39, 46, 56, 57, 66), Mercioiu Constantin (5365, 400, 02, 06, 09, 14, 22—24, 27, 32, 35, 39, 46, 52, 54, 56, 57, 60, 63, 66), Mihalache Victor (5406, 14, 22, 24, 35, 39, 46, 52, 56, 57, 60), Rotaru Ion (5355, 65, 406, 09, 14, 22, 24, 27, 32, 34, 35, 39, 52, 56, 57, 60, 63, 93), Tănase Nicolae (idem), Toth Francisc (5402, 06, 19, 22, 32, 39, 46, 54, 57, 59, 61, 66), Traşcă Dumitru (5355, 65, 406, 09, 14, 19, 22, 24, 27, 28, 35, 39, 46, 56, 63).

BUCUREŞTI. Absolvenţi Crăiniceanu Dan (5407, 15, 22, 24, 27, 56, 61, 63, 66, 94—96), Hajos Ladislau (5414, 22, 28, 34, 46, 56, 61, 62, 77, 84, 94, 96, 506).

Student Inst. Pedag. Soare Marin (5397—99, 410, 30, 36, 37, 41, 47, 61—63, 73—75, 81, 84, 91, 94).

Ş.m. 1. Cl. X. Baillovoine Michel (5403, 09, 27, 28, 31, 32, 34, 46, 56, 61, 84, 93, 96), Vasilescu Eugen (5401, 03, 07, 11, 14, 15, 21—24). Cl. XI. **Grigorescu I. Şerban** (5511—13, 16, 17, 20, 21, 23, 26—32, 36—39, 41, 43, 44, 46, 47, 49—51, 53, 54, 56, 59, 60, 62—65, 67—70, 72, 74, 75, 77—84, P), Taflaru Alexandru (5434, 44, 46, 47, 55, 57, 61, 63, 66, 75, 78, 82, 86, 88, 90, 91, 94, 517, 21, 33, 36, 37).

Ş.m. 3. Cl. VIII. Nicolaescu Corneliu (E: 1857, 58, 63, 64, 66, 71—77, 84, 85, 90, 93—96, 99, 902, 04, 06).

Ş.m. 4. Cl. VIII. Bucura Alexandru (E: 1871, 73, 75, 77, 78, 80, 82, 90, 93, 95, 904), Sterpu Nistora (E: 1871, 73, 74, 77, 80, 82, 85, 88, 90). Cl. X. Boroneanţ Constantin (5411, 22, 27, 39, 46, 55, 77, 82, 83, 86), Draica Dumitru (5400, 03, 22, 39, 46, 47, 56, 57, 61, 63), Nicolau Maria (5400, 03, 22, 34, 39, 46, 47, 56, 57, 61, 63).

Ş.m. 8. Cl. VIII. Mecu Yolanda (E: 1874—76, 82—85, 90, 93, 94), Toma Mihai (5439, 57, 95, E: 1890, 91, 93—95, 99, 901, 02, 06). Cl. XI. Constantinescu Bogdan (5400, 09, 20, 30, 34, 39, 46, 56, 63, 84, 94), Vătui Dan (5400, 03, 06, 09, 12, 14, 17, 19, 20, 22, 28, 30—32, 34, 41, 46, 48, 54—57, 61, 75, 82, 84, 90, 94, 505).

Ş.m. 11. Cl. XI. Mănoiu Octavian (5355, 403, 39, 46, 77, 82, 94, 96).

Ş.m. 12. Cl. IX. Kivu Ileana (5384, 85, 422, E: 1857—59, 62—64, 66, 71, 74, 76, 80). Cl. X. Nicolaide Alexandru (5400, 09, 22, 32, 34, 39, 46, 56, 63, 84, 93, 94), Gherghel Constantin (5434, 46, 61, 88, 91—94, 507, 31—33).

Ş.m. 13. Cl. VIII. Otopeanu Alexandru (5456, 96, E: 1882—88, 90, 92, 93, 95, 96, 99, 901, 02, 04—06). Cl. X. Flondor Paul (5479, 88, 90, 512, 23, 31—33, 37), **Necula Mihai** (5067, 70, 73, 79, 104—06, 10, 12, 16, 18—21, 23, 24, 34, 39—41, 43, 45, 50, 52, 55, 57, 60, 64, 65, 67, 88, 89, 93, 95, 200, 02, 411, 19, 46, 47, 56, 61, 67, 70, 91, 95—96, 99).

Ş.m. 15. Cl. X. Brezniceanu Mihai (5434, 39, 46, 56, 61, 82, 84, 90, 93, 94, 96, 505), Mereuţă Doina (5400, 03, 09, 10, 19, 22, 23, 28, 32, 39, 66, 70). Cl. XI.

Iordache Elena (5446, 78, 84, 88—91, 94, 533, 36, 37).

Ş.m. 16. Cl. X. Riessel Florence (5434, 46, 54, 56, 61, 63, 66, 82, 90, 91, 94, 503, 12). Cl. XI. **Mendelsohn Marina** (5400, 02—04, 09, 12, 19, 22—24, 27, 28, 34, 39, 41, 44, 46—48, 55, 57, 61, 63, 75, 77, 79, 82, 84, 86, 90, 94—96, 501, 05).

Ş.m. 17. Cl. XI. Crainic Emanuel (5135, 36, 74, 89, 91, 229, 30, 32, 76, 427, 30), Gheorghiu Jana (5409, 22, 39, 41, 47, 56, 61, 63, 78, 91, 94, 96).

Ş.m. 19. Cl. XI. Feran Monica (5400, 03, 05, 07, 10, 12, 13, 19, 24, 28, 75, 77).

Ş.m. 20. Cl. XI. Pitulice Petre (5398, 419, 30, 36, 41, 46, 55, 61—63, 74—76, 82, 94, 96, 501), Porumbescu Ameliu (5400, 03, 06, 09, 12, 17, 18, 20, 24, 30, 39, 41, 46—48, 55, 57, 75, 77).

Ş.m. 22. Cl. XI. Comănescu Mihai (5296, 97, 302, 05, 09, 12, 13, 15, 27, 34, 35, 37, 49, 55, 93, 96, 98, 400, 02, 03, 09, 22, 27, 30, 39, 46, 48, 55—57, 63, 88, 94, 505), Manolache N. (5401, 12, 27, 34, 44, 46, 51, 62, 63, 66, 77, 88, 94, 97, 505).

Ş.m. 23. Cl. X. Pelteacu Ioan (5400, 03, 07, 14, 19, 22, 24, 27, 31, 32, 46, 56, 94), Petrescu Sorin (5400, 02, 03, 06, 07, 11, 15, 19, 20, 22, 24, 27, 31, 32, 34, 36, 38, 46, 47, 56, 57, 60—62, 66, 70, 79, 82, 88, 90, 91, 94—96, 505).

Şc. elem. nr. 23. Cl. VI. Indescifrabil. (E: 1894, 99, 901, 02, 04, 06).

BUZĂU. Absolvent, Brezeanu Florin (5397, 98, 400, 03, 05, 06, 08, 09, 12, 18, 19, 22, 23, 27, 28, 30, 32), Circu Dragoş (5397, 99, 408, 09, 19, 34, 36, 37, 62—64, 74). **Ş.m. 2.** Cl. IX. Cojanu Marius (5402, 22, 27, 46, 52, 56, 63, 66, 70, 82, 88, 90, 94).

BUZIAŞ. **Ş.m.** Cl. VII. Felibaşa Lucreţia (E: 1871, 73, 75, 90, 95, 97, 99).

CARACAL. **Ş.m. 2.** Cl. IX. Ciuna Simion (5481, 87, 91, 96, 506).

CARANSEBEŞ. **Ş.m. 1.** Cl. XI. Bena Dorin (5434, 39, 47, 54, 56, 60, 63, 66, 70, 77, 82, 84, 88, 90, 91, 94—96, 98), Englender Alexandru (5403, 09, 30, 39, 41, 42, 55, 61, 63, 82, 90, 94, 96), Năslău Pavel (5403, 09, 22, 34, 39, 47, 54—57, 63, 84, 90, 92, 96). **Ş.m. 2.** Cl. X. Matica Bibiana (5407, 10, 22, 47, 54, 56, 61, 82, 88, 90, 94, 95, 96), Miloşiu Marius (5407, 10, 19, 22, 28, 61, 70, 82, 90, 91, 501). Cl. XI. Titel Ligia (5439, 54, 61, 66, 82, 84, 88—91, 94, 95, 99, 500, 05, 06).

CĂLĂRAŞI. **Ş.m.** Cl. X. Georgescu Iulian (5400, 03, 22, 46, 52, 56, 60, 82, 88, 90, 94, 95), Muşat Constantin (5400, 03, 22, 56, 60, 61, 63, 88, 90, 94, 96), Ştefănescu Cezara (5400, 03, 22, 56, 57, 60, 61, 63, 82, 88, 90, 94, 96). Cl. XI. Bogdan Georgeta (5400, 22, 30, 38, 39, 46, 52, 57, 61, 82, 84, 88, 92, 95, 505), Dobrotă Victoria (5400, 22, 30, 34, 38, 39, 46, 52, 57, 61, 82, 88, 94, 505), Dohotaru Ana (5400, 22, 30, 38, 52, 55, 57, 82, 84, 88, 94, 505), Ionescu Gh. (5400, 10, 22, 34, 38, 46, 60, 61, 63, 66, 91, 94, 96, 506), Niculescu Valeria (5400, 06, 17, 22, 30, 38, 39, 46, 55, 57, 505), Palanciuc Gh. (5400, 03, 06, 09, 11, 22, 30, 38, 41, 46, 55, 58, 61, 75, 94, 96, 501, 05), Popescu Cornel (5400, 22, 56, 60, 63, 82, 81, 90, 94, 96), Ulmeanu Elena (5400, 03, 06, 14, 22, 30, 38, 41, 46, 55, 57, 82, 90, 94, 505).

Şc. elem. nr. 8. Cl. VII. Constantin Gh. (E: 1864, 66, 71, 73, 84, 85, 90).

CERNAVODĂ. **Ş.m.** Cl. X. Ilie Vasile (5422, 46, 47, 54, 56, 61, 88, 90, 94, 99, 505, 17).

CIMPINA. **Ş.m. 1.** Cl. VIII. Cucu Lucia (5482, 90, E: 1873, 75, 80, 82, 86, 93, 902, 06), Moldoveanu Adriana (E: 1871—73, 80—83, 75, 85, 90, 93), Ştefănescu Mihai (E: 1871, 73, 74, 79, 81, 86, 88, 90, 93, 98). Cl. XI. Brad Ion (5400, 06, 07, 15, 22, 30, 39, 45, 48, 55, 57, 61, 66). **Ş.m. 2.** Cl. XI. Ionescu Cătălin (5400, 06, 07, 30, 39, 46, 55, 57, 60, 61, 63, 69, 94).

CIMPULUNG MOLDOVENESC. Liceul militar. Cl. X. Stănescu Mihai (5397, 400, 06, 09, 10, 22, 23, 39, 46, 47, 54, 55, 57, 61, 63, 78, 82, 88, 90, 91, 94—96, 505). Cl. XI. Apostol V. (5403, 09, 18, 22, 46, 56, 63, 78, 82, 90, 94, 501), Banga Nicolae (5372, 434, 38, 39, 57, 63, 82, 84, 91, 94, 96, 506), Drumea Vladimir (5446, 48, 55, 56, 61, 63, 78, 91, 94, 96), **Ionescu Dan** (5434, 38, 39, 41, 42, 46—48, 52, 54—57, 61, 63, 64, 66, 70, 75—78, 80, 82, 84, 86, 88—91, 93—97, 500, 01, 04—06, 12, 17, 21, 30, 31, 33, 35—37), Isac Viorel (5427, 32, 38, 39, 48, 56, 57, 78, 82, 88, 94, 96), Maftei Nicolae (5432, 38, 39, 48, 56, 57, 60, 63, 78, 82, 91, 94), Puica Ioan (5427, 32, 39, 57, 78, 82, 84, 86, 90, 94, 96), Varga Alexandru (5400, 09, 10, 18, 38, 57, 63, 75, 78, 82, 90, 91, 94, 96, 506), Vlad Alexandru (idem), Voian Ştefan (5400, 03, 18, 22, 30, 39, 46, 63, 78, 82, 90, 94, 96, 501, 05).

CLUJ. Cl. IX. Oprişan Nicolae (5422, 60, E: 1871, 73, 74, 76, 77, 79, 80, 90, 95, 98). **Ş.m. N. Bălcescu.** Cl. VI. Man Augustin (E: 1860, 71, 73, 75, 88, 90, 92). Cl. VIII. Bunea Doina (E: 1873, 84, 85, 90, 91, 94, 95, 99, 904, 06),

Popa Delia (E: 1882, 83, 86—91, 93, 94, 96, 902, 04). Ş.m. G. Coşbuc. Cl. III. Săruleşteanu Dan (E: 1890, 904, 13). Cl. VIII. Popescu Georgeta (E: 1873, 77, 80, 86, 88, 90—92, 94—96).

Ş.m. 13. Cl. X. Varfalvi Ştefan (5355, 58, 84, 92, 434, 46, 47, 61, 63, 66). Cl. VIII. Heim Reka (E: 1843, 45—47, 51—53).

Ş.m. 16. Cl. VIII. Lebi Robert (E: 1871—73, 75, 77, 79, 80, 84, 85, 90, 94, 98, 99, 901, 04).

Şcoala de muzică. Cl. VIII. Farkas Petru (E: 1871, 77—80, 82, 84, 85, 88, 90, 91, 93).

CONSTANŢA. Ş.m. 1. Cl. VII. Nicolae Valeria (5488, E: 1871, 73, 80, 82, 83, 88, 90, 93, 94, 98, 902, 04, 06), Odac Cornelia (E: 1884, 85, 90, 94, 99, 904, 06). Cl. VIII. Strîmbeanu Ion (E: 1773, 75, 80—83, 90, 93, 94, 99, 902, 04), Văituş Anca (5477, 82, 94, 96, E: 1893—97, 902—04). Ş.m. 2. Cl. X. Bendin Ana (5439, 46, 48, 61, 75, 76, 82, 84, 88, 95, 96, 503, 05).

CORABIA. Ş.m. Cl. VII. Marinaş Sergiu (E: 1894, 95, 99, 904, 11—14). Cl. IX. Delu Maria (5407, 34, 47, 49, 52, 61, 88, 91, 94).

CRAIOVA. Marica Denisa (1882, 84, 85, 87, 90, 93, 94, 96, 99). Ş.m. 1. Cl. IX. Popescu Felicia (5403, 24, 32, 39, 51, 77, 82, 88, 90, 95, 96, 506), Stăncuţ Lucia (5403, 22, 24, 32, 39, 47, 51, 77, 82, 90, 94—96). Cl. XI. Iser Liliana (5403, 12, 17, 20, 22, 24, 30, 32, 35, 72, 75, 77, 78), Mituleţ Vlad (5400, 03, 20, 22, 32, 39, 46, 47, 55—57, 61, 77), Muşatescu Ioana (5403, 09, 12, 17, 20, 22, 24, 28, 30, 32, 51, 78). Ş.m. 2. Cl. X. Gropper Mircea (5400, 02, 12, 20, 28, 32, 39, 46, 57, 61, 83, 90). Ş.m. 3. Cl. VIII. Dimitriu Dan (E: 1883, 90, 94, 95, 97—902, 04, 06, 14), Vasilescu Cristina (E: 1883, 86, 90, 94—96, 98, 99, 902, 04—06). Cl. X. Săvescu Delia (5403, 22, 24, 28, 61, 79, 84, 90, 94, 95, 501, 05). Ş.m. 4. Cl. X. Cristescu Mărgărit (5355, 74, 400, 01, 03, 06, 34, 46, 56, 81, 88, 91, 504).

DITRĂU. Ş.m. Cl. IX. Ambruş Andras (5305, 20, 27, 29, 32, 43—45, 47, 49, 52), Szabo Arpad (5305, 20, 27, 29, 32, 43, 45, 47—49, 52). Cl. XI. Budai Marton (5320, 26, 29, 32, 35, 40, 43—45, 47—49, 52), Marton Zoltan (5329, 32, 36, 43—35, 48, 49, 52).

FĂLTICENI. Ş.m. 2. Cl. XI. Rabinovici Silviu (5398, 99, 400, 02, 03, 06, 09, 10, 12, 15, 17, 20, 22, 27, 30, 32, 36—41, 46—48, 54—57, 59, 61—63, 69, 70, 74—80, 82, 84, 86, 88—91, 94—97).

Ş.m. Unirea. Cl. XI. Rosenberg Flavia (5400, 03, 06, 09, 12, 14, 17, 22, 24, 27, 39, 46, 48, 54—57, 60, 61, 63, 75, 77, 78, 82, 86, 88, 90, 93—96, 98—501, 04, 06).

FILIPEŞTII DE TÎRG (Ploieşti). Şc. elem. Mircea Ion (E: 1884, 85, 90, 93, 912, 14).

GALAŢI. Studentă Codreanu Cornelia (5355, 73, 92, 97, 99, 422, 30, 37, 61, 62). Absolvent Radu Mircea (5436, 37, 61, 62, 73, 74, 78, 82, 90, 94, 504, 06, 35, 36). Ş.m. 1. Cl. IX. Davidsohn Michaela (5296, 332, 92, 401, 03, 22, 54, 61, 63). Cl. X. Ciobanu Claudiu (5400, 03, 09, 14, 22, 27, 60, 61, 63, 82, 84, 88, 96), Pană Horia (5407, 39, 46—48, 57, 61, 66, 82, 90, 94, 96). Cl. XI. Cahane Mendy (5403, 09, 10, 15, 39, 48, 66, 78, 79, 82, 84, 90, 91), Pintilie Angela (5355, 400, 03, 09, 22, 28, 41, 46, 54, 61, 63, 84, 88, 94). Ş.m. 2. Cl. VIII. Iordan Emil (5506, E: 1879, 80, 82—84, 86, 90, 93, 94, 99, 904, 06), Pascu Constantin (5506, E: 1873, 79, 83, 86, 88, 90, 91, 93, 94, 98, 99), Profir Olimpia (E: 1871—73, 77, 80, 83, 84, 90, 93, 99, 902, 04). Cl. XI. Constantinescu Elena (5403, 18, 22, 27, 30, 32, 75, 79, 82, 86, 90, 93), Stanciu Margareta (5400, 03, 30, 39, 46, 47, 54, 57, 75, 79, 82, 86, 90, 93), Toader Elena (5398, 403, 06, 09, 10, 12, 14, 18, 20, 27, 30, 32, 55, 37, 84), Tener Marcela (5403, 09, 18, 22, 24, 27, 30, 46, 54, 57, 75, 79, 82, 88, 90). Ş.m. 3. Cl. XI. Bolman Alexandru (5400, 03, 09, 22, 28, 30, 39, 48, 55—57, 61, 78, 91, 94), Iruc Ovidiu (5400, 03, 06, 09, 14, 22, 24, 27, 28, 30, 39, 48, 56, 61, 63, 77, 78, 82, 91, 94, 503), Rosner Zally (5400, 03, 06, 09, 14, 22, 24, 27, 28, 39, 56, 61, 77, 78, 82, 90, 91, 94, 503). Ş.m. 5. Cl. VIII. Angheleanu Gabriela (E: 1880—85, 88, 89, 95, 98), Burluc Jenica (5422, E: 1874, 75, 77, 79—83, 88, 90, 93), Cernişov Vasile (E: 1874, 75, 77, 80—82, 85, 90, 93), Ciobotaru Manuel (E: 1875, 77, 78, 80, 82—85, 90, 91, 93, 94, 99, 904, 06), Robea Săndel (idem), Cojocaru Lucica (E: 1857, 58—64, 66, 67, 71, 73, 76), Dumitriu Paula (5466, E: 1871, 73, 75, 84, 85, 95, 96, 98, 99), Levîţchi Rodica (E: 1874, 75, 80—85, 90, 91, 93), Lucaci Pompiliu (5305, 40, 43, 44—48, 65—57, 400, 09—11, 29, 30, 38, 39, 46, 55—58, 63, 64, E: 1846, 50, 55—60, 63, 64, 66, 71, 73, 75, 81, 83—85), Mîndru Adriana (E: 1858, 59, 61—66, 71, 73, 74, 90), Scarlat Emanoil (5392, E: 1857, 58, 60—64, 67, 70, 72), Stuchea Doina (E: 1857—59, 62,

63, 84, 85, 90), Tiron Nicuţa (5466, 96, E: 1871, 73, 75, 85, 94—96, 98, 99). Cl. IX. Coblaz Angelina (5400, 01, 03, 06, 14, 22, 34, 56, 70, E: 1871—74, 76, 77, 79, 80, 82, 90), Coitan Marcela (5400, 22, E: 1871—74, 76—80), Hainã-Roşie Cornelia (5422, 27, E: 1871—74, 76—80), Jipirescu Otilia (5422, 28, E: 1872—76, 79, 80), Năstase Georgeta (5422, E: 1871—76, 78—80), Petrache Constantin (5422, 28, E: 1871, 73—77, 79, 80), Rîjală Georgeta (5401, 03, 22, 27, E: 1871—80), Sarivan Ioana (5400, 01, 03, 15, E: 1871, 80, 94—96, 99, 901, 04, 06), Scriban Ionel (5422, E: 1871—74, 76, 94, 95, 99, 901, 04, 06), Stoian Violeta (5355, 57, 82, 93, 98, 400, 28, 31), Susai Amalia (5422, 28, E: 1871—80). Cl. XI. Baston Viorel (5400, 03, 24, 28, 30, 36, 39, 46, 51, 57), Creţu Eugen (5398, 403, 09, 10, 14, 20, 22, 28, 39, 46, 55), Cultuclub Elena (5400, 03, 09, 20, 24, 28, 30, 39, 51, 57), Gurău Ştefahia (5398, 400, 03, 09, 20, 24, 28, 30, 39, 46, 48), Halpern Brîndușa (5324, 27, 47, 48, 55, 65, 73—76, 79, 85, 86, 92, 94, 98, 400, 03, 04, 06, 09, 14, 17, 22, 24, 28, 30, 36, 39, 44, 46, 48, 51, 55, 57), Lucaci Nicolae (5313, 15, 25, 28, 32, 34, 43—46, 63—66, 92, 96, 98, 400, 03, 09—11, 20, 22, 24, 26, 30, 32, 39, 46, 48, 55—58, 63, 79, 86, 94), Năstase Costică (5302, 04, 12—16, 28, 32, 34, 35, 45, 66, 75, 92, 98, 403, 09, 10, 17, 20, 22, 24, 28, 30, 32, 39, 46, 48, 54—57, 63, 79, 86 88, 90, 92, 93), Stanciu Dumitru (5355, 82, 98, 400, 03, 09, 20, 24, 28, 30, 48, 63, 82, 93), Strasser Joseph (5398, 407, 10, 20, 24, 36, 39, 46, 48, 55, 57, 63), Tănase Paul (5398, 400, 03, 08—10, 28, 30, 36, 39, 51, 46), Tuchel Gabriel (5305, 33, 40, 43, 47, 55, 65, 70, 84, 92, 95, 98, 400, 02, 03, 09, 14, 18, 20, 24, 28, 30, 63, 78, 79, 82, 86 90).

Şc. elem. nr. 20. Cl. VII. Conţ Mia (E: 1894, 96, 99, 901, 94, 06), Dima Steluţa (E: 1889, 94—96, 904, 06), Horceag Ecaterina (E: 1894—96, 99, 901, 04, 06); idem, Anonim; Ioniţă Lilica (E: 1889, 94, 95, 901, 04, 06), Ionescu Anişoara (E: 1877, 94—96, 99, 901, 04, 06, 91), Istrate Iftimuţa (E: 1858—60, 62, 63, 66, 73, 94—96, 99, 901, 04, 06).

Şc. elem. nr. 21. Cl. VI. Carabăţ Cornelia (E: 1872, 74—77, 97, 99, 904), Carabogdan Elena (E: 1843, 45, 48, 59, 89, 90), Caraghiosu Angela (E: 1872, 74—77, 90, 99, 904), Pătru Mioara (E: 1872, 74—77, 97, 99, 904), Voicu Elena (E: 1872, 74, 76, 77, 97, 99, 904).

Şc. elem. nr. 23. Cl. VII. Iancu Mihai (E: 1872—74, 76, 84, 85, 88, 904), Lupoaie Marian (E: 1891, 97—99, 902, 04, 06). **Nu au scris şcoala şi clasa elevii:** Cămîrzan Romeo (E: 1871, 72, 74, 99), Chitic Varvara (E: 1857, 59, 60, 63, 66, 84, 89), Constantinescu Costică (E: 1871, 72, 75, 76, 82, 85, 92), Cornea Toni (E: 1866, 84, 85, 88, 90), Dudu George (E: 1871, 73, 74, 76, 80, 81, 85, 87, 90), Raihman Sebastian (5401, 03, 22, 23, 46, 56, 57, 61, 505, 05), Rusu Antoaneta (E: 1866, 71, 72, 84, 85, 90), Seciureanu Ionica (E: 1857—59, 63, 89, 90, 92). Zisu Doina (5392, 93, E: 1857—60, 62—64, 66, 68, 73), Wagner Ştefan (E: 1860, 64, 66, 71, 73).

GIURGIU. Ş.m. Cl. IX. Băbîncă Emil (5401, 07, 15, 22, 28, 47, 56, 61, 63, 66, 67, 98), Ivanov Ilie (5355, 84, 85, 92, 95, 407, 15, 22, 34, 38, 66, 71, 82, 90, 94).

HALEŞ (Buzău). Şc. elem. Cl. V. Bratoşin Angela (E: 1888, 90, 94, 96, 97, 904), Janeta Elena (E: 1888, 94, 96, 97, 99, 901, 04), Petre Ion (E: 1888, 90, 94, 96, 97, 99, 904). Cl. VII. Voicilă Ion (E: 1888, 90, 94, 96, 97, 99, 904).

HUEDIN. Ş.m. Cl. VIII. Vlaicu Florica (E: 1858—60, 74, 76, 80, 93, 96, 904, 06).

HUNEDOARA. Ş.m. Cl. VIII. Balint Ştefan (5400, 27, E: 1871—74, 78—80, 86, 88, 90, 98), Căpăţînă Octavian (E: 1871—80, 82, 84, 86, 88, 90, 94, 95—98, 901).

IAŞI. Ş.m. 1. Cl. VIII. Arnovici Miţi (E: 1871, 73—77, 80—83, 88, 93), Stănică Dumitru (E: 1873—77, 80—83, 88, 90, 93), Cl. XI. Haim Marcel (5434, 38, 39, 46—48, 56, 57, 61, 63, 66, 69, 75, 78—82, 84, 86, 88—91, 94—97, 99, 505, 06, 17, 21, 34—37).

Ş.m. 3. Cl. XI. Anghel Mihai (5400, 03, 18, 22, 30, 48, 54—57, 75, 76, 79, 84, 86, 88, 90, 94—96). Ş.m. 4. Cl. VII. Şerban Elena (E: 1871—78). Ş.m. 6. Cl. X. Schwartz Serry (5402, 03, 06, 22, 34, 39, 46, 57, 61, 63, 96, 505). Ş.m. 7. Cl. VII. Burguja Gh. (E: 1871—77, 85, 88, 90). Cl. VIII. Burduja Mihai (E: 1871—77, 79, 82, 88, 90, 91). Ş.m. 10. Cl. VII. Leizer Marica (E: 1871, 72, 74, 76, 90).

IANCA (Galaţi). Ş.m. Cl. X. Belciug Adrian (5406, 10, 22, 46, 63, 88, 91, 94—96).

LUGOJ. Ş.m. 1. Cl. X. Cimponeriu Traian (5406, 09, 22, 28, 30, 34—37, 39, 41, 46—48, 51, 52, 56, 57, 60, 63, 66, 67, 78, 84, 88, 91, 94—96, 506), Lăzărescu Mircea (5398, 403, 06, 07, 11, 14, 22, 23, 27, 28, 31, 35, 36, 39,

46, 51, 52, 56, 57, 60—62, 70, 80, 88, 91, 506).

Ş.m. C. Brediceanu. Cl. X. Popovici Mariana (5244, 51, 422, 35, 36, 39, 47, 56, 57, 60, 61, 63, 82, 88, 90, 96). **Ş.m. 7.** Cl. IX. Brînda Rodica (5297, 98, 314, 21, 27, 28, 32, 55, 74).

Şc. elem. nr. 3. Cl. VII. Dragomir Mărioara (E: 1871, 73, 75, 82, 84, 85 88, 90, 94, 95, 97—99, 910—13), Orbulov Petru (E: 1897, 904, 07, 09, 10, 12, 13), Sîrbu Dan (E: 1884, 85, 88, 90, 95—97, 99, 904, 11—13). **Şc. de 7 ani nr. 5.** Cl. VII. Daba Valeriu (E: 1871, 73, 74, 76, 82, 84, 85, 88, 90, 94, 99, 903, 04, 07, 10, 11, 12, 13).

LUNCA MUREŞULUI. **Absolvent** Ştefan I. Ştefan (5436, 48, 61—63, 73—75, 94, 512, 21, 31, 33, 36, 37).

MARGHITA. **Ş.m.m.** Störösi Tibor (E: 1871—74, 76, 79).

MĂRĂŞEŞTI. **Ş.m.** Cl. V. Hîncu Sorin (E: 1871—73, 75, 94, 99, 904).

MICLEŞTI. **Şc. de 8 ani.** Cl. VII. Ungureanu Ecaterina (E: 1871, 73—76, 79, 80, 83, 85, 88, 90).

NĂSĂUD. **Ş.m. G. Coşbuc.** Cl. VIII. Vălean Aurora (E: 1871—74, 82, 84, 85, 90, 94, 95, 98, 99, 901—04, 06).

NOVACI. **Ş.m.m.** Cl. X. **Anghel Petre** (5434, 35, 39, 42, 46, 47, 52, 55—57, 61, 63, 70, 76, 77, 79, 82—84, 88—91, 94, 95, 99, 500, 02, 05—08, 12, 17, 26, 31, 36).

OCNA MUREŞ. **Ş.m.m.** Cl. XI. Oprea Ovidiu Horia (5409, 10, 27—29, 34, 38, 39, 46. 61, 77—79, 82, 90, 91, 94—96).

ONEŞTI. **Ş.m.** Cl. XI. Prună Victor (5400, 06, 09, 12, 17, 22, 30, 34, 46, 47, 55—57, 61).

ORADEA. **Ş.m. 4.** Cl. X. Berger Gavril (5403, 54, 63, 66, 82, 84, 90, 91, 93—95, 505). Cl. XI. Weinreb Andrei (5439, 41, 55—57, 61, 63, 66, 75, 76, 84, 94).

ORAVIŢA. **Ş.m.m.** Cl. VIII. Florescu Florian (E: 1871, 73, 74, 76, 79, 80, 83—85, 88—90, 92), Juna Dorina (E: 1871, 73, 75, 82, 90, 94, 95, 99, 901, 03, 04, 06).

PĂTÎRLĂGELE. Ş.m. Cl. IX. Pavel Dumitru (5400, 03, 22, 47, 56, 61, 66, 77, 94—96).

PĂUNEŞTI. **Şc. de 8 ani.** Cl. VII. Apreotesei Elena (E: 1884, 96—99, 901, 04, 06, 506), Berbece Marioara (E: 1894—99, 901, 04, 05, 422), Cantiş Gheorghe (E: 1894, 96—98, 904, 06, 422, 60, 83, 94, 506), Neagu Tinca (E: 1877, 85, 88, 90, 94—99, 904, 06), Neagu Aurica (E: 1877, 84, 85, 88, 90, 94, 96—99, 901, 04), Popa Elena (E: 1871, 94—99, 901, 04).

PLENIŢA (Oltenia). Ş.m.m. Cl. X. Orlov Zinaida (5398, 434, 39, 46—48, 60, 61, 63, 79, 82—84).

PITEŞTI. **Ş.m. 1.** Cl. X. Cîrstea Dan (5423, 28, 34, 39, 46, 47, 52, 56, 57, 61, 63, 77), Constantinescu Dan (5423, 28, 34, 46, 47, 56, 57, 61, 63, 77, 96, 505).

PIATRA NEAMŢ. Catz Lucia (5355, 58, 74, 92, 400, 03, 22, 24, 32, 38, 39, 47, 52, 56, 96, 503), Chiriţă Constantin (5355, 58, 400, 22, 24, 32, 39, 47, 52, 56, 83, 94, 96, 503), Gavril Fănică (5398, 400, 02, 03, 06, 09, 22, 23, 27, 28, 30, 34), Lupaşcu Nicolae (5355, 58, 74, 92, 400, 03, 22, 24, 32, 39, 47, 52, 56, 83, 96, 503), Mălinici Scarlat (5355, 58, 92, 400, 42, 24, 32, 39, 47, 52, 56, 83, 88, 94, 96, 505), Mesaros Vasile (5355, 58, 92, 400, 03, 22, 24, 27, 32, 39, 47, 56, 82, 83, 88, 90, 94, 96, 503, 05), Paula Georgeta (5355, 58, 74, 92, 400, 22, 24, 32, 39, 47, 52, 56, 96, 503). Cl. X. Bălănescu Petru (5239, 46, 56, 57, 61, 62, 64, 66, 79, 82—84, 88, 90, 94), Oancea Constantin (5403, 14, 22, 39, 46, 52, 56, 57, 82, 83, 90, 94, 96, 503, 05).

PLOIEŞTI. **Şc. de 8 ani nr. 2.** Cl. VII. Frîncu Victoria (E: 1882, 84, 85, 90, 94, 96, 98, 99, 904), Ionescu Mihai (E: 1882, 85, 90, 94, 98, 99, 904), Pătrulete Ion (E: 1882, 84, 85, 90, 94, 96, 98, 99, 901, 04), Predeleanu Dan (E: 1884, 85, 90, 94, 96, 98, 99, 904), Predeleanu Ana (E: 1882, 84, 85, 90, 94, 96, 98, 99, 904), Petrescu Dorina (E: 1882, 84, 85, 90, 94, 96, 98, 99, 901), Popescu Lucia (E: 1882, 84, 85, 90, 94, 96, 99, 904), Stănescu Alexandrina (E: 1882, 84, 85, 90, 94, 96, 99, 904), Tănăsescu Mariana (E: 1882, 84, 90, 94, 96, 98, 901, 04).

Ş.m. 1. Cl. VIII. Alexandrescu Maria (E: 1853, 57, 60, 71—74, 77, 79, 84, 89, 90, 92, 94, 98, 99, 904, 06, 07, 10, 12, 14), Ghirescu Elena (E: 1882, 84—86, 88, 90—92, 94—96, 99, 901, 04, 06), Ioana Ion (E: 1858, 59, 62, 64, 65, 70, 71, 73—77, 79, 82—84, 87, 90, 92), Pîrvu Constantin (E: 1874, 76, 78, 80, 82, 84, 85, 92—94, 98, 904, 06), Stănescu Dan (E: 1871—76, 78, 80, 82—85, 88, 90, 92—94, 98, 99, 901, 04, 06), Vijoli S. (E: 1871, 73—76, 78—80, 82, 84, 85, 90, 92, 94, 97, 99, 904). Cl. IX. Mateescu Cezar (5305, 401, 07, 15, 22, 23, 28, 52, 56, 61, 66, 88, 99), Soare Cristel (5456, 60, 61, 66, 70, 77, 88, 94, 99, 527, 31, 36). Cl. X. Bratu Mircea (5456—48, 56, 57, 61, 63, 79, 84, 93—95), Diaconescu

Romeo (5439, 46, 47, 56, 57, 63, 79, 94—96, 531), Iliescu Virgil (5439, 46, 55—57, 63, 79, 84, 88, 94—96, 512, 31), Mărculescu Viorel (5446, 48, 56, 57, 61, 63, 79, 84, 94—97). Cl. XI. Apostol Anca (5398, 400, 06, 09, 11, 17, 20, 24, 28, 30, 32), Apostol Gheorghe (5398, 400, 02—04, 09, 11, 12, 17, 20, 22—24), Aisner Sergiu (5397, 99, 402, 04, 08, 12, 19, 23, 32, 34 39, 41, 46, 48), Costache Mircea (5403, 09, 22, 27, 28, 46, 48, 51, 56, 75, 78, 94, 96), Costache Tudor (4400, 03, 06, 09, 11, 22, 24, 34, 39, 46, 48, 55—57, 61, 63, 78, 94, 506), Ivanciu Constanţa (5400, 20, 22, 24, 34, 55, 56, 78, 94, 506), Pîrvulescu Constantin (5403, 06, 09, 22, 28, 46, 48, 51, 55—57, 75, 78, 94, 96, 98), Simbotin Adrian (5398, 402, 03, 06, 09, 22, 27, 28, 38, 46, 48, 51, 56, 75, 78, 94, 96).

Ş.m. 2. Cl. VIII. Banu Maria (E: 1871, 73, 90. 94, 96—99, 901, 04), Banu Ilie (E: 1871, 73, 90, 94, 96, 97, 98, 901, 04), Botescu Ioan (E: 1871—74, 76, 94—96, 99, 901, 02, 04—06; 5482), Ioan Georgeta Simona (E: 1882, 84, 85, 90—92, 95, 96, 98, 901, 05, 06), Ionescu Boeriu Lucia (E: 1874, 76, 78, 81, 84, 85, 99, 903, 04, 05, 5466), Steriu Dan (E: 1871, 73—76, 78, 81, 84, 85, 88, 90), Ţintă Mircea (E: 1871—76, 78, 79, 84, 85, 88, 90), Cl. IX. Jarucă Constanţa (5439, 46, 52, 56, 57, 66, 77, 503, 11), Panta Nadia (5311, 439, 57, 66, 77, 83, 91, 52, 56, 503, 06), Radu Vasile (5439, 46, 52, 66, 77, 56, 57, 83, 91, 98, 503, 06, 11), Cl. XI. Căpuz Maria (5447, 57, 61, 63, 75, 78, 83, 94, 98, 501, 05, 33, 37), Lăzărescu Ana Maria (5436, 37, 39, 56, 61, 63, 66, 72, 78, 96, 507, 31—33, 36, 37). Ş.m. 1. Cl. VIII. Andreescu Răzvan (E: 1879, 88, 94—902, 04), Dorneanu Augustin (E: 1878, 80, 94—96, 98—902, 04—06), Dumitrescu Daniela (E: 1888, 90, 94, 904, 07,—14), Filiade Gabriela (E: 1894, 98, 99, 901, 04, 07, 08, 10—14).

Ş.m. 4. Cl. X. Carcalciuc Valentin (5340, 45, 403, 07, 10, 39, 46, 47, 57, 61, 66, 70). Cl. XI. Constantin Ion (5434, 35, 39, 46, 48, 52, 55—57, 61, 63, 79, 94, 521), Nanu Bădulescu (5434, 35, 39, 46, 48, 52, 55—57, 61, 63, 79, 94). Ş.m. 6. Cl. VIII. Cocoş Luminiţa (E: 1873, 75, 80, 88, 90, 94, 95, 98, 99, 901, 04, 06). Cl. XI. Hristache Florin (5400, 09, 22, 24, 46, 55, 56, 61, 63, 78, 82, 84, 86, 90, 94), Ilie Petre (5400, 09, 22, 46, 55, 56, 57, 61, 63, 78, 82, 84, 86, 90, 94).

PREDEAL. Ş.m. Cl. X. Kardas Vladimir (5400, 03, 22, 24, 32, 46, 47, 52, 94, 95, 505).

PUCIOASA. Şc. de 7 ani nr. 2. Cl. VII. Diaconescu Ion (E: 1872, 74, 76, 78, 84, 85, 88, 90). Ş.m. Cl. VIII. Aldea Ion (E: 1873, 80, 81, 83, 93—96, 98, 99, 901, 02, 04, 06, 422), Bălescu Grigore (E: 1871, 73, 80, 81, 83, 90, 93—95, 99, 904, 05, 422), Comşoiu Mihai (E: 1871, 73, 75, 80, 82, 88, 90, 93, 94, 95, 99, 904, 02), Dumitrache Viorica (E: 1883, 88, 90, 93—95, 99, 90, 04, 06, 07, 11—14), Dragomir Elena (E: 1883, 88, 89, 93, 94, 901, 04, 06, 11, 13, 14), Ioniţă Ion (E: 1871, 73, 80, 81, 90, 94, 95, 99, 904, 06, 5422), Mărculescu Corneliu (E: 1873, 88, 90, 93, 94, 97—900, 04), Mircea Elena (E: 1871, 72, 75, 79—82, 90, 93—95, 99, 904, 05), Natu Iulia (E: 1873, 81, 84, 85, 88, 90, 91, 94, 99, 901, 04), Pascale Doina (E: 1881, 84, 85, 88, 90, 93—95, 99, 901, 03—06, 5406), Stoian Ion (E: 1871, 79, 90, 94, 98, 99, 902, 04—06), Stoica Cecilia (E: 1871, 73, 75, 77, 79—81, 83, 88, 91, 93—95, 99, 904, 05), Togănel Gabriela (E: 1883, 88, 90, 93, 94, 98, 99, 904, 09, 12—14, 5496), Vasilescu Nicolaie (E: 1819, 82, 88—91, 93, 94, 98, 902, 04, 06), Zecheru Gheorghe (E: 1888, 90, 93—95, 99, 904, 07, 11, 13, 14). Cl. X. Spătaru Aurel (5400, 02, 03, 07, 19, 23, 24, 28, 39, 46, 47, 52, 56, 57, 61, 63, 66). Cl. XI. Levitzki Cezarina (5400, 06, 09, 10, 22, 24, 34, 39, 48, 57, 61, 63, 66, 5536, 37), Rîmbu Revişoara (5296, 98, 300, 01, 07, 13—15, 29, 32, 37, 39—41, 43—45, 52, 55, 59, 82, 84, 92, 95, 400, 03, 06, 07, 09, 10, 12, 22, 24, 27, 28, 34, 38, 39, 41, 46, 48, 55—57, 60, 61).

RĂCARI. Ş.m. Cl. VIII. Dincă Gheorghe (E: 1873, 80, 90, 94, 95, 99, 900, 02, 04, 05, 06, 5495), Ion Nicolaie (E: 1873, 80, 83, 86, 90, 91, 93, 94, 95, 99, 902, 04, 05, 06, 5422). Ioniţă Florin (E: 1873, 80, 83, 90, 91, 93, 94, 95, 902, 04—06), Miulescu Cecilia (E: 1873, 74, 76, 80, 83, 90, 91, 93, 94, 99, 900, 02, 04—06), Oancea Petru (E: 1873, 80, 83, 90, 91, 93—95, 99, 902, 04, 05, 5495).

RĂDĂUŢI. Ş.m. 2. Cl. IX. Weinstein Jack (5400, 06, 07, 22, 27, 29, 38, 39, 46, 52, 56, 57).

CĂTRE REZOLVITORII DE PROBLEME

Corespondenții care ne trimit probleme rezolvate trebuie să redacteze fiecare problemă separat, însoțind-o de toate calculele necesare și de figuri desenate cu îngrijire. Nu se vor trimite soluțiile mai multor probleme pe aceeași foaie.

Se primesc lunar într-un plic soluții numai la problemele și exercițiile din ultimele trei numere apărute. Pe plic se va scrie localitatea și școala pe care o urmează rezolvitorul pentru a se evita confuzii la întocmirea rubricii rezolvitorilor de probleme și a listei celor evidențiați. *Evidențiații trebuie să aibă cel puțin 36 soluții bune.*

Problemele care se propun de către colaboratorii revistei să fie clar alcătuite și însoțite de soluții, să fie personale, iar nu luate din cărți sau reviste. Elevii sînt sfătuiți să înceapă a propune probleme numai după ce au rezolvat un număr destul de mare de exerciții și probleme. Problemele propuse, dar necorespunzătoare, nu se pot publica. Dacă un corespondent constată că unele probleme propuse au fost publicate în cărți sau reviste, este rugat să arate precis volumul și pagina unde a mai apărut enunțul sau soluția problemei respective.

Corespondentul nostru care a citit și a înțeles deplin multe din soluțiile publicate, a rezolvat multe din problemele propuse, poate și este îndemnat să încerce, să schițeze cîte o notă rezultată dintr-o observație făcută cu ocazia rezolvării unei chestiuni mai grele. Aceste note să fie *făcute de mai multe ori înainte de a fi trimise*, pentru ca redactarea lor să fie *cît mai clar și concisă*. Figurile să fie făcute separat. În redactare se vor evita prescurtările. Nu se va scrie: $\parallel = ; \sim ; * * * ; \perp ; \parallel$; Tr., etc. iar trecerea de la un calcul la altul să fie explicată pentru a putea urmări ușor desfășurarea unei demonstrații. Manuscrisele nepublicate nu se înapoiază.

La publicarea problemelor rezolvate se vor menționa rezolvitorii care au dat o bună redactare și o soluție interesantă, sau mai multe metode de rezolvare.

Elevii claselor IX—XI sau studenții vor trimite soluții la problemele propuse pentru clasele VIII—XI. Problemele rezolvate trebuie să fie din ultimele trei numere apărute în G.M.F.—B sau M.F.L. Problemele rezolvate de matematică și fizică vor fi expediate o dată în cursul unei luni într-un singur plic și vor fi însoțite de un borderou cu numărul problemelor, scrise în ordine crescîndă. Pe plic se va scrie școala, clasa și localitatea rezolvitorului. Problemele propuse vor fi scrise pe foi separate.

Elevii claselor V—VII vor fi anunțați la rubrica rezolvitorilor de probleme dacă trimit cel puțin 7 probleme bine rezolvate, iar elevii claselor VIII—XI, pentru cel puțin 12 probleme bine rezolvate. Elevii din clasa VIII pot trimite soluții și la E: V—VIII.

Autorii sînt rugați să semneze clar la sfîrșitul lucrării persoanele pe care o trimit pentru publicat și adresa lor exactă.

ERATĂ — La pag. 30 la mențiuni după rîndul 33 s-a omis rîndul: București) 38. *Tănase Virgil* (cl. XI Sinaia), 39. *Stănciulescu Carmen* (cl. X Ș.m. 1)

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ ȘI FIZICĂ

— etapa locală	la 10 februarie 1963 (matematică)
— etapa locală	la 17 febraurie 1963 (fizică)
— etapa regională	23, 24, 25 martie 1963
— etapa finală	26—28 mai 1963.

— Fiecare abonat este rugat să facă cunoscută G.M.F.-B și altor colegi, pentru a face abonamentele din vreme în vederea planificării tirajului lunar.

Tirajul fiind limitat revistele se trimit mai întîi abonaților și de aceea rugăm colaboratorii G.M.F.-B să se aboneze de îndată pentru restul numerelor (4—12). Costul este de 1,50 lei exemplarul.

— *Abonamentele se pot face individual sau colectiv prin oficiile poștale locale sau prin factorii poștali.*

Întreprinderea Poligrafică Nr. 6 — c. 5931

Lei 1,50

E 1426

KA1

SOCIETATEA DE ȘTIINȚE MATEMATICE ȘI FIZICE
DIN R. P. R.

GAZETA MATEMATICĂ ȘI FIZICĂ

(SERIA B)

PUBLICAȚIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Anul XIV martie 1963

3

GAZETA MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ

(SERIA B)

Anul XIV, nr. 3 — martie 1963

SUMARUL

	pag.
1. Metoda vectorială folosită în geometrie, de Gh. D. Simionescu	129
2. J. Lagrange de St. Gheorghiță	139
3. Lucrul mecanic în transformările gazelor de Sabin Vîlceanu	147
4. Note matematice de I. Teodorescu și St. Măruşteru	151
5. Noutăți din știință și tehnică de Grecu I. Eftimie	155
6. Probleme rezolvate (5114, 5136, 5139, 5140, 5144, 5171, 5175, 5179, 5187, 5200, 5216, 5218, 5226, 5234, 5239, 5245)	157
7. Chestiuni de examen (5666—5683)	172
8. Probleme propuse (5684—5712)	175
9. Exerciții și probleme propuse pentru clasele V—VIII (E: 1951—1963)	180
10. Rubrica rezolvitorilor de probleme	182

ANUL XIV **3** MARTIE

COMITETUL DE REDACȚIE

Ailincăi M., profesoară; *Atanasiu V.*, conf. univ., redactor pentru fizică; *Cristea I.*, asistent; *Ionescu-Bujor C.*, prof. univ.; *Ionescu-Țiu C.*, profesor, redactor pentru matematică; *Kiss E.*, conf. univ.; *Koch Fr.*, lector; *Kovacs K.*, conf. univ.; *Lévai Șt.*, asistent; *Musat I.*, profesor; *Petrovanu A.*, profesor; *Sacter O.*, conf. univ., redactor șef; *Simionescu D. Gh.* conf. univ.

REDACȚIA: Str. Academiei, 14 — Tel. 14.46.53 — București 1

Articolele, notele, recenziile, problemele propuse sau rezolvate, corespondența privitoare la activitatea matematică și fizică a școlilor, sugestii, precum și orice material informativ care ar putea interesa redacția noastră se vor trimite pe adresa de mai sus.

GAZETA MATEMATICĂ ȘI FIZICĂ

PUBLICAȚIE LUNARĂ PENTRU TINERET

(SERIA B)

Anul XIV, nr. 3 martie 1963

MŰSZAKI KÖNYVTÁRÉS DOKUMENTÁCIÓS RÉSZLEG 1883 ORSZÁGOS

METODA VECTORIALĂ FOLOSITĂ ÎN GEOMETRIE

de conf. univ. *GH. D. SIMIONESCU*

1. În acest articol se presupun cunoscute din fizică și din articolele care au mai fost publicate în G.M.F. seria B *, noțiunea de *vector*, adunarea și scăderea vectorilor. Facem numai, în mod special, mențiunea că fiind dat un vector oarecare AB și un punct O, se poate descompune vectorul dat în diferența a doi vectori *cu originea în O* și anume:

$$\overline{AB} = \overline{OB} - \overline{OA} . \tag{1}$$

Introducerea calculului vectorial a fost necesară pentru a se putea opera direct, fără ajutorul axelor de coordonate, cu mărimile vectoriale întîlnite în diferite ramuri de știință (forțe, viteze, accelerații, translații etc.). Vectorii se împart în:

a) *vectori legați*, a căror origină este un punct bine determinat, fix sau mobil, ca de exemplu forțele care acționează asupra unui punct, viteza și accelerația unui punct mobil etc.;

b) *vectori alunecători*, care se pot deplasade-a lungul unei drepte fără ca prin aceasta acțiunea lor să se modifice, ca de exemplu, forțele care acționează asupra unui corp solid nedeformabil;

c) *vectori liberi*, care se pot deplasa paralel cu ei înșiși în orice punct al spațiului, ca de exemplu momentul unui cuplu, translația etc.

În cele ce urmează vom considera numai vectori liberi.

2. *Produsul scalar a doi vectori* este produsul mărimilor (modulelor) acelor vectori, înmulțit cu cosinusul unghiului format de cei doi vectori. Așa cum arată și numele, produsul scalar este o mărime scalară și se notează $\bar{a} \cdot \bar{b}$ unde $\bar{a}$ și $\bar{b}$ sînt cei doi vectori.

Dacă $\overline{OA} = \bar{a}$ și $\overline{OB} = \bar{b}$ sînt cei doi vectori, iar θ unghiul lor (fig. 1) atunci

$$\bar{a} \cdot \bar{b} = ab \cos \theta \tag{2}$$

Această relație se mai poate scrie însă sub formele

$$\bar{a} \cdot \bar{b} = a(b \cos \theta) = b\,(a \cos \theta) = a \cdot pr_{OA}\,(\bar{b}) = b \cdot pr_{OB} \cdot (\bar{a}) , \tag{2'}$$

---

* *N. Mihăilă* (pag. 366, 419/1954), *Gh. Stoian* (373/1957), *D. V. Ionescu* (534/1957), *V. Manafu* (460, 1959) și *D. Bătinețu* (595/1962).

de unde rezultă că *produsul scalar este egal cu produsul dintre mărimea (modulul) unuia din vectori și proiecția pe direcția lui a celuilalt vector.*

Proprietățile produsului scalar se deduc acum cu ușurință.

a) *Produsul scalar este comutativ*, ceea ce rezultă din (2).

b) *Produsul scalar este distributiv față de adunare.*

In adevăr, se știe că *proiecția sumei* mai multor vectori pe o dreaptă este egală cu *suma proiecțiilor* vectorilor componenți pe acea dreaptă. Să considerăm produsul $\bar{a} \cdot (\bar{b}+\bar{c})$ unde $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ sînt vectori dați și să proiectăm pe direcția vectorului $\bar{a}$. Potrivit celor spuse mai înainte putem scrie

$$\bar{a} \cdot (\bar{b}+\bar{c}) = a \cdot [pr(\bar{b}) + pr(\bar{c})] = a \cdot pr(\bar{b}) + a \cdot pr(\bar{c}) = \bar{a} \cdot \bar{b} + \bar{a} \cdot \bar{c}$$

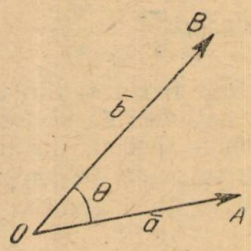


Fig. 1

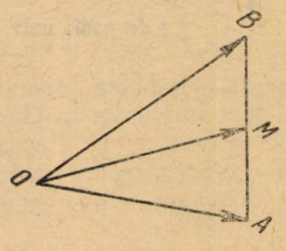


Fig. 2

Consecință. Produsul scalar dintre două sume de vectori se face după regula de înmulțire a polinoamelor.

Fie produsul $(\bar{a}+\bar{b}) \cdot (\bar{c}+\bar{d})$. Dacă notăm $\bar{c}+\bar{d}=\bar{m}$ atunci

$$(\bar{a}+\bar{b}) \cdot (\bar{c}+\bar{d}) = (\bar{a}+\bar{b}) \cdot \bar{m} = \bar{a} \cdot \bar{m} + \bar{b} \cdot \bar{m} = \bar{a} \cdot (\bar{c}+\bar{a}) + \bar{b} \cdot (\bar{c}+\bar{d}) ,$$

deci
$$(\bar{a}+\bar{b}) \cdot (\bar{c}+\bar{d}) = \bar{a} \cdot \bar{c} + \bar{a} \cdot \bar{d} + \bar{b} \cdot \bar{c} + \bar{b} \cdot \bar{d} . \qquad (3)$$

c) Produsul scalar a doi vectori este nul dacă :

— unul din vectori este nul, sau cei doi vectori sînt perpendiculari.

Explicațiile de mai sus au fost necesare pentru înțelegerea celor ce urmează. Mai trebuie să atragem atenția că relațiile vectoriale sînt valabile atît *în plan cît și în spațiu*, de aceea o aceeași relație vectorială interpretată în plan ne conduce la proprietăți ale figurilor plane și interpretată în spațiu ne conduce la proprietăți ale figurilor spațiale.

3. *Aplicații ale sumei (diferenței)* vectoriale.

I. *Fie A, B două puncte oarecare și M mijlocul segmentului AB. Dacă O este un punct oarecare din spațiu, avem relația vectorială :*

$$\overline{OM} = \frac{1}{2} (\overline{OA} + \overline{OB}) \qquad (4)$$

Pentru demonstrație se observă că vectorul $\overline{OM}$ poate fi scris sub formele (fig. 2)

$$\overline{OM} = \overline{OA} + \overline{AM} ; \qquad \overline{OM} = \overline{OB} + \overline{BM}$$

Adunînd aceste două egalități și ținînd seama că $\overline{AM}+\overline{BM}=0$ (vectori egali și de sens contrar) obținem $2\overline{OM}=\overline{OA}+\overline{OB}$, din care rezultă relația (4).

II. Să demonstrăm teorema cunoscută: *Segmentul care unește mijloacele laturilor neparalele ale unui trapez este paralel cu bazele trapezului și egal cu semisuma lor.*

Fie $ABCD$ trapezul cu bazele AB, CD (fig. 3) și E, F mijloacele laturilor $\overline{AD}$, $\overline{BC}$. Avem

$$\overline{AE}=\frac{1}{2}\overline{AD} \text{ și } \overline{AF}\frac{1}{2}(\overline{AB}+\overline{AC})$$

Însă, potrivit relației (1):

$$\overline{EF}=\overline{AF}-\overline{AE}=\frac{1}{2}(\overline{AB}+\overline{AC}-\overline{AD})=\frac{1}{2}(\overline{AB}+\overline{DC})$$

Fiind vorba de vectori liberi, putem aduce vectorii $\overline{AB}$, $\overline{DC}$ cu originea în E, paraleli cu ei înșiși, deci cu bazele. În acest fel, se vede că vectorul $\overline{EF}$ este egal cu vectorul $\frac{1}{2}(\overline{AB}+\overline{DC})$ adică paralel cu bazele și egal cu semisuma lor.

III. *Fie ABC un triunghi dat. Se rotesc laturile AB, BC, CA cu un același unghi α (toate spre exterior sau toate spre interior), respectiv în*

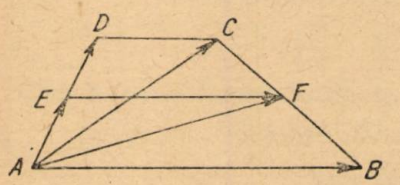


Fig. 3

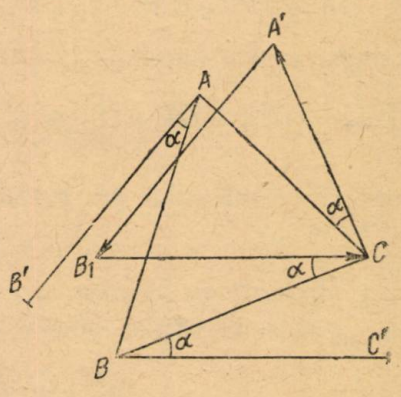


Fig. 4

jurul vîrfurilor A, B, C, și se obțin pozițiile AB', BC', CA'. Să se demonstreze că triunghiurile ABC și $A'B'C'$ au același centru de greutate.

Să demonstrăm întîi, că avem relația vectorială

$$\overline{AB'}+\overline{BC'}+\overline{CA'}=0\,.$$

În adevăr, rotind triunghiul ABC în jurul vîrfului C, cu unghiul α, obținem triunghiul $CA'B_1$ în care, în mod evident, laturile B_1C, sînt egale și paralele.

Apoi, latura AB se rotește tot de unghiul α, deci $A'B_1$ devine paralelă cu AB'. În acest caz, mutînd convenabil vectorii liberi, paralel cu ei înșiși avem

$$\overline{AB'}+\overline{BC'}+\overline{CA'}=\overline{A'B_1}+\overline{B_1C}+\overline{CA'}=0$$

Fie acum O un punct oarecare al planului, G și G' centrele de greutate

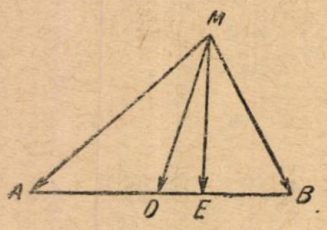


Fig. 5

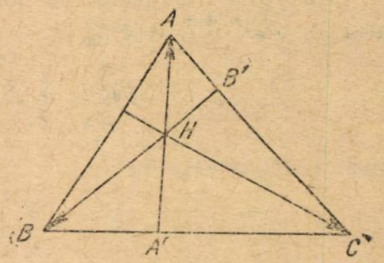


Fig. 6

ale triunghiurilor ABC și $A'B'C'$. Se știe că:

$$\overline{OG}=\frac{1}{3}(\overline{OA}+\overline{OB}+\overline{OC})\ ;\qquad \overline{OG'}=\frac{1}{3}(\overline{OA'}+\overline{OB'}+\overline{OC'})\ ;$$

însă

$$\overline{OA'}=\overline{OC}+\overline{CA'}\ ;\qquad \overline{OB'}=\overline{OA}+\overline{AB'}\ ;\qquad \overline{OC'}=\overline{OB}+\overline{BC'},$$

de unde rezultă, înlocuind în $\overline{OG'}$:

$$\overline{OG'}=\frac{1}{3}[(\overline{OA}+\overline{OB}+\overline{OC})+(\overline{AB'}+\overline{BC'}+\overline{CA'})]=\frac{1}{3}(\overline{OA}+\overline{OB}+\overline{OC})$$

deoarece a doua sumă din paranteza mare este nulă. Deci

$$\overline{OG'}=\overline{OG}\ \text{ și }\ G'\equiv G\ .$$

4. *Aplicații ale produsului scalar.* Întîi să observăm că potrivit definiției produsului scalar, putem scrie pentru un vector $\bar{a}$:

$$(\bar{a})^2=\bar{a}\cdot\bar{a}=a\cdot a\cos 0^0=a^2$$

deci, pătratul unui vector este egal cu pătratul modulului (mărimii) acelui vector.

I. *Locul geometric al punctelor din plan, pentru care diferența pătratelor distanțelor la două puncte fixe este constantă.*

Fie A, B punctele fixe și M punctul mobil. Potrivit enunțului avem (fig. 5)

$$MA^2-MB^2=k^2\,(\text{const})$$

(se presupune $\overline{MA} > \overline{MB}$). Transpusă vectorial, relația devine: $(\overline{MA})^2 - (\overline{MB})^2 = k^2$

Însă, dacă D este mijlocul lui AB și E proiecția lui M pe AB.

$$(\overline{MA})^2 - (\overline{MB})^2 = (\overline{MA} + \overline{MB}) \cdot (\overline{MA} - \overline{MB}) = \frac{1}{2} \overline{MD} \cdot \overline{BA} = k^2$$

Schimbînd sensul ambilor vectori obținem:

$$\overline{DM} \cdot \overline{AB} = 2k^2 = \text{const}, \text{ sau } AB \cdot DE = 2k^2$$

care arată că proiecția vectorului $\overline{DM}$ pe dreapta AB este constantă și cum punctul D este fix, E trebuie să fie de asemenea fix. Locul lui M este deci, perpendiculara pe AB dusă prin E.

II. *Locul geometric al punctelor din plan pentru care suma patratelor distanțelor la două puncte fixe este constantă.*

Păstrînd notațiile precedente, relația este

$$MA^2 + MB^2 = k^2 \tag{5}$$

sau sub formă vectorială

$$\overline{MA}^2 + \overline{MB}^2 = k^2 \tag{5'}$$

Această relație se mai poate scrie însă, sub formele

$$(\overline{MA} + \overline{MB})^2 - 2\overline{MA} \cdot \overline{MB} = k^2 ; \qquad 4\overline{MD}^2 - 2\overline{MA} \cdot \overline{MB} = k^2$$

$$(\overline{MA} - \overline{MB})^2 + 2\overline{MA} \cdot \overline{MB} = k^2 ; \qquad \overline{BA}^2 + 2\overline{MA} \cdot \overline{MB} = k^2$$

care adunate ne dau, ținînd seama că $\overline{MD}^2 = MD^2$, etc.

$$4MD^2 + AB^2 = 2k^2 \text{ sau } MD^2 = \frac{k^2}{2} - \frac{AB^2}{4} = \text{const}$$

Deoarece MD este constant și D fix, locul lui M este cercul cu raza $MD = \frac{1}{2}\sqrt{2k^2 - AB^2}$ cu condiția $k > \frac{AB\sqrt{2}}{2}$.

Desigur, locurile geometrice (I) și (II) sînt cunoscute și tratate chiar în manuale. Am vrut numai să arăt cum se poate folosi calculul vectorial pentru aflarea acestor locuri.

Teoreme de geometrie plană și în spațiu deduse pe cale vectorială

5. Dacă se dau trei puncte A, B, C necoliniare și un punct O oarecare în spațiu există relația

$$\overline{OA} \cdot \overline{BC} + \overline{OB} \cdot \overline{CA} + \overline{OC} \cdot \overline{AB} \equiv 0 \tag{6}$$

Aceasta se dovedește foarte ușor, dacă scriem; conform relației (1) $\overline{BC} = \overline{OC} - \overline{OB}$, etc.

Atunci (6) devine:

$$\overline{OA}\cdot(\overline{OC}-\overline{OB})+\overline{OB}(\overline{OA}-\overline{OB})+\overline{OC}(\overline{OB}-\overline{OA})\equiv 0$$

care se verifică imediat prin dezvoltare și reducere de termeni.

Concurența înălțimilor unui triunghi. Să ducem înălțimile AA', BB' care sînt evident, concurente și să notăm cu H punctul lor comun. Dacă scriem relația (6) luînd punctul O în H avem:

$$\overline{HA}\cdot\overline{BC}+\overline{HB}\cdot\overline{CA}+\overline{HC}\cdot\overline{AB}=0 \qquad (7)$$

însă, $\overline{HA}\cdot\overline{BC}=0$, $\overline{HB}\cdot\overline{CA}=0$ deoarece vectorii care intră în fiecare din aceste produse scalare sînt perpendiculari.

Atunci, din relația (7) rămîne $\overline{HC}\cdot\overline{AB}=0$, care arată că HC și AB, sînt perpendiculare adică CH este a treia înălțime. Deci una din înălțimi trece prin intersecția celorlalte două, ceea ce arată că înălțimile sînt concurente.

Tetraedrul ortogonal. Să interpretăm acum relația (6) în spațiu. Punctele O, A, B, C determină un tetraedru. Să presupunem că OA este perpendicular pe BC și OB este perpendicular pe CA. Atunci $\overline{OA}\cdot\overline{BC}=0$ și $\overline{OB}\cdot\overline{CA}=0$, iar din (6) rămîne $\overline{OC}\cdot\overline{AB}=0$, adică OC și AB sînt perpendiculare. De aci, teorema:

Dacă într-un tetraedru două perechi de muchii opuse sînt perpendiculare, atunci și a treia pereche de muchii este formată din muchii perpendiculare.

Teorema este cunoscută și tetraedrele care satisfac aceste condiții se numesc *ortogonale* sau *ortocentrice* (deoarece într-un astfel de tetraedru înălțimile sînt concurente, deci există un ortocentru).

6. *Generalizări.* A) Să considerăm un număr impar de puncte în spațiu: $A_1, A_2, \ldots, A_{2p-1}$ și un alt punct O care nu coincide cu nici unul din cele precedente. Se dovedește foarte ușor că există relația

$$\overline{OA}_1\cdot\overline{A}_p\overline{A}_{p+1}+\overline{OA}_2\cdot\overline{A}_{p+1}\overline{A}_{p+2}+\cdots+$$
$$+\overline{OA}_{2p-1}\cdot\overline{A}_{p-1}\overline{A}_p\equiv 0 \qquad (8)$$

Pentru ușurarea scrisului vom nota $\overline{OA}_1=\overline{r}_1$; $\overline{OA}_2=\overline{r}_2$, etc. $\overline{OA}_i=\overline{r}_i$ se numește vectorul de poziție al punctului A_i în raport cu originea O. Deoarece $\overline{A}_i\overline{A}_{i+1}=\overline{r}_{i+1}-\overline{r}_i$ relația (8) se mai scrie:

$$\overline{r}_1(\overline{r}_{p+1}-\overline{r}_p)+\overline{r}_2(\overline{r}_{p+2}-\overline{r}_{p+1})+\cdots+$$
$$+\overline{r}_{2p-1}(\overline{r}_p-\overline{r}_{p-1})\equiv 0 \qquad (8')$$

Această relație este adevărată indiferent dacă r_i reprezintă vectori sau scalari. Demonstrarea se poate face căutînd legea de reducere a termenilor. În acest scop scriem termenii sumei (fără bară) pe o coloană.

$r_1(r_{p+1}-r_p)$	1
$r_2(r_{p+2}-r_{p+1})$	2
$r_3(r_{p+3}-r_{p+2})$	3
⋮ ⋮ ⋮	
$r_{p-1}(r_{2p-1}-r_{2p-2})$	
$r_p(r_1-r_{2p-1})$	$p-1$
$r_{p+1}(r_2-r_1)$	1
$r_{p+2}(r_3-r_2)$	2
$r_{p+3}(r_4-r_3)$	3
⋮ ⋮ ⋮	
$r_{2p-1}(r_p-r_{p-1}$	$p-1$

Se observă acum că termenii legați prin liniile oblice numerotate de la 1 la $(p-1)$ se reduc cu termenii subliniați cu liniile orizontale care poartă același număr de ordine. Singurii termeni care nu intră în această lege de reducere sînt: al doilea termen din primul produs $(-r_1 r_p)$ și primul termen din produsul de rang p $(r_p r_1)$, dar și aceștia se reduc. Suma este deci nulă. (Se pot face verificări directe pentru $p=3$, $p=4$ etc.).

I. Să presupunem acum că punctele A_i $(i=1, 2, \ldots, p-1)$ precum și punctul O se găsesc în același plan. Dacă pornim de ex. din vîrful A_1 al poligonului format de punctele A_i și grupăm laturile în perechi $(A_1A_2;\ A_1A_{2p-1})$, $(A_2A_3;\ A_{2p-1}A_{2p-2})$ etc, atunci rămîne o latură stingheră anume A_pA_{p+1}; vom zice că aceasta este latura „opusă" lui A_1. La fel, $A_{p+1}A_{p+2}$ va fi latura „opusă" lui A_2 etc.

Perpendiculara dusă dintr-un vîrf al poligonului pe latura „opusă" o vom numi „înălțime" a acelui vîrf. Cu aceste convenții putem enunța

Dacă $(n-1)$ înălțimi ale unui poligon, cu un număr n impar de laturi sînt concurente, atunci a n^a înălțime trece și ea prin punctul de concurență al celorlalte.

În adevăr, dacă $n=2p-1$ și dacă în relația (8) considerăm că O este punctul de concurență al primelor $(n-1)$ înălțimi, atunci OA_1 este perpendiculară pe A_pA_{p+1}, OA_2 este perpendiculară pe $A_{p+1}A_{p+2}$ etc; primele $n-1=2p-2$ produse scalare sînt nule. Din (8) rămîne numai $OA_{2p-1}\cdot A_{p-1}A_p=0$ deci, OA_{2p-1} și $A_{p-1}A_p$ sînt perpendiculare care arată că OA_{2p-1} este *a* n^a înălțime, deci *a* n^a înălțime trece prin O.

Pentru ca această teoremă să aibă un sens trebuie dovedit că există poligoane cu număr impar de laturi în care $(n-1)$ înălțimi sînt concurente. Cititorul va face ușor dovada că se pot construi o infinitate de pentagoane care să aibă patru înălțimi concurente, deci teorema are sens.

Observare. Teorema privitoare la înălțimile unui triunghi este un caz particular $(n=3)$ și nu mai conține nici o condiție, deoarece două înălțimi ale unui triunghi sînt totdeauna concurente.

II. Considerăm punctele A_i în același plan, însă punctul O situat în afara acestui plan. În acest caz avem o piramidă cu vîrful O și cu baza poligonul format de punctele A_i. Dacă o latură a poligonului de bază este „opusă" vîrfului A_i vom spune că acea latură este opusă muchiei OA_i a piramidei.

Relația (8) ne conduce imediat la următoarea teoremă: *Dacă într-o piramidă cu un număr n impar de fețe, $(n-1)$ muchii sînt respectiv perpendiculare pe laturile opuse ale poligonului de bază, atunci și a n^a muchie este perpendiculară pe latura opusă ei.*

Demonstrația este aceeași ca în cazul poligoanelor plane.

Observarea I. Teorema este adevărată chiar dacă punctele A_i nu formează un poligon plan, ci unul strîmb, deoarece punctele A_i nu sînt supuse nici unei restricții în relația (8).

Observarea II. Pentru $n=3$ regăsim teorema referitoare la tetraedrele ortogonale. De observat că în acest caz, spre deosebire de triunghiuri, teorema se păstrează în întregime, cu condiția impusă primelor $(n-1)$ muchii.

B. Considerăm acum poligoanele plane sau strîmbe cu număr par de laturi. Vom spune că într-un astfel de poligon două laturi sînt *opuse*, dacă scoţîndu-le din poligon rămîn de o parte şi de alta, linii frînte cu acelaşi număr de laturi. De ex. numerotînd de la 1 la 6 laturile unui exagon, avem perechile de laturi opuse (1 ; 4), (2 ; 5), (3 ; 6).

Fie $M_1, M_2, \ldots, M_n$ mijloacele laturilor A_1A_2, $A_2A_3, \ldots, A_nA_1$ şi O un punct oarecare al spaţiului. Notînd cu r_i vectorul de poziţie al punctului A_i avem :

$$\overline{OM_1} = \frac{1}{2}(\bar{r}_1 + \bar{r}_2) ; \overline{OM_2} = \frac{1}{2}(\bar{r}_2 + \bar{r}_3) \text{ etc.}$$

Să arătăm că există totdeauna relaţia $(n=2p)$

$$\overline{OM_1} \cdot \overline{A_{p+1}A_{p+2}} + \overline{OM_2}\,\overline{A_{p+2}A_{p+3}} + \cdots + \overline{OM_{2p}} \cdot \overline{A_pA_{p+1}} \equiv 0 \qquad (9)$$

Pentru aceasta înlocuim vectorii OM_1, $A_{p+1}A_{p+2}$ etc. şi lăsînd la o parte factorul $\frac{1}{2}$; trebuie să avem

$$(\bar{r}_1 + \bar{r}_2)(\bar{r}_{p+2} - \bar{r}_{p+1}) + (\bar{r}_2 + \bar{r}_3)(\bar{r}_{p+3} - \bar{r}_{p+2} + \cdots + (\bar{r}_{2p} + \bar{r}_1)(\bar{r}_{p+1} - \bar{r}_p) \equiv 0$$

De exemplu, pentru $n=2p=6$ relaţia este :

$$(\bar{r}_1 + \bar{r}_2)(\bar{r}_5 - \bar{r}_4) + (\bar{r}_2 + \bar{r}_3)(\bar{r}_6 - \bar{r}_5) + (\bar{r}_3 + \bar{r}_4)(\bar{r}_1 - \bar{r}_6) +$$
$$+ (\bar{r}_4 + \bar{r}_5)(\bar{r}_2 - \bar{r}_1) + (\bar{r}_5 + \bar{r}_6)(\bar{r}_3 - \bar{r}_2) + (\bar{r}_6 + \bar{r}_1)(\bar{r}_4 - \bar{r}_3) \equiv 0$$

care se verifică prin dezvoltarea şi reducerea de termeni.

Pentru relaţia generală (9′) cititorul va căuta o lege de reducere a termenilor ca în cazul relaţiei (8′).

I. Presupunem că punctele A_i formează un poligon plan şi că punctul O se află în planul acestui poligon. Vom numi „înălţime" în acest poligon, perpendiculara dusă din *mijlocul unei laturi* pe latura opusă. Putem enunţa următoarea teoremă :

Dacă (n—1) înălţimi ale unui poligon cu un număr n par de laturi sînt concurente, atunci şi a n^a înălţime trece prin punctul de concurenţă al celorlalte.

Fie O punctul de concurenţă al primelor $(n—1)$ înălţimi. Avem OM_1 şi $A_{p+1}A_{p+2}$ perpendiculare ; OM_2 şi $A_{p+2}A_{p+3}$ perpendiculare, etc. deci, primele $(n—1)$ sau $(2p—1)$ produse din (9) sînt nule şi rămîne

$\overline{OM_{2p}} \cdot \overline{A_pA_{p+1}} = 0$ deci OM_{2p} şi A_pA_{p+1} sînt perpendiculare care arată că OM_n este *a n^a* înălţime. Teorema este demonstrată.

Şi aici se pune problema dacă există poligoane care să satisfacă condiţia din enunţ. Răspunsul este afirmativ. În adevăr, „înălţimile" unui patrulater inscriptibil sînt concurente şi punctul de concurenţă se numeşte *anticentrul* patrulaterului *.

---

* Culegerea de probleme de geometrie de G. Ţiţeica, problema 289.

II. Să considerăm acum punctul O în afara planului poligonului format de punctele A_i. În acest caz avem o piramidă cu vîrful în O. Relația (9) interpretată în spațiu ne conduce la următoarea teoremă:

Dacă (n—1) mediane ce pleacă din O ale fețelor unei piramide cu n fețe (n par) sînt perpendiculare pe laturile opuse din poligonul de bază, atunci și a n^a mediană este perpendiculară pe latura opusă ei.

Observare. Ca și în cazul piramidelor cu număr impar de fețe, poligonul format de punctele A_i poate să nu fie plan și teorema rămîne valabilă.

După cîte știm, teoremele referitoare la poligoanele cu număr par de laturi și la piramidele cu număr impar sau par de laturi nu sînt cunoscute.

7. A) *Teorema triunghiurilor ortologice se demonstrează* de asemenea simplu, pe cale vectorială. Fie ABC, $A'B'C'$ două triunghiuri situate în același plan. Să arătăm că *dacă perpendicularele duse din A, B, C respectiv pe laturile B'C', C'A', A'B' sînt concurente, atunci reciproc, perpendicularele duse din A', B', C' pe laturile BC, CA, AB sînt concurente.*

Pentru aceasta să notăm cu O punctul comun perpendicularele duse prin A, B, C pe laturile lui $A'B'C'$ și cu O' punctul de intersecție al perpendicularelor duse din A', B' respectiv pe BC, CA. Rămîne să demonstrăm că $O'C'$ și AB sînt perpendiculare. Să notăm pentru prescurtare $\overline{OA}=\bar{r}_a$, $\overline{OB}=\bar{r}_b$; $\overline{OC}=\bar{r}_c$; $\overline{O'A'}=\bar{\varrho}_a$; $\overline{O'B'}=\bar{\varrho}_b$; $\overline{O'C'}=\bar{\varrho}_c$. Din cauza condițiilor impuse prin ipoteză avem următoarele cinci produse scalare nule:

$$\overline{OA}\cdot\overline{B'C'}=0;\ \overline{OB}\cdot\overline{C'A'}=0;\ \overline{OC}\cdot\overline{A'B'}=0;\ \overline{O'A'}\cdot\overline{BC}=0;\ \overline{O'B'}\cdot\overline{CA}=0. \quad (10)$$

Însă, cu notațiile de mai sus avem $\overline{BC}=\bar{r}_c-\bar{r}_b$; $\overline{B'C'}=\bar{\varrho}_c-\bar{\varrho}_b$ etc, deci, înlocuid în (10) obținem:

$$\left.\begin{array}{lll}\bar{r}_a\cdot(\bar{\varrho}_c-\bar{\varrho}_b)=0; & \bar{r}_b\cdot(\bar{\varrho}_a-\bar{\varrho}_c)=0; & \bar{r}_c\cdot(\bar{\varrho}_b-\bar{\varrho}_a)=0\\ \bar{\varrho}_a\cdot(\bar{r}_c-\bar{r}_b)=0; & \bar{\varrho}_b\cdot(\bar{r}_a-\bar{r}_c)=0 & \end{array}\right\} \quad (10')$$

Dacă desfacem parantezele deducem imediat egalitățile:

$$\bar{r}_a\cdot\bar{\varrho}_c=\bar{r}_a\cdot\bar{\varrho}_b=\bar{\varrho}_b\cdot\bar{r}_c=\bar{r}_c\cdot\bar{\varrho}_a=\bar{\varrho}_a\cdot\bar{r}_b=\bar{r}_b\cdot\bar{\varrho}_c$$

Egalînd primul și ultimul produs avem

$$\bar{r}_a\cdot\bar{\varrho}_c=\bar{r}_b\cdot\bar{\varrho}_c \text{ sau } \bar{\varrho}_c\cdot(\bar{r}_b-\bar{r}_a)=0, \text{ adică } \overline{O'C'}\cdot\overline{AB}=0.$$

Aceasta arată că $O'C'$ și AB sînt perpendiculare.

B. Să interpretăm acum relațiile (10) în spațiu. Presupunem că triunghiurile ABC, $A'B'C'$ sînt așezate oricum în spațiu și considerăm două puncte oarecare O, O'; obținem piramidele $OABC$, $O'A'B'C'$.

Este evident că dacă relațiile (10) sînt îndeplinite, atunci și concluzia $\overline{O'C'}\cdot\overline{AB}=0$ este îndeplinită. De aci teorema:

Fiind date două tetraedre OABC, O'A'B'C', dacă muchiile OA, OB, OC sînt respectiv perpendiculare pe B'C', C'A', A'B' și dacă muchiile O'A', O'B' sînt respectiv perpendiculare pe BC, CA, atunci neapărat O'C' și AB sînt perpendiculare între ele.

Nu știm dacă această proprietate este cunoscută.

Propunem cititorilor să încerce o generalizare a teoremei triunghiurilor ortologice la poligoane și interpretarea corespunzătoare în spațiu.

8. Încheiem cu un exemplu de alt gen și anume, vom deduce o proprietate geometrică pornind de la un sistem de ecuații vectoriale în care intervin numai produse scalare.

Să se rezolve sistemul de ecuații vectoriale:

$$\bar{a}\cdot\bar{x}=\bar{b}\cdot\bar{y};\qquad \bar{a}\cdot\bar{y}=\bar{b}\cdot\bar{x}$$

unde $\bar{a}$, $\bar{b}$ sînt vectori dați, necoliniari, iar $\bar{x}$ și $\bar{y}$ vectori necunoscuți.

Figurăm vectorii dați $\overline{AB}=\bar{a}$, $\overline{AD}=\bar{b}$. Prima ecuație spune că putem lua pentru $\bar{x}$, $\bar{y}$ doi vectori $\overline{AP}$, $\overline{AQ}$ astfel încît dacă $AE=pr_{AB}(AP)$ și $AF=pr_{AD}(AQ)$ să avem $AE\cdot AB=AF\cdot AD$, adică patrulaterul $BDEF$ să fie inscriptibil. Rezultă că E și F se pot determina ducînd un cerc oarecare prin B, D (fig. 7).

Este evident că extremitatea P a vectorului $\overline{AP}=\bar{x}$ se află pe perpendiculara dusă prin E pe AB, iar extremitatea Q a vectorului $\overline{AQ}=\bar{y}$ se află pe perpendiculara dusă din F pe AD.

Pentru determinarea lui P și Q trebuie să ținem seama de a doua ecuație, pe care însă o vom înlocui cu alta echivalentă, dedusă prin scăderea ecuațiilor date

$$\bar{a}\cdot(\bar{x}-\bar{y})=\bar{b}\cdot(\bar{y}-\bar{x})\text{ sau: }(\bar{a}+\bar{b})\cdot(\bar{x}-\bar{y})=0$$

Însă, $\bar{a}+\bar{b}=\overline{AC}$ diagonala paralelogramului construit cu vectorii $\overline{AB}$, $\overline{AD}$, iar $\bar{x}-\bar{y}=\overline{AP}-\overline{AQ}=\overline{QP}$ deci $\overline{AC}\cdot\overline{QP}=0$ de unde rezultă că PQ și AC sînt perpendiculare.

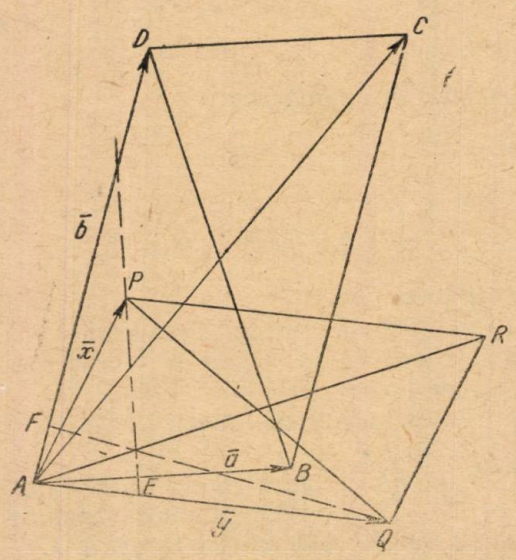


Fig. 7

Prin urmare, putem găsi o soluție a sistemului astfel:

a) ducem prin B și D un cerc arbitrar care taie pe AB în E și pe AD în F;

b) ducem perpendicularele din E și F respectiv pe AB și AD;

c) o perpendiculară *arbitrară* pe diagonala AC a paralelogramului $ABCD$ taie perpendicularele duse prin E și F respectiv în P și Q.

Vectorii căutați sînt $\bar{x}=\overline{AP}$ și $\bar{y}=\overline{AQ}$.

Sistemul este evident nedeterminat, deoarece atît cercul de la a) cît și perpendicularele de la c) sînt arbitrare.

Dacă adunăm ecuațiile sistemului obținem o ecuație echivalentă cu oricare din cele date, (deci verificată de soluția sistemului) :

$$\overline{a}\cdot(\overline{x}+\overline{y})=\overline{b}\cdot(\overline{x}+\overline{y}) \text{ sau } (\overline{a}-\overline{b})\cdot(\overline{x}+\overline{y})=0\,,$$

Dar :

$$\overline{a}-\overline{b}=\overline{AB}-\overline{AD}=\overline{DB}\,; \qquad \overline{x}+\overline{y}=\overline{AR}\,,$$

unde AR este diagonala paralelogramului cu laturile AP, AQ. Așadar, $\overline{DB}\cdot\overline{AR}=0$ care arată că BD și AR sînt perpendiculare.

De aci următoarea problemă de geometrie (v. Revista matematică și fizică, 8/VIII 1953, probl. 1010) care a fost dedusă chiar pe această cale vectorială :

Un cerc ce trece prin extremitățile diagonalei BD a unui paralelogram ABCD taie laturile AB, AD respectiv în E și F. Perpendicularele duse din E pe AB și din F pe AD sînt întîlnite respectiv în P și Q de o perpendiculară oarecare pe diagonala AC. Dacă se notează cu R al patrulea vîrf al paralelogramului AQRP în care PQ este una din diagonale, să se arate că diagonala AR este perpendiculară pe diagonala BD a paralelogramului dat.

Din exemplele date în acest articol se vede că metoda vectorială oferă, la unele probleme de geometrie, posibilitatea unei rezolvări simple și permite tot așa de ușor generalizări fie în plan, fie în spațiu. Vreau să atrag atenția în mod special asupra interpretării în spațiu a relațiilor vectoriale care folosesc la demonstrarea unor teoreme de geometrie plană. Se pot obține uneori pe această cale, rezultate foarte frumoase în mod destul de simplu

Nu trebuie să se tragă concluzia că orice problemă de geometrie se tratează în mod simplu pe cale vectorială. Cei care cunosc geometria analitică știu că sînt probleme care se rezolvă foarte ușor analitic și destul de greu geometric, dar există și probleme a căror soluție geometrică este destul de simplă, pe cîtă vreme calea analitică necesită calcule lungi și greoaie.

Același lucru se poate spune și despre metoda vectorială ; nu orice problemă de geometrie are o soluție vectorială simplă.

Ne propunem ca într-un viitor articol să dăm unele aplicații ale calculului vectorial la probleme de geometrie, în care să intervină produsul vectorial și produsul mixt.

JOSEPH LOUIS LAGRANGE

(cu prilejul împlinirii a 150 de ani de la moartea sa)

de conf. univ. *ȘT. I. GHEORGHIȚĂ*

Cea mai mare parte a vieții și activității lui *Lagrange* s-a desfășurat în a doua jumătate a secolului XVIII, în perioada premergătoare și în zilele revoluției franceze, zguduire istorică ce avea să traseze drumuri noi în viața societății. „Toată dezvoltarea întregii omeniri civilizate în decursul secolului al XIX-lea, totul pornește de la marea revoluție franceză, totul i se datorește ei", observa Lenin în 1919 (Opere, vol. 28). Și *Lagrange* a reflectat într-un chip deosebit necesitățile vremii sale, necesitățile acestei revoluții. Vasta sa operă are o importanță deosebită, și pe drept cuvînt s-a spus că principala sa lucrare constituie „piatra unghiulară a întregii culturi fizico-matematice și tehnice pentru mai multe secole înainte" *(N. Idelson,* Despre mecanica lui *Lagrange,* 1936).

Descendent dintr-o familie din Touraine, înrudită cu cea a lui *Descartes*, *Lagrange* s-a născut la Torino la 25.I.1736. Străbunicul său, ofițer în armata franceză, trecuse în regatul Sardiniei și se stabilise în acest oraș cu multe zeci de ani înainte. Tatăl său avea o situație materială bună, dar se va ruina în curînd în urma unor speculații nereușite; în legătură cu aceasta *Lagrange* ar fi spus că, dacă ar fi avut avere, probabil că nu s-ar fi ocupat de matematici. Progresele sale rapide în matematică îl făcură atît de cunoscut, încît, încă înainte de a împlini 19 ani, a fost chemat să predea matematica la școala de artilerie din Torino. Majoritatea elevilor săi erau mai vîrstnici decît el, ceea ce n-a constituit un obstacol ca împreună cu cîțiva mai pasionați pentru științele naturii să înființeze o societate științifică particulară care va publica — sub titlul „*Miscellanea Taurinensia*" — 5 volume cu lucrări, multe dintre ele datorite lui *Lagrange*.

Tînărul matematician îi scrie lui *Euler*, care atunci se afla la Berlin. Corespondența se întrerupe cîtva timp în urma războiului de 7 ani, și se va relua odată cu apariția primului volum al lucrărilor Societății din Torino. Marele savant îi răspunse prompt, anunțîndu-i numirea ca membru al Academiei din Berlin și, aducîndu-i elogii pentru *problema izoperimetrelor*, îi declară că soluția analitică pe care o are în vedere — inspirată din lectura lucrării lui *Lagrange* — o va publica după ce *Lagrange* își va fi publicat continuarea cercetărilor sale, pentru a nu-i știrbi din gloria ce o merită. Volumul al doilea din „Miscellanea Taurinensia" (1760—1761) conținea continuarea anunțată și *Euler* va tipări abia în 1766, la Petersburg, două memorii întinse asupra problemei izoporimetrelor sau, după numele dat de *Euler*, asupra *calculului variațional*.

Prima lucrare tipărită de *Lagrange* se distinge prin importanța problemei abordate, eficacitatea metodei folosite în rezolvarea ei, frumusețea aplicațiilor, eleganța și claritatea stilului, trăsături care se vor găsi și în lucrările ulterioare. Ea era dedicată *problemei maximelor și minimelor funcțiilor de mai multe variabile* și se termina cu următoarea aplicație: fie niște corpuri perfect elastice așezate în linie dreaptă fără a se atinge; presupunînd cunoscute masele primului și ultimului corp, precum și viteza ce se comunică primului corp, să se găsească masele corpurilor intermediare pentru ca viteza ultimului corp să fie cît mai mare.

Memoriul „*Recherches sur la nature et la propagation du son*" (1759) îi asigură un mare renume. Astronomul *Delambre* scria că *Lagrange* „abordînd un subiect tratat de *Newton*, *Taylor*, *Bernoulli*, *d'Alembert* și *Euler*, apare deodată în mijlocul acestor mari matematicieni ca egalul lor, ca un arbitru care, pentru a face să înceteze o luptă grea, arată fiecăruia în ce are dreptate, în ce s-a înșelat, îi judecă, îi reconsideră și le dă adevărata soluție pe care ei au întrevăzut-o fără a o putea atinge".

Lagrange intenționa să viziteze Parisul și Londra, pentru a lua contact direct cu unii savanți renumiți ai timpului. La sfîrșitul anului 1763 pleacă din Torino și ajunge la Paris, unde după cîtva timp se îmbolnăvește. Odată restabilit se reîntoarce în orașul său natal, pe drum făcîndu-i o vizită lui *Voltaire*. La Torino va rămîne pînă în 1766, cînd va fi numit la Academia din Berlin în locul lui *Euler*, care se înapoiase la Petersburg. La 21.VII părăsește pentru totdeauna orașul natal, rămîne două săptămîni la Paris, trece la Londra ca oaspete al prietenului său *Domenico Caraccioli*, ambasadorul Neapolului, și de la Londra, prin Hamburg, pleacă la Berlin. Aici își va scrie cea mai mare parte a operei sale, inclusiv celebra „*Mécanique Analitique*", care va apare la Paris

în 1788. După moartea lui Frederic al II-lea obține de la urmașul acestuia permisiunea de a pleca, cu promisiunea de a publica din lucrările sale și în memoriile Academiei din Berlin. Este numit pensionar veteran al Academiei franceze de științe, al cărei asociat era din 1772, iar din 1787 va locui la Paris.

Uriașa activitate desfășurată avea să-l aducă într-o stare de depresiune; încă din 1781 scria că simte „cum forța de inerție se mărește puțin cîte puțin" și „eu nu răspund că voi face încă geometrie peste 10 ani", iar într-o scrisoare din 28.IV. 1788, declara că aproape și-a luat concediu de la matematici. Lagrange apare acum distrat și melancolic și interesul pentru matematică pare stins pentru totdeauna, ea fiind înlocuită în preocupările sale prin medicină, botanică, filozofie, chimie.

JOSEPH LOUIS LAGRANGE
(1736 — 1813)

Revoluția franceză va aduce mari transformări și în viața lui *Lagrange*, și el va scrie mai tîrziu: „Acum că liniștea și ordinea s-au restabilit, nu regret de a fi asistat la un spectacol, cel mai interesant pentru filozofi, acela al unei mari națiuni care își creează un nou guvernămînt"... Necesitățile vremii sale se reflectă direct în lucrarea *„Essai d'arithmétique politique sur les premiers besoins de l'intérieur de la République"*, în care studiază posibilitățile de a se asigura alimentația populației Franței. Printre manuscrisele sale s-a găsit de asemenea o lucrare, cerută de Comitetul Salvării Publice, asupra mișcării obuzului în țeava tunului.

Revoluția urmărea să scoată știința din incinta academiilor, pentru a o răspîndi în cercuri din ce în ce mai largi, și lui *Lagrange* i se va rezerva primul loc în această activitate. E numit la Școala Normală Superioară, la care funcționează însă scurt timp. Prin legea din 28.IX.1794 a Convenției Naționale se înființa „Ecole centrale des travaux publiques", transformată curînd în „Ecole polytechnique", vestită pepinieră de matematicieni celebri. *Lagrange* e ales președintele consiliului profesoral, deschiderea cursurilor avînd loc la 24.V.1795 printr-o ședință solemnă, în care cel mai mare matematician în viață își ține prima lecție în fața elevilor și a profesorilor școlii. În urma activității didactice vor apărea *„Leçons élémentaires sur les mathématiques"* (1794—1795), *„Théorie des fonctions analytiques"* (1797), *„Traité de la résolution numérique des équations de tous les degrés"* (1798), *„Leçons sur le calcul des fonctions"* (1799) și *Lagrange* începe să dea iarăși rezultate importante, ca, de exemplu, teoria generală a variației constantelor arbitrare în problemele de mecanică (1808—1809). Astfel, revoluția franceză a redat pe *Lagrange* matematicii.

În 1806 a scos ediția a doua a lecțiilor asupra calculului funcțiilor, iar în 1811 noua ediție a primului volum din mecanica analitică. În timp ce pregătea volumul al doilea din aceeași operă, moartea îl surprinde la 10.IV.1813.

*

Lagrange a obținut multe rezultate importante, și în cărțile moderne de matematică și mecanică se găsesc formule, teoreme și metode care îi poartă numele. Vom menționa în cele ce urmează cîteva din rezultatele sale.

Lucrările de *teoria numerelor* i-ar fi adus, numai ele, un loc de onoare în istoria matematicii. În prima lucrare de acest fel, *„Solution d'un problème d'arithmétique"* (1768) se ocupă de rezolvarea ecuației $ay^2+1=x^2$, x și y fiind numere întregi, iar a un număr dat care nu e un pătrat perfect. Mai tîrziu își îndreaptă atenția asupra rezolvării în numere întregi a ecuației $Aa^2=y^2-Bx^2$, apoi a ecuației $x^3+y^3=Az^3$, a altora de grade mai mari sau a sistemelor de forma $a+bx=t^2$, $c+dx=u^2$. În *„Recherches d'arithmétique"* (1773) face primele cercetări asupra formelor cuadratice binare și obține o mulțime de teoreme relative la numerele prime de forma $4n-1$ sau $4n+1$. De exemplu, în primul caz demonstrează că toate numerele prime de forma $52n+3$, $52n+23$, $52n-1$, $52n-9$, $52n-17$, $52n-25$ sînt în același timp de forma y^2-13z^2 și $13z^2-y^2$, iar în al doilea caz arată că orice număr prim este de asemenea de forma y^2+z^2.

Într-o lucrare prezentată Academiei din Berlin în 1771, *Lagrange* dă prima demonstrație a teoremei lui *Wilson*, care afirmă că pentru orice p prim avem $(p-1)!\equiv -1 \pmod{p}$. Numele lui *Lagrange* mai e legat de o teoremă a lui *Fermat*, pe care *Euler* încercase să o demonstreze, anume că orice număr întreg care nu e un patrat perfect se poate descompune în două, trei sau patru pătrate perfecte.

În *algebră*, *Lagrange* dă o metodă de calcul al rădăcinilor unei ecuații (*„Sur la résolution des équations numériques", 1769*) „Metoda mea, mi se pare, nu lasă nimic de dorit: nu numai că furnizează un mijloc sigur de a recunoaște cîte rădăcini reale pozitive sau negative, egale sau inegale există într-o ecuație oarecare; ea dă, de asemenea, mijlocul de a ne apropia oricît de aproape voim, și pe cît posibil în numere raționale, de valoarea adevărată a fiecărei rădăcini..." arată *Lagrange* într-un memoriu ulterior, dedicat aceleiași probleme, unde se ocupă și de calculul rădăcinilor imaginare. În aceste memorii *Lagrange* aplică în mod elegant teoria fracțiilor continue.

În 1770 demonstrează și aplică următoarea teoremă; „foarte remarcabilă prin simplitatea și generalitatea ei": fiind dată ecuația $\alpha-x+\varphi(x)=0$ și notînd cu h una din rădăcinile ei, valoarea unei funcții oarecare de h va fi

$$F(h)=F(x)+\varphi(x)F'(x)+\frac{1}{2}\frac{d[\varphi(x)]^2F'(x)}{dx}+\frac{1}{2\cdot 3}\frac{d^2[\varphi(x)]^3F'(x)}{dx^2}+\ldots$$

unde după derivări se înlocuiește x prin α.

Memoriul *„Réflexions sur la résolution algébrique des équations"* (1771) avea să marcheze un moment important în teoria ecuațiilor algebrice. În el autorul declara la început că își propune să examineze diferitele metode găsite pînă în prezent pentru rezolvarea algebrică a ecuațiilor, de a le reduce la principii generale și de a arăta de ce aceste metode reușesc pentru gradele 3 și 4 și nu au succes pentru gradele următoare.

Se știe că prin substituția $x_*=x+\frac{p}{3}$, ecuația generală de gradul trei $x^3+px^2+qx+r=0$ ia forma:

$$x_*^3+p_*x_*+q_*=0;$$

dacă mai departe, introducem o nouă variabilă y prin relația $x_* = y - \frac{p_*}{3y}$, căpătăm o ecuație de gradul șase

$$y^6 + q_* y^3 - \frac{p_*}{27} = 0,$$

care, prin înlocuirea $y^3 = Y$, se rezolvă ca o ecuație de gradul doi. De ultima ecuație auxiliară depinde deci succesul rezolvării ecuației inițiale și ea se numește, după *Lagrange*, ecuația rezolvantă. El arată că în cazul general la ecuația de gradul n, rădăcinile ecuației rezolvante au expresia $t = \sum_1^n x_j a^j$, unde x_j $(j = 1, 2, \ldots, n)$ sînt rădăcinile ecuației date, iar a o rădăcină a ecuației $a^n = 1$. Deoarece „putem schimba între ele, după voință, rădăcinile $x_1, x_2, \ldots$, pentru că nimic nu le distinge pînă acum pe una de cealaltă", gradul ecuației rezolvante va fi $n!$ In continuare el consideră permutările care se pot face între rădăcini și care lasă invariante pe t; dacă, de exemplu, x se permută cu x_{j+1} $(x_{n+1} \equiv x_1)$ și t nu se schimbă, vom avea două rădăcini egale ale ecuației rezolvante. Pentru ecuația de gradul al treilea, unde rezolvanta ar trebui să fie de gradul șase, t^3 nu poate lua decît două valori distincte prin permutările rădăcinilor, deci t^3 depinde de o ecuație de gradul al doilea. Pentru ecuații de grad superior lui 4, *Lagrange* declară că scoborîrea gradului rezolvantei pare foarte dificilă, dacă nu imposibilă, iar spre sfîrșitul memoriului scria: „Iată, dacă nu mă înșel, adevăratele principii de rezolvare a ecuațiilor și analiza cea mai indicată pentru a ne conduce la rezolvarea lor; totul se reduce la un fel de calcul al combinațiilor, prin care se găsesc a priori rezultatele la care trebuie să ne așteptăm". Și *Lagrange* a avut dreptate, acest memoriu avînd să deschidă calea cercetărilor lui *Abel* și *Galois*. Dar importanța sa rezidă mai ales din faptul că el inaugurează *teoria grupurilor*, în care *Lagrange* obține unele rezultate importante, de exemplu, în limbaj modern, că ordinul unui subgrup al unui grup finit împarte ordinul acestui grup.

Lagrange va fi amintit totdeauna pentru contribuția sa hotărîtoare la *calculul variațional*, despre care îi va declara lui *d'Alembert*, că a fost primul fruct al studiilor sale, înainte de a împlini 19 ani, și că îl socotește ca lucrul cel mai bun pe care l-a făcut în matematici. Memoriul *„Essai d'une nouvelle méthode pour déterminer les maxima et les minima des formules intégrales indéfinies"* (1760) începe prin a aminti că pe lîngă problema determinării ordonatelor celor mai mari sau a celor mai mici ale unei curbe există probleme de maxim și minim de un ordin mai înalt, anume acela în care se cere să se găsească curbele însăși pe care o expresie integrală dată să fie maximă sau minimă față de toate celelalte curbe. Referindu-ne la lucrările lui *Ioan și Iacob Bernoulli* și apoi la cele ale lui *Euler*, observă că oricît de ingenioasă e metoda celui din urmă, ea nu are simplicitatea necesară într-un subiect de pură analiză. În acel memoriu *Lagrange* face un pas înainte, introducînd simbolul δ, iar în memoriul următor *„Application de la méthode exposée dans le mémoire précédent à la solution de différents problèmes de dynamique"* (tradus în limba rusă în 1959) pleacă de la principiul general: Fiind date corpurile $M_1, M_2, \ldots$ care acționează unele asupra altora într-un mod oarecare, $S_1, S_2, \ldots$ drumurile parcurse de aceste corpuri în timpul t, iar $v_1, v_2, \ldots$ vitesele la sfîrșitul acestui timp, expresia $\sum m_i \int v_i \, dS_i$ este maximă sau minimă. Acest principiu, denumit principiul acțiunii minime, întîlnit într-un caz foarte particular de Maupertuis, are o importanță covîrșitoare pentru știința modernă.

Cel mai mare titlu de glorie al lui *Lagrange* rămîne *crearea mecanicii analitice*, care încununează eforturile savanților secolului al XVIII

și deschide larg perspective nebănuite de dezvoltare ulterioară. Introducerea lucrării începe prin a sublinia că planul lucrării e cu totul nou și termină astfel: „Nu se vor găsi figuri în această lucrare. Metodele pe care le expun nu cer nici construcții, nici raționamente geometrice sau mecanice, ci numai operații algebrice supuse la un mers regulat și uniform. Cei ce iubesc Analiza vor vedea cu plăcere că Mecanica îi devine o ramură și îmi vor fi recunoscători de a le fi extins domeniul". *Lagrange* prezintă mai întîi, viu și documentat, lucrările anterioare de mecanică, și apoi, enunțînd clar principiul vitezelor virtuale și principiul lui *d'Alembert*, introducînd noțiunile de coordonată generalizată și forță generalizată, ajunge la celebrele sale ecuații. Se știe că, pe lîngă forțele date, în mișcarea unui sistem de puncte materiale intervin și forțele de legătură care apar în urma constrîngerii ca să fie îndeplinite anumite condiții de natură geometrică sau cinematică; ecuațiile lui *Lagrange* au avantajul că elimină direct forțele de legătură, permițînd scrierea unui sistem de ecuații diferențiale de ordinul al doilea pentru parametrii geometrici independenți care determină poziția sistemului, o dată ce s-a calculat energia cinetică a acestuia.

Mai tîrziu, referindu-se la lucrarea capitală a lui Lagrange, Fourier va scrie că ea „ar putea fi numită Mecanica filosofică, deoarece reduce toate legile echilibrului și mișcării la un singur principiu și, ceea ce nu e mai puțin admirabil, el le supune la o singură metodă de calcul, al cărei inventator este el însuși".

Dintre rezultatele de *mecanică teoretică* amintim două teoreme relative la centrul de greutate. Dacă notăm cu m_i masele punctelor materiale care se găsesc în A_i, cu M masa totală a sistemului ($=\Sigma m_i$) cu G centrul de greutate și cu A un punct arbitrar, teorema a doua se poate exprima prin relația

$$\Sigma m_i \overline{AA_i}^2 = M\overline{AG}^2 + \frac{\Sigma\Sigma m_i m_j \overline{A_iA_j}^2}{M},$$

și deci determinarea centrului de greutate se face fără a apela la vreun sistem de referință.

În *mecanica fluidelor*, *Lagrange* a introdus noțiunea de potențial al vitezelor $\varphi\ (x, y, z)$ și a studiat propagarea unei unde de înălțime foarte mică într-un canal de adîncime finită H, ajungînd să dea pentru viteza de propagare expresia

$$v = \sqrt{gH},$$

unde g este accelerația gravitației. Deci, după cum viteza de propagare a sunetului este egală cu aceea pe care un corp ar avea-o după ce ar cădea liber la jumătatea înălțimii atmosferei presupusă omogenă, tot așa viteza de propagare a undelor pe suprafața lichidului va fi egală cu viteza pe care un corp ar avea-o căzînd liber de la o înălțime egală cu jumătatea adîncimii lichidului din canal.

Lagrange are lucrări și de elasticitate. De exemplu, în *„Sur la figure des colonnes"* el studiază flambajul unei bare subțiri, ajungînd la o formulă asemănătoare cu cea a lui *Euler*, dar nu se oprește aici, ci calculează

forma barei cînd forța depășește valoarea critică și consideră de asemenea cazul secțiunii variabile.

Numele lui *Lagrange* ar putea fi imortalizat numai pentru lucrările de *astronomie*, în special cele de *mecanică cerească*. În 1764 cîștigă premiul oferit de Academia din Paris, care deschisese un concurs cu tema „Dacă se poate explica din punct de vedere fizic, de ce Luna prezintă totdeauna aproximativ aceeași față și cum se poate determina, prin observație și prin teorie, dacă axa acestei planete este supusă la o mișcare proprie asemănătoare cu aceea cunoscută pentru axa Pămîntului, care produce precesia echinoxiilor și nutația". Lucrarea lui *Lagrange* nu rezolva complet problema, dar era importantă prin metoda folosită. Peste doi ani, aceeași Academie îi acordă premiul pentru teoria sateliților lui Jupiter, care prezintă un caz al problemei celor 6 corpuri, iar în 1772, 1774 și 1778 premiile pentru problema celor trei corpuri, ecuația seculară a Lunei și, respectiv, teoria perturbațiilor cometelor.

În problema celor 3 corpuri o soluție exactă se referea la corpuri așezate în linie dreaptă, iar alta se caracteriza prin faptul că oricare ar fi masele corpurilor, ele pot fi proiectate din vîrfurile unui triunghi echilateral astfel încît ele să formeze totdeauna un triunghi echilateral, curbele descrise de ele fiind secțiuni conice cu focarul în centrul maselor. Abia în 1878, *G. W. Hill*, ocupîndu-se de teoria Lunei, va descoperi o nouă soluție de genul celei date de *Lagrange*, adică în care mișcarea să fie cunoscută pentru un interval finit de timp. Este interesant de menționat că la începutul secolului nostru s-au descoperit planetele mici numite „troiane" (558 *Achille*, 617 *Patrocle*, 624 *Hector*), care au distanțe pînă la Soare și perioade aproximativ egale cu ale lui *Jupiter*, sistemul „soare-Jupiter-planetă troiană" formînd totdeauna un triunghi echilateral, adică tocmai cazul particular considerat de *Lagrange*.

La 12.XI.1767 prezintă un memoriu asupra trecerii lui *Venus* pe discul Soarelui, eveniment așteptat la 3.VII.1769. Memoriul avea ca scopuri, printre altele, să stabilească cele mai bune locuri pentru observarea acestui fenomen și să evidențieze importanța sa pentru determinarea paralaxei Soarelui.

În 1773 *Laplace*, considerînd, că orbitele planetelor au o mică excentricitate și că mișcările au loc în același sens, demonstrează că dacă se ține seamă numai de puterea întîia a maselor lor, axele mari nu au inegalități seculare. Peste 3 ani *Lagrange* generalizează rezultatul precedent, dînd următoarea teoremă:

$$\sum m_i\, a_i^{1/2}\, \mathrm{tg}^2\, \theta_i = \text{const.},$$

unde m_i e masa unui corp din sistemul solar și a_i axa mare a orbitei sale, care se află într-un plan care face unghiul θ_i cu un plan fix. Această teoremă, din care decurge stabilitatea sistemului solar, a fost numită de astronomul *John Herschell* (1792—1871) *„Magna Charta"* a sistemului solar. O teoremă analogă se obține dacă se înlocuiește $\mathrm{tg}\,\theta_i$ cu excentricitatea corespunzătoare.

Printr-un calcul penibil, în 1808, *Poisson* extinde teorema lui *Lagrange*, cînd se ține seama și de puterea a doua a maselor, iar în 1841, *Liouville* și *Puiseux*, utilizînd metoda variației constantelor arbitrare, datorită tot lui *Lagrange*, simplifică mult calculele. Menționăm că teza de doctorat a lui *Spiru Haret* din anul 1878 se ocupă tot de această problemă dificilă, cînd se ține seama de puterea a treia a maselor.

Lagrange a lăsat o mulțime de alte rezultate valoroase, ca: studiul ecuațiilor cu derivate parțiale de forma $f(x, y, z, p, q)=0$ și noțiunea de integrală completă, extinderea formulei lui *Taylor* la funcții de mai multe variabile și exprimarea restului printr-o integrală, o metodă pentru eliminarea necunoscutei între două ecuații, o formulă de interpolare, un studiu asupra percusiunii fluidelor, determinarea elementelor unei orbite prin trei observații apropiate, o metodă pentru calculul eclipselor, transformarea unor tabele astronomice cu două intrări în altele cu o singură intrare, studiul mișcării unui solid rigid cu un punct fix.

Știința și tehnica actuală îi datorează foarte mult lui *Lagrange* pentru contribuția hotărîtoare adusă la *stabilirea sistemului zecimal* de măsuri și greutăți *.

*

Creatorul mecanicii analitice a fost un om deosebit de modest. *Fourier* se exprima astfel: „*Lagrange*, primul dintre savanții Europei... e foarte modest îmbrăcat, în negru sau brun; el vorbește foarte familiar și cu oarecare greutate; are în vorbire încurcătura și simplitatea unui copil. Toată lumea știe bine că este un om extraordinar, dar trebuie să-l fi văzut pentru a-l recunoaște ca un om mare". Însă *Lagrange* nu era modest numai în îmbrăcăminte, ci și în viața științifică. În 1774 *d'Alembert* îi scria: „Sînt încîntat de contrastul modestiei dv. cu buna părere pe care alți geometri o au despre ei înșiși, deși, desigur, ei nu au același drept. Dv. dovediți bine ceea ce îmi spuneați acum cîtva timp, că pretențiile sînt în raport invers cu meritul". Într-adevăr, *Lagrange* îi scria cu trei ani în urmă: „Am observat întotdeauna că pretențiile în toate genurile sînt exact în raport invers cu meritul; este una din axiomele mele de morală".

În 1775 tot d'Alembert îi scria că admiră „cu ce modestie vorbiți de excelentele voastre producțiuni, pe cînd mulți fac atîta zgomot pentru așa de puțin lucru"; iar mai tîrziu, Biot va observa: „Acest om, care știe atîtea lucruri, era mai ales, nimit de ceea ce nu știa. Aceste cuvinte atît de simple: *eu nu știu*, erau e expresia sa favorită"...".

Pe orgolioși deseori îi ironizează. Despre autorul unei lucrări nemulțumit cu o decizie a Academiei din Paris se exprimă astfel într-o scrisoare adresată unui bun prieten: „Nu găsiți că există în matematică un soi de înfumurare care cadrează prost cu această știință?", iar în altă parte: „Cred că ar fi o trudă zadarnică de a voi să-l luminezi; nu va lipsi să găsească admiratori și jurnaliști care îl vor exalta pînă-n nori; trebuie să nu-ți pese și să te distrezi".

Viața lui Lagrange la Berlin a fost liniștită fiindcă el căuta să stea departe de intrigi; menaja părerile altora și găsea uneori că tăcerea poate fi cel mai bun răspuns; el însuși declara că are o mare aversiune pentru dispute și că „în general, mi-a plăcut totdeauna să trăiesc pe cît posibil izolat, metodă cu care mă simt foarte bine, mai ales de cînd sînt în această țară". În 1780 Laplace scrie că „același tact care vă face să descoperiți atîtea lucruri frumoase în matematică se întinde în egală măsură asupra cunoașterii oamenilor".

Viața retrasă nu l-a împiedicat totuși să fie la curent cu evenimentele epocii sale și să le judece foarte lucid, după cum s-a văzut din cele de mai sus. Iată de exemplu, ce scria în decembrie 1778: „Se pare că toată Europa va fi în foc anul viitor. Fericiți acei care nu pot să fie decît spectatorii acestei tragi-comedii, al cărei deznodămînt cel mai sigur va fi de a fi sacrificat cîteva sute de mii de oameni ambiției cîtorva particulari".

Fiind ferm convins că „e mai bine de a nu face nimic decît de a face inutilități", depunea o mare grijă la redactarea lucrărilor, de care era, în general, puțin mulțumit. Într-un loc scria că devine din ce în ce mai dificil asupra lucrărilor sale și că în loc de a mări numărul lor ar dori mult să poată suprima o parte din ele, sau cel puțin să le reducă la puține pagini.

---

* În Europa secolului XVIII domnea un haos indescriptibil în ceea ce privește unitățile de lungime și greutate, și mai ales în Franța. Această situație, rămășiță a orînduirii feudale, nu putea fi decît o piedică serioasă desfășurării schimburilor și comerțului, și însuși progresului tehnic. Lagrange, președintele comisiei pentru stabilirea sistemului de măsuri și greutăți, reușì să impună sistemul zecimal, în special în ciuda celor ce insistau pentru sistemul cu baza 12. Astăzi sistemul zecimal este utilizat în întreaga Europă și în multe alte țări din celelalte continente.

Lagrange aprecia cu sinceritate lucrările și posibilitățile altor matematicieni. Lui Condorcet îi declara relativ la Vandermode: „Tot ce iese din pana sa îmi place în mod deosebit; îi găsesc un aer de simplicitate, de generalitate și de originalitate care mă încîntă", iar lui d'Alembert îi scria astfel relativ la problema mișcării unui corp oarecare: „...am dat de asemenea o soluție într-un memoriu citit anul trecut la Academie, dar a dv. are asupra soluției mele și a lui Euler avantajul eleganței și simplicității în calcul.".

Exemplul pe care i l-a dat *Euler*, *Lagrange* îl urmează întocmai. Odată la școala politehnică, un elev îi dă o demonstrație, cu totul originală, a unei teoreme prezentate la curs. Întrebîndu-l de unde a luat acea demonstrație, elevul îi răspunde că i-a fost comunicată de colegul său *Poisson*. În urma convorbirii avută cu *Poisson*, marele matematician ghici posibilitățile deosebite ale tînărului, și, în urma propunerii sale, a fost scutit de unele obligații școlare. Și *Lagrange* nu s-a înșelat: în 35 de ani de activitate științifică *Poisson* a lăsat vreo 450 de lucrări de matematică, mecanică și fizică matematică, multe din ele de primă importanță și care continuă lucrările dascălului său.

Renumele lui *Lagrange* ca savant și om, deplina armonie dintre viață și opera sa, importanța lucrărilor sale, și adînca înțelegere a vieții de care a dat dovadă, au trecut departe de granițele specialiștilor. Iată ce scria nemuritorul *Goethe* despre *el*: „Matematicianul e perfect numai în măsura în care el e un om desăvîrșit, în măsura în care el percepe frumusețea adevărului; numai atunci el va lucra temeinic, clarvăzător, cu largi perspective, pur, limpede, grațios, ba chiar elegant. Toate aceste calități se cer ca cineva să fie asemănător lui *Lagrange*".

PENTRU CERCURILE DE ELEVI

LUCRUL MECANIC ÎN TRANSFORMĂRILE GAZELOR

1. *Introducere.* După cum se știe, starea gazoasă cuprinde corpurile la care fiecare moleculă a ieșit din sfera de atracție moleculară a celorlalte molecule și se mișcă cu o anumită viteză, într-o anumită direcție, pînă la ciocnirea cu alte molecule, cînd își modifică viteza și direcția de mișcare. Aceste lucruri sînt dovedite de lipsa de formă proprie a gazului, de fenomenul de difuzie și mai ales, de existența presiunii gazului.

Orice gaz se caracterizează prin trei parametri de stare: presiune, volum și temperatură. Pentru a se studia mai ușor proprietățile gazelor s-a introdus noțiunea de gaz perfect sau ideal. Moleculele gazului perfect sînt considerate ca puncte geometrice; ele nu au volum propriu și se comportă ca sfere perfect elastice, mișcîndu-se liber, fără frecare. Relațiile dintre parametrii de stare se numesc ecuații de stare ale gazelor. Ecuația de stare a gazelor ideale este:

$$pv = \frac{m}{M} RT \qquad (1)$$

iar pentru o moleculă-gram $\left(\frac{m}{M}=1\right)$ ecuația este $pv=RT$, unde m este masa gazului, iar M masa sa moleculară.

Orice schimbare a parametrilor de stare înseamnă schimbarea stării gazului. Trecerea unui gaz dintr-o stare în alta se numește de obicei transformare; ea se realizează cînd variază un parametru, ceilalți putînd rămîne neschimbați. Astfel, transformarea care decurge sub volum constant se numește transformare izocoră; transformarea în care presiunea rămîne constantă este o transformare izobară, etc. Desigur, orice transformare se face pe seama unei energii. În cele ce urmează vom considera gazele perfecte, presupunînd cunoscute legile și proprietățile lor.

2. *Expresia generală a lucrului mecanic în transformările gazelor.* Fie de exemplu, un corp de pompă în care alunecă un piston cu suprafața S, sub acțiunea forței F. Asupra pistonului se va exercita presiunea $p=\frac{F}{S}$. Presupunem că vom face o transformare infinit mică din starea A_1 în starea A_2, deplasînd pistonul cu lungimea dl. Pentru a calcula lucrul mecanic, vom pleca de la expresia:

$$dL = F \cdot dl \cos \alpha \tag{2}$$

În cazul de față, forța care acționează este $F=p \cdot S$, iar $\cos\alpha=1$, deoarece direcția forței coincide cu direcția deplasării. Deci,

$$dL = p \cdot S \cdot dl$$

Dar $S \cdot dl=dV$ este tocmai variația de volum prin trecerea din starea A_1 în starea A_2. Rezultă deci,

$$dL = pdV \text{ sau } L = \int pdP \tag{3}$$

3. *Lucrul mecanic în transformarea izobară.* În transformarea izobară presiunea gazului rămîne constantă, dar volumul gazului se schimbă. Dacă în starea 1 volumul gazului a fost V_1, iar în starea 2 volumul este V_2, atunci relația (3) se scrie

$$L = \int_{v_1}^{v_2} pdV$$

Cum p este constant rezultă: $L = p \int_{v_1}^{v_2} dV$ sau:

$$L = p\,(V_2 - V_1) \tag{4}$$

Semnul lui L depinde de semnul lui V_2 și V_1. Dacă $v_2 > v_1$, atunci $L > O$. În acest caz avem o destindere a gazului (volumul crește) și se eliberează lucru mecanic în exterior. Dacă $V_1 < V_2$, atunci $L < O$. În acest caz, gazul se comprimă și trebuie să efectuăm lucru mecanic.

4. *Lucrul mecanic în transformarea izotermă.* Transformarea izotermă este transformarea care decurge sub temperatura constantă. Fie m o masă

de gaz cu greutatea moleculară M. Legea gazelor perfecte se scrie $pV = \frac{m}{M} RT$, de unde $p = \frac{m}{M} \cdot \frac{RT}{V}$, deci:

$$L = \int \frac{m}{M} \frac{RT}{V} dV.$$

Cum volumul gazului variază de la v_1 la v_2 putem scrie $L = \frac{m}{M} RT \int_{v_1}^{v_2} \frac{dV}{V}$. Integrînd obținem: $L = \frac{m}{M} RT(\ln V_2 - \ln V_1)$ sau:

$$L = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_1}{V_2} \tag{5a}$$

Cum presiunile sînt invers proporționale cu volumele mai putem scrie:

$$L = \frac{m}{M} RT \ln \frac{p_1}{p_2} \tag{5b}$$

În cazul cînd se lucrează cu o moleculă-gram de gaz, $\frac{m}{M} = 1$ și formulele (5a) și (5b) se scriu

$$L = RT \ln \frac{V_2}{V_1} = RT \ln \frac{p_1}{p_2} \tag{5c}$$

Aplicație. Formula barometrică. Cu ajutorul relației (5c) putem deduce formula barometrică, așa cum a arătat prof. *P. Bogdan* din Iași. Presupunem că închidem într-o incintă, o moleculă gram de gaz la nivelul mării și presiunea normală p_0. Molecula avînd masa M, lucrul mecanic necesar ridicării ei la înălțimea h este $L' = Mgh$. La această înălțime presiunea gazului este p_1. Făcînd o destindere izotermă asupra gazului acesta va elibera lucru mecanic $L = RT \ln \frac{p_0}{p_1}$, dacă la înălțimea h gazul rămîne în echilibru, înseamnă că: $L = L'$ sau

$RT \ln \frac{p_0}{p_1} = Mgh$ sau $\ln \frac{p_0}{p_1} = \frac{Mgh}{RT}$ sau $\ln \frac{p_1}{p_0} = -\frac{Mgh}{RT}$, care se mai scrie $\frac{p_1}{p_0} = e^{-\frac{Mgh}{RT}}$

sau:

$$p_1 = p_0 e^{-\frac{Mgh}{RT}}$$

adică tocmai formula barometrică.

5. *Lucrul mecanic în transformarea izocoră.* Transformarea izocoră se caracterizează prin aceea că volumul rămîne constant, adică nu există variații de volum sau $dV = 0$. Relația (3) devine

$$L = 0 \tag{6}$$

de unde deducem că într-o transformare izocoră nu se efectuează lucru mecanic și nici nu se eliberează, adică lucrul mecanic este nul.

6. *Lucrul mecanic în transformarea adiabatică.* Procesele adiabatice se desfășoară în așa fel încît să nu existe nici un schimb de căldură cu exteriorul. În cazul transformării adiabatice se aplică ecuația lui Poisson:

$$pV^x = \text{const} \tag{7}$$

unde $x = \frac{C_p}{C_v}$ este raportul dintre căldura specifică la presiune constantă Cp și căldura specifică la volum constant Cv.

Din relația (7) putem scrie:

$$p_1 V_1^x = pV^x, \text{ de unde: } p = \frac{p_1 V_1^x}{V^x}$$

Cum volumul variază de la V_1 la V_2 din (3) rezultă:

$$L = \int_{V_1}^{V_2} p_1 V_1 \frac{dV}{V^x}$$

Integrînd obținem:

$$L = \frac{p_1 V_1^x}{1-x}(V_2^{1-x} - V_1^{1-x}) = \frac{p_1 V^{x-1} \cdot V_1}{x-1}(V_1^{1-x} - V_2^{1-x}) =$$

$$= \frac{p_1 V_1}{x-1}\left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{x-1}\right]$$

Din legea gazelor perfecte avem: $p_1 V_1 = \frac{m}{M} RT$. Rezultă

$$L = \frac{m}{M} \frac{RT_1}{x-1}\left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{x-1}\right] \tag{8a}$$

Din ecuația lui Poisson putem scrie:

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^x \text{ de unde } \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{x-1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{x-1}{x}} \text{ deci:}$$

$$L = \frac{m}{M} \frac{RT_1}{x-1}\left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{x-1}{x}}\right] \tag{8b}$$

Pentru o moleculă-gram de gaz formulele (8*a*) și (8*b*) se scriu:

$$L = \frac{RT_1}{x-1}\left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{x-1} = \frac{RT_1}{x-1}\left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{x-1}{x}}\right]\right.$$

De asemenea, avem :

$$p_1 V_1 = \frac{m}{M} RT_1 \text{ și } p_2 V_2 = \frac{m}{M} RT_2 \text{ de unde obținem } \frac{p_1 V_1}{p_2 V_2} = \frac{T_1}{T_2}.$$

Dar $\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^x$; deci $\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^x \cdot \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$ sau :

$$\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{x-1} = \frac{T_1}{T_2} \text{ sau : } \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{x-1} = \frac{T_2}{T_1}.$$

Înlocuind în (8*a*) obținem după simplificări :

$$L = \frac{m}{M} \frac{R}{x-1} (T_1 - T_2). \tag{8c}$$

Pentru o moleculă-gram obținem :

$$L = \frac{R}{x-1} (T_1 - T_2).$$

Sabin Vilceanu, student, București

NOTE MATEMATICE

APLICAȚII ALE DETERMINANȚILOR, ARIA UNUI POLIGON CONVEX

În planul a două axe de coordonate *xoy* să luăm două puncte $A_2\ (x_2, y_2)$, $A_3(x_3, y_3)$. Dreapta A_2A_3 de ecuație

$$\begin{vmatrix} 1 & x & y \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{vmatrix} = 0$$

împarte planul în două regiuni și pentru fiecare din ele determinantul din membrul întîi are cîte un semn deosebit. Dacă mai considerăm un al treilea punct $A_1(x_1, y_1)$ ce nu aparține dreptei A_2A_3, atunci determinantul

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{vmatrix}$$

în valoare absolută, reprezintă dublul ariei triunghiului $A_1A_2A_3$. Determinantul va avea un semn cînd vîrful A_1 se află într-o regiune a planului față de dreapta A_2A_3 și semnul contrar cînd acest vîrf se află în cealaltă regiune.

Să observăm că circulația pe perimetrul triunghiurilor orientate $A_1A_2A_3$ se face în sensuri deosebite, în sens direct cînd A_1 este la stînga dreptei A_2A_3 și în sensul indicat cînd A_1 se află la dreapta ei (fig. 1).

Lanțuri de triunghiuri la fel orientate.

Să considerăm o linie frîntă convexă $M_1M_2M_3 \ldots M_n$ și originea axelor în punctul O. Dacă se duc razele OM_1, $OM_2, \ldots OM_n$ se formează triunghiurile OM_1M_2, $OM_2M_3, \ldots$ înscrise în linia frîntă. Aceste triunghiuri sînt la fel orientate dacă mergînd pe perimetrele lor, linia frîntă este parcursă în același sens (fig. 2).

Să arătăm că ariile triunghiurilor la fel orientate OM_1M_2, OM_2M_3, ... sînt exprimate prin numere de același semn. Să luăm triunghiurile

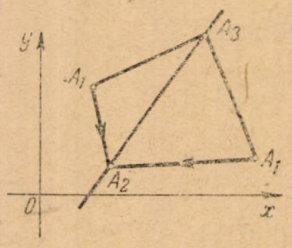


Fig. 1

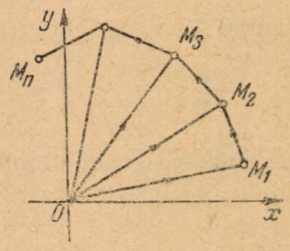


Fig. 2

alăturate OM_1M_2, OM_2M_3 cu baza comună OM_2 cu vîrfurile M_1 și M_3 Ariile acestor triunghiuri sînt de semne contrare, fiind așezate în regiuni deosebite ale dreptei OM_2. Cînd luăm ca baze segmentele M_1M_2 și M_2M_3 avem :

arie M_1OM_2 = — arie OM_1M_2, fiind orientate invers.

arie M_3OM_2 = arie OM_2M_3, fiind orientate la fel.

Dacă ariile triunghiurilor din primul membru sînt de semne opuse, cum s-a arătat mai înainte, atunci ariile triunghiurilor OM_1M_2, OM_2M_3 trebuie să fie de același semn. În continuare putem arăta că aria OM_3M_4 este de același semn cu OM_2M_2 etc. Rezultă că aria triunghiurilor înscrise în linia frîntă $M_1M_2M_3 \ldots M_n$ este reprezentată prin suma de arii

$$(OM_1M_2) + (OM_2M_3) + \ldots (OM_{n-1}M_n), \text{ deci :}$$

$$2S = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \end{vmatrix} + \ldots + \begin{vmatrix} x_{n-1} & x_{n-1} \\ x_n & y_n \end{vmatrix}$$

Aria unui poligon convex.

Să luăm un poligon convex $A_1A_2A_3 \ldots A_n$ cu n laturi. Alegînd originea axelor O într-un punct din interiorul poligonului acesta se poate descompune în suma a n triunghiuri la fel orientate — exprimate deci prin numere de același semn

$$S = (OA_1A_2) + (OA_2A_3) + \ldots + (OA_nA_1)$$

și deci, dublul ariei poligonului va fi exprimată prin suma a n determinanți de ordinul doi, de același semn.

$$2S = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \end{vmatrix} + \ldots + \begin{vmatrix} x_n & y_n \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix}$$

Semnul acestei sume se schimbă cînd perimetrul poligonului este parcurs în sens contrariu.

Să luăm originea axelor în exteriorul poligonului. Dacă $x'O'y'$ este un sistem de *axe* paralel cu xOy, avînd originea $O'(a, b)$ în interiorul poligonului, atunci avem relațiile:

$$x'_1 = x_1 - a\,;\; x'_2 = x_2 - a\,;\; \ldots\,;\; x'_n = x_n - a \text{ și } y'_1 = y_1 - b\,;$$

$$y'_2 = y_2 - b\,;\; \ldots\,;\; y'_n = y_n - b.$$

Aria poligonului raportată la sistemul $x'O'y'$ va fi dată de

$$2S = \begin{vmatrix} x'_1 & y'_1 \\ x'_2 & y'_2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x'_2 & y'_2 \\ x'_3 & y'_3 \end{vmatrix} + \ldots + \begin{vmatrix} x'_n & y'_n \\ x'_1 & y'_1 \end{vmatrix}.$$

Să considerăm un determinant oarecare δ_i din această sumă și să trecem la sistemul xOy. Avem:

$$S_i = \begin{vmatrix} x'_i & y'_i \\ x'_{i+1} & y'_{i+1} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x_i - a & y_i - b \\ x_{i+1} - a & y_{i+1} - b \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x_i & y_i \\ x_{i+1} & y_{i+1} \end{vmatrix} -$$

$$- b(x_i - x_{i+1}) + a(y_i - y_{i+1})$$

Facem $i = 1, 2, 3, \ldots n$ și adunînd aceste egalități membru cu membru și avem:

$$2S = \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 + \ldots + \delta_n =$$

$$= \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x_3 & y_3 \\ x_4 & y_4 \end{vmatrix} + \ldots + \begin{vmatrix} x_n & y_n \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix}.$$

I. Teodorescu, profesor, Galați

ASUPRA PROBLEMEI 4552

Se pot regăsi cîteva probleme de geometrie cunoscute, precum și problema 4552 din G.M.F.-B 2/1961, transformînd *prin inversiune* următoarea teoremă clasică:

Pe laturile BC, AC, AB ale unui triunghi ABC luăm trei puncte arbitrare D, E, F și ducem cercurile AEF, BFD, CDE. Aceste cercuri sînt concurente într-un punct O.

Iată mai întîi, o soluție. Fie O al doilea punct comun al cercurilor BFD și CDE. Teorema va fi demonstrată dacă vom arăta că punctul O se află pe cercul AEF.

Avem : $\sphericalangle OEA = \sphericalangle ODC = \sphericalangle OFB$, deci punctele A,E,F,O sînt pe un cerc.

1. Să transformăm printr-o inversiune de pol P arbitrar și putere de inversiune k, de asemenea arbitrară. Laturile BC, AC, AB ale triunghiului se transformă în trei cercuri concurente în P, celelalte puncte de intersecție ale acestor cercuri fiind A', B', C' inversele punctelor A, B, C. Punctele D,E,F, au inversele D',E',F' situate respectiv pe cercurile $PB'C'$,

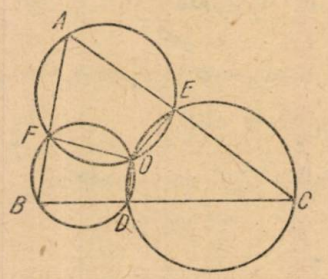


Fig. 1

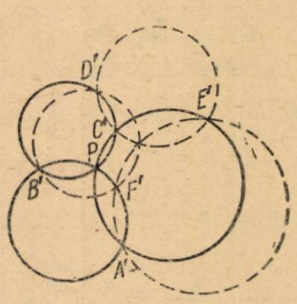


Fig. 2

$PA'C'$, $PA'B'$. Deoarece cercurile AEF, BFD, CDE au punctul comun O, inversele acestora, adică cercurile $A'E'F'$, $B'F'D'$, $C'D'E'$ au de asemenea un punct comun O', inversul lui O. Se obține astfel, proprietatea :

A',B',C' și D',E',F' fiind șase puncte în plan, dacă cercurile $A'F'B'$, $B'D'C'$, $C'E'A'$ au un punct comun, cercurile $A'E'F'$, $B'F'D'$, $C'D'E'$ au *de asemenea un punct comun.*

Această proprietate se găsește sub alt enunț, în Hadamard. Lecții de geometrie elementară (geometrie plană), problema nr. 345, pag. 226.

2. Să transformăm acum, aceeași teoremă printr-o inversiune de pol A. Dreptele AB și AC, trecînd prin polul A al inversiunii sînt transformate

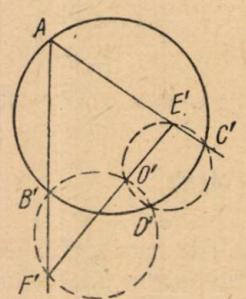


Fig. 3

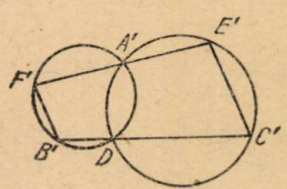


Fig. 4

fiecare în ea însăși, iar dreapta BC într-un cerc care trece prin A. Dreptele AB și AC intersectează a doua oară acest cerc în punctele B' și C', inversele punctelor B și C. Punctele D,E,F au inversele D',E',F' situate respectiv pe cercul $AB'C'$ și pe dreptele AC' și AB'. Pentru că cercurile

AEF, BFD, CDE au punctul comun O, inversele acestora, adică dreapta $E'F'$ și cercurile $B'F'D'$, $C'D'E'$ au de asemenea un punct comun O', inversul lui O. Altfel spus, punctul O' de intersecție a cercurilor $B'F'D'$ și $C'D'E'$, diferit de D', se află pe dreapta $E'F'$.

Putem considera punctul O' ca fiind un punct dat, iar punctele E' și F' rezultînd din intersecția cercurilor $O'D'C'$ și $O'D'B'$ respectiv cu dreptele AC' și AB', astfel încît avem următoarea proprietate:

Fie O' un punct oarecare în planul patrulaterului inscriptibil $AB'D'C'$, cercurile $O'D'C'$ și $O'D'B'$ intersectează a doua oară laturile AC' și AB' respectiv în E' și F'. Punctele E', O', F' sînt coliniare.

Dacă O' coincide cu punctul de intersecție al diagonalelor regăsim problema 4552.

3. Să luăm punctele E, F astfel ca cercul AEF să treacă prin D. Punctul O coincide în acest caz, cu D, iar cercurile BFD și CDE sînt tangente în D. Să efectuăm acum, inversiunea de pol D. Dreapta BC trecînd prin polul inversiunii se transformă în ea însăși, iar dreptele AB și AC în două cercuri concurente în D, al doilea punct de intersecție a lor fiind A', inversul lui A.

Drepata BC mai intersectează aceste cercuri în B' și C' inversele punctelor B și C. Punctele E, F au inversele E', F' situate pe cercurile $A'C'D$ și $A'B'D$, astfel ca dreapta $E'F'$ să treacă prin A', deoarece cercul AEF trece prin polul inversiunii. Cercurile BFD și CDE, tangente în D, se transformă în două drepte paralele $B'F'$ și $C'E'$. Se obține astfel, problema cunoscută:

Dacă prin punctele de intersecție A', D' a două cercuri ducem două secante oarecare, coardele care unesc noile intersecții ale acestor drepte cu cele două cercuri sînt paralele.

Șt. Măruşteru, profesor, Baia Mare

NOUTĂȚI DIN ȘTIINȚĂ ȘI TEHNICĂ

1. În Uniunea Sovietică a fost construit un aparat fotografic care servește la înregistrarea pe pelicula fotografică a proceselor foarte rapide, cum sînt exploziile, arderile bruște, descărcările electrice etc. El asigură o viteză de fotografiere de pînă la 2 500 000 de imagini pe secundă.

2. Constructorii de tractoare din Harcov au realizat un autoșasiu cu motor Diesel răcit cu aer, de 20 CP. Pe acest autoșasiu se pot monta diferite unelte agricole sau o platformă basculantă.

3. O realizare de seamă a industriei automobilistice din R. P. Chineză este limuzina „Steagul Roșu", care are un motor de 8 cilindri în V, cu o putere de 200 CP la 4 000 rot/min. Automobilul are opt locuri și este special amenajat pentru curse lungi, avînd o instalație specială de climatizare.

4. Cu ajutorul patinelor cu role din mase plastice se pot obține viteze destul de mari, datorită faptului că rolele au rulmenți cu bile.

5. Pentru prelucrarea carcaselor de motoare de mărimi diferite, a fost construit în R. P. Chineză mașina-unealtă combinată UTO-34G. Această mașină-unealtă execută simultan frezarea suprafețelor, găurirea și filetarea.

6. Un nou scuter de fabricație poloneză atrage atenția prin modernitatea sa. Scuterul „Osa" are motorul cu un cilindru de 148 cm, dezvoltînd o putere de 6,5 CP, la turația de 4 800 rot/min. O bună suspensie este asigurată atît în față, cît și în spate.

7. O nouă instalație de înregistrare pe bandă a fost realizată în R. P. Ungară. Această instalație utilizabilă în studiourile de radio și televiziune pentru înregistrare stereofonică pe un canal are două viteze de lucru: 13,05 și 38,1 cm/s.

8. Motocicleta bulgară de 250 cm^3 are 12,5 CP și consumă numai 3,5 litri pe 100 km. Ea poate atinge 100 km/oră.

9. În U.R.S.S. a fost construită o mașină de sudat conducte pentru transportul gazelor și țițeiului care este purtată de un tractor cu macara pe tot traseul unde se sudează conductele. Această mașină de sudură electrică KTSA-1 este echipată cu un transformator de 300 kW. Cu ajutorul mașinii, capetele țevii se presează, se centrează și apoi se sudează.

10. O nouă mașină pentru construcții rutiere este compresorul sovietic de pneuri D-365, folosit la compresarea drumurilor cu învelitori de ciment sau asfalt. Axul din față se poate roti la 40° în plan vertical și la 18° în plan orizontal.

11. Uriașul baraj în construcție de la Sinankiu (provincia Cekian) va fi dat în curînd în funcțiune, o dată cu centrala hidroelectrică de 650 000 kW, care va contribui la alimentarea cu energie electrică a regiunilor Hankin, Sanhai și Hanceu (R. P. Chineză).

12. Pentru instalarea conductelor de gaze sau petrol în Uniunea Sovietică a fost construit un tractor cu șenile care are două mecanisme suspendate: macaraua de 3 tf pentru ridicarea, transportarea și coborîrea în șanț a țevilor și lama de astupare și nivelare a gropilor. Ambele mecanisme sînt acționate hidraulic la mașina TL-DT-54, de fabricație sovietică.

13. Pentru continua dezvoltare a automatizării inginerii și tehnicienii romîni au realizat la uni nivel tehnic superior, o serie de aparate electronice pentru automatizarea unor procese din producție, printre care citäm:

a) *Defectoscopul cu ultrasunete,* aparat de o înaltă tehnicitate, care permite descoperirea defectelor din piesele fabricate, precum și determinarea adîncimii lor cu ajutorul ultrasunetelor. Datorită circuitelor de măsurare precisă cu care este prevăzut, aparatul permite determinarea constantelor elastice ale unor materiale, prin măsurarea vitezei de propagare a ultrasunetelor în interiorul lor.

b) *Stroboscopul electronic:* aparat electronic destinat controlului fabricației de motoare electrice. Generînd impulsuri luminoase de scurtă durată, cu frecvență, controlat variabilă între 24 și 430 Hz, stroboscopul

permite măsurarea precisă a turației motoarelor fără aplicarea pe axa vreunui cuplu de sarcină, lucru important, mai ales la controlarea motoarelor de mică putere.

c) *Aparatul electronic* pentru determinarea umidității izolației transformatoarelor tip C2/C 50; se bazează pe principiul de măsurare a capacității transformatoarelor la 2 și la 50 Hz, deoarece în funcție de gradul de umezire a izolației variază diferența între capacitățile măsurate. În locul unei instalații complexe, voluminoase și dificile în exploatare — de felul celei folosite în trecut — s-a realizat un aparat electronic portabil, ușor de manevrat și cu sensibilitate ridicată.

d) *Aparat* pentru localizarea defectelor pe liniile electrice aeriene; aparatul măsoară durata de propagare a unor impulsuri pe liniile electrice, ceea ce permite localizarea defectelor (întreruperi, scurt-circuite, imperfecțiuni de izolație) pe aceste linii.

e) *Avertizor de chiciură*, folosit azi frecvent în exploatarea liniilor de înaltă tensiune, permite evitarea accidentelor și respectiv, a întreruperilor în alimentarea întreprinderilor cu energie electrică.

f) *pH-metru electronic.* Tehnica măsurării cu consum redus de putere a unor diferențe mici de potențial electric — electrometria — a dus la crearea unui aparat pentru măsurarea continuă a concentrației ionilor de hidrogen în lichide. Aparatul este folosit în automatizarea din industria energetică, chimică, alimentară etc.

Grecu I. Eftimie, student, București

PROBLEME REZOLVATE

Problema 5114

Se dau cercurile $x^2+y^2-4x=0$ și $x^2+y^2+2x=0$ de centre C_1 și C_2. O secantă dusă prin origină taie curbele respectiv în M_1 și M_2. Să se scrie ecuațiile dreptelor M_1C_2 și M_2C_1: să se găsească locul geometric al intersecției acestor drepte cînd secanta se rotește în jurul originii.

(La Institutul Politehnic Brașov, 1961)

Soluție. — Cercurile date au elementele:

$$C_1(2, 0),\ r_1 = 2\ ;\ C_2(-1, 0),\ r_2 = 1,$$

fiind tangente exterior, în origine, axei Oy.

Fie $y=\lambda x$ o dreaptă ce se rotește în jurul originii. Punctele M_1 și M_2 sînt date de sistemele:

$$\begin{cases} x^2+y^2-4x=0 \\ y=\lambda x \end{cases} \quad \text{și} \quad \begin{cases} x^2+y^2+2x=0 \\ y=\lambda x \end{cases}$$

care în afara soluției comune O (o, o) evidentă, ne dau

$$M_1\left(\frac{4}{\lambda^2+1}, \frac{4\lambda}{\lambda^2+1}\right) \text{ și } M_2\left(\frac{2}{\lambda^2+1}, \frac{2\lambda}{\lambda^2+1}\right).$$

Pantele dreptelor M_1C_2 și M_2C_1 sînt

$$m_{M_1C_2}=\frac{4\lambda}{\lambda^2+5}\ ;\ m_{M_2C_1}=-\frac{\lambda}{\lambda^2}=-\frac{1}{\lambda}\ ;\ \lambda\neq 0.$$

Dacă $\lambda=0$ dreapta mobilă devine axa Ox și atunci dreptele M_1C_2 și M_2C_1 se intersectează în toate punctele axei Ox. Pentru o singură valoare a lui λ găsim o curbă de puncte de intersecție, deci $y=0$ este un loc singular.

Ecuațiile dreptelor (M_1C_2) și (M_2C_1) sînt

$$(M_1C_2)\ ;\ y=\frac{4\lambda}{\lambda^2+5}(x+1)$$

$$(M_2C_1)\ ;\ y=-\frac{1}{\lambda}(x-2).$$

Vom elimina pe λ dintre ecuațiile acestor drepte.

Din a doua ecuație rezultă : $\lambda=\dfrac{2-x}{y}$ deci:

$$\frac{\lambda}{\lambda^2+5}=\frac{y(2-x)}{x^2+5y^2-4x+4}$$

așa că prima ecuație devine:

$$y=\frac{4(x+1),\ y(2-x)}{x^2+5y^2-4x+4}.$$

Făcînd toate calculele $y(5x^2+5y^2-8x-4)=0$.
Locul geometric căutat este format din cercul $5(x^2+y^2)-8x-4=0$ și axa Ox care constituie un loc singular, găsit anterior.

Soluție dată de *Paul Voiculescu*, Inst. Pedagogic de 3 ani, București.

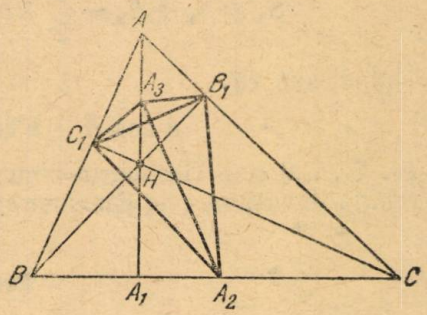
Problema 5136

Într-un triunghi oarecare ABC, fie A_1, B_1, C_1, H picioarele înălțimilor și ortocentrul, A_2, B_2, C_2 picioarele medianelor și A_3, B_3, C_3, mijloacele segmentelor AH, BH, CH. Notăm cu S aria triunghiului dat și cu S_1, S_2, S_3 ariile patrulaterelor $A_2B_1A_3C_1$; $B_2C_1B_3A_1$; $C_2A_1C_3B_1$. Să se arate că:

$$S_1+S_2+S_3=S.$$

Vodă Viorel, elev, București

Soluția I. — Se știe că punctele (A_1,B_1,C_1) ; (A_2,B_2,C_2) și (A_3,B_3,C_3) sînt conciclice (cercul celor nouă puncte — Euler). De asemenea, fiecare din segmentele A_2A_3, B_2B_3, C_2C_3 sînt diametre în cercul Euler. Deoarece $A_2B_1=A_2C_1$ și $A_3B_1=A_3C_1$, rezultă că A_2A_3 este mediatoarea segmentului B_1C_1. Deci patrulaterele $A_2B_1A_3C_1$; $B_2C_1B_3A_1$; $C_2A_1C_3B_1$ au diagonalele perpendiculare. Așadar



$$S_1=\frac{1}{2}B_1C_1\cdot A_2A_3=\frac{1}{2}B_1C_1\cdot R$$

$$S_2=\frac{1}{2}C_1A_1\cdot B_2B_3=\frac{1}{2}C_1A_1\cdot R$$

$$S_3=\frac{1}{2}A_1B_1\cdot C_2C_3=\frac{1}{2}A_1B_1\cdot R.$$

Însumînd aceste egalități avem :

$$S_1+S_2+S_3=\frac{1}{2}\cdot R(A_1B_1+B_1C_1+C_1A_1).$$

Expresia din paranteză reprezintă perimetrul triunghiului ortic, fie el $2p_0$. Deci,

$$S_1+S_2+S_3=p_0\cdot R$$

însă, $p_0\cdot R=S$ (vezi Geometria cl. IX, pr. 226) și deci :

$$S_1+S_2+S_3=S.$$

Soluția II. Din triunghiurile dreptunghice C_1CB și B_1BC avem :

$$C_1A_2=B_1A_2=\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}a.$$

Ori A_3A_2 este diametru în cercul Euler, astfel că triunghiurile $A_3C_1A_2$ și $A_3B_1A_2$ sînt dreptunghice. Deci :

$$S_1=S_{A_3C_1A_2}+S_{A_2B_1A_3}$$

sau :

$$S_1=\frac{1}{2}C_1A_2\cdot C_1A_3+\frac{1}{2}B_1A_2\cdot B_1A_3.$$

Însă :

$$C_1A_2=B_1A_2=\frac{1}{2}a \quad C_1A_3=B_1A_3=\frac{1}{2}AH=R\cos A$$

deci :

$$S_1=\frac{1}{2}R\cdot a\cos A.$$

Analog:

$$S_2 = \frac{1}{2} R \cdot b \cos B \qquad S_3 = \frac{1}{2} R \cdot c \cos C.$$

Prin urmare

$$S_1 + S_2 + S_3 = \frac{1}{2} R(a \cos A + b \cos B + c \cos C).$$

Ținînd cont că

$$a \cos A + b \cos B + c \cos C = 2p_0.$$

(v. Tr. Lalescu, Geometria triunghiului, p. 137) și că $p_0 R = S$ relația din enunț este demonstrată.

Problema 5139

Să se rezolve sistemul:

$$3x^2 + 4y^2 + 8xy = 0$$
$$x^2 - 2y^2 - 3xy = 4$$

Gh. D. Simionescu

Soluția I-a — Sistemul se scrie

$$3x^2 + 4y^2 = -8xy\ ;\quad x^2 - 2y^2 = 3xy + 4$$

de unde se deduce

$$5x^2 = -2xy + 8\ ;\quad 10y^2 = -17xy - 12$$

Prin înmulțire avem:

$$50x^2y^2 = 34x^2y^2 - 112xy - 96$$

de unde:

$$16x^2y^2 + 112xy + 96 = 0, \text{ sau}$$

$x^2y^2 + 7xy + 6 = 0$. deci: $xy = -6$ și $xy = -1$.

Pentru $xy = -6$ obținem $x^2 = 4$; $y^2 = 9$, de unde $x_{1,2} = \pm 2$, $y_{1,2} = \mp 3$.

Asemănător pentru $xy = -1$ avem: $x_{3,4} = \pm\sqrt{2}$; $y_{3,4} = \mp \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Soluția II-a dată de *C. Cristea*, Inst. Pedag. 3 ani, București. Înmulțind a doua ecuație cu 2 și însumînd obținem $5x^2 + 2xy = 8$ de unde

$$y = \frac{8 - 5x^2}{2x} \qquad (1)$$

Înlocuind în prima ecuație obținem: $x^4 - 6x^2 + 8 = 0$, de unde

$$x_{1,2} = \pm 2 \qquad x_{3,4} = \pm\sqrt{2}.$$

Aceste valori înlocuite în (1) ne dau:

$$y_{1,2} = \frac{8-20}{\pm 4} = \frac{-12}{\pm 4} = \mp 3$$

$$y_{3,4} = \frac{8-10}{\pm 2\sqrt{2}} = \frac{-2}{\pm 2\sqrt{2}} = \mp \frac{1}{\sqrt{2}} = \mp \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Soluțiile sistemului sînt așadar, $(2, -3)$, $(-2, 3)$, $\left(\sqrt{2}, -\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$, $\left(-\sqrt{2}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$, ele verificînd sistemul dat.

Problema 5140

Se dau cercurile O, O' tangente exterior în T și A un punct oarecare în planul cercurilor. Tangenta comună exterioară cercurilor este tăiată de dreptele AO, AO' respectiv în M și N. Să se arate că dreptele AT, ON, $O'M$ sînt concurente.

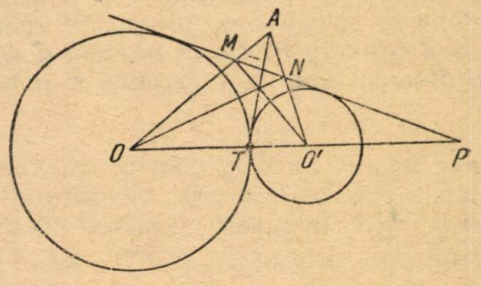
Gruian Ștefan, absolvent, Alba-Iulia

Soluție dată de *Paul Voiculescu*, Inst. Pedagogic de 3 ani, București. Va fi suficient să arătăm că este îndeplinită relația lui Ceva

$$\frac{TO}{TO'} \cdot \frac{NO'}{NA} \cdot \frac{MA}{MO} = -1$$

pentru ca dreptele AT, ON, $O'M$ să fie concurente. Dacă P este punctul unde tangenta comună exterioară taie linia centrelor OO' (P e centrul exterior de omotetie) atunci, după teorema lui Menelaus aplicată în triunghiul AOO' și transversalei MNP, avem:

$$\frac{PO}{PO'} \cdot \frac{NO'}{NA} \cdot \frac{MA}{MO} = +1$$



cum însă $\frac{PO}{PO'} = -\frac{TO}{TO'} = \frac{R}{r}$ (T și P sînt conjugate armonic față de O și O'), urmează că avem relația

$$\frac{TO}{TO'} \cdot \frac{NO'}{NA} \cdot \frac{MA}{MO} = -1$$

și după reciproca teoremei lui *Ceva* rezultă că AT, ON, $O'M$ sînt concurente.

Generalizare. Problema se extinde în cazul cînd cercurile O și O' sînt exterioare, T fiind punctul de intersecție al tangentelor comune interioare celor două cercuri demonstrația decurge în mod analog, punctele T și P fiind de asemenea armonic conjugate față de O și O'.

Problema 5144

Să se rezolve ecuația:

$$a^{2x} - (a^{2c} + b^{2c})\, a^{x-c} \cdot b^{x-c} + b^{2x} = 0$$

C. Ionescu-Țiu

Soluție dată de *C. Cristea*, Inst. Pedagogic 3 ani, București și *Șerban Grigorescu*, elev, ș.m. 1, București.

Ecuația se mai poate scrie:

$$a^{2x} - a^{x+c} \cdot b^{x-c} - a^{x-c} \cdot b^{x+c} + b^{2x} = 0$$

Grupînd termenii obținem:

$$a^{x-c} \cdot (a^{x+c} - b^{x+c}) - b^{x-c} \cdot (a^{x+c} - b^{x+c}) = 0$$

deci:

$$(a^{x+c} - b^{x+c})\,(a^{x-c} - b^{x-c}) = 0.$$

Rezultă:

$$a^{x+c} = b^{x+c} \quad \text{sau:} \quad a^{x-c} = b^{x-c}$$

și aplicînd logaritmii avem:

$$(x \pm c)\,(\log a - \log b) = 0.$$

Dacă $a \neq b$ avem $x \pm c = 0$; deci, $x = \pm c$. Dacă $a = b$ ecuația devine o identitate.

Problema 5171

Doi observatori situați la o distanță de 100 km între ei, au observat la un moment dat un meteor luminos. Primul observator a determinat pentru punctele de apariție A și dispariție D, înălțimile corespunzătoare deasupra orizontului $h'_A = 53°$ *și* $h'_D = 77°$, *iar al doilea a determinat pentru aceleași puncte valorile* $h''_A = 75°30'$ *și* $h''_D = 43°$. a) *Să se calculeze distanța de la punctele de apariție A și dispariție D pînă la suprafața Pămîntului, știind că în momentul observației cei doi observatori se aflau cu fața unul către celălalt;* b) *Cu ce viteză s-a deplasat meteorul știind că el a putut fi observat timp de o secundă și jumătate?*

Ion Todoran, profesor, Cluj

Soluție. a) Vom nota poziția celor doi observatori cu M' și M''. Din datele problemei se vede că meteorul s-a deplasat de la orizont spre zenit ($h'_A < h'_D$) în raport cu primul observator, iar față de al doilea — de la zenit spre orizont ($h''_D < h''_A$), astfel ca $M''ADM'M''$ poate fi considerată ca arie plană.

Din triunghiul $AM''M'$ avem: $M''M' = 100$ km; $h'_A = 53°$; $h''_A = 75°30'$; $h'_A + h''_A = 128°30'$.

$\sphericalangle A = \sphericalangle M''AM' = 180° - 128°30' = 51°30'$; $\sin A = 0{,}7826$; $\sin h'_A = 0{,}7986$; $\sin h''_A = 0{,}9681$.

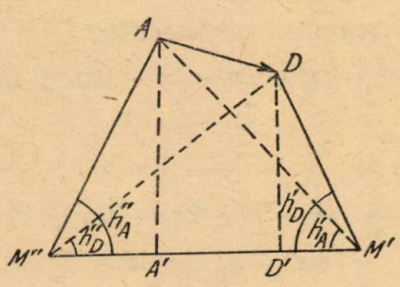
$$\frac{AM''}{\sin h'_A} = \frac{M''M'}{\sin A}, \text{ deci } AM'' = 100\,\frac{7986}{7826} = 102 \text{ km}$$

$$\frac{AM'}{\sin h''_A} = \frac{M''M'}{\sin A} \text{ deci, } AM' = 100\,\frac{9681}{7826} = 124 \text{ km}$$

Distanța de la punctul A la suprafața Pămîntului va fi egală cu lungimea segmentului AA' care este perpendiculară la suprafața Pămîntului în A'. Din triunghiurile $AM''A'$ și $AA'M'$ putem obține două valori pentru AA', iar coincidența celor două valori ne va arăta precizia calculului. Avem astfel: $AA' = AM' \sin h'_A = 99$ km și $AA' = AM'' \sin h''_A = 99$ km.

Din triunghiul $DM''M'$ avem: $M''M' = 100$ km; $h'_D = 77°$; $h''_D = 43°$; $h'_D + h''_D = 120°$.

$\sphericalangle D = \sphericalangle M''DM' = 120° - 60° = 60°$; $\sin D = 0{,}8660$; $\sin h'_D = 0{,}9744$; $\sin h''_D = 0{,}6820$.



$$\frac{M''M'}{\sin D} = \frac{DM'}{\sin h''_D}, \text{ deci: } DM' = 100\,\frac{6860}{8660} = 79{,}2 \text{ km}$$

$$\frac{M''M'}{\sin D} = \frac{DM''}{\sin h_D}, \text{ deci: } DM'' = 100\,\frac{9744}{8660} = 112{,}5 \text{ km}.$$

Distanța de la punctul de dispariție D pînă la suprafața Pămîntului se calculează în mod analog cu aceea de la punctul de apariție A, $DD' = DM' \sin h'_D = 77{,}2$ km și $DD' = DM'' \sin h''_D = 76{,}7$ km.

b) Se utilizează formula vitezei $V = \frac{s}{t}$, unde trebuie să-l calculăm pe $S = AD$. Din triunghiul $AM''D$ rezultă:

$$AD^2 = M''D^2 + M''A^2 - 2\,M''D \cdot M''A \cos (h''_A - h''_D) = 3704.$$

Din triunghiul $AM''D$ rezultă:

$$AD^2 = AM'^2 + DM'^2 - 2\,AM' \cdot DM' \cos (h'_D - h'_A) = 3707 = 61^2$$

$$V = \frac{61}{1{,}5} = 40{,}7 \text{ km/s}.$$

Problema 5175

Să se rezolve sistemul

$$2x^2 + 3y^2 - xy - 7x - 10y + 15 = 0$$

$$x^2 - 2y^2 + xy - 5x + 5y = 0$$

L. Constantinescu, profesor, Sibiu

Soluție. Ecuația a doua a sistemului poate fi scrisă succesiv astfel:

$$x^2 - y^2 - y^2 + xy - 5x + 5y = 0,$$
$$(x-y)(x+y) + y(x-y) - 5(x-y) = 0,$$
$$(x-y)(x+2y-5) = 0.$$

Deci, sistemul dat devine:

$$2x^2 + 3y^2 - xy - 7x - 10y + 15 = 0$$
$$(x-y)(x+2y-5) = 0$$

care poate fi rezolvat considerînd sistemele:

I) $$\begin{cases} 2x^2 + 3y^2 - xy - 7x - 10y + 15 = 0 \\ x - y = 0 \end{cases}$$

$$x = y$$
$$2x^2 + 3x^2 - x^2 - 7x - 10x + 15 = 0$$
$$4x^2 - 17x + 15 = 0$$

de unde: $x_1 = y_1 = 3$ și $x_2 = y_2 = \frac{5}{4}$.

II) $$\begin{cases} 2x^2 + 3y^2 - xy - 7x - 10y + 15 = 0 \\ x + 2y - 5 = 0 \end{cases}$$

$$x = 5 - 2y$$
$$2(25 - 20y + 4y^2) + 3y^2 - y(5-2y) - 7(5-2y) - 10y + 15 = 0$$
$$13y^2 - 41y + 30 = 0$$

de unde: $x_3 = 1$; $y_3 = 2$ și $x_4 = \frac{35}{13}$; $y_4 = \frac{15}{13}$.

Problema 5179

Fie ABCD un patrulater cu diagonalele AC, BD egale și perpendiculare între ele. Se proiectează A și B în M și N pe CD. Să se demonstreze că: a) CM=BN și DN=AM; b) cercurile circumscrise triunghiurilor AEC și BED se întîlnesc într-un punct I pe mediatoarele laturilor AB și CD, punctul E fiind intersecția laturilor opuse AB, CD; c) unghiurile AIB și CID sînt drepte.

Gh. Buicliu

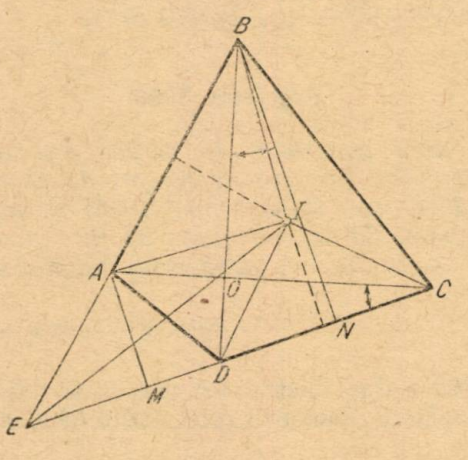
Soluție. a) Triunghiurile dreptunghice *AMC*, *DNB* avînd ipotenuzele *AC*, *BD* egale prin definiție și unghiurile ascuțite *ACM*, *DBN* egale ca avînd laturile perpendiculare, sînt egale și deci: $CM = BN$ și $DN = AM$.

b) Cercurile *AEC*, *BED* sînt egale între ele deoarece coardele egale *AC*, *BD* limitează semente capabile de același unghi: $\sphericalangle$ AEC $\sphericalangle$ BED. Coardele *AI* și *BI* din aceste cercuri egale, opunîndu-se la același unghi,

BEI, sînt egale între ele, deci triunghiul *AIB* este isoscel și *I* se află pe mediatoarea laturei *AB*.

La fel se arată că *I* se află și pe mediatoarea laturei *CD*.

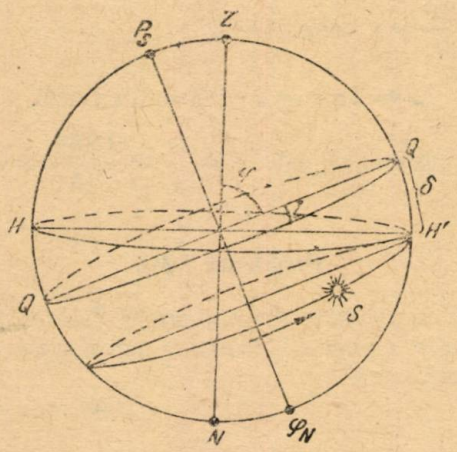
c) Din b) rezultă că $CI=DI$ și cum din patrulaterul inscriptibil *AECI* rezultă $\sphericalangle CAI=\sphericalangle CEI$ urmează că și $\sphericalangle DBI=\sphericalangle CEI=\sphericalangle CAI$. Deci,



$\sphericalangle CAI=\sphericalangle OAI=\sphericalangle OBI$ (*O* fiind intersecția diagonalelor) și patrulaterul *AOIB* este inscriptibil. Cum unghiul din *O* este drept și unghiul *AIB* este drept.

Problema 5187

Savantul romîn Emil Racoviță, în timpul expediției în Antarctica (1897—1899) scrie: „...la 18 mai, Soarele ne părăsi și tristețea nopții



polare începu pentru noi ... în sfîrșit, la 27 iulie zărirăm din nou Soarele". Se cere latitudinea la care se găsea expediția la 18 mai și la 27 iulie. Declinația Soarelui la 18 mai $\delta \cong N\ 19°26'$; *la 27 iulie* $\delta \cong N\ 19°20'$.

C. V. Costăchescu, Constanța

Soluție. Fie φ_1 latitudinea expediției la 18 mai și φ_2 latitudinea la 27 iulie. În mișcarea diurnă un astru descrie un paralel de declinație. Ca astrul să fie tot timpul dedesubtul orizontului (anticircumpolar) este necesar ca $|\delta| \geqslant |l|$ în care δ = declinația astrului, l = colatitudinea = $90° - \varphi$; iar φ și δ trebuie să fie de semne contrare.

La 18 mai: $19°26' = 90° - \varphi_1$; $\varphi_1 = 70°34'$ S.

La 27 iulie: $19°20' = 90° - \varphi_2$; $\varphi_2 = 70°40'$ S.

Problema 5200

Cureaua roții unui generator de curent alternativ are diametrul $d_g = 1000$ mm. Generatorul este pus în mișcare de un motor printr-o roată cu diametrul $d_m = 3000$ mm. După timpul $t = 15$ secunde, generatorul are turația $n_g = 540$ rot/min. Să se calculeze: a) turația motorului, b) viteza unghiulară a roții motorului, c) accelerația unghiulară corespunzătoare roții motorului.

Sabin I. Vîlceanu, student, București

Soluție. a) Avînd o transmisie între cele două roți, numărul de turații este invers proporțional cu diametrul roții, astfel încît putem scrie:

$$\frac{n_m}{n_g} = \frac{d_g}{d_m},$$

de unde numărul de rotații al roții motorului sau turația motorului este:

$$n_m = \frac{d_g}{d_m} n_g = \frac{1000}{3000} \cdot 540 = 180 \text{ rot/min.}$$

b) Viteza unghiulară este $\omega = 2\pi n$, unde n este frecvența în rot/s; $n = 180$ rot/min $= \frac{180}{60} = 3$ rot/s. Deci,

$$\omega = 2\pi n = 2 \cdot \pi \cdot 3 = 6\pi \text{ rad/s.}$$

c) accelerația unghiulară este $\varepsilon = \frac{\omega}{t} = \frac{18{,}84}{15} = 1{,}256$ rad/s.

Problema 5216

Se știe că baza sistemului de numerație folosit de mașinile electronice este 2. Să se afle numerele pentru a căror scriere în această bază, să fie necesară numai cifra 1.

Gh. Bănică, C-lung Muscel

Soluție. Numărul respectiv în baza 2, se scrie

$$N = \underbrace{11 \ldots\ldots 11}_{\text{de } n \text{ cifre}}$$

$$N = 1 \cdot 2^{n-1} + 1 \cdot 2^{n-2} + \ldots + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 =$$

$$= 2^{n-1} + 2^{n-2} + \ldots + 2^1 + 2^0 =$$

$$= \frac{2^{n-1} \cdot 2 - 2^0}{2-1} = 2^n - 1.$$

Făcînd $n = 1$; 2 ; 3 ; etc.... obținem :

1 ; 3 ; 7 etc. Deci toate numerele de forma $2^n - 1$ se scriu în baza 2 numai cu ajutorul cifrei 1.

Problema 5218

Cu ocazia experimentării a două tipuri de motoare cu combustie internă s-a constatat că unul dintre ele consumă 648 g benzină. Al doilea, funcționînd cu 1 oră mai puțin, consumă 512 g benzină. Dacă primul motor ar consuma atîta benzină cît al doilea, și invers, al doilea atîta cît primul, după un același timp de funcționare, consumul de benzină al ambelor motoare ar fi egal. Să se calculeze consumul de benzină pe oră al fiecărui motor.

V. Vodă și D. Alexandru, elevi, București

Soluție. Notăm cu x consumul pe oră al primului motor și cu y consumul pe oră al celui de al doilea.

Atunci primului motor îi sînt necesare $\frac{648}{x}$ ore pentru consumarea benzinei, iar celui de al doilea $\frac{512}{y}$ ore. Din condițiile problemei rezultă ecuația $\frac{648}{x} - \frac{512}{y} = 1$.

Dacă primul ar consuma pe oră y g benzină atunci în $\frac{648}{x}$ ore consumul ar fi de :

$$\frac{648}{x} \cdot y \text{ grame.}$$

Analog, consumul celui de al doilea ar fi de

$$\frac{512}{y} \cdot x \text{ grame.}$$

Deci, conform enunțului problemei avem :

$$\frac{648}{x} \cdot y = \frac{512}{y} \cdot x.$$

Rezultă sistemul de ecuații

$$\frac{648}{x}-\frac{512}{y}=1\,;\quad \frac{648}{x}\cdot y=\frac{512}{y}\cdot x,\ \text{de unde}$$

$$x=\frac{648\,y}{y+512}\,;\quad \frac{x^2}{y^2}=\frac{648}{512},\ \text{sau}$$

$$\frac{648^2\,y^2}{y^2(y+512)^2}=\frac{648}{512}.$$

Prin urmare $(y\neq 0)$:

$$648\cdot 512=y^2+2\cdot 512\,y+512^2$$

$$y^2+2\cdot 512\,y+512\,(512-648)=0$$

$y^2+2\cdot 512\,y-69632=0$; verifică numai $y=64$.

Deci $y=64$ grame pe oră și $x=72$ grame pe oră.

Problema 5226

Un punct M descrie o elipsă cu semiaxele a și b. Fie P proiecția lui M pe axa mare, iar N un punct care împarte OM în raportul $\frac{ON}{NM}=\frac{a}{b}$. Dreapta PN taie axa mică în Q. Să se arate că segmentul PQ este constant.

C. Menciu, profesor, Craiova

Soluție geometrică. Fie M' un punct unde MP taie cercul descris pe axa mare ca diametru. Avem: $\frac{MP}{M'P}=\frac{b}{a}$. Dar din relația $\frac{ON}{NM}=\frac{a}{b}$ rezultă $\frac{OQ}{MP}=\frac{a}{b}$. Deci, $OQ=M'P$.

Rezultă că, $PQ=OM'=a$.

Soluție analitică. Ecuația elipsei este $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-1=0$. Dacă $M(\alpha,\beta)$, atunci: $\frac{\alpha^2}{a^2}+-\frac{\beta^2}{b^2}-1=0$.

Coordonatele lui N sînt: $x=\frac{a\alpha}{a+b}$, $y=\frac{a\beta}{a+b}$. Ecuația dreptei PN este:

$$\frac{x-\alpha}{b\alpha}=-\frac{y}{a\beta}.$$

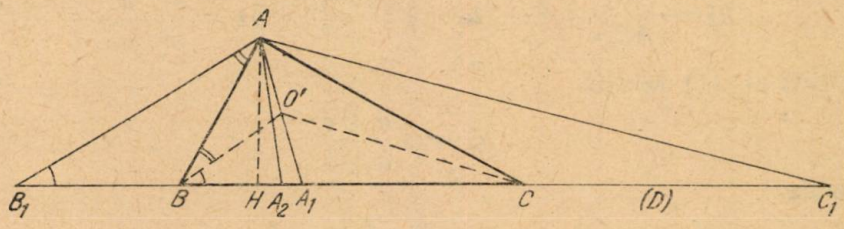
Coordonatele lui Q sînt: $x=0$ și $y=\frac{a}{b}\,\beta$. Deci, distanța PQ este dată de relația:

$$PQ^2=\alpha^2+\frac{a^2}{b^2}\,\beta^2=a^2\left(\frac{\alpha^2}{a^2}+\frac{\beta^2}{b^2}\right)=a^2.$$

Problema 5234

Pe o dreaptă (D) se găsesc următoarele puncte: B și C extremitățile segmentului BC, ipotenuză în triunghiul dreptunghic ABC; B_1 și C_1 intersecțiile paralelelor duse din A la bisectoarele unghiurilor din B și C; A_1 și A_2 picioarele bisectoarelor din A în triunghiurile ABC și AB_1C_1. Notînd $AB_1=m$, $AC_1=n$ și cu a,b,c laturile triunghiului ABC să se arate că:

a) *punctul A_1 împarte segmentele BC și B_1C_1 în același raport;*
b) *punctele A_1 și A_2 împart segmentul B_1C_1 în două rapoarte k_1 și k_2 care*



satisfac egalitatea $\frac{k_1}{k_2}=\sqrt{\frac{a+b}{a+c}}$; c) *avem relația* $\frac{a^3+b^3+c^3}{m^2+n^2}=R$, unde R *este raza cercului circumscris triunghiului ABC.*

Gh. Bazacov, profesor, Tr. Severin

Soluția autorului. a) Punctul A_1 fiind piciorul bisectoarei din A la triunghiul ABC, împarte latura BC în raportul

$$k_1=\frac{A_1B}{A_1C}=\frac{c}{b}. \tag{1}$$

Triunghiul ABB_1 este isoscel, avînd unghiurile din B_1 și A egale. Tot astfel și triunghiul ACC_1 este isoscel. Putem scrie că $BB_1=AB=c$ și $CC_1=AC=b$. Atunci

$$\frac{A_1B_1}{A_1C_1}=\frac{A_1B+c}{A_1C+b}=\frac{c}{b}=k_1$$

$$\text{și } A_1B=\frac{ac}{b+c},\quad A_1C=\frac{ab}{b+c}.$$

b) Punctul A_2 fiind piciorul bisectoarei unghiului A în triunghiul AB_1C_1, împarte latura B_1C_1 în raportul

$$k_2=\frac{A_2B_1}{A_2C_1}=\frac{AB_1}{AC_1}$$

Ducînd înălțimea AH putem scrie:

$$AB_1^2=AH^2+B_1H^2=\left(\frac{bc}{a}\right)^2+\left(\frac{c^2}{a}+c\right)^2$$

sau ținînd seama că $b^2+c^2=a^2$

$$AB_1^2=\frac{2c^2}{a}(a+c) \tag{2}$$

Analog se arată că:

$$AC_1^2=\frac{2b^2}{a}(a+b) \tag{3}$$

Deci:

$$k_2^2=\frac{AB_1^2}{AC_1^2}=\frac{2c^2}{a}(a+c):\frac{2b^2}{a}(a+b)=\frac{c^2}{b^2}\cdot\frac{a+c}{a+b}$$

Conform cu (1) rezultă

$$k_2^2=k_1^2\frac{a+c}{a+b}$$

de unde:

$$\frac{k_1}{k_2}=\sqrt{\frac{a+b}{a+c}}.$$

c) Adunînd relațiile (2) și (3) obținem:

$$AB_1^2+AC_1^2=\frac{2c^2}{a}(a+c)+\frac{2b^2}{a}(a+b)=\frac{2}{a}[a(b^2+c^2)+b^3+c^3]=$$

$$=\frac{2}{a}(a^3+b^3+c^3)$$

de unde cu notațiile problemei

$$\frac{a^3+b^3+c^3}{m^2+n^2}=\frac{a}{2}$$

cum $\frac{a}{2}=R$ demonstrează relația din enunț:

$$\frac{a^3+b^3+c^3}{m^2+n^2}=R.$$

Dacă A se mișcă pe cercul cu diametrul $BC=a$, atunci raportul $\frac{a^3+b^3+c^3}{m^2+n^2}$ își păstrează o valoare constantă.

Problema 5239

Un automobil cu puterea de 30 CP și randamentul de 20% străbate distanța de 648 km consumînd 103,7 kg benzină, cu o putere calorică de 11 000 $\frac{\text{k cal}}{\text{kg}}$ *Să se calculeze: a) viteza medie a automobilului și b) timpul cît a mers automobilul.*

(Olimpiada locală, 1962, cl. IX)

Soluție dată de *Cosma Mircea*, Baia Mare. $P=30$ *CP*, $\eta=20\%$, $S=648$ km, $m=103{,}7$ kg, $q=11000\ \frac{\text{kcal}}{\text{kg}}$, $v=?$, $t=?$

$\eta=\frac{L_u}{L_c}$ în care L_u este lucrul mecanic util și L_c, este lucrul mecanic consumat. Știm că L_u este egal cu $P.t$, iar lucrul mecanic consumat (L_c) este egal cu $J.Q$.

$$\eta=\frac{P\cdot t}{J\cdot Q}.$$

Avem însă $Q=mq$ și deci randamentul devine $\eta=\frac{P\cdot t}{Jmq}$.

De aici scoatem: $t=\frac{\eta J m q}{P}=$

$$=\frac{0{,}2\cdot 4{,}18\ \frac{J}{\text{cal}}\cdot 103{,}7\ \text{kg}\cdot 11\cdot 10^6\ \text{cal/kg}}{30\cdot 736\ \frac{J}{s}}=\frac{0{,}2\cdot 4{,}18\cdot 103{,}7\cdot 11\cdot 10^6}{30\cdot 736}\ s$$

$$t=\frac{8{,}36\cdot 11\cdot 103{,}7\cdot 10^4}{3\cdot 736}s;\quad t=\frac{91{,}96\cdot 103{,}7\cdot 10^4}{2\,208}$$

$$t\approx 43\,190\ s;\qquad v=\frac{s}{t}=\frac{648\,000}{43\,190}\approx 15\ \frac{m}{s}.$$

Problema 5245

Un element galvanic cu rezistența interioară de 0,2 Ω are circuitul exterior format dintr-un fir de nichelină lung de 6 m cu secțiunea de 1 mm. Tensiunea la borne este de 1,8 V. Să se calculeze: a) intensitatea curentului; b) randamentul.

Se dă rezistivitatea nichelinei de 0,4 Ω mm².

(Olimpiada locală, 1962)

Soluție dată de *Elisabeta Libitei*, Baia Mare — a) $I=\frac{U}{R}$ Trebuie să calculăm rezistența exterioară $R=\varrho\frac{l}{s}$.

$$R=\frac{0{,}4\cdot 6\ \Omega\ \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}\cdot \text{m}}{1\ \text{mm}^2}=2{,}4\ \Omega$$

$$I=\frac{U}{R}=\frac{1{,}8}{2{,}4}=0{,}75\ A\qquad I=0{,}75\ A$$

b) $\eta = \frac{U}{E}$; $I = \frac{E}{R+r}$ $E = I(R+r)$

$E = 0{,}75\ (2{,}4+0{,}2)\ V$; $E = 0{,}75 \times 2{,}6\ V = 1{,}95\ V$.

$$\eta = \frac{1{,}8}{1{,}95} = 0{,}92 \text{ sau } \eta = 92\%$$

CHESTIUNI DE EXAMEN *

5666. Se consideră unghiul $xoy = 120°$ pe laturile căruia se iau lungimile $OA = OB = a$. Pe planul xoy se ridică perpendiculara în punctul O, pe care se ia lungimea OC egală cu diagonala pătratului de latură a. M fiind mijlocul segmentului AB, se cere:

a) Să se demonstreze că $OM = \frac{1}{2}a$; b) Să se demonstreze că triunghiul ABC este echilateral; c) Să se afle în funcție de a, aria totală și volumul piramidei $COAB$.

(Institutul de 3 ani, Galați, 1962)

5667. Se consideră punctele $A(-\lambda^2, o)$ și $B(o, \lambda)$ și se cere: a) Să se scrie ecuația cercului care trece prin punctele date și prin origină; b) Să se scrie ecuația tangentei la acest cerc în punctul B și să se arate că atunci cînd variază această tangentă trece printr-un punct fix; c) Să se găsească locul geometric al centrului cînd λ variază.

(Institutul de 3 ani, Galați, 1962)

5668. Se dă funcția:

$$f(x) = \frac{x^2 - 3x - a}{x^2 - bx}$$

Se cere: a) Să se determine parametrii a și b astfel ca $f\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{49}{9}$ să fie un extrem relativ al funcției date; b) Știind că una din soluțiile punctului precedent este $a = 10$ și $b = 3$, să se facă graficul funcției corespunzătoare.

(Institutul de 3 ani, Galați, 1962)

5669. Să se discute rădăcinile ecuației:

$$(m-1)\,x^2 - 3\,(m-1)\,x + 10 = 0$$

m fiind un parametru.

(Institutul de 3 ani, Galați, 1962)

---

* Se primesc soluții pînă la 30 iunie 1963.

5670. Să se rezolve ecuația

$$(\sin 2x - \cos 2x)(1 + \operatorname{tg}^2 x) = 2.$$

(Institutul de 3 ani, Galați, 1962)

5671. Să se rezolve sistemul:

$$25^{\sin x + \sin y} = 125$$
$$16^{\sin x - \sin y} = 8.$$

(Institutul pedagogic de 3 ani, Galați, 1962)

5672. a) Unei sfere de rază R i se circumscrie un trunchi de con cu unghiul dintre bază și generatoare α. a) Să se determine aria și volumul trunchiului de con; b) $H(3, 4)$ este punctul de intersecție al înălțimilor unui triunghi ABC în care $A(2, 1)$ și $B(4, 9)$. Să se găsească ecuațiile laturilor triunghiului ABC.

(Institutul pedagogic de 3 ani, Galați, 1962)

5673. Să se reprezinte grafic

$$f(x) = \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 5x}$$

(Institutul pedagogic de 3 ani, Galați, 1962)

5674. Se dau ecuațiile:

$x^2 - (m + 1)x + m^2 = 0$ cu rădăcinile x_1 și x_2

și:

$y^2 - (m + 3)y + 12m + 11 = 0$ cu rădăcinile y_1 și y_2

Să se determine m astfel ca între rădăcinile ecuațiilor să avem:

$$2(x_1 + x_2)(y_1 + y_2) < x_1x_2 + y_1y_2.$$

(Facultatea de Mine, Petroșeni, 1962)

5675. a) Să se verifice identitatea

$$\frac{\sin a + \sin 5a + \sin 9a}{\cos a + \cos 5a + \cos 9a} = \operatorname{tg} 5a$$

b) Să se reprezinte grafic funcția $y = \dfrac{(x - 2)^2}{x + 1}$.

(Facultatea de Mine, Petroșeni, 1962)

5676. Se consideră patratul $ABCD$ având latura a. Fiecare latură se prelungește în același sens cu un segment egal cu latura patratului și se obține patrulaterul $A'B'C'D'$. Se cere: a) Să se arate că patrulaterul $A'B'C'D'$ este un patrat a cărui arie este de 5 ori aria patratului $ABCD$; b) Să se arate că $EB = \frac{a}{3}$.

(Facultatea de Mine, Petroșeni, 1962)

5677. Dacă punem 10 kg gheață la 0°C în 500 kg apă la 22°C temperatura apei, după topirea gheții coboară la 20°C. Să se afle căldura latentă specifică de topire a gheții. Căldura specifică a apei este de $c = 1$ kcal/kg grd.

(Facultatea de Mine, Petroșeni, 1962)

5678. La bornele unui acumulator electric de 6 volți se leagă o rezistență electrică de 0,5 ohmi. Să se calculeze intensitatea curentului. Ce rezistență ar trebui legată pentru ca acumulatorul să nu suporte un curent mai mare de 5 amperi?

(Facultatea de Mine, Petroșeni, 1962)

5679. Să se determine x astfel ca numerele $\frac{a+b}{b+x}$; $\frac{b+x}{x+a}$; $\frac{x+a}{a+b}$ să fie în progresie geometrică. Se va considera $a \neq b$.

(Facultatea de electromecanică minieră, Petroșeni, 1962)

5680. a) Să se facă calculabilă prin logaritmi expresia

$$E = \sin x + \sin 2x + \sin 3x + \sin 4x.$$

b) Să se deriveze funcția:

$$y = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{a}{x} + \frac{1}{2} \ln (x^2 + a^2).$$

(Facultatea de electromecanică minieră, Petroșeni, 1962)

5681. Fie $AB = 2a$ diametrul cercului O. Se prelungește diametrul AB cu distanța $BC = a$, se duce tangenta CD la cercul O. Se cere:

a) Să se arate că triunghiul ADC este isoscel; b) Să se arate că DC este latura triunghiului echilateral înscris în cercul O; c) E fiind mijlocul coardei BD și punctul F intersecția dreptei OE cu DC, să se arate că $DF = \frac{DC}{3}$.

(Facultatea de electromecanică minieră, Petroșeni, 1962)

5682. Un pendul care face la Leningrad 3601,44 oscilații pe oră, face la Moscova în același timp și la aceeași temperatură 3600,0 oscilații. Care este raportul dintre accelerațiile gravitației pentru aceste două orașe?

(Facultatea de electromecanică minieră, Petroșeni, 1962)

5683. Să se calculeze cine consumă mai multă energie electrică în timp de o lună (30 de zile): un fier electric de călcat cu o putere de 500 W, care funcționează de 4 ori pe lună cîte 2 ore, sau o lampă electrică de 40 W, care arde în fiecare zi cîte 4 ore?

(Facultatea de electromecanică minieră, Petroșeni, 1962)

PROBLEME PROPUSE *

5684. O ușă de troleibuz, formată din trei dreptunghiuri coplanare, egale, $ABCD$, $CDEF$, $EFGH$, se deschide prin rotațiile cu cîte un unghi drept, în sensuri contrarii, ale dreptunghiurilor $ABCD$ și $EFGH$, respectiv în jurul laturilor fixe AB și GH, latura CD menținîndu-se comună dreptunghiurilor $ABCD$ și $CDEF$, iar latura EF a dreptunghiului $CDEF$ fiind mobilă în planul inițial. O dreaptă de pe ușă, situată inițial la distanța x de latura AB, formează cu latura în jurul căreia de rotește un dreptunghi care descrie volumul $y=f(x)$. Se cere expresia funcției $f(x)$.

Gheorghe Cezar, student București

5685. Să se demonstreze că proiecțiile punctelor de intersecție a laturilor opuse ale unui patrulater convex pe laturile acestui patrulater sînt vîrfurile unui patrulater inscriptibil.

Iora S. Boris, elev Babadag

5686. Să se studieze convergența șirului

$$a_n = \lim x^{x^{\cdot^{\cdot^{\cdot^{x}}}}}$$

unde x este scris de n ori.

Albu Toma, student București

5687. Să se simplifice expresia:

$$E = \frac{x^5 + 3x^4 - 4x^3 - 4x^2 - 6x + 1}{x^6 + 3x^5 + 3x^4 - x^3 + x^2 + x + 4}$$

Nănuți Ion, student, Timișoara

---

* VIII (5685, 5687, 5688, 5689, 5691, 5706); IX (5695, 5700, 5703, 5709, 5710); X (5696, 5697, 5699, 5701, 5702, 5704, 5705, 5707); XI (5684, 5686, 5690, 5692, 5693, 5694, 5698, 5708, 5711, 5712). Soluțiile se primesc pînă la 30 iunie 1963.

5688. Să se descompună în factori expresia:

$$E = a^3 + 3a^2 n + 3an^2 + n^3 + 3a^2 + 6an + 3n^2 + 2a + 2n$$

Victor Florescu, Rîmnicu Vîlcea

5689. Se dau două cercuri secante de aceeași rază R. Fie A și B intersecțiile lor. Se prelungește raza AO' pînă cînd intersectează cercul de rază OA în M și cercul de rază $O'A$ în N. Să se arate că triunghiul BMN este isoscel.

* * *

5690. Un satelit a fost lansat pe o orbită eliptică, alți doi sateliți pe orbite circulare, unul corespunzător apogeului, celălalt înălțimii perigeului. Lansarea s-a făcut în jurul Pămîntului. Să se arate că: viteza satelitului la perigeu pe elipsă este mai mare ca viteza satelitului pe orbita circulară corespunzătoare înălțimii perigeului, iar viteza satelitului la apogeu pe elipsă este mai mică decît viteza satelitului pe orbita circulară corespunzătoare înălțimii apogeului.

I. N. Radu, Tîrgoviște

5691. Fie ABC un triunghi oarecare și I punctul de intersecție al bisectoarelor interioare. Să se demonstreze că centrele cercurilor circumscrise triunghiurilor AIB, BIC și CIA se află la intersecțiile bisectoarelor interioare cu cercul circumscris triunghiului dat.

Puiu M. Gheorghe, elev Sinaia

5692. Să se calculeze

$$E = \lim_{x \to 0} \left(1 + \frac{a - \sqrt{a^2 - x^2}}{x}\right)^{\frac{a}{x}}$$

Ilie N. Constantinescu

5693. a) Să se afle valorile reale ale lui m pentru care $f(x, m) = 4x^4 - 8mx^3 + 4(1 + m^2)x^2 - 4mx + m^2 \geqslant 0$, oricare ar fi x real. În ce caz este egalitate?

b) Să se afle valorile reale ale lui m pentru care $f(m, x) \geqslant 0$ oricare ar fi x real. În ce caz este egalitate?

C. Ionescu-Țiu

5694. Să se arate că oricare ar fi m și x reali avem:

$$(1 + m^2)^4 x^4 - 8m(1 - m^4)(1 + m^2)x^3 + (m^8 + 20m^6 - 2m^4 + 20m^2 + 1)x^2 + 4m(m^2 + 1)(m^4 - 1)x + 4m^3(m^2 - 1)^2 = 0.$$

În ce caz este egalitate?

C. Ionescu-Țiu

5695. Un areometru Nicholson de greutate $G=18$ gf, scufundat în apă este adus la semn dacă se pune în coşuleţul inferior $G_1=2$gf, fier. Să se calculeze densitatea unui lichid în care areometrul este adus la semn, dacă i se pune pe platanul superior o greutate $G_2=6$ gf, fier.

Gabriel Tîrtan, student Bucureşti

5696. Să se stabilească relaţia

$$\sqrt{\sin A}+\sqrt{\sin B}+\sqrt{\sin C}\leqslant 3\sqrt[4]{\frac{3}{4}}$$

unde A, B, C sînt unghiurile unui triunghi oarecare.

Toma Albu, student Bucureşti

5697. Să se demonstreze că un număr N se divide cu 11 dacă suma grupelor de cîte două cifre obţinute despărţind numărul dat — de la dreapta spre stînga — ultima grupă putînd avea o cifră — se devide cu 11. În mod analog, să se demonstreze că un număr se divide cu 37, dacă suma grupelor de cîte trei cifre obţinute despărţind numărul de la dreapta spre stînga, se divide cu 37, ultima grupă putînd avea 2 sau 1 cifră.

Emanoil Gaiu, Iaşi

5698. Într-un cerc de rază R se dau o coardă fixă $AC=a$ şi două puncte B şi D situate pe cerc, de o parte şi de alta a ei, astfel că $AB^2+BC^2+CD^2+DA^2=k^2$.

a) Să se afle locul geometric al mijlocului M al coardei BD; b) Între ce limite poate lua valori k^2, în condiţiile problemei? Discuţie.

Şerban I. Grigorescu, elev Bucureşti

5699. Se dă expresia $E(x)=(x+3)^5(x-5)^4(x+7)^3(x-8)^2$.

a) Să se determine coeficientul lui x^{12}; b) Să se determine două numere naturale a şi n, astfel încît produsul $(x+a)^n\cdot E(x)$ să nu conţină termenul în x^{n+12}

Benone Săndulescu, profesor, Buzău

5700. Se dă triunghiul ABC şi cevienele AD, BE, CF. Fie D', E', F' intersecţiile dreptelor EF, BC; FD, CA; DE, AB şi O_1, O_2, O_3 centrele cercurilor de diametre DD', EE', FF'. Să se arate că:

a) Punctele O_1, O_2, O_3 sînt colineare; b) Considerînd trei puncte arbitrare A', B', C' respectiv pe cercurile (O_1), (O_2), (O_3) avem relaţia $\frac{A'B}{A'C}\cdot\frac{B'C}{B'A}\cdot\frac{C'A}{C'B}=-1$; c) Cercurile (O_1), (O_2), (O_3) se taie în două puncte I, I'. Dreapta II' trece prin O, centrul cercului circumscris triunghiului ABC, iar cercul (O) taie ortogonal cercurile (O_1), (O_2), (O_3); d) Axele radicale ale cercurilor (O), (O_1); (O), (O_2); (O), (O_3) se taie pe II' în K, iar punctele O, I, K, I' formează o diviziune armonică.

Adrian Chisăliţă, student, Cluj

5701. Să se arate că:

$$(1-ai)(1+bi)=(a+i)(b-i), \text{ știind că } i^2=-1;$$

$$\text{iar } \frac{\alpha^2-a\alpha+a}{a\alpha^2+\alpha-a}=\frac{b\alpha^2-\alpha+1}{\alpha^2+b\alpha-1}, \text{ dacă } \alpha^3=1.$$

C. Ionescu-Țiu

5702. Se dă un tetraedru regulat $VABC$ de muchie a. Fie M un punct pe muchia VA astfel încît $VA=4VM$ și N mijlocul lui BC.

a) Să se arate că dreapta MN trece prin mijlocul înălțimii VO a tetraedrului; b) Să se arate că triunghiul MAN este isoscel; c) Să se calculeze distanțele vîrfurilor V și A la planul MBC; d) Să se calculeze măsura unghiului pe care îl fac planele MBC și VBC.

V. Băghină, profesor Breaza

5703. Să se găsească soluțiile ecuației

$$x^2+y^2+z^2\pm 2xyz=1$$

a) în numere întregi; b) în numere raționale din intervalul $(-1; +1)$.

(3981, Mathesis)

5704. Dacă laturile a, b, c ale unui triunghi dreptunghic sînt exprimate prin numere întregi, atunci expresia $E=a^n+b^n+c^n$ este divizibilă prin $a+b+c$, unde n este un număr natural impar.

Gh. Lusztig, Timișoara

5705. Un termostat cu lamă bimetalică de oțel și zinc reglează automat temperatura într-un cuptor electric. Cele două lame, de oțel și zinc, au la temperatura de $+20°C$, aceeași lungime, și se curbează proporțional cu temperatura. Cînd temperatura cuptorului atinge o anumită valoare, contactul electric se întrerupe, scăzînd sub această valoare contactul electric se restabilește. Știind că în momentul întreruperii curentului electric lamele de oțel și zinc au respectiv lungimile de 50,6 cm și 51,45 cm, se cere să se determine temperatura cuptorului. Coeficienții de dilatație se vor lua din tabele.

Ionel Atanasiu, profesor Gugești

5706. Dacă a, b, c, m și n sînt numere diferite de zero, avem:

$$\frac{ma+nb}{c}+\frac{mb+nc}{a}+\frac{mc+na}{b}+\frac{m^3+n^3}{mn}=$$

$$=\frac{(ma+nb)(mb+nc)(mc+na)}{abcmn}$$

C. Gheorghe, absolvent

5707. Să se rezolve ecuația:

$$\cos 3x \cos^3 x - \sin 3x \sin^3 x = m$$

unde m este un parametru real.

Vodă Gh. Viorel, student București

5708. Uraniul care se găsește în natură conține trei izotopi: $^{238}_{92}U$, în proporție de 99,282%, $^{235}_{92}U$, în proporție de 0,712% și $^{234}_{92}U$, în proporție de 0,006%. Știind că rezervele mondiale de uraniu din minereuri a căror exploatare se consideră rațională din punct de vedere economic, au fost evaluate la 25 000 000 t, să se calculeze, în kilograme, cantitatea respectivă a izotopilor de uraniu care se găsește pe Pământ.

Gh. I. Căpitan, profesor Anina

5709. Fie într-un patrulater inscriptibil ortodiagonal intersecția A a diagonalelor, centrul O al cercului circumscris și intersecțiile A_1, A_2, A_3, A_4 ale bisectoarelor interioare ale patrulaterului cu dreapta AO. Să se construiască patrulaterul cu rigla și compasul cunoscînd segmentele AA_1, AA_2, AA_3 și AA_4.

Tudor Zamfirescu

5710. Să se raționalizeze numitorul fracției

$$\frac{1}{1+3\sqrt[3]{2}+2\sqrt[3]{4}}$$

Miron Oprea, Ploiești

5711. Se consideră în spațiu două paralelograme $ABCD$ și $A'B'C'D'$ așezate oricum. Să se demonstreze pe cale vectorială că:

a) mijloacele segmentelor AA', BB', CC', DD' formează un paralelogram $MNPQ$; b) condiția ca $MNPQ$ să fie dreptunghi este ca paralelogramele construite cu perechile de vectori $\overline{A'B'}$, $\overline{AB}$ și $\overline{A'D'}$ $\overline{AD}$ (cu vîrful comun A') să aibă diagonalele ce pleacă din A' perpendiculare. (vezi articolul de la pagina 129).

Gh. D. Simionescu

5712. Se dă un triunghi ABC și un punct O în planul său, ale cărui proiecții pe laturile BC, CA, AB sînt respectiv A', B', C'.

a) Să se demonstreze că există relația vectorială $\overline{AA'} \cdot \overline{BC} + \overline{BB'} \cdot \overline{CA} + \overline{CC'} \cdot \overline{AB} = 0$; b) reciproc, dacă A', B', C' se află pe laturile BC, CA, AB și dacă relația de mai sus există, atunci perpendicularele ridicate în A', B', C' respectiv pe BC, CA, AB sînt concurente; c) să se enunțe proprietățile corespunzătoare punctelor (a) și (b) pentru geometria în spațiu și să se justifice. (În legătură cu articolul de la pagina 129).

Gh. D. Simionescu

EXERCIȚII ȘI PROBLEME PROPUSE PENTRU CLASELE V–VIII*)

E : 1951. Se consideră fracțiile : $\frac{a_1}{b_1}, \frac{a_2}{b_2}$ unde a_1, a_2, b_1, b_2, sînt numere pozitive diferite, $a_1 < a_2$ și $b_1 > b_2$. Se mai formează fracțiile $\frac{a_1+a_2}{b_1+b_2}$, $\frac{a_1+a_2}{b_1-b_2}$, $\frac{a_1-a_2}{b_1+b_2}$, $\frac{a_1-a_2}{b_1-b_2}$. Se așeze cele 6 fracții de mai sus în ordine crescîndă.

Zoltan Demeny, Aiud

E : 1952. În patratul $ABCD$ cu latura egală cu a se duce în C o perpendiculară pe AC, care taie mediatoarea laturii CD în M și prelungirea laturii AD în N.

a) Să se calculeze aria triunghiului CMD; b) Să se calculeze aria patrulaterului $ACMD$.

* * *

E : 1953. În anul 1960 gospodăriile colective au livrat statului 100 000 porci, iar în 1961, 250 000 ; în anul 1962 ele vor livra pe bază de contract, 900 000 porci. Să se afle cu cît a crescut procentajul anului 1962 față de 1961 în raport cu procentajul anului 1961, față de 1960.

* * *

E : 1954. Fie ABC un triunghi oarecare, BB' înălțimea pe AC iar $B'D$ perpendiculara pe BC. Dacă se cunosc unghiul ABB', unghiul C și segmentul $B'D$, să se construiască triunghiul ABC.

* * *

E : 1955. Un călător a parcurs un drum de 320 km în trei etape de cîte 5 ore. Prima etapă a parcurs-o pe jos, a doua etapă cu trenul, iar a treia cu trăsura. Să se afle lungimea fiecărei etape, știind că viteza trenului a fost de patru ori mai mare decît viteza trăsurii, iar pe jos a călătorit de trei ori mai mult decît cu trăsura.

Florea I. Dumitrescu

E : 1956. Pentru extinderea plantației de pomi fructiferi o gospodărie agricolă colectivă a cumpărat puieți de meri și pruni, plătind pentru

* V (E : 1955, 1956, 1960, 1961, 1962) ; VI (E : 7953, 1954, 1959, 1963) ; VII (E : 1951, 1952, 1957, 1958). Se primesc soluții și de la elevii din clasa VIII, pînă la 30 iunie 1963.

un puiet de măr 5 lei, iar pentru unul de prun 3 lei. Știind că puieții au costat 126 lei și că au fost cumpărați mai mulți meri decît pruni, să se calculeze numărul maxim de puieți pe care-i va planta gospodăria.

Alexandru Dorin, elev, București.

E : 1957. Să se rezolve ecuațiile :

$$(x-3)^2+(x+2)^2=x(x+1)+(x-1)(x-2)$$

$$\frac{2}{x-1}+\frac{4}{3x-1}=\frac{1}{3x-4}+\frac{9}{3x-2}$$

C. Ionescu-Țiu

E : 1958. Să se rezolve ecuațiile :

$$x-5=\sqrt{x^2-x-2}\ ; \qquad (a+x)(b+x)=(1+ax)(1+bx)$$

C. Ionescu-Țiu

E : 1959. Un vas de capacitate 250 cm^3 plin cu untură topită cîntărește 610 kg. Prin răcire, untura contractîndu-se, mai încap în vas 10 cm^3 de untură. Știind că greutatea vasului gol este de 395 gf, să se afle densitatea unturii topite și a unturii răcite.

Filip Ioan, profesor, Săcădat

E : 1960. Din două stații pornesc în același moment, unul către celălalt, două trenuri. După $\frac{3}{4}$ ore de la plecare, primul tren străbate $\frac{1}{10}$, iar cel de-al doilea tren, $\frac{2}{25}$ din distanța dintre cele două orașe. Cînd s-au întîlnit într-o anumită stație, primul tren parcursese cu 50 km mai mult decît celălalt tren. Care a fost viteza medie a fiecărui tren și la ce distanță de punctul de sosire se afla trenul al doilea în momentul cînd primul tren ajunsese la destinație ?

Florea I. Dumitrescu, Craiova

E : 1961. Dacă la $\frac{5}{9}$ dintr-un număr adăugăm $\frac{3}{7}$ din alt număr obținem 1605. Să se afle cele două numere, știind că $\frac{5}{9}$ din primul număr întrec cu 855 unități cele $\frac{3}{7}$ din al doilea număr.

* * *

E : 1962. Fabrica de confecții „Moldova" Iași a dat într-o zi peste plan, 120 m stofă de 60 lei metrul și țesătură de 30 lei metrul, la un loc, obținînd o economie de 1760 lei. Știind că pentru un metru de stofă peste

plan revine o economie de 2/5 din cost, iar pentru 3 metri de țesătură peste plan revine 1/3 din cost economie, să se afle cîți metri de stofă și cîți de țesătură s-au dat peste plan în acea zi.

I. Gurămultă, student

E : 1963. Un turist face o călătorie cu trei escale. Prima dată călătorește 4/3 h cu trenul, 2 h cu mașina și 5/4 pe jos parcurgînd 185 km. A doua oară călătorește 5/3 cu trenul, 1 h cu mașina, 7/4 h pe jos parcurgînd 157 km, iar a treia oară călătorește 3 h cu trenul, 3 h cu mașina și 2 h pe jos, parcurgînd 338 km. Să se calculeze viteza trenului, viteza mașinii și viteza pe jos considerînd că ele rămîn aceleași în toate cele trei etape. S-a notat orele cu h.

* * *

RUBRICA REZOLVITORILOR DE PROBLEME*

Soluții bune primite pînă la 20.XII.1963.

RIMNICU VILCEA. **Ş.m. 1. N. Bălcescu.** Cl. X. Badea Cristian (5403, 06, 22, 23, 24, 39, 46, 47, 56, 61, 63, 68, 94, 96, 505), Iacob Gheorghe (5403, 06, 11, 22—24, 39, 46, 47, 56, 61), Mănescu Simona (5403, 06, 11, 22—24, 46, 56, 61, 63, 94, 505), Moraru Sabina (5403, 06, 11, 22—24, 39, 46, 47, 56, 61, 63), Palmeș Ioana (5403, 06, 11, 22—24, 39, 46, 47, 56, 61, 63), Ridichie Ion (5403, 06, 11, 22—24, 46, 47, 56, 61, 63), Vasilescu Nicolae (5403, 06, 11, 22—24, 39, 46, 47, 56, 61, 63). Cl. XI. Tănase Ilie (5432, 34, 35, 38, 39, 41, 44, 46, 47, 48, 51, 54—57, 60, 61, 63), Tigănilă Paula (5430, 48, 73, 75, 77, 82, 86, 90, 94).

ROȘIORII DE VEDE. **Ş.m.** Cl. VIII. Bejan Florin (E: 1871, 73, 75, 79, 80, 81, 82—86, 88, 90, 93). Bleciu Gheorghe (E: 1871, 73, 79, 70—86, 88, 90, 91, 93), Buzea Dobra (E: 1894—96, 98, 99, 901, 02, 04—06, 5482, 505).

RUPEA. **Ş.m.** Cl. IX. Diaconescu Nicolae (5264, 67, 70, 73, 74, 86, 305, 49, 50, 55, 56, 65, 72, 84, 92, 403, 06, 22, 24, 27). Cl. X. Diaconescu Tatiana (5274, 86, 349, 65, 72, 84, 403, 06, 22, 24, 27, 39, 45, 47, 88), Munteanu Corin (5355, 419, 22, 28, 39, 46, 47, 50, 52, 60, 61, 77, 96, 503).

SALONTA. **Ş.m. Arany Janos.** Cl. XI. David Floarea (5436, 37, 61—63, 74, 77, 82, 96, 506).

SATU MARE. **Ş.m. M. Eminescu.** C. XI. Aniţaş Lucian (5400, 09, 10, 22, 30, 39, 46, 48, 55, 75, 77, 88, 94). Bunz Vasile (5403, 06, 11, 12, 14, 23, 24, 29, 30, 39, 48, 55, 56, 57, 62), Elefant Gh. (5403, 06, 09, 22, 23, 39, 48, 55, 56, 57, 61, 63, 94), Orşan Adrian (5400, 02, 06, 07, 09, 11, 15, 22, 24, 30, 32, 39, 46), Panczell Andrei (5402, 06, 11, 12, 14, 25, 30, 39, 55, 47, 57, 68).

SĂLIȘTE. **Ş.m.** Cl. VIII. Hanciu Marilena (E: 1864, 73, 79, 82—85, 90, 94, 99, 900, 04).

SĂVENI. **Ş.m.** Cl. VIII. Cuza Constantin (E: 1871—73, 75, 79, 81, 82, 88, 90, 93, 95, 99, 904, 05, 06), Stoleru Jac (E: 1871, 73—76, 79, 80, 84, 85, 90, 93—95, 99, 904), Toler Aron (E: 1872—76, 78, 80, 84, 85, 88, 90, 93, 95, 98, 99, 902, 04—06).

SIBIU. **Şc. de 8 ani nr. 8.** Cl. VII. Rusu Gherasim (E: 1871, 73—76, 88, 90, 96, 97, 99, 904). **Şc. de 8 ani nr. 9.** Cl. VII. Canelide Mariana (E: 1871, 74—77, 85, 88, 90, 99, 904), Balos Iuliana Viorica (E: 1885, 88, 90, 98, 99, 901, 02, 04—06), Stoica Adriana (E: 1874—77, 82, 84, 88, 90, 904), Turcanu Laura (E: 1894—96, 98, 99, 901, 02, 04, 05, 900), Vasiu Aurelia (E: 1872, 74, 76, 77, 71, 85, 88, 90, 99, 904). **Şc. de 8 ani nr. 12.** Cl. VI. Munteanu Ion (E: 1873, 75, 88, 90, 94, 99, 904). Cl. VII. Nicu Maria (E: 1859, 63, 71, 84, 85, 97, 99, 904). **Şc. de 8 ani nr. 15.** Cl. VI. Bucur Teodor Dănuţ (E: 1884, 85, 88,

* În cursul lunii martie se primesc soluții la problemele propuse începînd cu nr. 12 din G.M.F.-B, 1962. Nu se vor anunța soluțiile greșite, incomplete sau identice între ele.

92, 94, 99, 901, 04). Cl. VII. Ciontescu Teodora (E: 1871—79), Dragomir Gheorghe (E: 1871—79), Gîrlean Abayne (E: 1871—75), Munteanu Ion (E: 1871—73, 82, 86, 94, 95, 901), Mihu Viorica (E: 1894—98, 900, 01, 04, 06, 99), Mitrea Ana (E: 1871—77, 79, 88, 90), Maniu Dan (E: 1873, 74, 76, 90, 94, 901, 04), Păcuraru Ion (E: 1871, 79, 82, 94, 95, 96, 99, 900, 04, 06).

Ş.m. 1. Cl. VIII. Moldovan Ion (E: 1882—85, 90, 94, 95, 99, 901, 02, 04—06). Cl. IX. Bucur Delia (5422, 24, 46, 47, 56, 61, 64, 79, 82, 90, 94, 96, 505), Dolomiri Adrian (5407, 22, 47, 52, 56, 66, 70, 77, 82, 91, 94, 95, 506).

Ş.m. 3. Cl. IX. Boac Monica (5403, 07, 08, 15, 19, 47, 52, 56, 57, 61, 63, 77, 81, 82, 83, 87, 88, 90, 91, 94, 95, 96, 98, 99, 500, 02, 03, 04, 05, 06), Cristescu Mariana (5402, 06, 23, 24, 34, 46, 47, 51, 52, 54, 57, 61, 63, 73, 77, 82, 88, 90, 94), Gelemi Dan Romulus (5403, 07, 08, 11, 15, 19, 47, 52, 56, 57, 61, 63, 66, 77, 81, 82, 83, 87, 88, 90, 91, 94, 95, 96, 98, 99, 500, 02, 03, 04, 05, 06), Holanda Doina (5422, 27, 39, 47, 56, 61, 63, 64, 82, 90, 92, 95, 96), Loşiţă Ileana (5424, 52, 56, 77, 82, 83, 90, 91, 94, 95, 96), Marinuş Radu (5407, 15, 19, 52, 57, 61, 67, 81—83, 87, 88, 90, 91, 94, 96, 97, 98, 99, 500, 02—06), Năstoiu Aneta (5355, 57, 84, 92, 96, 422, 34, 39, 46, 47, 56, 61), Popescu Adriana (5400, 06, 27, 39, 52, 57, 77, 82, 88, 90, 94, 95). Cl. X. Artimon Doina (5411, 22, 24, 39, 46, 52, 61, 66, 82, 90, 91, 94, 505), Bota Monica (5422, 24, 39, 46, 47, 52, 56, 61, 66, 90, 94, 505, 06), Bulea Lucia (5422, 24, 34, 39, 46, 47, 52, 66, 90, 91, 94, 505), Comşa Gheorghe (5411, 22, 24, 39, 46, 47, 52, 56, 66, 91, 94, 505), Chiriţă Mariana (5411, 22, 24, 29, 46, 52, 61, 66, 82, 91, 505, 06), Capotă Elena (5422, 24, 34, 39, 46, 47, 52, 66, 82, 91, 94, 505, 06), Dragoş Miralena (5422, 24, 39, 46, 47, 52, 56, 82, 90, 91, 94, 505), Fleşaru Magdalena (5422, 24, 46, 47, 61, 66, 82, 90, 91, 94, 96, 505, 06), Iacobovici Eva (5411, 22, 24, 39, 46, 47, 52, 61, 66, 82, 91, 94, 506), Jugăreanu Ana (5422, 24, 34, 39, 40, 46, 52, 61, 91, 94, 504, 05, 06), Lupea Liviu (5411, 22, 24, 39, 45, 46, 52, 56, 66, 90, 91, 94, 505), Lususchievici Ion (5411, 22, 24, 39, 46, 47, 52, 56, 91, 94, 504, 05, 06), Marinescu Ana (5411, 22, 24, 29, 46, 52, 56, 61, 66, 82, 90, 91, 94), Moldovan Mariana (5411, 22, 24, 39, 46, 52, 66, 90, 91, 94, 505), Nicoară Lucia (5422, 39, 46, 52, 56, 61, 82, 90, 91, 94, 502), Oana Cornel (5422, 39, 46, 47, 52, 56, 66, 90, 91, 94, 504, 05), Percec Liviu (5411, 22, 24, 39, 46, 47, 56, 66, 82, 90, 525, 94), Răducanu Alexandru (5411, 19, 22, 24, 34, 39, 47, 52, 56, 91, 94, 505, 06), Tarangul Ioan (5411, 22, 24, 39, 46, 47, 56, 82, 90, 91, 94, 505), Tanovici Crăiţa (5411, 22, 24, 39, 46, 52, 61, 66, 82, 86, 505, 06), Ursea Eleonora (5422, 24, 39, 46, 52, 56, 61, 66, 82, 90, 94, 502), Vulcu Antoniu (5422, 24, 39, 46, 47, 52, 56, 82, 90, 91, 94, 505), Voicescu Smaranda (5411, 22, 39, 46, 56, 61, 66, 82, 90, 91, 94, 505), Vlăjie Titina (5411, 22, 24, 34, 39, 46, 47, 52, 56, 66, 82, 90, 91, 94, 505), Zara Mircea (5439, 22, 46, 47, 52, 56, 61, 66, 90, 91, 94, 504, 05). Cl. XI. Mimor Irina (5411, 22, 24, 46, 56, 61, 66, 82, 90, 91, 94, 96, 505, 06). **Ş.m. 4.** Cl. IX. Mîndreanu Rodica (5434, 39, 46, 56, 60, 61, 63, 82, 90, 94, 95, 96, 506).

SIGHET. **Ş.m. 1.** Cl. X. Iacobovici Marci (5398, 402, 03, 11, 14, 23, 28, 32, 34, 39, 41, 46, 47, 52, 54, 56, 57, 61, 63, 66, 70, 75, 79, 82, 83, 84, 88, 400, 91, 94—98, 503, 05, 06), Moldovan Constantin (5403, 11, 14, 24, 52, 56, 57, 61, 63, 66), Stern Samuil (5400, 03, 14, 22, 46, 56, 66, 70, 91, 92, 94, 503), Berţi Vasile (5411, 12, 14, 22, 24, 39, 46—48, 55—57, 84, 88, 94, 95).

SIGHIŞOARA. **Ş.m. 1.** Cl. XI. Vonica Octavian (5372, 03, 06, 07, 10, 34, 61, 63, 66, 70, 77, 78, 80, 91, 96, 506). **Ş.m. 2.** Cl. X. Condrea Ioan (5422, 39, 46, 56, 57, 77, 79, 82, 90, 91, 95, 96, 505), Iacobi Mihaela (5406, 09, 22, 28, 47, 51, 79, 82, 90, 91, 93, 95, 505), Lingner Gert (5446, 47, 57, 61, 82, 88, 90, 91, 92, 94—96, 505), Machat Cristof (5411, 15, 22, 24, 28, 34, 39, 46—48, 51, 54, 56, 57, 61, 63, 66, 77, 79, 81, 82, 84, 88, 90—98, 500, 04—06). Cl. XI. Costea Letiţia (5430, 31, 34, 39, 41, 46, 48, 54—57, 61, 63), Costea Viorica (5439, 41, 46—48, 54—57, 61, 62, 87), Dănilă Gabriela (5417, 20, 34, 39, 41, 46—48, 54—57, 61, 63), Ferezan Maria (5422, 39, 41, 46—48, 56, 57, 61, 95, 96, 505), Fodor Maria (5424, 38, 39, 41, 46—48, 54—57, 61), Ghinea Liliala (5424, 30, 39, 41, 46—48, 54—57, 63), Müller Günther (5420, 34, 35, 39, 56, 61, 63, 82, 83, 94, 95), Gell Judith (5439, 41, 46—48, 54—57, 61, 63), Lupu Lomina (5434, 38, 39, 41, 46—48, 55, 57, 61, 63, 66).

SINAIA. **Ş.m.** Cl. VIII. Bacalu Magdalena (E: 1875, 82—86, 88, 90, 92, 94, 98, 99, 901, 04, 06), Bărboi Letiţia (E: 1871—73, 84—86, 90, 92, 94, 98,

99, 904, 06), Baligă Emilia (E: 1872, 79, 82, 86, 88, 90, 92, 94, 98, 99, 901, 04, 06, 5466), Dinu Rodica (E: 1872, 79, 82—85, 87, 88, 90, 93, 98, 99, 904, 06, 5460), Drăgănuţă Anca (E: 1871, 75, 82—86, 88—90, 92, 99, 902, 06), Gagel Cristina (E: 1871—73, 75, 82—85, 88, 90, 94, 98, 99, 901, 04, 5466), Jifca Ligia (E: 1871, 75, 82—86, 88—90, 92, 99, 904, 06), Marinică Lucian (E: 1873, 75, 77, 79, 88, 90, 94, 95, 99, 903, 06, 5452), Mehedinţi Decebal (E: 1872, 75, 82, 84, 88, 92, 94, 99, 901, 04, 90, 71, 98, 5456), Păun Dorina (E: 1882—86, 88—90, 92—94, 98, 99, 904, 06), Scarlat Paula (E: 1863, 82, 84—86, 88, 90, 92, 94, 98, 99, 901, 03, 04, 06), Simionescu Dacia Daniela (1871, 75, 82—90, 92, 93, 98, 99, 901, 04), Stoica Ioana (E: 1871, 72, 79, 82, 84—86, 88, 90, 92, 94, 98, 99, 904, 06), Tănase Mariana (E: 1871—73, 75, 82—85, 90, 98, 99, 5466), Tănase Cătălina (E: 1863, 83—86, 88, 90, 92, 98, 99, 901, 03, 04, 06), Trnobransky Wanda (E: 1882—86, 88, 90, 92, 94, 97, 99, 901, 04, 06).

SUCEAVA. Ş.m. 1. Cl. IX. Verciuc Nicolae (5398, 400, 03, 09, 48, 61, 63, 84, 90, 94, 506).

TECUCI. Ş.m. 1. Cl. VIII. Andronache Nicolae (E: 1871, 73, 75, 79, 84, 85, 88, 90, 94, 98, 99, 904), Baniţă Mihai (E: 1871, 90, 94, 96—99, 901, 02, 04, 96, 506), Buţă Dorina (E: 1888, 90, 94—97, 99, 901, 02, 04, 07, 11), Chiriac Nicolae (E: 1894, 98, 905, 12, 13, 95, 904, 05, 07, 5496, 506), Cotulbea Carmen (E: 1871—73, 75, 77, 82, 84, 85, 88, 90, 91), Ciucă Lucian (E: 1894—96, 98, 904, 05, 07, 10—12), Costin Costache (E: 1894—96, 98, 904, 05, 07, 10—13), Cuciug Marcel (E: 1894, 95, 98, 90, 85, 84, 86, 87, 904, 07, 13, 14), Chiriacescu Mircea (E: 1871—73, 84, 85, 88, 90, 94, 98, 99, 901, 04), Gîdei Aurelian (E: 1871—76, 79, 84—86, 90, 5427), Gaiu Florin (E: 1882, 90, 94—96, 98, 99, 901, 03, 04, 07, 12—14, 5486), Ioniţă Mircea (E: 1871, 94, 95, 90, 99, 901, 04, 07, 11—13, 5496, 506), Kartici Adrian (E: 1871, 73, 90, 92, 94, 96, 98, 99, 901, 04, 5496, 506), Munteanu Marieta (E: 1894, 96, 99, 901, 05, 09, 10, 12—14, 5482), Nazarie Elvira (E: 1894—98, 900, 01, 04, 05, 07, 11, 13), Oproiu Janeta (E: 1877, 87, 84, 83, 85, 73, 72, 90, 88, 75, 79, 5460), Pădure Constantin (E: 1871, 90, 92, 94, 96, 98, 99, 901, 02, 5496, 506), Popa Chiriţă (E: 1894—96, 98, 904, 05, 07, 10—13), Rebegea Dan (E: 1871—76, 79, 80, 84—86, 90, 5427), Rusu Ionel (E: 1890, 94—98, 902, 04, 09, 12, 13), Sima Constantin (E: 1871—76, 82, 84—87, 90, 98), Suliman Gheorghe (E: 1884—87, 90, 94—96, 98, 99, 903, 04, 07, 13, 14). Cl. X. Alter Sorica (5403, 22—24, 27, 56, 88, 91, 94, 96).

TEACA (Mureş). Ş.m. Cl. VIII. Kucsvan Olga (E: 1888, 94, 95, 98, 99, 900—04, 06, 5482).

TIRGU MUREŞ. Ş.m. Bolyai Farkaş. Cl. XI. Dalvai Pal (5296—302, 05—07, 12—15, 17, 19, 21, 27—32, 34—37, 39, 40, 43—46, 48—52).

TIMIŞOARA. Ş.m. 1. Cl. VIII. Teleagă Petru (E: 1884, 85, 88, 90, 92, 94, 95, 98, 99, 902, 04, 05, 06). Cl. X. Stanciu Delia (5400, 09, 28, 34, 46, 61, 63, 66, 67, 70, 91, 95). Cl. XI. Babogta Pal (5407, 09, 10, 14, 15, 22, 33, 39, 46, 78), Cătălina Ioan (5393, 98, 432—34, 46, 47, 56, 61, 70, 77, 78, 82, 86, 88, 90—94, 96, 503—06, 12, 21, 31, 33, 35—37). Ş.m. 2. Cl. X. Gavrila Gelu (4435, 46, 56, 61, 80, 82, 88, 90, 94—96, 506, 21, 36, 37), Popescu Viorela (5309, 22, 24, 28, 56, 77, 80, 82, 88, 90, 91, 94, 96, 506), Chevereşan Daniela (5434, 35, 39, 46, 52, 56, 62, 63, 68, 94), Szende Suzana (5403, 39, 57, 77, 82, 88, 90, 94—97, 505).

TIRGU JIU. Şc. de 8 ani nr. 5. Cl. VII. Ilie Evantia (E: 1880, 82, 83, 90, 95, 98, 99, 902, 04—06).

Ş.m. 1. Cl. VIII. Bănică Marian (E: 1871—80, 82—86, 88, 90—96, 900—06), Mălăianu Emil (1862, 83, 94—99, 901, 02, 04, 06), Pestroiu Daniel (E: 1894, 95, 97—99, 901—04, 06—08, 10—14). Cl. IX. Isai Horaţiu (E: 1873, 83, 90, 91, 94—96, 98, 99, 901, 04, 06).

TIRGOVIŞTE. Şc. de 8 ani nr. 2. Cl. VI. Armencea Larisa (E: 1882, 84, 85, 90, 94, 99, 901, 04). Ş.m. 1. Cl. VIII. Floscaru Alexandru (E: 1871, 73, 75, 80, 83, 88, 90, 91, 94, 95, 99). Ş.m. 3. Cl. IX. Niculescu Constantin (5400, 07, 10, 14, 34, 54, 57, 61, 63, 66, 70, 77, 90, 94).

TURNU MĂGURELE. Liceul Unirea. Cl. XI. Cula Constantin (5398, 403, 07, 09—12, 15, 17, 18, 20, 24, 27, 32, 37, 39, 41, 46, 75, 78), Rună Radu (5392, 98, 99, 400, 03, 07, 09, 10, 22, 28, 32, 34, 39, 41, 46, 61, 63, 75).

TUFEŞTI. Şc. de 8 ani. Cl. VII. Epure Grigore (E: 1858, 63, 73, 80, 84, 85, 90, 94, 95, 98, 99, 904, 06).

TRUSEŞTI. Ş.m.m. Cl. X. Andronic Nicu (5410, 22, 39, 46, 56, 57, 60, 61, 66, 91, 506, 94, 99), Anastase Mihai (5422, 39, 46, 56, 59, 61, 63, 66, 91, 94, 99, 505, 06), Melinte Dumitru (5410, 22, 56, 57, 60, 61, 63, 66, 76, 91, 94, 99, 505, 06).

TURNU SEVERIN. Ş.m. 1. Cl. VIII. Broşteanu Teodor (E: 1882, 84, 85, 88, 90, 84—96, 98, 99, 401, 04, 06), Cartianu Ioan (E: 1882, 84, 85, 88, 91, 93—95, 98, 99, 903, 04, 06), Trifu Nicolae (E: 1883, 93, 901, 07, 08, 10—14). Cl. XI. Vlastan Ştefan (5460, 22, 34, 36, 51, 61, 63, 66, 78, 81, 82, 90, 91, 94). Ş.m. 2. Cl. XI. Canciu Vasile (5434, 36, 46, 48, 55, 57, 63, 82, 90, 94, 96, 505), Niţu Petrea (5434, 39, 46, 48, 55, 57, 61, 63, 82, 94, 96, 505).

URZICENI. Şc. de 8 ani. Cl. VII. Adam Constantin (E: 1884, 85, 88, 90, 94, 95, 904, 12, 13). Ş.m. Cl. X. Cuncer Ion (5411, 22, 28, 34, 39, 46, 57, 61, 66, 82, 88, 90, 95).

VEDEA. Ş.m. Cl. IX. Silveanu Virgil (5456, 60, 61, 66, 77, 79, 82, 88, 90, 91, 94, 96, 523), Togan Gheorghe (5403, 28, 34, 22, 56, 60, 61, 77, 78, 82, 94, 96, 506). Cl. X. Cîrstea Mioara (5403, 07, 14, 46, 47, 60, 61, 63, 66, 88, 94, 96), Dumitru Vasile (5421, 28, 56, 60, 61, 77, 82, 88, 94, 96), Glodeanu Dumitru (5407, 14, 46, 56, 77, 79, 82, 88, 90, 91, 94, 96), Matei Petrică (5403, 07, 14, 46, 56, 77, 79, 82, 88, 90, 91, 94, 96), Răţoi Victor (5407, 14, 46, 52, 56, 77, 79, 82, 88, 90, 91, 94, 96), Rădan Gheorghe (5407, 14, 46, 60, 79, 82, 88, 90, 91, 94, 96), Vişan Florea (5407, 14, 46, 52, 56, 63, 79, 88, 90, 94), Voicu Gheorghe (5403, 22, 28, 46, 47, 60, 61, 82, 88, 91, 94, 96).

VASLUI. Ş.m. 1. Cl. VIII. Munteanu Gheorghe (E: 1873, 74, 94, 95, 902, 04, 06, 22, 82, 94, 96), Hodaş Ştefan (E: 1874, 77, 75, 76, 80, 83, 90, 900, 01, 02, 04, 06, 5422, 44). Ş.m. 2. Cl. XI. Grosu Ion (5400, 03, 04, 06, 09—12, 14, 17, 21, 22, 24, 30).

VALEA LUNGĂ. Ş.m.m. Cl. VIII. Vesa Ioan (E: 1871—77, 79, 80, 84, 90, 95).

ZALĂU. Ş.m. Ady Endre. Cl. XI. Gajzago Maria (5327, 32, 34, 37, 40, 41, 43—45, 47, 48, 51, 52).

*

Pînă la 20 ianuarie 1963 s-au evidenţiat ca rezolvitori de probleme din G.M.F.-B după cum urmează:

1. Spîrcu Tiberiu (cl. X ş.m. 4 Arad), 2. Brînzănescu Vasile (cl. XI ş.m. 1 Constanţa), 3. Crişan Victor (cl. X ş.m. Aiud), 4. Bejancu Aurel (cl. XI Novaci), 5. Zsido Laszlo (cl. XI ş.m. 5 Braşov), 6. Boicescu Vlad (cl. X ş.m. 4 Craiova), 7. Stancu Ion (student matematici Bucureşti), 8. Zisu Tudor (cl. XI ş.m. 34 Bucureşti), 9. Toma Dragomir (cl. XI Ploieşti), 10. Ionescu V. Marcel (cl. X ş.m. 3 Piteşti), 11. Tîrcă Mihail (cl. VIII Pucioasa), 12. Grigore Steliana (cl. VII Pucheni Ploieşti), 13. Mihăilescu Ion (cl. X ş.m. 1 Piteşti), 14. Munteanu Gh. Mircea (cl. XI ş.m. 5 Braşov), 15. Popa Eugen (cl. VII ş.m. 3 Iaşi), 16. Borza Dan (cl. VIII ş.m. 22 Bucureşti), 17. Simion I. Alexandru (cl. XI ş.m. 1 Bacău), 18. Ciobanu Emil (cl. X liceul Ştefan cel Mare, Cîmpulung Moldovenesc), 19. Zisu Ana (cl. X ş.m. 34 Bucureşti), 20. Siroker I. Leonardovici (cl. X ş.m. 17 Bucureşti), 21. Jora Boris (cl. XI ş.m. Babadag), 22. Pătrugan Victor (cl. XI ş.m. Lipova), 23. Modu Marin (cl. XI ş.m. 2 Galaţi), 24. Bejancu Savu (cl. VII Novaci), 25. Matei Gheorghe (cl. X ş.m. Moreni), 26. Tărăbuţă Mihai (cl. XI ş.m. 1 Ploieşti), 27. Vasiliu Dan (cl. X ş.m. 1 Lugoj), 28. Şerban Elena (cl. VII ş.m. Iaşi), 29. Mendelsohn Zephy (cl. X ş.m. 1 Focşani), 30. Călugăreanu Grigore (cl. X ş.m. 5 Cluj), 31. Lăzărescu C. Toma (cel. XI ş.m. 1 Bucureşti), 32. Rădulescu Dorin (cl. VIII ş.m. 11 Bucureşti), 33. Arsene N. Ion (cl. X ş.m. 1 Bucureşti), 34. Bădună Mihai (cl. XI ş.m. 1 Bucureşti), 35. Aisner Sergiu (cl. XI ş.m. 1 Ploieşti), 36. Rîmbu Revişoara (cl. XI Pucioasa), 37. Burlică Constantin (cl. VII Pociovalişlea), 38. Iancu Ion (cl. XI ş.m. 2 Piteşti), 39. Pantelimon Mihai (cl. XI Petroşani), 40. Andreescu Marian (cl. XI ş.m. 2 Piteşti), 41. Anca Dorinel (cl. XI ş.m. Pucioasa), 42. Aisner Rolanda (cl. VIII ş.m. 1 Ploieşti), 43. Iliescu Elena (cl. VIII ş.m. Răcari), 44. Tudose Mircea (cl. XI Rădăuţi), 45. Olariu Ştefan (cl. XI ş.m. 1 Arad), 46. Negoescu Gheorghe (cl. XI ş.m. 20 Bucureşti), 47. Pelteacu Ioan (cl. X şm.. 23 Bucureşti), 48. Conache Petre (cl. X ş.m. 30 Bucureşti), 49. Vătui Florin (cl. VIII ş.m. 1 Braşov), 50. Georgescu Dan (cl. XI ş.m. 1 Călăraşi), 51. Popper Laurenţiu (cl. VIII ş.m. 1 Cîmpina), 52. Stoicea Marcel (cl. XI liceul Ştefan cel Mare Cîmpulung Moldovenesc), 53. Iacobovici Sorin (cl. XI ş.m. 2 Galaţi), 54. Pupăzan Nicolae (cl. maj. Lugoj), 55. Matei Ion (cl. VIII Moreni), 56. Daba Dan (cl. X ş.m. 1 Lugoj), 57. Acu Dumitru c(l. XI Năsăud), 58. Brînda Rodica (cl. IX ş.m. 1 Lugoj), 59. Steriu Dan (cl. VIII ş.m. Ploieşti) şi 60. Popovici Cornel (cl. X ş.m. 1 Lugoj).

*

Pînă la 20 ianuarie 1963 s-au primit soluţii bune la problemele propuse în ultimele 3 numere din G.M.F.-B apărute, după cum urmează *):

---

*) Soluţiile greşite sau copiate nu au fost trecute la această rubrică.

ADJUD. Şc. elem. 8 ani. Cl. VI B. Mendelsohn Daniela (E: 1897, 99, 901, 10—13, 15, 20, 21), Giovanni Geta (E: 1899, 904, 07, 10, 13), Popescu Elena (E: 1894, 903, 04, 07, 20).

AGNITA. Ş.m. Cl. IX. Ştefănescu Dan (5482, 88, 90, 91, 96, 532, 36, 51, 53, 60, 66, 67). Cl. X. Gheorghioiu Liviu (5438, 46, 48, 55, 57, 61, 63, 66, 82, 84, 90, 91, 94, 96, 97, 507, 12, 33, 36, 37). Cl. XI. Szilagyi Alexandru (5448, 57, 61, 78, 89, 91, 94, 96, 99, 537).

AIUD. Şc. de 8 ani nr. 1. Cl. VI. Leţia Tiberiu (E: 1885, 90, 94, 99, 901, 04, 07, 10). Ş.m. 1 „Avram Iancu". Cl. X. Crişan Victor (5434, 39—41, 44, 46, 47, 52, 54—56, 61, 63, 66, 70, 73, 75—84, 86, 88—91, 93—97, 500, 01, 03, 05—08, 12—15, 17, 20, 21, 23, 26, 27, 29—41, 45, 48—56, 59—69, 76, 77, 79, 81, P), Drăgan Victor (5439, 46, 54, 56, 57, 61, 63, 66, 70, 77, 91, 93, 94), Furdac Florin (5446, 57, 63, 70, 78, 84, 91, 93—95, 98, 506, 13). Cl. XI. Sîntu Ioan (5472, 77, 82, 90, 93, 94, 500, 31, 33, 36, 37, 60). Ş.m. Bethlen Gabor. Szegedi Eva (5475, 78, 82, 86, 89, 90, 93—96, 505, 06).

ALBA IULIA. Ş.m. Horia, Cloşca şi Crişan. Cl. XI. Lazăr Marcel (5448, 77, 78, 81, 94, 521, 33, 36, 37).

ALEXANDRIA. Ş.m. Al. I. Cuza. Cl. VIII. Vlădulescu V. Dina (E: 1894—96, 98, 99, 901, 02, 04—14).

ARAD. Şc. elem. nr. 1. Cl. VII. Lucuţa Petre (E: 1895—98, 900, 02, 05, 06). Ş.m. 1. Cl. VIII. Alexandrescu Vladimir (E: 1898, 900, 02, 06, 22; 5496, 552, 60, 62), Bica Antoaneta (E: 1883—85, 90, 94, 99, 902, 04, 06, 07, 10, 11, 13, 14). Cl. IX. Firu Virgil (5452, 56, 60, 63, 88, 94—96). Cl. X. Roşculeţ Traian (5434, 46, 52, 79, 82, 90, 94, 505, 36, 37). Cl. XI. Olariu Ştefan (5434, 52, 54, 56, 60—62, 70, 74—79, 82, 84, 86, 88, 90, 91, 95—97, 99, 501, 05, 07—09, 11—13, 15). Ş.m. 2. Cl. VI. Achim Otilia (E: 1888, 92, 901, 07, 11—13), Biticiu Mihaela (E: 1895, 99, 904, 07, 10—12). Cl. XI. Goguţă Doina (5479, 82, 84, 88, 90, 94—96, 506, 21, 52, 60), Stoinescu Marina (5447, 48, 55—57, 84, 52, 23, 29, 33, 36, 37). Ş.m. 3. Cl. X. Kaflikiewi Andrei (5495, 505, 12, 13, 15, 17, 23, 32, 33, 36). Cl. XI. Mazes Ervin (5441, 60, 61, 63, 66, 78, 91, 507, 36). Ş.m. 4. Cl. X. Spîrcu Tiberiu (5397—400, 02—12, 14, 15, 20, 22, 27, 30, 32, 34, 36, 39, 41, 42, 46, 54—58, 62—64, 66, 72—75, 77, 79, 82, 84, 86, 88, 90, 91, 93, 501, 03, 05—09, 12—17, 19—21, 23, 24, 26—44, 49—53, 55, 56, 59—64).

AZUGA. Ş.m. serală. Cl. XI. Gavrilă Constantin (5446, 48, 55, 66, 82, 90, 91, 504, 21, 36, 37).

BABADAG. Cl. XI. Jora Boris (5400, 06, 07, 09, 12, 17, 19, 20, 22, 24, 39, 46—48, 52, 55—57, 61, 63, 75, 79, 82, 86, 88, 90, 91, 94—96, 500—03, 05, 08, 17, 21, 23, 27, 32, 35, 52, 55, 56, 59, 60, 62—65, 67, 68, 73, 83, 84, 90, 91, 95, 612, 17, 19, 22, P).

BACĂU. Ş.m. G. Bacovia. Cl. X. Făinaru Bruno (5446, 47, 56, 57, 61, 82, 84, 88, 90, 91, 94—96, 505, 06, 12, 33, 36, 37, 53, 60, 66). Cl. XI. Simion I. Alexandru (5472, 75—77, 79, 82, 83, 88, 90, 97—501, 08, 09, 12, 13, 17, 20, 21, 26, 31—33, 35—37, 42, 45, 50—52, 55, 56, 59, 60, 62—64), Vlad Constantin (5477, 78, 94, 96, 98, 500, 53, 64—66, 68, 69, 84).

BAIA DE ARAMĂ. Ş.m. Cl. X. Popescu Gh. Ion (5439, 46, 56, 61, 63, 77, 88, 91, 94, 96, 505, 33, 36, 37). Cl. XI. Cosmulescu Cornel (5439, 57, 63, 77, 88, 94, 96, 505, 36, 37), Gherghina Aurel (5439, 55, 57, 77, 94, 96, 98, 505, 37), Umbreş I. Alexandru (5438, 51, 57, 75, 77, 78, 82, 86, 89, 90, 95—97, 505, 21, 31, 33, 35—37, 39).

BAIA MARE. Ş.m. 1. Cl. VII. Crăciun Horia (E: 1898, 99, 900, 03, 06, 09, 10, 13, 21). Cl. VIII. Răfan Salomia Maria (E: 1888, 90, 96, 98, 904, 06, 07, 09, 10, 14). Cl. XI. Dienes Aron (5438, 46, 55, 56, 60, 61, 63, 66, 75, 77, 78, 82, 88, 90, 94, 521, 33, 36—38), Iliescu Florin (5434, 46, 61, 63, 66, 68, 77, 78, 82, 91, 534—37), Isky Ivan (5456, 61, 75, 77, 78, 82, 88, 90, 94, 521, 33, 36, 37), Libiţei Elisabeta (5446, 61, 63, 66, 77, 78, 82, 531, 34, 36, 37), Pop Mihaela (5482, 88—90, 94, 500, 21, 31, 33, 35, 37).

BALŞ (Oltenia). Ş.m. Cl. X. Voiculescu V. Florin (5439, 46, 56, 57, 61, 66, 94, 95, 512, 20, 35—37).

BEIUŞ. Ş.m. 1. Cl. VIII. Trifu Octavian (E: 1894, 99, 901, 03, 04, 07, 10—13).

BÎRLAD. Ş.m. 2. Cl. VIII. Aur Magda (E: 1895, 98, 904, 06—11, 13, 14, 18, 21, 22), Felea Ion (E: 1882, 83, 92, 905—07, 10, 11, 14), Goldstein Remus (E: 1897, 901, 07, 10—14, 17—19, 21, 22, 25), Pîslaru Victoria (E: 1895, 98, 904, 05, 07—14, 17—22), Postăvaru Elena (E: 1895, 907, 10, 11, 13—15, 17, 19—22, 25; 5506), Sapşa Fredy (E: 1901, 07, 10—14, 17—19, 21, 22, 25).

Complexul şcolar. Cl. VIII. Alexandru Doina (E: 1882, 94, 95, 98, 99, 901, 04, 07, 11, 13; 5506), Costin Veronica (E: 1884, 85, 94, 95, 99, 904, 11—14),

Hîncu Mircea (E: 1884—86, 95—97, 99, 902—04, 06), Munteanu Irina (E: 1889, 907, 10, 12, 13; 5456, 508, 17, 23, 31, 35, 36), Pascu Nicolae (E: 1883, 94, 95, 99, 901, 04, 06, 07, 10—13). Cl. X. Ionescu Cornelia (5446, 517, 61, 79, 82, 84, 88, 90, 94), Onica Gheorghe (5409, 46, 47, 94, 99, 506, 08, 20, 36, 37). Cl. XI. Moişanu Elena (5460, 63, 66, 94, 506, 21, 32, 33, 35—37).

BISTRIŢA. Absolvent Verveagă T. (5455, 73, 508, 12, 26, 32, 33, 36, 37). Ş.m. Cl. VIII. Fucă Sergiu (E: 1884, 85, 88, 90, 94, 99, 907, 10—14), Mund Hardy (E: 1907, 08, 10, 11, 13—15, 18, 19, 22). Cl. XI. Buta Adrian (5441, 48, 60, 73, 78, 86, 88, 92, 521, 36, 37), Feurdean Petru (5434, 41, 61, 73, 75, 78, 84, 86, 91, 506), Puşcaşu Anton (5455, 60, 73, 76, 78, 84, 86, 92, 94, 95).

BORŞA. Ş.m. 1. Cl. VIII. Chiş Gheorghe (E: 1873, 80, 83, 87, 88, 90, 93, 94, 95, 99, 900, 02, 04, 06, 07, 11, 14, 17, 18, 22; 5482, 88, 90; P), Sîrghie Lucian (E: 1871, 73, 80, 82, 83, 90, 93—95, 99, 900, 01, 02, 04, 06).

BOTOŞANI. Ş.m.1. A. T. Laurian. Cl. VIII. Dale Constantin (E: 1894, 95, 99, 904, 07, 10, 11, 13, 15, 20). Cl. X. Cristian Drăgoi (5439, 46, 47, 52, 56, 57, 61, 76, 79, 88, 93, 94, 505). Cl. XI. Pincas Iancu (5392, 434, 39, 46—48, 52, 55, 56, 61, 63, 79, 82, 90, 94, 95, 521, 36, 37), Wechsler Viky (5439, 41, 46, 48, 51, 54, 55, 57, 61, 63, 75, 77, 84, 86, 90, 94—96, 501, 05, 14, 17, 21, 32, 33, 36, 37). Ş.m. 2. M. Eminescu. Cl. X. Alterovici Lidia (434, 46, 56, 61, 63, 77, 82, 90, 94, 95), Cohn Melania (5439, 46, 47, 52, 56, 61, 63, 79, 82, 84, 90, 94), Grimberg Anna (5461, 63, 77, 82, 84, 88, 90, 94, 537), Liciman Valentin (5456, 63, 77, 82, 83, 88, 90, 94, 506, 36, 37, 61). Cl. XI. Baras Robert (5434, 35, 39, 46, 47, 48, 52, 55, 56, 61, 63, 82, 84, 86, 93, 95), Leibovici Bernard (5439, 48, 51, 57, 61, 82, 87, 90, 94).

BOZOVICI (Banat). Ş.m. Cl. XI. Voluşescu Ilie (5452, 56, 63, 66, 70, 81, 99, 506, 08, 23, 30, 35).

BRAD. Cl. VI. Cordonescu Gabriel (E: 1888, 90, 92, 94, 99, 904, 07, 08, 10). Cl. VIII. Fornade Corneliu (E: 1894—925; 5492, 88, 95, 506, 08, 17, 56, 60).

BRAŞOV. Şc. elem. nr. 3. Cl. VI. Corniciuc Mircea (E: 1884, 88, 90, 92, 94, 96, 99, 901, 04, 07, 10—13). Şc. elem. nr. 4. Cl. VII. Bătătorescu Anton (E: 1882—86, 88, 90, 94). Şc. elem. nr. 12. Cl. VI. Kosa Felicia (1890, 94, 96—99, 901, 04, 07, 12), Leancu Felicia (E: 1890, 94, 96—99, 90, 04, 07, 12). Cl. VII. Grama Aurelia (E: 1894, 95, 99, 901, 04, 06, 11, 13), Niţu Marian (E: 1894, 901, 04, 07, 13), Săndulescu Magdalena (E: 1884, 85, 93, 94, 901, 04, 13), Tănăsescu Florin (E: 1894, 95, 901, 11—13; P). Şc. elem. nr. 13. Cl. VII. Sîrbu Carmen (E: 1617, 20, 62, 65, 67, 70, 77, 89, 92, 700).

Ş.m. 1. Cl. VIII. Vătuiu Florin (E: 1882—906; 5456, 60, 66, 82, 87, 88, 90—92, 96, 99, 506). Cl. IX. Bătătorescu Cristina (5481, 82, 90, 94, 96, 98, 99, 506, 08, 17). Cl. X. Popa Alexandru (5446, 48, 55, 61, 63, 82, 84, 88, 91).

Ş.m. 4. Ştefan Gheorghiu. Cl. VI. Luca Doina (E: 1865, 71, 72, 94, 904). Cl. VII. Caragaţă Eugenia (E: 1865, 71, 72, 94, 904, 07, 10), Cojocaru Daniela (E: 1871, 73, 90, 94—96, 99, 904, 07, 11—13).

Ş.m. 5. Cl. IX. Zsido Gheorghi (5355, 57, 58, 60, 63, 72, 81—83, 400, 03, 07, 11, 14, 22, 32, 39, 47, 96, 52, 54, 56, 57, 60, 82, 90, 94, 95, 505, 06). Cl. XI. Munteanu Gh. Mircea (5397, 401, 06—10, 15, 19, 22, 24, 27, 28, 30, 32, 34, 36, 37, 41, 46—48, 55—57, 61, 63, 66, 73, 74, 78, 82, 86, 88, 90, 91, 94, 95, P), Weiss Nicolae (5456, 57, 61, 63, 82, 84, 86, 88, 90, 94, 95), Zsido Lazslo (5354—58, 60, 66—69, 72—76, 78, 81—83, 400, 03, 05, 07, 11, 14, 16, 17, 20, 23, 27—33, 43, 45, 47, 49, 51, 54, 55, 57, 59, 61, 63, 65, 67, 69, 71, P).

BRĂILA *) Şc. elem. nr. 1. Cl. VII. Cornea Cornelia (E: 1884, 99, 903, 04, 07, 10, 12, 13, Frîncu Elena (E: 1894, 96, 98, 99, 903, 04, 07, 10—12). Ş.m. 2. N. Bălcescu. Cl. IX. Frangu Octavian (5414, 22, 34, 46, 47, 61, 63, 66, 70, 77, 512, 23, 32, 36). Ş.m. 3. Cl. VIII. Abramovici Liviu (E: 1882, 84, 88, 99, 94, 95, 98, 99, 902, 04, 06), Anghel Leonarda (E: 1894, 96, 98, 99, 901, 02, 04—06, 11; 5506), Antofi Georgeta (idem), Balaban Adriana (idem), Barbăneagră Gabriela (E: 1884, 85, 88, 94, 95, 98, 901, 04, 11, 13), Bărbulescu Victoria (E: 1882, 88, 90, 96, 98, 99, 904, 07, 10, 12, 13), Bibicu Maria (E: 1883, 94, 95, 97, 99, 901, 02, 04, 06, 09, 11, 14), Chiriţă Mihai (E: 1883, 90, 94, 99, 901, 04, 07, 08, 10, 12—14), Cîndea Angelica (idem), Constantinescu Mariana (E: 1894, 96, 98, 99, 900, 01, 04—06, 11; 5488, 506), Copană Paraschiva (E: 1882, 98, 90, 99, 904, 05, 11, 13, 14), Gîlea Angela (E: 1883, 90, 95, 99, 904, 07, 10, 11, 13, 14), Grigorescu Gabriela (E: 1888, 90, 94—96, 98, 99, 904, 07, 13, 14), Hohn Larisa (E: 1872, 73, 94, 98, 907—14), Leahu Ionel (idem), Leoancă

*) Mulţi elevi de la Ş.m. 1, 2 şi Ş.m. 3 au trimis soluţii copiate unele după altele.

Virgil (idem). Ş.m. 3. Cl. VIII. Martinescu Nicu (E: 1894, 95, 98, 99, 904, 07, 10—14), Mihai Elena (E: 1882, 84, 88 ,90, 96, 98, 99, 904, 09, 10, 12, 13), Mihalcea Marinela (E: 1888, 95, 98, 99, 901, 02, 04, 09, 11—14), Mocanu Dumitru (idem), Popa Georgeta (E: 1883, 90, 94, 99, 901, 04, 07, 08, 10, 12—14), Popa Tinca (idem), Radu Ileana (idem), Rebac Rodica (E: 1885, 90, 95, 901, 04, 06, 07, 10, 12—14), Stănculescu Mariana (idem), Ştefănescu Mihai (E: 1884, 85, 90, 94, 98, 99, 904, 06, 07, 12—14), Teodorescu Cristian (E: 1883—85, 90, 94, 98, 99, 904, 05, 07, 12—14), Voicu Nineta (idem). Cl. IX. Costin Roxana (5456, 61, 63, 81—83, 88, 90, 91, 94, 96, 505), Stanciu Mariejeanne (5456, 61, 81—83, 90, 91, 94, 96, 502, 23, 36). Cl. X. Bogatu Doina (5446, 57, 61, 91, 94, 96, 505, 06, 35—37), Bolduru Delia (5446, 56, 61, 63, 66, 70, 88, 91, 94—96, 536, 37), Ciuraru Ana Bel (idem), Dumitrescu Minodora (5446, 66, 77, 81, 88, 91, 94—96, 505, 06, 36), Grigore Mioara (idem), Harea Luminiţa (5446, 57, 66, 91, 94—96, 505, 06, 31, 36, 37), Ieşan Eugen (5446, 57, 61, 66, 88, 91, 94—96, 505, 06, 36, 37), Ionescu Brînduşa (5446, 56, 61, 63, 66, 88, 91, 96, 505, 06, 35—37). Cl. X. Lepădatu Gheorghe (5434, 57, 66, 88, 91, 94—96, 505, 06, 36, 37), Petrescu Rodica (idem), Petrescu Roxana (idem), Schivertzer Selma (idem), Tsaganea Doru (5434, 46, 57, 61, 63, 66—68, 70, 81, 91, 94—96, 98, 99, 531, 33, 35, 37), Tudor Anghel (5461, 63, 66, 75, 77, 81, 91, 94—96, 500, 06, 36, 37). Cl. XI. Balter Evi (5461, 63, 66, 75, 77, 81, 91, 94—96, 500, 06, 36, 37), Drăguţ Adina (idem), Haimovici Clara (5456, 61, 63, 66, 77, 81, 91, 94—96, 500, 06, 36, 37), Păun Cecilia (5456, 61, 66, 75, 77, 78, 82, 83, 89, 91, 94, 96, 500, 06, 36, 37), Sigler Simona (idem), Sussmann Liliana (idem), Absolvent Stoianovici Dumitru (5297, 343, 45, 96, 400, 09, 30, 35—37, 48, 51, 52, 65).

BUCUREŞTI. Studenţii: Stan Dumitru Titus (IPB electronică) (5434—37, 39, 46, 48, 51, 54, 55, 56, 61—63, 74, 75, 77, 84, 86, 93—95, 99, 501, 05), **Stancu Ion** (fac. matem.) (5452, 53, 58, 62, 64, 65, 69, 71—86, 88, 90, 91, 93—97, 500—07, 17, 21, 31, 33, 36, 37).

Şc. elem. nr. 23. Cl. V. Petrescu Roxana (E: 1894, 99, 901, 04, 07, 10, 12, 13), Petrescu Corneliu (E: 1903, 05, 07, 08, 10—14).

Şc. elem. nr. 26. Cl. V. Rădulescu Florinela (E: 1894, 88, 901, 03, 04, 06, 07, 10, 12, 13, 20, 21). Cl. VI. Popescu Eugeniu (E: 1882, 84, 94, 95, 99, 901, 04, 07, 08, 10, 13). **Şc. elem. nr. 35.** Cl. VI. Georgescu Mario Eugen (E: 1884, 85, 88, 90, 94, 99, 901, 04, 07, 10, 12). **Şc. elem. nr. 95.** Cl. VI. Tiner Ernest (E: 1894—97, 99, 901, 04, 07, 08, 10—13, 15, 16, 19—22, 25). **Şc. elem. nr. 99.** Cl. VII. Popa Cornelia Ioana (E: 1885, 96, 99, 902, 06—09, 11, 14, 15—19, 22—25). **Şc. elem. nr. 130.** Cl. VII. Leibovici Mariana (E: 1895, 904, 07, 11, 16, 17). **Şc. elem. nr. 137.** Cl. VII. Alexandru Mihai (E: 1882, 90, 92, 94, 95, 99, 904, 07, 08, 11—13). **Şc. elem. nr. 165.** Cl. VI. Alexe Gabriel (E: 1901, 04, 07, 10—13, 62).

Şc. de muzică nr. 1. Cl. VIII. Dobrescu Sorina (E: 1894—906; 5482, 90, 94—96).

Ş.m. I N. Bălcescu. Cl. VIII. Măgureanu Liviu (E: 1894, 95, 99, 904, 06, 07, 10, 11—13, 18, 20, 21, 22 ,23). Cl. IX. Agachi Şerban (5482, 94—96, 508, 12, 13, 17, 23, 35, 36, 52, 58, 59, 63), Alexandrescu Mihaela (5406, 14, 22, 34, 39, 54, 55, 63, 67, 77, 79, 82, 88, 91, 95, 96, 501, 06), Amza Gheorghe (5414, 22, 35, 54, 63, 66, 67, 77, 82, 91, 95, 96, 501, 05, 31, 32, 36, 52, 53, 55, 58, 59, 62—64), Brăncoveanu Mihai (5482, 88, 90, 91, 94—96, 98, 99, 502—04, 06, 08, 12, 17), Briceag Doina (5328, 35, 51, 55, 81, 93, 406, 19, 47, 52, 77, 94, 96, 506), Blănaru Const. (5328, 34, 51, 55, 58, 81, 92, 95, 406, 12, 19, 39, 47, 52, 56, 77, 82, 88, 94, 95, 96, 506), Din Ion (5430, 54, 63, 66, 77, 82, 88, 91, 94, 96, 501), Flamaropol Maria (5414, 39, 77, 90, 91, 94, 96, 501, 06, 12, 19), Lupu Valentin (5491, 94, 502, 36, 51, 41, 604, 17, 19), Mihăilescu Simona (5477, 82, 88, 90, 91, 94—96, 99, 506, 35, 36), Nica Mihaela (5406, 14, 34, 39, 56, 77, 79, 88, 90, 94, 95, 96, 512, 36, 52, 59), Manea Const. (5414, 39, 66, 71, 82, 88, 94, 95, 501, 19), Ştefănescu Sabba Ion (5439, 47, 52, 54, 60, 63, 66, 70, 82, 88, 90, 91, 94—96, 99, 502, 03, 08, 12, 17, 23, 26, 31, 35, 36), Topală Ion (5447, 52, 56, 60, 61, 63, 66, 70, 79, 82, 83, 90, 91, 94—96, 523, 31, 35, 36). Ţăpîrdea Eugen (5406, 34, 39, 56, 66, 79, 82, 88, 91, 94, 96, 98), Cl. X. **Arsene N. Ioan** (5479, 82, 84, 90, 96, 501, 02, 04, 07, 12, 13, 17, 20, 21, 23, 30—37, 41, 44, 51—53, 55, 60, 62, 63, 65—67, 69, 73, 79, 84), Colban Mihai (5438, 39, 46, 47, 54—57, 60, 61, 66, 70), Hossu Sorin (5406, 09, 24, 47, 52, 61, 79, 84, 93, 97, 505). Cl. XI. **Bădună Mihai** (5435, 46, 51, 54—57, 61, 63, 66, 75, 77—79, 82, 84, 86, 88, 90, 91, 94, 96, 97, 500, 04—06, 08, 11—13, 21, 31—33, 35—37), **Grigorescu Şerban** (5566, 91, 92, 94—96, 98, 601, 02, 13, 15, 17, P.), **Lăzărescu Toma** (5472, 74, 75, 78, 79,

82, 84, 86, 90, 91, 94—97, 501, 03, 05, 12, 21, 31—33, 35—37, 42, 50, 52, 54, 59, 60, 62, 64—66, 68). Taflaru Alex. (5483, 508, 44, 45, 48, 50, 51, 56, 60, 66—68, 73).

Ş.m. 3. Ion Neculce. Cl. VI. Marin Nicolae (E: 1894, 99, 904, 07, 10, 20—22). **Ş.m. 4. Aurel Vlaicu.** Cl. X. Draica Dumitru (5475, 77, 82, 90, 84, 531—33, 36), Niţă Alexandrina (5461, 63, 520, 23, 31—33, 36, 37, 41), Oros Justin (5400, 03, 06, 09, 22, 34, 39, 46, 56, 57, 61, 63).

Ş.m. 5. M. Sadoveanu. Cl. X. Dinu Ştefan (5434, 46, 56, 57, 61, 63, 79, 82, 88, 90, 91, 94, 95, 512, 37).

Ş.m. 7. I. L. Caragiale. Cl. VI. Miculescu Dan (E: 1895, 99, 907, 10—14). Cl. VIII. Milea Dafin (E: 1899, 904, 07, 09, 11—14, 17, 18, 20, 22). Cl. IX. Bercovici Tulida (5479, 82, 90, 91, 94—96, 506, 20, 21, 32, 36).

Ş.m. 8. E. Racoviţă. Cl. VI. Cinteză Mircea (E: 1907, 08, 10, 11—13, 15, 20—22). Cl. IX. Ilie Justina (5477, 82, 88, 90, 91, 94—96, 536, 41, 51, 52, 59, 60), Mateescu Cornelia (idem). Cl. XI. Constantinescu Bogdan (5472, 79, 82, 90, 93, 95—97, 505, 06, 31—33, 37).

Ş.m. 11. D. Cantemir. Cl. VIII. Rădulescu Dorin (E: 1894—96, 98—922, 24, 25; 5491, 92, 96, 98, 99, 508, 29, 34—36, 51, 59, 64, 66). Cl. X. Kahane Silviu (5484, 90, 91, 94, 96, 504, 06, 23, 35, 37, 53, 60).

Ş.m. 12. Cl. VIII. Cartianu Dan (E: 1883, 86, 87, 91, 93, 95, 96, 98, 900, 02, 05, 06, 09, 14, 17, 18, 24). Cl. X. Bădescu Felicia (5446, 47, 55—57, 82, 84, 88, 90, 91, 93, 94, 96, 505, 07, 12, 13). Cl. X. Becea Decebal (5482, 84, 88—91, 93—96), Berindei Ion (5482, 84, 88, 90, 91, 93—96, 505), Braviţin Viorica (5482, 88, 90, 91, 93—96, 505, 07, 12, 33, 36, 37, 60), Filip Patricia (5434, 46, 57, 61, 82, 84, 88, 90, 91, 93—95, 96, 507, 12, 13, 17, 20, 33, 36, 37), Nicolaide Alexandra (5447, 79, 82, 90, 91, 95—97, 505, 08, 36, 37), Petrescu Antoniu (5482, 84, 90, 94, 512, 21, 32, 33, 36, 37, 60, 66), Ţilenschi Mircea (5434, 61, 63, 70, 75, 77, 81, 82, 90, 93, 513, 20, 36, 37).

Ş.m. 13. Mihai Viteazu. Cl. VIII. Capră Livia (E: 1894, 99, 904, 08, 09, 13, 14, 18—22; 5539). Cl. X. Cezar Felicia (5434, 46, 56, 61, 82, 84, 93, 94, 96, 97, 505, 13, 33), Constantinescu Dan (5400, 01, 07, 09, 11, 14, 24, 38, 46, 56, 57, 76, 79, 90, 91, 94, 96), Flondor Paul (5495, 507, 13, 21, 52, 56, 60, 62, 63, 66, 69, 76). Cl. XI. Aldea N. Ion (5438, 39, 46, 48, 51, 55, 57, 63, 84, 93, 505, 37), Popa Mircea (5477, 82, 86, 90, 94, 95, 502, 05, 06, 08, 11—13, 16, 17, 20, 21, 23, 32, 33, 36, 37), Saur Şerban (5446, 56, 96, 508, 17, 21, 31, 32, 60, 63, 66, 68, 73, 78, 79, 82—84, 90, 94, 95, 98, 512, 33, 36, 37).

Ş.m. 15. Elena Sîrbu. Cl. X. Mereuţă Doina-Anca (5434, 36, 46, 47, 56, 61—63, 75, 79, 82, 84, 86, 90, 91, 93—97, 505, 06, 12, 31—33, 36, 37). Cl. XI. Iordache Elena (5448, 54, 60, 66, 531, 17, 21, 32, 35). Cl. XI. Marinescu Analucia (5434, 39, 46, 47, 56, 61, 63, 72, 75, 84, 94, 96).

Ş.m. 17. Matei Basarab. Cl. VII. Neacşu Aurel (E: 1882, 90, 94—96, 99, 900, 04, 06, 07, 10, 11). Cl. VIII. Dorneanu Marius (E: 1888, 90, 94—96, 98, 99, 901, 04, 06, 07, 09—11), Popescu Mihai (E: 1883, 90, 94, 95, 99, 904, 07, 09, 11, 12). Cl. IX. Almer David (5446, 47, 54, 56, 61, 66, 70, 82, 90, 91, 94, 95, 506, 12, 17, 32), Kanner Dan (5446, 47, 54, 56, 66, 70, 82, 90, 91, 94—96, 508, 12, 23, 32). Cl. X. Einschenk Ilia (5434, 39, 46, 47, 54, 56, 57, 66, 76, 503, 07, 08, 13), Nichitiu Florian (5438, 39, 46, 47, 56, 66, 76, 80, 81, 94, 96, 507, 35, 36; P). Cl. XI. Siroker Iosif Leonardovici (5302, 05, 06, 09, 10, 13—15, 18, 19, 27, 28, 32, 35, 44, 45, 48—50, 55, 59, 65, 66, 92—96, 98, 400, 03, 07, 09, 14, 17, 22, 30, 34, 35, 39, 46, 48, 54—57, 63, 94, 95), Telnic Persi (5302, 05, 06, 09, 11—15, 18, 27—29, 32, 35, 37, 41, 44, 45, 49, 51, 55, 57, 98, 400, 03, 06, 07, 22, 39, 46, 57, 63).

Ş.m. 18. M. Eminescu. Cl. IX. Iordache Florin (5447, 82, 88, 90, 91, 94—96, 98—502, 03, 08, 23, 26).

Ş.m. 19. Ion Creangă. Cl. VIII. Ilie Romeo (E: 1883, 90, 93—96, 99, 900, 02—09, 11—14; 4356).

Ş.m. 20. Gh. Şincai. Cl. XI. Ionescu Constantin (5441, 46, 48, 55, 57, 63, 75, 84, 94, 512, 21, 33, 36, 37, 39), Negoescu Gheorghe (5434, 39, 44, 46—48, 52, 55—57, 60, 63, 66, 75—78, 82, 84, 88, 90, 91, 94, 95, 98, 99, 505, 07, 12, 21, 30, 33—37), Rusu Adrian (5446, 48, 55—57, 61, 63, 78, 82, 88, 90, 93, 94, 506, 17, 21, 30, 33, 36, 37).

Ş.m. 22. Gh. Lazăr. Cl. VIII. Becea Aurel (E: 1894—96, 99, 902, 04—15, 17—22, 25), Borza Dan (E: 1894—925: 5482, 88, 96, 99, 506, 17, 35, 56, 59, 63, 66), Motoi Marin (E: 1883, 86—88, 91, 93, 95, 902, 03, 05, 06; 5456, 66, 82, 88, 90, 91, 94, 96, 506), Stoian Liviu (E: 1890, 95, 99, 902, 04, 05, 07, 11, 12, 14), Tamaru Sever (E: 1882, 84, 85, 88, 90, 94, 99, 901, 04, 06, 13, 14), Zainea Eugen (E: 1894, 95, 99, 904, 07, 09, 10—

12, 17, 21, 22). Cl. XI. Manolache Nicu (5474, 82, 90, 91, 99, 524, 29, 33, 36, 37, 59, 60, 63, 65, 66, 68, 73, 84).

Ş.m. 23. D. Bolintineanu. Cl. X. Pelteacu Ioan (5436, 38, 39, 47, 52, 54, 55, 61—63, 66, 74, 79, 82, 84, 88, 90, 91, 96, 500, 05—08, 12, 23, 26, 31, 33, 35—37, 52, 59, 60, 66, 67).

Ş.m. 28. Petru Groza. Cl. VIII. Manea Vladimir (E: 1894—96, 99, 900, 07, 10, 12, 13). Cl. VIII. Abramovici Paula (E: 1894—96, 99, 900, 02, 04, 06, 11, 14, 21, 22).

Ş.m. 30. Cl. X. Conache Petre (5398, 409, 10, 19, 22, 24, 34, 38, 46, 47, 57, 61, 63, 66, 76, 77, 80, 86, 91, 96, 99, 507, 12, 21, 30, 32, 33, 35, 37, 41, 52).

Ş.m. 32. Cl. IX. Florea George (5447, 52, 56, 61, 63, 66, 70, 81, 82, 90, 91, 94—96, 98, 506).

Ş.m. 34. Cl. X. Zisu Ana (5301, 13, 29, 32, 54, 66, 80, 85, 86, 88, 89, 401, 04, 07, 15, 20, 31, 32, 38, 44, 60, 76, 81, 86, 92, 97—99, 504, 07, 12, 17, 21, 31—37, 40). Clasa XI. Zisu Tudor (5303, 04, 23—25, 30, 33, 51, 54, 73—76, 84—89, 401, 05, 07, 08, 19, 31, 32, 35, 40, 47, 53, 56, 58, 64, 66, 72, 76, 78—84, 86, 90, 95, 96, 512, 17, 21, 31—40, P).

Ş.m. 37. Cl. XI. Sachter Mauriciu (5434, 39, 41, 46—48, 55, 57, 61, 63, 72, 77, 82, 84, 521, 31).

BUZĂU. Şc. elem. Haleş. Cl. V. Dogaru Vasilica (E: 1895, 907, 08, 10—13). Şc. specială de artă. Cl. VI. Ionescu Dan (E: 1894, 99, 904, 07, 10, 12, 20, 21). Ş.m. 1 B. P. Hajdeu. Cl. IX. Filipoiu Alexandru (5456, 63, 66 ,70, 82, 90, 91, 94—96, 98, 99, 505, 08, 12, 17, 23, 31, 35, 36, P). Cl. X. Ionescu Mircea (5482, 84, 86, 88, 90, 95, 98, 99, 506), Toader Gheorghe (5446, 48, 55, 57, 82, 82, 84, 89, 90, 91, 94, 507, 12, 13, 21, 33, 35—37). Ş.m. 2 M. Eminescu. Cl. VIII. Miron Nicolae (E: 1883—85, 90, 94, 99, 900, 04, 07, 10, 13—15, 18—20, 25; 5488, 538, 59).

BUZIAŞ. Ş.m. Cl. VI. Aldan Ion (E: 1884, 90, 92, 97, 904, 07, 08, 10, 12, 13). Cl. VII. Clöckner Tea (E: 1882, 84, 85, 88, 90, 94—97, 99, 901, 04), Pădure Valentin (E: 1884, 85, 88, 90, 95, 907, 12, 13), Percec Vasile (E: 1890, 95, 904, 07, 10, 12, 13). Cl. X. Borchescu Ion (5422, 46, 61, 63, 77, 82, 84, 94, 96, 536, 37), Popescu Viorel (5422, 46, 63, 66, 77, 82, 84, 90, 91, 93—95).

CĂLĂRAŞI. Şc. elem. Mircea Vodă. Cl. VII. Manolache Maria (E: 1859, 71, 73, 82, 85, 88, 90, 94—96, 99).

Ş.m. N. Bălcescu. Cl. VIII. Constantin Dan (E: 1884, 85, 88, 98, 906, 09—14; 5506). Cl. X. Muşat Constantin (5446, 47, 57, 83, 91, 94, 95, 507, 12, 23, 31, 36), Negreanu Mircea (5439, 46, 52, 57, 82, 90, 91, 94—96, 535, 36), Vîrtejan Liviu (5446, 54, 61, 83, 90, 91, 95, 507, 12, 36). Cl. XI. Brăteanu Gh. (5439, 54, 57, 60, 78, 88, 90, 94, 513, 17, 21, 32, 33, 36, 37), Georgescu Dan (5434, 38, 39, 41, 46—48, 54—57, 60, 61, 63, 66, 75, 78, 81, 82, 84, 86, 88, 90, 91, 94—97, 505, 06, 12, 13, 17, 21, 32, 33, 35—37), Ionescu Gheorghe (5454, 56, 78, 81, 82, 88, 90, 512, 13, 17, 21, 33, 35, 37), Niculescu Valeria (5451, 56, 60, 63, 82, 84, 88, 550, 52, 56, 60, 66), Palanciuc Gheorghe (5512, 17, 21, 31—33, 36, 37, 52, 53, 56, 60, 62, 66, 84), Pleşoianu Horia (5454, 55, 60, 84, 88, 90, 513, 17, 21, 32, 33, 36, 37).

CARACAL. Ş.m. 2. Cl. VIII. Rădulescu Sever (E: 1895—97, 901, 02, 05—08, 10—14).

CARANSEBEŞ. Ş.m. 1. Cl. VIII. Ienea Aurel (5439, 80, 88, 91, 96, 503, 05, 07, 32, 35, 36).

CÎMPINA. Ş.m. 1 N. Grigorescu. Cl. VIII. Moldoveanu Adriana (E:1895, 96, 98, 900, 04, 06, 07, 09; 5482, 90, 95, 605), Popper Laurenţiu (E: 1894—97, 99—902, 04—15, 17—22; 5482, 88, 90, 63, 66). Cl. X. Moldovan Dan (5446, 82, 84, 86, 90, 91, 94—96, 98—500, 05—07), Moraru Nicolae (5439, 46, 52, 56, 57, 84, 88, 96, 505, 07), Popescu Florin (idem). Ş.m. 2. Ilie Pintilie. Cl. VIII. Vioreanu Marius (E: 1894, 98, 99, 903, 04, 06, 07, 10, 12—14, 18; 5506, 59). Cl. XI. Ciufu Gheorghe (5478, 81, 82, 84, 89, 90, 91, 94, 99, 535, 37, 66, 84).

CÎMPULUNG MOLDOVENESC. Liceul militar Ştefan cel Mare. Cl. X. Ciobanu Emil (5473, 75—78, 80—84, 86, 88—91, 93—96, 99, 501, 03—06, 08, 12, 13, 15, 17, 19—21, 23, 26, 27, 30—37, 41, 50, 52, 60, 62, 64, 66), Deda Gheorghe (5438, 39, 46, 47, 55, 57, 61, 63, 66, 70, 75, 77, 80, 82, 89, 90, 91, 93—97, 501, 05, 06, 12, 31, 35, 36), Demeter Andrei (5475, 78, 80—82, 84, 86, 88—91, 93—96, 500, 01, 05—07, 12, 21, 36, 37), Petrov Ioan (5439, 46, 57, 61, 63, 75, 77, 80, 82, 90, 95—97, 501, 05, 06, 12, 31, 36). Cl. XI. Falvaiter Ovidiu (5438, 39, 48, 55, 78, 91, 93—96, 512, 17, 21, 31, 33, 36, 37), Ionescu Constantin (5434, 38, 39, 61, 66, 78, 82, 89, 94, 95, 505, 07, 13, 17, 21, 31, 36, 37), Irimia Iulian (5439, 55, 63, 78, 89, 94, 95, 505, 17, 21, 36, 37), Irimid Ioan (5438, 39, 57, 61, 63, 78, 82, 86, 89, 91, 94—96, 99, 94—96, 99, 512, 21, 31, 35—37), Maftei Nicolae (5441, 61, 75, 84, 86, 88, 96, 517, 21, 31, 32, 36, 37), Puica Ioan (5438, 61,

63, 68, 70, 75, 88, 505, 17, 21, 31, 32, 36, 37), Puica Ioan (5438, 61, 63, 68, 70, 75, 88, 505, 17, 21, 31, 32, 36, 37, Stoicea Marcel (5438, 39, 57, 66, 75, 78, 80—82, 84, 86, 88—91, 93—97, 501, 05, 06, 12, 13, 17, 21, 27, 30, 31, 33, 35—37), Vlad Alexandru (5439, 61, 63, 86, 89, 95, 99, 504, 07, 12, 21, 31, 33, 35—37), Voian Ștefan (5436, 37, 41, 48, 55—57, 61, 63, 73—75, 79, 84, 508, 21, 46, 37).

CÎMPULUNG MUȘCEL. Șc. elem. nr. 1. Cl. VI. Dinculescu Mircea (E: 1894, 99, 904, 07, 13, 20 ,22).

Ș.m. Dinicu Golescu. Cl. VIII. Bănică Mihai (E: 1894, 95, 99, 902, 04—07, 12, 13, 20, 22, 25; 5477, 91, 95, 96, 531, 32). Cl. X. Marinescu Radu (5434, 46, 47, 56, 61, 79, 90, 93—95, 508, 12), Tomescu Șerban (5434, 39, 46, 47, 54, 56, 57, 61, 63, 66, 67, 70).

CLUJ. Student Maier Ioan (fac. matem.) (5397, 98, 400, 20, 24, 36, 38, 46, 57, 61, 72, 73, 75, 79, 82, 84, 86, 90, 93, 97, 501, 05).

Ș.m. 4 E. Racoviță. Cl. VII. Grănescu Adrian (E: 1882, 84—86, 88, 90—93; 5456), Lascu Ioan (E: 1884, 85, 90, 94, 99, 903, 04, 07, 10, 12, 13). Cl. X. Aurori Marta (5439, 46, 56, 57, 66, 82, 90, 91, 94, 95, 97, 505), Costin Doina (5439, 46, 56, 57, 82, 90, 91, 94, 95, 97, 505, 36), Florian Teodor (5439, 46, 47, 56, 57, 90, 91, 94—96, 505, 07, 31), Hadnagy Vasile (5446, 56, 77, 82, 88, 90, 91, 94, 95, 97, 506, 07, 36), Maier Virgil (5439, 57, 77, 90, 91, 94—96, 505, 07, 36), Negrini Ioan Corneliu (5439, 46, 57, 74, 90, 91, 94, 95, 505, 07, 20), Pagu Florin (5439, 46, 57, 77, 90, 91, 94, 95, 505, 36), Pervoiu Dumitru (5439, 46, 56, 57, 82, 90, 91, 94, 95, 505, 07, 36), Popovici Tudor (5446, 57, 61, 63, 79, 82, 84, 94, 96, 507, 31, 36, 77), Ștef Virgil (5434, 39, 46, 54, 56, 57, 61, 82, 90, 91, 94, 95, 505, 06). Cl. XI. Andrei Adrian (5439, 46, 48, 52, 55, 57, 84, 94, 501, 05, 21, 23), Bodea Ecaterina (5439, 46, 48, 52, 55—57, 60, 61, 73, 75, 77), Decanovici Leonid (5439, 46, 48, 52, 55, 57, 61, 75, 77, 88, 96, 505, 36), Feuer Reghina (5439, 46, 55, 57, 61, 73, 75, 88, 92, 94, 501, 05), Lupeanu Mariana (5409, 39, 46, 52, 55, 57, 61, 75, 83, 91, 94, 95, 505, 36, 37), Morariu Simona (idem), Palade Mihaela (5439, 46, 52, 57, 75, 77, 86, 88, 94, 95, 501, 05, 36), Peteanu Lelia (5446, 48, 52, 55—57, 60, 61, 84, 86, 88, 90, 93, 95, 97, 505), Radu Valeria (5409, 39, 46, 48, 52, 55, 57, 61, 73, 75, 88, 94, 501, 05), Stoica Dan (idem), Tăpălagă Livia (idem), Totescu Mihai (idem). Ș.m. N. Bălcescu. Cl. VI. Man Augustin (E: 1894, 99, 901, 04, 07, 10, 13), Rosenkranz Silvia (E: 1858—60, 90, 96, 99, 904, 07, 12, 13). Cl. VII. Lupan Ileana (E: 1894, 99, 903, 04, 07, 10, 13), Trif Damian (E: 1894—99, 101—06, 912). Cl. VIII. Botoroagă Ileana (E: 1894, 95, 99, 901, 04, 06, 09, 14, 17—19, 24), Chiricuță Ioan (E: 1882, 83, 90, 94—96, 98, 906, 07, 11, 13), David Ileana (E: 1895—99, 904, 06, 12—14, 16, 17, 20, 21, 25), Mărcuș Cornelia (E: 1897, 904, 07, 09—14, 17, 20, 21), Popovici Eugen (E: 1894, 95, 99, 904, 07, 11—14, 19—21), Vasiliu Rodica (E: 1897, 904, 07, 09—14, 17, 20, 21), Vasu Mariana (E: 1894, 95, 97, 99, 904, 08, 10, 11, 17—19, 21). Ș.m. 5 Gh. Barițiu. Cl. VIII. Pop Cornel (E: 1882, 84, 85, 88, 90, 95, 96, 99, 901, 03, 04). Cl. X. Călugăreanu Grigore (5457, 62, 73, 79, 82, 84, 90, 93—96, 500, 05—07, 11, 12, 15, 21, 30—33, 36 ,37, 45, 50, 52, 53, 60, 62, 63, 65, 66).

COGEALAC (Dobrogea). Ș.m. Cl. X. Costoiu Vasile (5446, 54, 56, 60, 61, 63, 84, 86, 90, 94, 96, 505, 21, 26, 32, 33, 35—37).

CONSTANȚA. Șc .elem. nr .5. Cl V.II. Fulgulescu Gabriela (E: 1884, 85, 90, 91, 93).

Ș.m. 1 Mircea cel Bătrîn. Cl. VII. Dobrogeanu Maria (E: 1891, 96, 98, 901, 06, 08, 10, 11, 14, 17—19, 21, 22, 25), Mugoiu Florin (E: 1882, 85, 86, 94—96, 99, 901, 02, 04), Odaie Cornelia (E: 1891, 96, 93, 901, 08, 10, 11, 14, 17—19, 21, 22, 25). Cl. VIII. Văituș Anca (E: 1907—09, 11—14; 5447, 52, 508, 12, 20, 23, 36). Cl. X. Chircu Theodor (5490, 91, 94, 95, 500, 02, 08, 23, 31, 32, 35, 36), Florescu Gheorghe (5484—86, 94—96, 98, 503, 05, 21, 36; 2, P). Cl. XI. Brînzănescu Vasile (5397—400, 02—15, 17—19, 22—24, 27—34, 36, 37, 39—41, 44, 46—48, 51, 53—58, 61—68, 70, 72—86, 88, 90—501, 04, 06; 10 P), Cocoș Grigore (5439, 46—48, 515, 21, 26, 32, 33, 36, 37). Ș.m. 2. Cl. VIII. Togan Gheorghe (E: 1895, 900, 01, 04, 06, 10, 11, 14, 17, 18, 22, 25). Cl. X. Bărăscu Raluca (5461, 63, 82, 84, 90, 94, 96, 97, 505, 06), Kreissl Carmen (5482, 88, 90, 91, 94, 95, 500, 05, 07, 12, 21, 36, 51, 60). Ș.m. 3. Cl. X. Popovici Beatrice (5494, 521, 32, 33, 35—37, 80, 84). Ș.m. 5. Cl. VIII. Topală Mariana (E: 1894—96, 99, 904, 09, 14, 17, 18, 21, 22, 25).

COSTEȘTI (Argeș). Ș.m. Cl. VIII. Negulescu Niculae (E: 1894, 95, 99, 901, 04, 07, 08, 10, 11, 13, 14). Cl. IX.

Depărăţeanu Dan (5477, 81, 82, 88, 90, 94, 95, 99, 506, 08, 12, 13, 17, 23, 32, 35, 36, 51—53, 59, 60, 66, 76). Cl. XI. Burciu Marin (5400, 22, 46, 47, 61, 72, 75, 77, 78, 91, 94, 517, 33, 36, 37).

CRAIOVA. Ş.m. 1. Cl. VI. Sejah Anca (E: 1889, 90, 94, 907, 10—12). Cl. VII. Slobu Dan Viorel (E: 1907, 10—13, 15—16, 19—21). Cl. VIII. Vasilescu Ion (E: 1894, 95, 99, 902—08, 11—13, 19; 5506). Cl. IX. Băeşu Ieronim (5482, 90, 91, 95, 98, 99, 523, 26, 32, 35, 36). Cl. X. Smarandache Ştefan (5446, 57, 61, 82, 90, 91, 94, 95, 506, 31, 32, 35—37). Ş.m. 2 Fraţii Buzeşti. Cl. VIII. Creţu Adrian (E: 1883, 86, 88, 90, 93, 95, 98—900, 02, 04—07, 09, 12, 14; 5482), Petrescu Ion (E: 1882—93; 5439, 56, 60). Cl. IX. Rusu Aurelian (E: 1894, 95, 99, 902, 04—06, 09, 11, 14, 18, 21—25; 5494, 95, 536, 66; P). Cl .X. Gavrilă Şerban (idem), Gropper Mircea (5456, 77, 78, 95, 500, 05, 06, 17, 21, 32, 36, 38). Cl. XI.Vasile Cornel (5434, 39, 41, 47, 63, 75, 77, 84, 86, 88, 94—96, 512, 21, 31—33, 36, 37). Ş.m. 3. Cl. VIII. Bîrsan Liliana (E: 1890, 94, 95, 99, 904, 06, 07, 10—12, 14; 5488), Macovescu Dan (E: 1882—85, 90, 94, 98, 99, 904, 09, 10, 14), Marinescu Mircea (E: 1882, 86, 94—96, 98, 99, 901, 04, 07, 09, 10, 12—14), Pop Livia (E: 1883, 86, 87, 93, 95, 96, 98, 900, 02, 05, 06, 09, 14). Ş.m. 4. Cl. IX. Ţăndăreanu Nicolae (5401, 02, 22, 34, 56, 63, 88, 91, 94, 99, 535), Colcea Gheorghe (5407, 15, 23, 35, 36, 56, 61, 66, 70, 81, 83, 91, 99; 2 P), Ghiţulescu Dan (5535, 38, 56, 66, 70, 82, 90, 91, 94, 99, 536). Cl. X. Boicescu Vlad (5400, 03, 07, 22, 24, 34—36, 39, 46—48, 54—57, 61—63, 66, 70, 77, 82—84, 88, 90, 91, 93—96, 500, 07, 12, 13, 21, 26, 32, 33, 35—38, 45, 49, 51, 52, 59, 60, 62, 66—68, 84), Cristescu Mărgărit (5436, 37, 39, 47, 54, 60—62, 66, 70, 74, 80, 94—96, 99, 506, 36, 37; P), Florescu Radu (5435, 36, 39, 46, 47, 53, 61, 63, 76, 77, 82, 84, 93, 94, 508), Gavrilă Gheorghe (5436, 39, 46, 47, 52, 56, 57, 61, 63, 84, 94—96), Niculescu Gh. (5435, 36, 39, 46, 47, 56, 57, 66, 77, 83, 94—96). Ş.m. 5. Cl. VIII. Popescu Lionel Florin (E: 1894, 95, 99, 902, 04, 06, 08, 11, 14, 17).

CURTEA DE ARGEŞ. Ş.m. Cl. VIII. Miu Denisa (E: 1894, 95, 99, 902, 04, 06, 08, 11, 14, 17, 18, 21). Cl. IX. Florescu Nicolae (5446, 47, 56, 61, 63, 66, 77, 82, 83, 91, 94, 95, 506, 32, 36).

CURTICI (Banat). Şm.. Cl. VIII. Mihu Cristian (E: 1895, 97, 99, 902, 04—07, 10—14, 18, 19).

DEJ. Ş.m. Cl. XI. Besa Cornel (5446, 61, 63, 66, 78, 91, 94, 96, 99, 533, 35—37).

DETA (Banat). Ş.m. Cl. VIII. Nicolici Ştefan (1[illegible]84, 85, 88, 92, 94—96, 906, 07, [illegible]; 5482), Olariu Florica (E: 1890, [illegible]4, 98, 99, 902, 04, 05, 10—14). C[illegible] Morovan Helga (5482, 88, 90, 91, 04—06, 506, 32, 33, 36, 37).

FĂGĂRAŞ. Ş.m. Cl. VIII. Cosma Bucur (E: 1894, 95, 99, 900, 01, 04, 07, 09, 10—14, 18, 19, 21, 22; 5477, 536, 41, 51).

FĂUREI (Galaţi). Ş.m. Cl. VII. Gheorghiţă Georgel (E: 1882, 90, 94, 95, 99, 901, 02, 04, 11, 12). Cl. X. Save Maria (5446, 56, 60, 61, 82, 84, 90, 91, 94, 506, 36, 37).

FOCŞANI. Ş.m. Unirea. Cl. V. Baner Alexandru (E: 1890, 94, 904, 07, 10, 12, 13). Cl. X. Haneş Mariana (5456, 61, 63, 66, 91, 96, 507, 23), Mendelsohn Zephy (5434, 39, 46—48, 52, 55—57, 61, 63, 66, 70, 75, 77, 82—84, 88, 90—96, 98, 99, 501, 02, 05—08, 13, 91, 94, 96, 506, 33, 35—37, 59, 66, 23, 33—37).

GALAŢI. Şc .elem. nr. 7. Cl. VII. Constantinescu Doina (E: 1888, 94, 95, 99, 902, 04, 05, 07, 11, 13, 22), Drăgan Cornelia (E: 1890, 94, 99, 902, 04, 05, 07, 10—12, 14, 22), Iorga George (E: 1893, 94, 98, 99, 902, 04, 05, 07, 08, 14, 22), Lazăr Marlena (E: 1894, 95, 98, 99, 902, 04, 07, 12, 14, 19. 22). Şc. elem. nr. 15. Cl. VII. Manoliu Elena (E: 1895, 99, 904, 07, 09—14), Timofte Sterică (E: 1897, 99, 907, 10—13). Şc. elem. nr. 20. Cl. VII *) Călin Adrian (E: 1891, 93—95, 96, 99, 904, 07, 10—13), Dima Steluţa (E: 1882, 91—93, 907, 10, 11), Apostol Eugenia, Cont Mia, Dabija Paul, Harceag Ecaterina, Ionică Liliana, Istrate Iftimiţa şi Pătraşcu Mîndruţa (idem). Şc. elem. nr. 21. Cl. VI. Carbogdan Elena (E: 1895, 98, 99, 904, 07, 12, 13). Cl. VII. Onose Cristina (E: 1882, 83, 907, 10, 12). Şc. elem. nr. 22. Cl. VI. Baboianu Grigore (E: 1899, 907, 10, 12, 13). Cl. VII. Pancratov Alexandru (E: 1888, 90, 94, 99, 904, 07, 11—13). Şc. elem. nr. 23. Cl. VII. Bejan Ortansa (E: 1894, 97, 99, 904, 10).

*) Mulţi elevi au trimis soluţii identice, care nu au fost anunţate.

MŰSZAKI KÖNYVTÁRÉS DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT 1953

CĂTRE REZOLVITORII DE PROBLEME

Corespondenţii care ne trimit probleme rezolvate trebuie să redacteze fiecare problemă separat, însoţind-o de toate calculele necesare şi de figuri desenate cu îngrijire. Nu se vor trimite soluţiile mai multor probleme pe aceeaşi foaie.

Se primesc lunar într-un plic soluţii numai la problemele şi exerciţiile din ultimele trei numere apărute. Pe plic se va scrie localitatea şi şcoala pe care o urmează rezolvitorul pentru a se evita confuzii la întocmirea rubricii rezolvitorilor de probleme şi a listei celor evidenţiaţi. *Evidenţiaţii trebuie să aibă cel puţin 36 soluţii bune.*

Problemele care se propun de către colaboratorii revistei să fie clar alcătuite şi însoţite de soluţii, să fie personale, iar nu luate din cărţi sau reviste. Elevii sînt sfătuiţi să înceapă a propune probleme numai după ce au rezolvat un număr destul de mare de exerciţii şi probleme. Problemele propuse, dar necorespunzătoare, nu se pot publica. Dacă un corespondent constată că unele probleme propuse au fost publicate în cărţi sau reviste, este rugat să arate precis volumul şi pagina unde a mai apărut enunţul sau soluţia problemei respective. Solicităm probleme interesante, legate de practică.

Corespondentul nostru care a citit şi a înţeles deplin multe din soluţiile publicate, a rezolvat multe din problemele propuse, poate şi este îndemnat să încerce, să schiţeze cîte o notă rezultată dintr-o observaţie făcută cu ocazia rezolvării unei chestiuni mai grele. Aceste note să fie *făcute de mai multe ori înainte de a fi trimise*, pentru ca redactarea lor să fie *cît mai clară şi concisă*. Figurile să fie făcute separat. În redactare se vor evita prescurtările. Nu se va scrie: $\parallel =$; $\sim$; $\cdot^{*}\cdot$; $\perp$; $\parallel$: Tr., etc. iar trecerea de la un calcul la altul să fie explicată pentru a putea urmări uşor desfăşurarea unei demonstraţii. Manuscrisele nepublicate nu se înapoiază.

La publicarea problemelor rezolvate se vor menţiona rezolvitorii care au dat o bună redactare şi o soluţie interesantă, sau mai multe metode de rezolvare.

Elevii claselor IX—XI sau studenţii vor trimite soluţii la problemele propuse pentru clasele VIII—XI. Problemele rezolvate trebuie să fie din ultimele trei numere apărute în G.M.F.—B sau M.F.L. Problemele rezolvate de matematică şi fizică vor fi expediate o dată în cursul unei luni într-un singur plic şi vor fi însoţite de un borderou cu numărul problemelor, scrise în ordine crescîndă. Pe plic se va scrie şcoala, clasa şi localitatea rezolvitorului. Problemele propuse vor fi scrise pe foi separate.

Elevii claselor V—VII vor fi anunţaţi la rubrica rezolvitorilor de probleme dacă trimit cel puţin 7 probleme bine rezolvate, iar elevii claselor VIII—XI, pentru cel puţin 12 probleme bine rezolvate. Elevii din clasa VIII pot trimite soluţii şi la E : V—VIII.

Autorii sînt rugaţi să semneze clar la sfîrşitul lucrării persoanele pe care o trimit pentru publicat şi adresa lor exactă.

— Premianţii Gazetei matematice şi fizice seria B pe anul 1962, care sînt publicaţi la pag. 29 şi 30 şi locuiesc în Bucureşti să se prezinte la sediul nostru în str. Academiei nr. 14 pentru a ridica pachetul cu publicaţii acordat ca premiu.

— Majoritatea cărţilor apărute în Biblioteca Societăţii de ştiinţe matematice şi fizice sînt epuizate; iar cele ce sînt mai recente se pot procura numai din librării, deoarece S.S.M.F. sau redacţia G.M.F.-B nu se ocupă cu vînzarea de cărţi şi nici cu adonamente care se pot face prin orice oficiu poştal.

— Valoarea revistelor vechi se poate trimite anticipat, prin mandat poştal pe adresa S.S.M.F., Bucureşti la Casa raională C.E.C., V. I. Lenin, cont 220.

ERATĂ. La problema 5550 propusă în G.M.F.-B, nr. 12, 1962, se va omite numele autorului, deoarece problema se află şi în Culegerea de probleme de *Günther* şi *Cuzmin*, vol. I, nr. 734, pagina 57.

— Idem, problema 5542 se află şi rezolvată în Curs special de trigonometrie de *Novoselov* la pagina 374.

— La problema 5631 penultima egalitate, în loc de cos2a se va scrie —cos2a.

CĂRȚI DIN BIBLIOTECA SOCIETĂȚII DE ȘTIINȚE MATEMATICE ȘI FIZICE DIN R.P.R. CARE SE MAI GĂSESC ÎN LIBRĂRII

GH. ȚIȚEICA	Culegere de probleme de geometrie, ed. IV-a (revăzută și completată de G. D. SIMIONESCU)
C. BORȘ	Noțiuni de geometrie proiectivă.
M. HEROVANU	Introducere în fizica atmosferei.
H. STEINHAUS	Caleidoscop matematic.
C. POPOVICI	Stelele, date fizice, structura, originea și evoluția lor.
C. DRIMBĂ	Elemente de mecanică cerească.
C. IONESCU-BUJOR	Elemente de transformări geometrice (I).
C. IONESCU-BUJOR	Elemente de transformări geometrice (II).
A. I. MARKUȘEVICI	Numere complexe și reprezentări conforme.
I. S. GRADSTEIN	Teorema directă și reciprocă.
V. G. BOLTEANSKI	Ce este derivata ?
G. N. BERMAN	Despre numere și studiul numerelor.
A. IAGLOM și I. IAGLOM	Probleme neelementare tratate elementar.
CIUCU și SIMBOANU	Culegere de probleme de calculul probabilităților și statistică.
N. D. FEDOROV	Ciclotronul.
O. SACTER	Elemente de teoria ecuațiilor algebrice și transcendente.
V. ATANASIU	Noțiuni de fizică generală. Vol. I
C. BORȘ și D. BORȘ	Numere complexe.
M. BAK și I. ROMANOV	Neutronul.

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ ȘI FIZICĂ

pentru elevii școlilor medii, profesionale, pedagogice și tehnice de maiștri, din anul 1963.

— etapa regională la 23, 24, 25 martie 1963
— etapa finală la 26—28 mai 1963.

— Fiecare abonat este rugat să facă cunoscută G.M.F.-B și altor colegi, pentru a face abonamentele din vreme în vederea planificării tirajului lunar.

Tirajul fiind limitat revistele se trimit mai întîi abonaților și de aceea rugăm colaboratorii G.M.F.-B. să se aboneze de îndată pentru restul numerelor (5—12). Costul este de 1,50 lei exemplarul.

— *Abonamentele se pot face individual sau colectiv prin oficiile poștale locale sau prin factorii poștali.*

Întreprinderea Poligrafică nr. 6. — c. 38 **Lei 1,50**

E 1426

KAT

SOCIETATEA DE ŞTIINŢE MATEMATICE ŞI FIZICE
DIN R.P.R.

GAZETA MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ

(SERIA B)

PUBLICAŢIE LUNARA PENTRU TINERET

Anul XIV aprilie 1963

4

GAZETA MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ

(SERIA B)

Anul XIV, nr. 4 — aprilie 1963

SUMARUL

		pag.
1.	Euclid, de Adolf Haimovici, Iaşi	193
2.	Curbele cicloidale şi importanţa lor în tehnică, de Petre Sima, Braşov	198
3.	Izogonale şi unghiuri rotite într-un triunghi, de Tudor Zamfirescu, student, Bucureşti	207
4.	Şi jocul de fotbal „ascunde puţină fizică", de I. Török, Cluj	214
5.	Ecuaţii iterate, de N. O. Zaharia, Bucureşti . . .	217
6.	Notă matematică, de Jora Boris, Babadag . . .	221
7.	Probleme rezolvate (5246, 5274, 5278, 5317, 5319, 5320, 5359, 5372, 5375, 5376, 5378, 5380, M.F.L. 839, 840, 841, 842, 843, 844, 845).	224
8.	Chestiuni de examen (5713—5737)	239
9.	Probleme propuse (5738—5766)	243
10.	Exerciţii şi probleme pentru clasele V—VIII (E : 1964—1975)	248
11.	Rubrica rezolvitorilor de probleme	250

ANUL XIV **4** APRILIE

COMITETUL DE REDACŢIE

Ailincăi M., profesoară; *Atanasiu V.*, conf. univ., redactor pentru fizică; *Cristea I.*, asistent; *Ionescu-Bujor C.*, prof. univ.; *Ionescu-Ţiu C.*, profesor, redactor pentru matematică; *Kiss E.*, conf. univ.; *Koch Fr.*, lector; *Kovacs K.*, conf. univ.; *Lèvai Şt.*, asistent; *Muşat I.*, profesor; *Petrovanu A.*, profesor; *Sacter O.*, conf. univ., redactor şef; *Simionescu D. Gh.*, conf. univ.

REDACŢIA: Str. Academiei, 14 — Tel. 14.46.53 — Bucureşti I

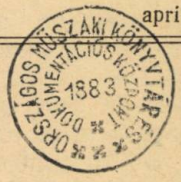
Articolele, notele, recenziile, problemele propuse sau rezolvate, corespondenţa privitoare la activitatea matematică şi fizică a şcolilor, precum şi orice material informativ care ar putea interesa redacţia noastră se vor trimite pe adresa de mai sus.

GAZETA MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ

(SERIA B)

PUBLICAŢIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Anul XIV, nr. 4 aprilie 1962



EUCLID

de prof. univ. *ADOLF HAIMOVICI*

In istoria oricărei ştiinţe sînt necesare, din cînd în cînd, şi mai ales după perioade de mare avînt ştiinţific, opere de sistematizare, de clasificare, de sinteză ; fără acestea, bagajul imens de cunoştinţe descoperite ar deveni inutilizabil în scurtă vreme, şi înaintarea pe cărările de multe ori aride, de multe ori abrupte, ale ştiinţei ar deveni greoaie, dacă nu imposibilă ; luminişurile între potecile împădurite ale unui munte, dau perspectivă, fac mai vizibil ţelul şi prin aceasta dau curaj.

In istoria Matematicii, opera lui Euclid este un astfel de luminiş, în care se adună drumurile pe care a înaintat pînă atunci matematica, şi cele pe care s-a dezvoltat ulterior.

Geometri de mare ingeniozitate, ca Thales, (sec. VII î. e. n.) Pythagora (sec. VI î.e.n.) Anaxagora (sec. VII şi VI î.e.n.), Hippocrate din Chios (sec. V î.e.n.), Eudox (sec. IV î.e.n.), ca şi mulţi alţii, de mare subtilitate, creaseră ştiinţa matematică doar cu cîteva secole mai înainte, dintr-o mulţime de cunoştinţe practice, studiind proprietăţi generale, esenţiale, ale fenomenelor naturale, extrăgînd ceea ce le este comun. După o afirmaţie a lui Proclus (sec. IV al erei noastre), se pare că Thales, de exemplu, cu 600 ani înaintea erei noastre şi numai cu 300 ani înaintea lui Euclid, expunea discipolilor săi un şir de propoziţii izolate, fără înşiruire logică, dar propoziţiunile erau deja prezentate de cele mai multe ori sub formă deductivă. După o altă afirmaţie a aceluiaşi Proclus, Pythagora, pentru prima oară, face în şcoala sa o expunere înlănţuită a unor prime capitole de geometrie.

In orice caz, în jurul anului 300 î.e.n se adunase o cantitate imensă de cunoştinţe matematice, prin opera matematicienilor de pretutindeni.

Tot pe atunci, aproximativ, începe perioada elenistică — perioada din istoria părţii de răsărit a bazinului Mării Mediterane, care durează de la cuceririle lui Alexandru Macedon, pînă la cucerirea Egiptului de către Roma (cuprinzînd deci aproximativ ultimile trei secole î.e.n.). Instaurarea dominaţiei asupra unor noi teritorii, legăturile comerciale noi, începuturile colonizării unor ţări bogate, a dat impuls economic acestei părţi a lumii şi, în acelaşi timp, a condus la crearea unei legături culturale destul de strînse între populaţii diferite.

Printre centrele economice şi culturale ale elenismului, cel mai important este Alexandria oraş creat pe vremea lui Alexandru Macedon numai cu cîţiva ani înainte de moartea sa ; situat la gurile Nilului,

Alexandria a devenit în scurtă vreme principalul centru al comerțului și meșteșugurilor și — ca o consecință — un important centru în care și-au dat întîlnire culturile greacă, evreească, arabă, siriană, persană. Aici, în ambianța marii biblioteci și a altor Instituții de Cultură, creații ale Ptolemeilor, a luat naștere una din cele mai importante opere ale umanității — opera lui Euclid.

Despre persoana lui Euclid se știe foarte puțin; se pare că s-ar fi născut în Siria, fiu al grecului Naucrates, originar din Damasc și stabilit la Tyr, ar fi învățat la școala matematică din Atena, de unde ar fi fost chemat de Ptolemeu I. Soter, Regele Egiptului ca profesor, la Alexandria. După tradiție se pare că ar fi fost un excelent profesor, foarte blînd și extrem de modest. Tot din unele povestiri ar rezulta că lui Ptolemeu, care-i cerea să-l învețe geometria pe o cale mai scurtă, i-ar fi răspuns că nu există cale regală pentru studiul matematicii, dar același răspuns este pus și în gura lui Menoechmos, ca și în aceea a lui Aristot, ambii cu puțin înaintea lui Euclid; se spune de asemenea că, atunci cînd un începător l-a întrebat ce va cîștiga din studiul geometriei, el a poruncit unui sclav al său să dea acestui începător cîțiva bănuți, pentru ca să cîștige ceva din ceea ce învață. Și aceasta este cam tot ce se știe despre persoana lui Euclid; după cum se vede — aproape nimic; în orice caz, atît de puțin, încît unii cercetători din Evul mediu ai Istoriei matematicilor au pus la îndoială însăși existența lui; dar unele studii precise ne asigură că Euclid a existat în adevăr. Rareori însă în istoria culturii omenești se întîmplă ca despre un savant să se știe așa de puțin și în același timp opera lui să fie așa de răspîndită.

Euclid n-a fost un creator în matematici; el n-a descoperit adevăruri noi; cel puțin din acest punct vedere opera lui nu este deosebit de importantă; a fost însă un sistematizator, un sintetizator de geniu; prin aceasta el este mult mai însemnat în istorie decît mulți creatori.

Lucrarea lui cea mai importantă, pentru care numele lui este păstrat în istorie, se numește στοιχεια (stoiheia) *Elemente*: ea este o prezentare sistematică a principalelor adevăruri cunoscute în geometrie, pînă la el. Ea constă din treisprezece cărți: Cărțile I, II, IV, VI se ocupă de drepte, arii și figuri plane simple: conținutul lor este datorat pitagoricienilor — (ultimele două — pitagoricienilor tîrzii). Cartea III, despre cercuri, expune teorii cunoscute de Hippocrate din Chios; cartea V prezintă teoria lui Eudox asupra proporțiilor, necesare pentru teoria asemănării figurilor din cartea VI. Cărțile VII, VIII și IX conțin teoria, probabil pitagoriceană, a numerelor, inclusiv proprietățile numerelor prime și compuse, despre c.m.m.c.m., c.m.m.d.c., progresii geometrice, despre numere perfecte (numere egale cu suma divizorilor lor). Cartea X este consacrată numerelor irațională, în special de forma $\sqrt{\sqrt{b}+\sqrt{a}}$, luată probabil după Eudox, a XI-a se ocupă de geometrie în spațiu, a XII-a este dedicată metodei exhaustiunii, cu aplicație la aflarea ariei cercului după Hippocrates. În sfîrșit, cartea XIII-a tratează teoria celor cinci corpuri regulate a lui Pytagora.

După cum se vede și după cum de altfel am mai spus, problemele tratate în *Elemente* erau cunoscute înainte de Euclid. Ceea ce e nou

este însă modul sistematic de expunere și înșiruirea logică, deducerea unor teorii din cele precedente; acest mod de prezentare s-a transmis prin secole pînă azi și a făcut ca lucrarea lui Euclid să înlăture alte încercări de sistematizare a geometriei care au existat înaintea *Elementelor*; și aceasta nu este de mirare: o lucrare mai nouă, mai bună, înlocuiește pe una veche de obicei; ceea ce este însă de admirat este faptul că perfecțiunea ei n-a permis nici unei alte lucrări asemănătoare să reziste încercărilor vremii timp de peste două milenii.

Structura *Elementelor* este foarte asemănătoare cu aceea a unei cărți de geometrie de azi. Ele încep cu *definiții*, dintre care iată cîteva după traducerea romînească a lui Victor Marian:

1. Punct este ceea ce nu are nici o parte;
2. Iar linie o lungime fără lățime;
3. Iar extremitățile unei linii sînt puncte;....

Urmează apoi cinci *postulate*: de ex.:

1. Se cere ca de la orice punct să se ducă o linie dreaptă la orice punct;
2. Și orice dreaptă finită să se poată prelungi în continuu în linie dreaptă;

ș.a.m.d.

Și cinci *noțiuni comune* — axiome, de ex.:

1. Cele egale cu aceeași sînt egale și între ele;
2. Și dacă la egale se adună egale, cele întregi sînt egale;

ș.a.m.d.

În sfîrșit urmează propozițiile — teoremele care decurg, unele din altele și din definiții, postulate și axiome; ele cuprind expunerea datelor, construcția demonstrația și concluzia.

Cele mai multe cărți de geometrie din școlile din toată lumea sînt în fond, cu unele adaptări, *Elementele* lui Euclid —, iar în unele țări studiul geometriei se numește studiul lui Euclid. Cu alte cuvinte Euclid a devenit simbolul unei discipline științifice.

Euclid a mai scris și alte opere științifice: *Data*, *Porismele*, *Principii de Muzică*, *Optică*, *Fenomenele* (Astronomie), *Perspectiva*, *Secțiunile Conice* — cîteva poate pe nedrept atribuite lui; unele dintre ele s-au păstrat pînă la noi, altele nu; importanța acestora este foarte palidă față de aceea pe care o prezintă *Elementele*, despre care să ne mai interesăm puțin.

Elementele lui Euclid constituie una din cărțile cele mai răspîndite din lume. Ea a circulat multă vreme în copii manuscrise; Arabii au avut o primă traducere în secolul VIII, pe vremea lui Honein ben Ishak, Persanii una din 1260 făcută de astronomul Nasir-El-Din. În secolul XII, Athélard de Bath a tradus în latină textul arab, după invenția tiparului, o primă ediție latină a apărut la Veneția în 1482, în traducerea lui Erhard Ratholt, iar textul grec, comentat de Proclus a apărut la Basel în 1553. De atunci au apărut nenumărate ediții, dintre care cea mai corectă este aceea îngrijită de Heiberg și Monge, apărută între 1881—1896. După aceasta s-a făcut și traducerea romînească a profesorului Victor Marian (între 1939—1941) în Biblioteca „Gazetei Matematice".

Cu toată perfecțiunea lor, *Elementele* sufăr de unele neajunsuri. În primul rînd, definițiile nu au preciziunea necesară unor definiții, ele nu *caracterizează* obiectul definit. Chiar definiția I-a citată mai sus, nu poate determina o clasă de obiecte, numite puncte; cu atît mai puțin a doua, care folosește noțiunile de lungime și lățime, nedefinite anterior, ș.a.m.d.

Diverși comentatori au cercetat apoi axiomele și postulatele lui Euclid, găsind unora defecte, înlocuindu-le pe unele prin altele.

Cel mai mult a fost discutat postulatul V al lui Euclid, enunțat de acesta astfel (tot după traducerea lui V. Marian).

5. Și dacă o dreaptă, tăind două drepte formează unghiurile interne și de aceeași parte mai mici decît două unghiuri drepte, cele două drepte prelungite la infinit trebuie să se întîlnească în partea, în care se află unghiurile mai mici decît două unghiuri drepte".

Poate pentru că nici faptul exprimat prin acest postulat, nici enunțul nu sînt simple, ele au provocat cea mai complicată și mai îndelungată discuție, din istoria matematicilor.

Cei mai mulți cercetători ai operei lui Euclid au avut impresia că acest adevăr nu este un postulat, că Euclid l-a pus în grupa postulatelor pentru că *nu a putut* da o demonstrație, dar că în fond o astfel de demonstrație trebuie să se poată face. Astfel de păreri erau deja emise — după Proclus — chiar în școlile de la Atena și Alexandria; și atunci a fost natural să se încerce a se da o demonstrație acestui adevăr; evident astfel de demonstrație trebuie să se deducă din celelalte axiome și postulate, sau din consecințe ale lor. Și încercările au început, după cîte se pare chiar cu Proclus (în secolul IV), și au continuat secole de-a rîndul; în 1763, un matematician, Klügel, a analizat cele mai importante demonstrații, arătînd că nici una din ele nu este corectă; în fond ele se bazau, implicit, pe faptul că printr-un punct exterior unei drepte nu se poate duce decît o paralelă la acea dreaptă, fie pe faptul că suma unghiurilor unui triunghi este de două unghiuri drepte, fie pe faptul că există un triunghi asemenea cu un triunghi dat, fie pe faptul că locul punctelor egal distanțate de o dreaptă și situate într-un plan de aceeași parte a dreptei este o dreaptă. Dar acestea nu se pot deduce din celelalte axiome și postulate și sînt echivalente cu postulatul V; încercările de demonstrație a acestui adevăr au condus doar la aflarea unor adevăruri echivalente cu postulatul V: dacă postulatul V este adevărat, atunci și aceste adevăruri sînt adevărate, dacă postulatul V nu este adevărat, nici acestea nu sînt adevărate. Lucrul ajunsese, în anumite cercuri matematice, prin jurul secolului XVIII, o obsesie. D'Alembert vorbește de imposibilitatea demonstrației postulatului V ca de un *„scandal al matematicii"*, iar mai tîrziu, Farkaș Bolyai îi scrie fiului său, Janoș:

„Nu încerca să învingi această teorie, nici prin metoda pe care mi-ai indicat-o, nici în alt mod. Am cercetat toate drumurile; n-am lăsat nici o idee fără a o studia. Am traversat toată această noapte neagră și am înmormîntat acolo orice flacără și orice bucurie de viață. Te rog, în numele cerului, lasă de o parte această materie, teme-te de ea ca de pasiunile sensuale, căci îți poate lua tot timpul, sănătatea, repausul, toată fericirea vieții".

Încet, încet își face drum o idee nouă : dacă postulatul V n-ar fi un postulat și ar fi demonstrabil, să se încerce această demonstrație prin reducere la absurd, presupunînd că suma unghiurilor unui triunghi, ar fi nu două unghiuri drepte, ci mai puțin. Această idee fusese indicată încă de Nassyr-Eddyn-at-Toussi la începutul secolului XVIII și urmată independent de acesta — și independent unul de altul — de filozoful italian Gerolamo Saccheri (în prima jumătate a secolului al XVIII-lea), de matematicianul și filozoful francez Jean-Henri Lambert care a trăit în Germania în a doua jumătate a secolului XVIII, de cunoscutul matematician francez Adrien-Marie Legendre la începutul secolului XIX. Și cu toată străduința lor, și încă a altora, ei n-au ajuns la nici o contrazicere ; evident aceasta încă nu însemna că nu s-ar putea ajunge mai tîrziu la o contrazicere ; dar rezultatele la care ajung, admițînd că suma unghiurilor unui triunghi este mai mică decît două unghiuri drepte, sînt prin ele însile foarte interesante. Aceasta îl face pe Lambert să scrie :

„În toate acestea este ceva încîntător, care face chiar să dorim ca a treia ipoteză (adică admiterea că suma unghiurilor unui triunghi este mai mică decît două unghiuri drepte) să fie exactă".

Este parcă presimțirea celor ce vor urma. Mai aproape de adevăr s-a găsit un tînăr matematician Taurinus, autorul unor lucrări asupra paralelelor, care în 1826, afirmă că dacă postulatul al V-lea nu este adevărat, aceasta înseamnă că există suprafețe pe care unele curbe au proprietățile analoage cu ale dreptelor din plan, afară de proprietatea descrisă de axioma V. Este de fapt o intuire a unor rezultate care au apărut mult mai tîrziu.

Tot în 1826, la 23 februarie, se produce însă documentul decisiv, după care se poate afirma că postulatul al V-lea al lui Euclid este nedemonstrabil, ci este un *postulat*. În această zi, un tînăr matematician din Kazan, Nikolai Ivanovici Lobecevschi, care pornise de cîțiva ani pe aproape aceeași cale ca și cei cîțiva gînditori care l-au precedat — Saccheri, Lambert, Taurinus, dar cu un punct de vedere fundamental deosebit, prezintă în fața secției de fizică și de matematică a Universității din Kazan, *Expunere succintă a principiilor geometriei, cu o demonstrație riguroasă a teoremei paralelelor.*

Au urmat alte lucrări în care Lobacevschi, construind o geometrie perfect coherentă, în care în loc să admită că, printr-un punct exterior unei drepte nu se poate duce decît o paralelă, el presupune că se pot duce mai multe, arată că în fond postulatul al V-lea nu rezultă din celelalte, ci e independent de ele, putînd să fie adevărat sau nu.

Semnînd astfel actul de naștere al geometriei noi, Lobacevschi a făcut ca Istoria să recunoască meritele acelora care s-au îndoit de puterea lui Euclid, de pătrundere, de intuire, a structurii spațiului — în definitiv ei l-au condus pe Lobacevschi la marea lui descoperire, la provocarea unui salt calitativ în istoria geometriei — dar în același timp, tot Lobacevschi a făcut să fie pentru totdeauna cinstită memoria lui Euclid, umbrită de îndoielile atîtora.

S-a aflat curînd că și Gauss avusese idei asemănătoare cu acelea a lui Lobacevschi, iar la scurtă vreme, un matematician maghiar, Janos Bolyai, a ajuns la rezultate analoage.

Lucrările acestea constituie geomtriile neeuclidiene, ele sînt poate mai bine cunoscute decît frămîntările prin care a trecut istoria pentru a ajunge la ele.

Astăzi există multe lucrări care precizează sistemul de axiome al lui Euclid. Printre cele mai desăvîrșite să menționăm vestita *„Grundlagen der Geometrie"* — Fundamentele geometriei — a lui David Hilbert, din 1899. În introducerea acesteia Hilbert scrie: „Prezentul studiu este o nouă încercare de a construi un sistem simplu și complet de axiome și de a deduce din acestea cele mai importante propoziții geometrice, așa fel ca semnificația diferitelor grupe de axiome și însemnătatea consecințelor care trebuie trase din fiecare axiomă în parte să apară cît mai clar".

Despre caracterul logic al acestei lucrări și ale altora de acest gen merită vorbit într-un articol special.

Opera lui Euclid sintetizează în forma abstractă, matematică, activitatea creatoare a întregii omeniri, pînă la apariția *Elementelor*. Pornind de la cele mai elementare măsurări, de la constatări făcute de nenumărate ori de indivizii ei, specia umană a ajuns în secolul III înaintea erei noastre în luminișul reprezentat de opera lui Euclid. În acest sens, această operă poate fi considerată ca o epopee a umanității.

Cu cîteva secole înaintea lui Euclid, un poet genial Homer, despre a cărui persoană se știe încă mai puțin decît despre Euclid, a sintetizat în nemuritoarele sale — Iliada și Odisea — într-o formă poetică nu numai neatinsă pînă la el, dar și rareori atinsă după el, aceeași activitate a omului în ascensiune. Homer și Euclid au văzut aceleași lucruri, dar cu alți ochi și le-au cîntat cu alte voci.

Opera lui Euclid a devenit model de matematică. Dar dezvoltarea meșteșugurilor, a diverselor îndeletniciri practice, uluitoarele descoperiri ale tehnicii care continuă mereu și care vor continua atîta timp cît vor exista oameni, a necesitat și altă matematică decît cea euclidiană. Îndemnînd-o mereu spre noi înălțimi, viața practică a găsit matematica mereu pregătită să facă față urcușului.

CURBELE CICLOIDALE ȘI IMPORTANȚA LOR TEHNICĂ

PETRE SIMA, Brașov

1. *Cicloida obișnuită* este curba descrisă de un punct al circumferinței unui cerc care se rostogolește fără alunecare, pe o dreaptă fixă din planul său, numită baza cicloidei.

Fie C_0 poziția inițială a centrului cercului considerat; se notează cu φ unghiul exprimat în radiani cu care s-a rotit cercul din poziția inițială și se observă că prin ipoteză este satisfăcută egalitatea

$$OT = \text{arc } MF = a\varphi$$

M fiind punctul curent al cicloidei, iar T punctul de tangență a cercului C cu baza cicloidei (axa Ox) (fig. 1). Coordonatele punctului M sînt:

$$x = OP = OF - PF = a\varphi - a\sin\varphi = a(\varphi - \sin\varphi)$$

$$y = MP = CF - CN = a - a\cos\varphi = a(1 - \cos\varphi)$$

a fiind raza cercului.

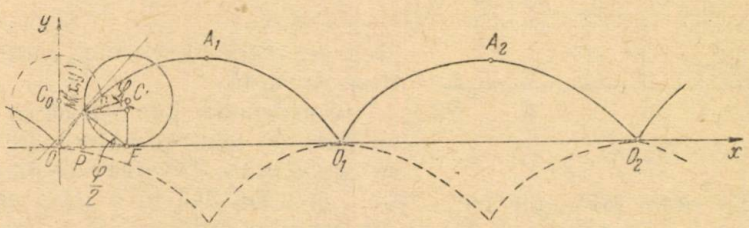


Fig. 1.

Ecuațiile parametrice ale cicloidei sînt deci:

$$\begin{aligned} x &= a(\varphi - \sin\varphi) \\ y &= a(1 - \cos\varphi) \end{aligned} \qquad (1)$$

Cicloida taie axa Ox în origine și în punctele de abscise $2k\pi a$, k fiind un număr întreg. În aceste puncte tangenta la cicloidă este paralelă cu axa Oy. Punctele 0, 0_1, $0_2 \ldots$, $(2k\pi, 0)$, sînt puncte de întoarcere ale cicloidei. Curba este periodică, perioada fiind baza cicloidei $00_1 = 2\pi a$. Vîrfurile buclelor A_1, A_2, ... au coordonatele: $[(2k+1)\pi a;\ 2a)]$

Lungimea arcului de cicloidă este:

$$L = \int \sqrt{(dx)^2 + (dy)^2} = a\int_0^{\varphi} \sqrt{(1-\cos\varphi)^2 + \sin^2\varphi}\, d\varphi = 8a\sin^2\frac{\varphi}{4} \qquad (2)$$

Deci, lungimea unei bucle de cicloidă este: $L_{OA_1O_1} = 8a$.

Aria OMP este:

$$S = \int y\, dx = a^2\int_0^{\varphi}(1-\cos\varphi)^2\, d\varphi = a^2\left[\frac{3}{2}\varphi - 2\sin\varphi + \frac{1}{4}\sin 2\varphi\right].$$

Aria sub o buclă completă a cicloidei este $3\pi a^2$.

Normala în punctul M al cicloidei este dreapta MF; lungimea normalei:

$$MF = 2a \sin\frac{\varphi}{2} = \sqrt{2ay}\ .$$

Eliminînd parametrul φ între relațiile (1) se obține ecuația cicloidei sub forma

$$x = a \arccos\frac{a-y}{a} \pm \sqrt{y(2a-y)}$$

ceea ce arată că cicloida este o curbă transcendentă.

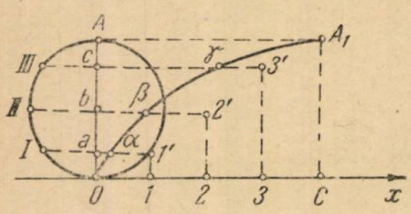


Fig. 2.

Construcția geometrică a cicloidei se face în felul următor: Pe axa Ox se ia $OC = arc\ OA = \pi a$; se împarte OC în n părți egale prin punctele 1, 2, ... și arcul OA în n părți egale prin punctele $a, b, \ldots$ ca în fig. 2. Se construesc intersecțiile 1', 2', ... și I, II, ... și se ia $1'\alpha = aI$, $2'\beta = bII, \ldots$

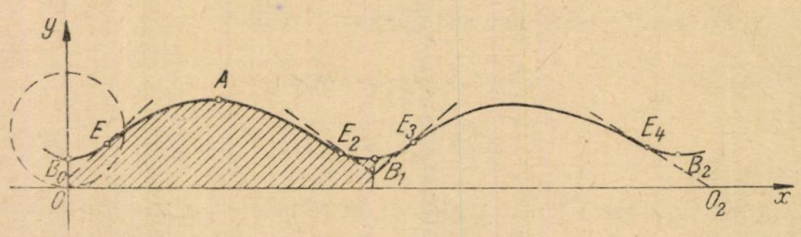


Fig. 3.

Punctele α, β ... sînt puncte ale cicloidei.

Alternativă — Cercurile cu centrele în punctele de împărțire ale lui OC cu coardele $OI, OII, \ldots$ au cicloida drept înfășurătoare.

2. *Cicloida scurtată și alungită (trohoida)*. Locul geometric descris de un punct care se află în interiorul unui cerc ce se rostogolește fără

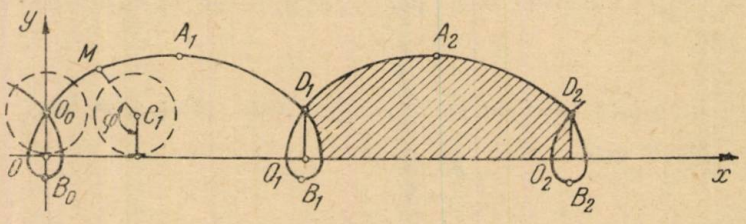


Fig. 4.

alunecare pe o dreaptă fixă din planul său este o curbă denumită cicloidă scurtată (fig. 3). Dacă punctul se găsește în exteriorul cercului, locul geometric descris este o cicloidă alungită (fig. 4).

Ecuațiile trohoidei în formă parametrică sînt

$$x = a(\varphi - \lambda \sin \varphi),\ y = a(1 - \lambda \cos \varphi) \tag{6}$$

a fiind raza circumferinței, $\varphi = \sphericalangle MC_1B$, $\lambda a = C_1M$; pentru cicloida scurtată $\lambda < 1$, iar pentru cicloida alungită $\lambda > 1$.

Curbele sînt periodice, avînd perioada $OO_1 = 2\pi a$; maximele $A_1, A_2, \ldots$ cu coordonatele $[(2k+1)\pi a, (1+\lambda)a]$, iar minimele $B_0, B_1, B_2, \ldots$

$$[2k\pi a, (1-\lambda)a].$$

Punctele de inflexiune ale cicloidei scurtate $E_1, E_2, \ldots$ au coordonatele

$$[a \arccos \lambda - \lambda\sqrt{1-\lambda^2}),\ a(1-\lambda^2)],$$

iar punctele de intersecție ale cicloidei alungite $D_0, D_1, D_2, \ldots$

$$[2k\pi a,\ a(1 - \sqrt{\lambda^2 - \varphi^2})].$$

Lungimea unui ciclu

$$L = a\int_0^{2\pi} \sqrt{1 + \lambda^2 - 2\lambda \cos \varphi}\, d\varphi \tag{7}$$

Suprafețele haşurate din fig. 3 și 4 au aria

$$S = \pi a^2 (2 + \lambda^2). \tag{8}$$

3. *Epicicloida*, este locul geometric descris de un punct al circumferinței unui cerc care se rostogolește fără alunecare pe un cerc fix din planul său, atunci cînd contactul cercurilor este exterior (fig. 5).

Fie a raza cercului O fix și b, raza cercului C rostogolitor; alegînd $\sphericalangle COx = \varphi$ drept parametru variabil în ipoteza că cercul C rulează fără să gliseze, arc AP = arc PM sau $a\varphi = b\varphi_1$, de unde $\varphi_1 = \frac{a}{b}\varphi$

Coordonatele punctului M de pe curbă se exprimă în funcție de parametrul φ.

$$x = OT = ON + NT = OC \cos \varphi + CM \sin \alpha$$

În triunghiul OCN $\varphi + \varphi_1 - \alpha = 90°$, de unde $\alpha = \varphi + \varphi_1 - 90°$, $\sin \alpha = -\sin[90° - (\varphi + \varphi_1)] = -\cos(\varphi + \varphi_1)$ și înlocuind $\varphi_1 = \frac{a}{b}\varphi$ rezultă $\sin \alpha = -\cos \frac{a+b}{b}\varphi$.

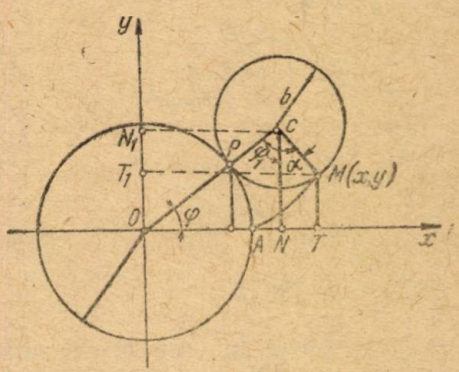


Fig. 5.

Cu aceasta

$$x = OC\cos\varphi - CM\cos\frac{a+b}{b}\varphi = (a+b)\cos\varphi - b\cos\frac{a+b}{b}\varphi$$

Analog se deduce:

$$y = ON_1 - N_1T_1 = OC\sin\varphi - CM\cos\alpha = (a+b)\sin\varphi - b\sin\frac{a+b}{b}\varphi$$

deoarece

$$\cos\alpha = \cos[90° - (\varphi+\varphi_1)] = \sin(\varphi+\varphi_1) = \sin\frac{a+b}{b}\varphi$$

Deci, ecuațiile epicicloidei exprimate parametric în funcție de unghiul φ sînt:

$$\begin{aligned} x &= (a+b)\cos\varphi - b\cos\frac{a+b}{b}\varphi \\ y &= (a+b)\sin\varphi - b\sin\frac{a+b}{b}\varphi \end{aligned} \tag{9}$$

Forma curbei depinde de raportul $\frac{a}{b} = m$; dacă m este un număr întreg curba constă din m ramuri egale (fig. 6) care învăluiesc cercul fix. Punctele de întoarcere $A_1, A_2, \ldots, A_m$ au $\rho = a$ și $\varphi = \frac{2k\pi}{m}$, $(k = 0, 1, \ldots m-1)$, iar vîrfurile $B_1, B_2, \ldots, B_m$: $\rho = a+b$ și $\varphi = \frac{(2k+1)\pi}{m}$.

Dacă m este fracționar, ramurile se încrucișează (fig. 7) iar punctul mobil M, după ce a descris numărul final de ramuri revine la poziția sa inițială. Cînd m este număr irațional, numărul ramurilor este infinit, iar punctul M nu mai revine în poziția sa inițială.

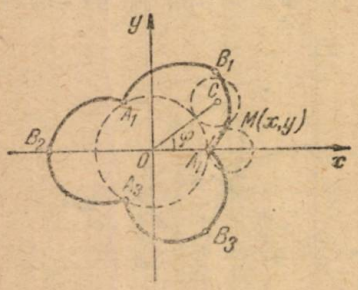


Fig. 6.

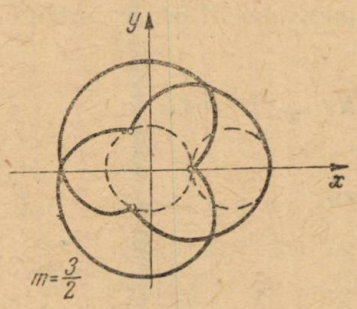


Fig. 7.

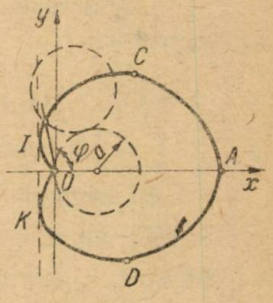


Fig. 8.

În cazul în care $m=1$, adică raza cercului fix este egală cu raza cercului mobil, curba arată ca în fig. 8 și poartă numele de cardioidă (curbă în formă de inimă).

Ecuația cardioidei în coordonate carteziene este:

$$(x^2+y^2)^2-2ax(x^2+y^2)=a^2y^2$$

În coordonate polare ecuația cardioidei este

$$\rho=a(1+\cos\varphi)$$

Punctele tangentei duble IK au coordonatele:

$$\left(-\frac{a}{4},\pm\frac{a\sqrt{3}}{4}\right)$$

Punctul de întoarcere al cardioidei se află în originea axelor de coordonate, iar vîrful în $A(2a, O)$. Punctele de maxim și minim sînt în

$$C\left(\varphi=\frac{\pi}{3}\right)\text{ și }D\left(\varphi=-\frac{\pi}{3}\right);\ C,\ D\left(\frac{3a}{4};\ \pm\frac{3\sqrt{3}a}{4}\right).$$

Lungimea unei ramuri de epicicloidă este:

$$L_{A_1MA_2}=\frac{8(a+b)}{m}$$

cînd m este un număr întreg lungimea întregii curbe $L=8(a+b)$.

Suprafața sectorului $A_1MA_2A_1$ (fără sectorul cercului fix) este

$$S=\pi b^2\frac{3a+2b}{a}$$

Construcția geometrică a epicicloidei se face în felul următor: se împarte circumferința AD și unghiul $AO\delta=\pi\frac{b}{a}$ în m părți egale ale căror extremități se notează cu I, II,... respectiv 1, 2,... Cercurile de raze OI, OII,... intersectează axa Ox în punctele α_1, β_1,... iar dreptele care împart unghiul $AO\delta$ în părți egale, în 1, 2,... Se ia $I\alpha+\alpha_1 I$, $2\beta=\beta_1 II$,...; α, β,... sînt puncte ale epicicloidei.

4. *Hipocicloida* este locul geometric descris de un punct al circumferinței unui cerc care se rostogolește fără alunecare pe un cerc fix din planul său, cînd contactul cercurilor este interior.

Ecuațiile parametrice ale hipocicloidei sînt

$$x=(a-b)\cos\varphi+b\cos\frac{a-b}{b}\varphi,$$

$$y=(a-b)\sin\varphi-b\sin\frac{a-b}{b}\sin\varphi$$

Se observă că ele se pot deduce din ecuațiile parametrice ale epicicloidei (ecuațiile 9), prin înlocuirea lui $+b$ cu $-b$.

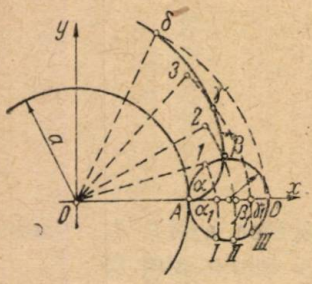


Fig. 9.

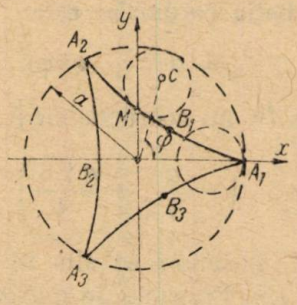


Fig. 10.

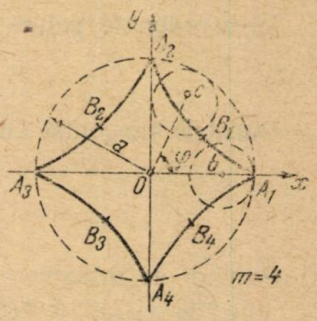


Fig. 11.

Numărul punctelor de întoarcere cînd m este un număr întreg, o fracție sau un număr irațional ($m>1$), este același ca și la epicicloidă. Cînd $m=2$ curba degenerează în diametrul cercului fix. Cînd $m=3$ curba este o *hipocicloidă cu trei ramuri* (fig. 10).

Ecuația ei este:

$$x = a\,(2\cos\varphi + \cos 2\varphi)$$

$$y = a\,(2\sin\varphi - \sin 2\varphi)$$

Lungimea curbei $L=16a$, suprafața totală $S_{tot}=2\pi a^2$

Cînd $m=4$ hipocicloida are patru ramuri și poartă numele de *astroidă* sau *curbă stelară* (fig. 11). Ecuațiile parametrice ale astroidei sînt:

$$x = a\cos^3\varphi$$

$$y = a\sin^3\varphi$$

Ecuația astroidei în coordonate carteziene este:

$$x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$$

Lungimea întregii curbe $L=24a$, iar suprafața totală $S = \frac{3}{8}a^2$.

Construcția geometrică a hipocicloidei este analoagă cu cea a epicicloidei și este arătată în fig. 12.

5. *Epi- și hipocicloida alungite și scurtate (Epi- și hipotrohoide).* Epicicloida alungită este curba descrisă de un punct fix și exterior față de o circumferință care se rostogolește fără alunecare pe o altă circumferință în exteriorul ei (fig. 13). Dacă punctul se află în interiorul circumferinței curba generală este o epicicloidă scurtată (fig. 14).

Curba descrisă de un punct ce se găsește în afara unei circumferințe care se rostogolește fără alunecare pe o altă circumferință în interiorul

ei se numește hipocicloidă alungită (fig. 15). în cazul în care punctul se află în interiorul circumferinței, curba descrisă este epicicloidă scurtată (fig. 16).

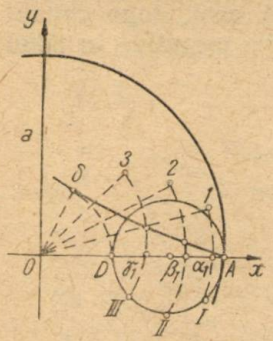


Fig. 12.

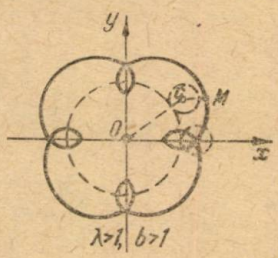


Fig. 13.

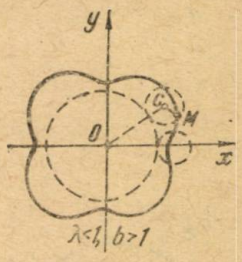


Fig. 14.

Ecuațiile în formă parametrică a acestor curbe sînt:

$$x = (a + b)\cos\varphi - \lambda b \cos\frac{a+b}{b}\varphi$$

$$y = (a + b)\sin\varphi - \lambda b \sin\frac{a+b}{b}\varphi$$

unde a este raza cercului fix, b raza cercului mobil (în cazul hipocicloidei $+ b$ este înlocuit în ecuații prin $-b$), $\lambda b = CM$ (pentru hipocicloida alungită $\lambda > 1$, pentru cea scurtată $\lambda < 1$).

Dacă $b = a$ se obține melcul lui Pascal (fig. 17) ale cărui ecuații sînt:

$$x = a\,(2\cos\varphi - \lambda\cos 2\varphi)$$

$$y = a\,(2\sin\varphi - \lambda\sin 2\varphi)$$

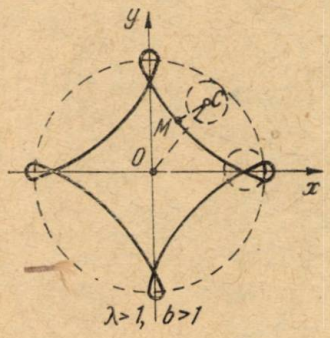


Fig. 15.

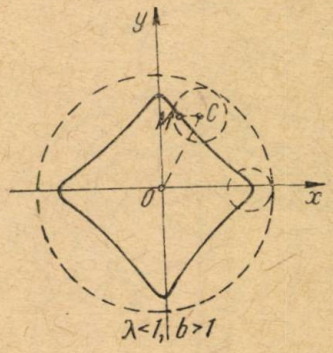


Fig. 16.

6. *Importanța tehnică a curbelor cicloidale.* * Curbele cicloidale se folosesc în tehnică la construirea profilelor dinților roților dințate. Pentru

* *Șerbănescu Sergiu*, Generarea danturii spiroidale. Ed. tehnică București, 1957 (lucrări științifice ale Inst. Politehnic Brașov, vol. III).

profilarea angrenării cicloidale se folosesc porțiuni de cicloide, de epicicloide și de hipocicloide. În continuare se va arăta modul în care se profilează dinții roților unui angrenaj cicloidal exterior. Se notează R_{p_1} și R_{p_2} razele cercurilor primitive (fig. 18). Se trasează apoi, două cercuri auxiliare S_1 și S_2 de raze r_1 și r_2, tangente la cercurile primitive în polul

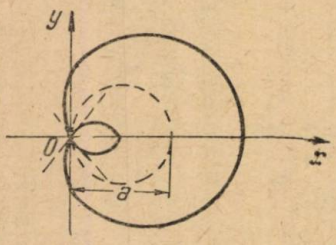


Fig. 17.

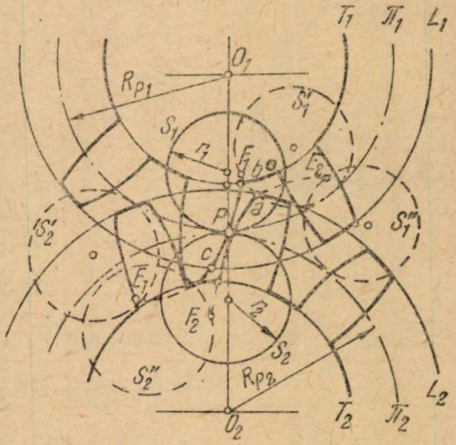


Fig. 18.

de angrenare P. Se rostogolește fără alunecare cercul S_1 pe cercul primitiv al roții a doua. În acest caz, punctul de pe cercul S_1, care în poziția inițială coincide cu punctul P, va descrie epicicloida PE_2. Dacă același cerc se rostogolește fără alunecare pe cercul primitiv π_1, același punct al cercului auxiliar S_1 va descrie hipocicloida PF_1. Epicicloida și hipoci-

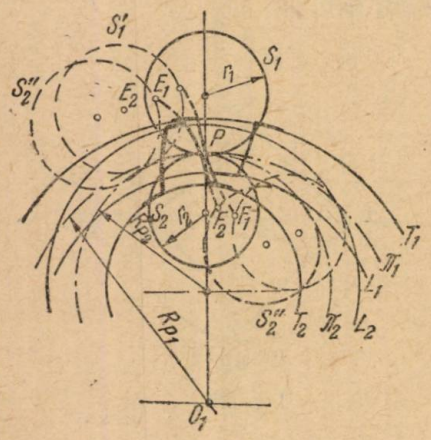


Fig. 19.

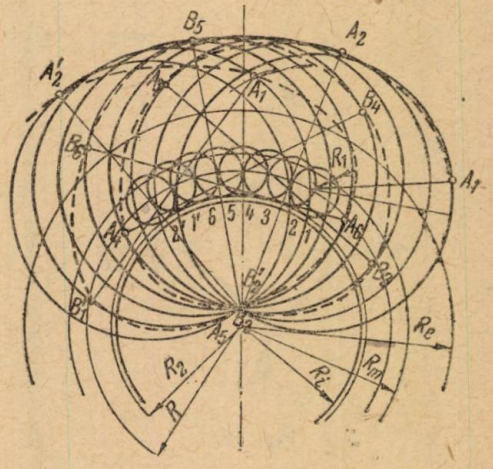


Fig. 20.

cloida construite în acest mod se înfășoară reciproc și prin urmare, pot fi folosite drept profile conjugate de dinți. În mod analog se rostogolește fără alunecare și al doilea cerc auxiliar S_2 pe cercurile primitive π_1 și π_2.

În acest caz, punctul de pe cercul inițial cu punctul P va descrie epicicloida PE_1 și hipocicloida PF_2. Pentru a determina porțiunile din epicicloidele și din hipocicloidele care pot fi folosite drept profile de dinți se duc cercurile exterioare L_1 și L_2 și cercurile interioare T_1 și T_2. Aceste cercuri vor mărgini profilele practice reale ale dinților. Astfel, porțiunea Pa din cicloida PE_2 va fi profilul capului dintelui roții a doua, iar porțiunea Pb din hipocicloida PF_1 va fi profilul piciorului dintelui primei roți.

Tot astfel, porțiunea Pc din epicicloida PE_1 va fi profilul capului dintelui primei roți, iar porțiunea Pd din hipocicloida PF_2, profilul piciorului dintelui roții a doua. Deci, profilul dintelui este trasat după o epicicloidă și după o hipocicloidă, epicicloida fiind tot timpul tangentă cu hipocicloida.

În fig. 19 este reprezentată construcția profilelor dinților pentru angrenarea interioară. În acest caz, capul dintelui primei roți este descris după hipocicloida PF_1, iar piciorul dintelui după epicicloida PE_1. Deci, la angrenare interioară epicicloida este totdeauna tangentă cu epicicloida, iar epicicloida cu hipocicloida.

Epicicloida alungită se folosește la profilarea danturii spiroidale. Dantura conică spiroidală este o dantură cu dinții curbi, formați din unul pînă la trei arce de epicicloidă alungită. Roata plană pentru dantura spiroidală este generată de o sculă care are o ruletă de rază R_1 și care se rostogolește fără alunecare pe un cerc de bază cu raza R_2 (fig. 20).

Grupa de cuțite care taie dantura este formată din două cuțite A și B, numite *cuțite de finisare*, dispuse la 180° pe o circumferință de rază r, fiecare dintre ele generînd cîte un flanc al dintelui.

PENTRU CERCURILE DE ELEVI

IZOGONALE ȘI UNGHIURI ROTITE ÎNTR-UN TRIUNGHI

I. Izogonale și ceviene

În cele ce urmează vom stabili cîteva legături între *cevienele* și *izogonalele* unui triunghi.

Fie deci un triunghi ABC și perechile de drepte izogonale AA_1, AA_2; BB_1, BB_2; CC_1, CC_2. Notăm intersecțiile $(AA_1, BB_1) = C_{11}$; $(AA_1, BB_2) = C_{12}$; etc și proiecțiile A'_{11} a lui A_{11} pe BC, A'_{12} a lui A_{12} pe BC etc.

1. *Dreptele* AA'_{12}, BB'_{12}, CC'_{12} *sînt concurente (fig. 1).* Nu mai dăm demonstrația acestei teoreme deoarece a fost între timp publicată, constituind obiectul problemei 4468 generalizată în G.M.F.-B, anul XII, nr. 11.

2. *Grupele de puncte* A'_{11}, B'_{21}, C'_{22}; A'_{11}, B'_{22}, C'_{12}; A'_{12}, B'_{11}, C'_{22}; A'_{12}, B'_{12}, C'_{12}; A'_{21}, B'_{21}, C'_{21}; A'_{21}, B'_{22}, C'_{11}; A'_{22}, B'_{11}, C'_{21}; A'_{22}, B'_{12}, C'_{11} *sînt picioarele a cîte trei ceviene.* Demonstrațiile sînt analoge cu cea de la pct. 1.

3. *Dreptele* AA_{12}, BB_{12}, CC_{12} *sînt concurente (fig. 2).* Notînd cu $a_1 = \frac{A_1 B}{A_1 C}$, $a_2 = \frac{A_2 B}{A_2 C}$ etc, cu a' raportul în care AA_{12} împarte pe BC, cu b'

și c' rapoartele analoge și cu a, b, c laturile triunghiului ABC avem, *conform teoremei lui Ceva:*

$$a' b_1 c_2 = -1; \qquad b' c_1 a_2 = -1; \qquad c' a_1 b_2 = -1.$$

Înmulțind obținem $a'b'c' a_1b_1c_1 a_2b_2c_2 = -1$.

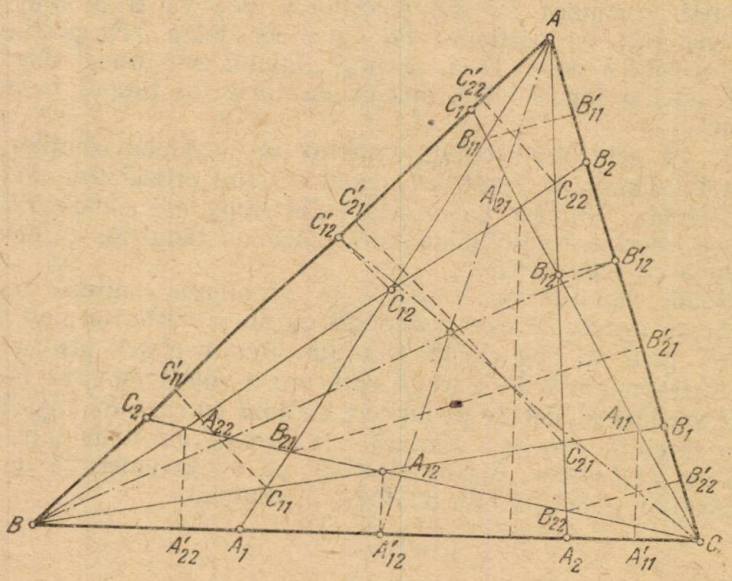


Fig. 1.

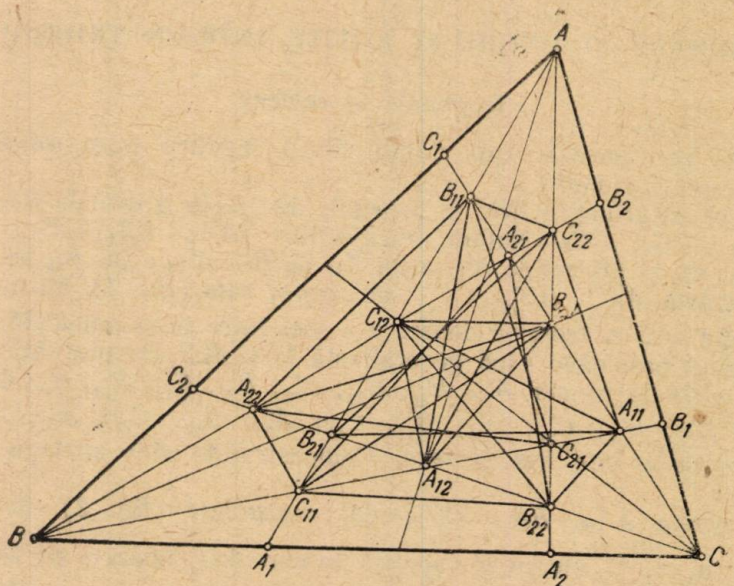


Fig. 2.

Dar știm că $a_1 a_2 = \frac{b^2}{c^2}$; $b_1 b_2 = \frac{c^2}{a^2}$; $c_1 c_2 = \frac{a^2}{b^2}$. Înlocuind avem $a'b'c' = -1$, deci și AA_{12}, BB_{12}, CC_{12} sînt concurente.

Analog :

4. *Triunghiurile* $A_{11} B_{21} C_{22}$; $A_{11} B_{22} C_{12}$; $A_{12} B_{11} C_{22}$: $A_{12} B_{12} C_{12}$; $A_{21} B_{21} C_{21}$; $A_{21} B_{22} C_{11}$; $A_{22} B_{11} C_{21}$; $A_{22} B_{12} C_{11}$ *sînt omologice cu triunghiul* ABC.

5. *Perechile de ceviene* AA_{11}, AA_{22} ; AA_{12}, AA_{21} ; BB_{11}, BB_{22} ; BB_{12}, BB_{21} ; CC_{11}, CC_{22} ; CC_{12}, CC_{21} sînt *izogonale*. Dreptele BB_1 și CC_1 se întîlnesc în A_{11} iar izogonalele lor BB_2 și CC_2 în A_{22}. Prin urmare A_{11} și A_{22} sînt puncte izogonale, deci AA_{11} și AA_{22} sînt de asemenea izogonale. La fel și pentru celelalte perechi de izogonale.

II. Unghiuri rotite și transversale

Prin *unghi rotit al unui unghi* dat înțelegem un unghi egal și de același vîrf cu unghiul considerat. Astfel, într-un triunghi unghiul dintre o ceviană și simetrica izogonalei ei față de una din laturile unghiului respectiv este un unghi rotit față de unghiul dat. Vom face aceleași notații ca la I, înlocuind numai izogonalele fiecărui unghi prin laturile unui unghi

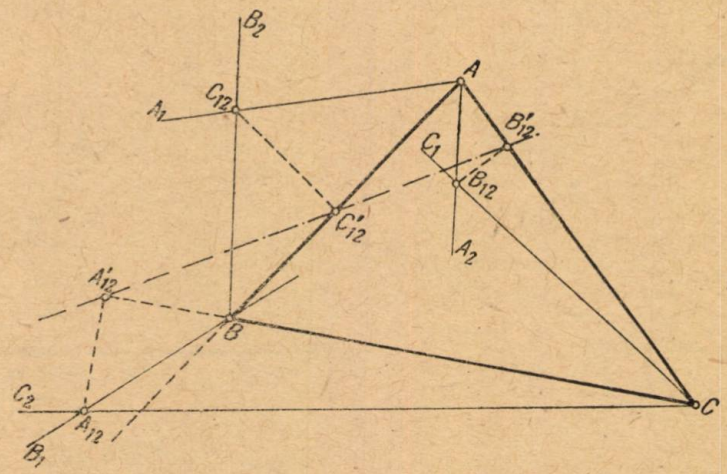


Fig. 3.

rotit al unghiului respectiv. Vom stabili acum și cîteva legături între *unghiurile rotite* și *transversalele* unui triunghi.

1. *Punctele* A'_{12}, B'_{12}, C'_{12} *sînt colineare (fig. 3).* Triunghiurile $AB_{12} B'_{12}$ și $AC_{12} C'_{12}$ sînt asemenea, iar $B_{12} B'_{12} > 0$ și $C_{12} C'_{12} > 0$. Deci,

$$\frac{B_{12} B'_{12}}{B'_{12} A} = \frac{C_{12} C'_{12}}{C'_{12} A}$$

Analog :

$$\frac{C_{12}C'_{12}}{C'_{12}B} = \frac{A_{12}A'_{12}}{A'_{12}B} \text{ și } \frac{A_{12}A'_{12}}{A'_{12}C} = \frac{B_{12}B'_{12}}{B'_{12}C}$$

Înmulțind și simplificînd, găsim :

$$\frac{A'_{12}B}{A'_{12}C} \cdot \frac{B'_{12}C}{B'_{12}A} \cdot \frac{C'_{12}A}{C'_{12}B} = 1$$

deci conform *teoremei lui Menelaus* A'_{12}, B'_{12}, C'_{12} sînt colineare. Rezultă analog că :

2. *Grupele de puncte* A'_{11}, B'_{21}, C'_{22}; A'_{11}, B'_{22}, C'_{12}; A'_{12}, B'_{11}, C'_{22}; A'_{12}, B'_{12}, C'_{12}; A'_{21}, B'_{21}, C'_{21}; A'_{21}, B'_{22}, C'_{11}; A'_{22}, B'_{11}, C'_{21}; A'_{22}, B'_{12}, C'_{11} *determină cîte o transversală a triunghiului ABC.*

Păstrăm notațiile de la I înlocuind numai izogonalele corespunzătoare unghiului A prin laturile unui unghi rotit al lui A.

3. *Punctele* A'_{12}, B'_{12}, C'_{12} *sînt colineare (fig. 4).* Demonstrația este analogă cu cea de la II, ținînd seama doar că $B_{12}B'_{12} \cdot C_{12}C'_{12} > 0$; $C_{12}C'_{12} \cdot A_{12}A'_{12} < 0$, iar $A_{12}A'_{12} \cdot B_{12}B'_{12} < 0$. Apoi

4. *Grupele de puncte amintite la II. 2 determină cîte o transversală a triunghiului ABC.*

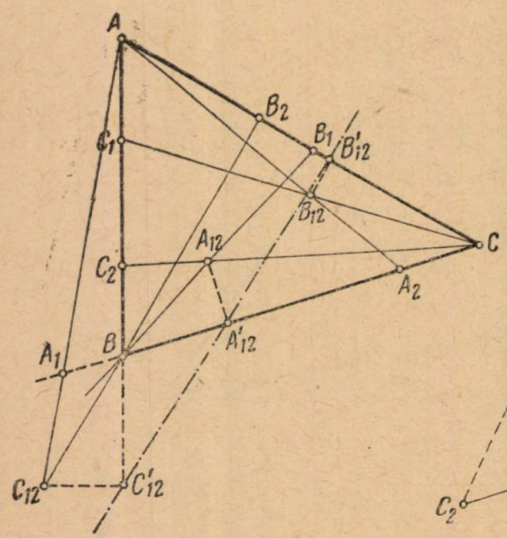


Fig. 4.

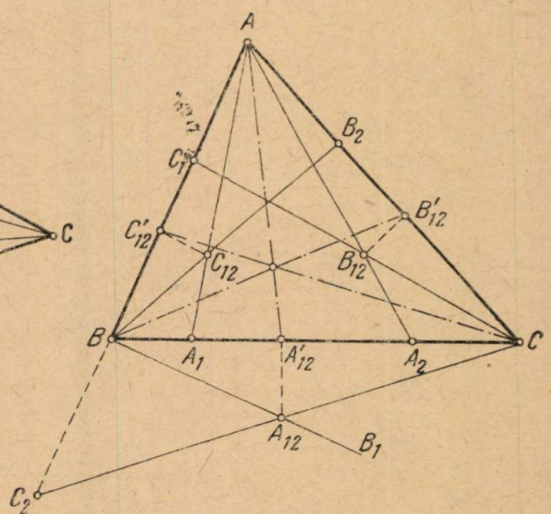


Fig. 5.

Să păstrăm acum notațiile de la I înlocuind însă, izogonalele corespunzătoare unghiurilor B și C prin laturile unor unghiuri rotite ale lui B și C. În mod analog găsim că

5. *Dreptele* AA'_{12}, BB'_{12}, CC'_{12} *sînt concurente (fig. 5)* și că

6. *Grupele de puncte amintite la II. 2 sînt picioarele a cîte trei ceviene.*

Deci, folosind aceleași notații ca mai înainte, dacă ducem cîte două izogonale în n unghiuri ale triunghiului ABC și rotim arbitrar celelalte unghiuri, atunci

7. *Grupele de puncte* A'_{11}, B'_{21}, C'_{22}; A'_{11}, B'_{22}, C'_{12}; A'_{12}, B'_{11}, C'_{22}; A'_{12}, B'_{12}, C'_{12}; A'_{21}, B'_{21}, C'_{21}; A'_{21}, B'_{22}, C'_{11}; A'_{22}, B'_{11}, C'_{21}; A'_{22}, B'_{12}, C'_{11} *determină cîte o transversală a triunghiului dacă* n *este par sau sînt picioarele a cîte trei ceviene dacă* n *este impar. Evident* $n \in \{0,1,2,3\}$.

Observație. Proprietățile II. 3,5 pot fi deduse și indirect, respectiv din II.1, avînd în vedere că, dacă se consideră două triunghiuri simetrice față de o latură comună, proiecțiile pe acea latură a vîrfurilor necomune coincid.

III. Aplicații

1. *Fie* h_a, h_b, h_c *înălțimile triunghiului* ABC, *iar* d_a, d_b, d_c *diametrele cercului circumscris ce trec prin* A,B,C. *Proiecțiile intersecțiilor* (h_a, d_b), (h_b, d_c), (h_c, d_a) *respectiv pe* AB, BC, CA *sînt picioarele a trei ceviene, iar dreptele care unesc pe* A, B, C *respectiv cu* (h_b, d_c), (h_c, d_a), (h_a, d_b) *sînt concurente* (fig. 6). Aplicăm proprietățile I.1 și 3 cazului particular

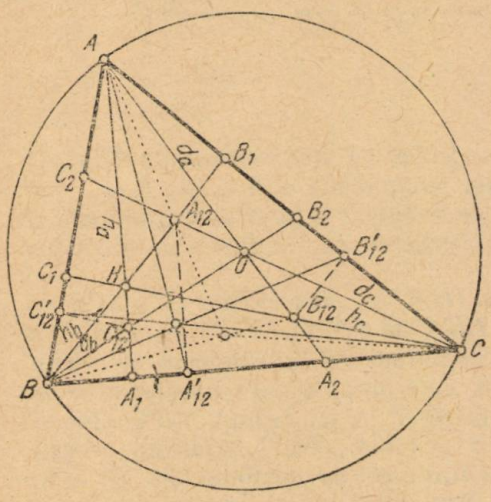


Fig. 6.

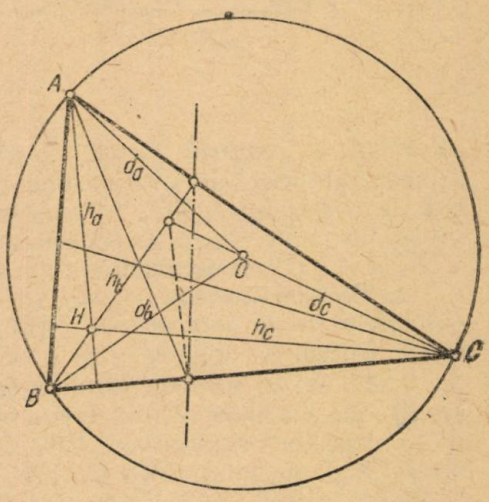


Fig. 7.

cînd izogonalele sînt înălțimile și diametrele în cercul circumscris, duse prin vîrfurile triunghiului.

2. *Folosind aceleași notații, dreapta care unește proiecția lui* (d_c, h_b) *pe* BC *cu cea a lui* B *pe* CA *este paralelă la* AB (fig. 7). Ducem și h_a, h_c, d_a, d_b și constatăm că $(h_c, h_a) \equiv H$, iar $(d_a, d_b) \equiv O$ unde H și O sînt respectiv ortocentrul și centrul cercului circumscris triunghiului ABC. Aplicînd proprietatea 1.2 și ținînd seamă că proiecția lui (d_a, d_b) pe AB este mijlocul lui AB, iar proiecțiile lui B și (h_c, h_a) pe CA coincid, găsim că dreapta care unește pe A cu proiecția lui (h_b, d_c) pe BC și înălțimea din B se întîlnesc pe mediana din C, de unde rezultă proprietatea din enunț.

3. *Fie $A'B'C'$ triunghiul de contact al triunghiului ABC de laturi a,b,c, iar α,β,γ paralelele din A', B', C' respectiv la $B'C'$, $C'A'$, $A'B'$. Proiecțiile intersecțiilor (α, b), (β, c), (γ, a) respectiv pe $A'B'$, $B'C'$, $C'A'$ sînt picioarele a trei ceviene ale triunghiului $A'B'C'$, iar dreptele care unesc*

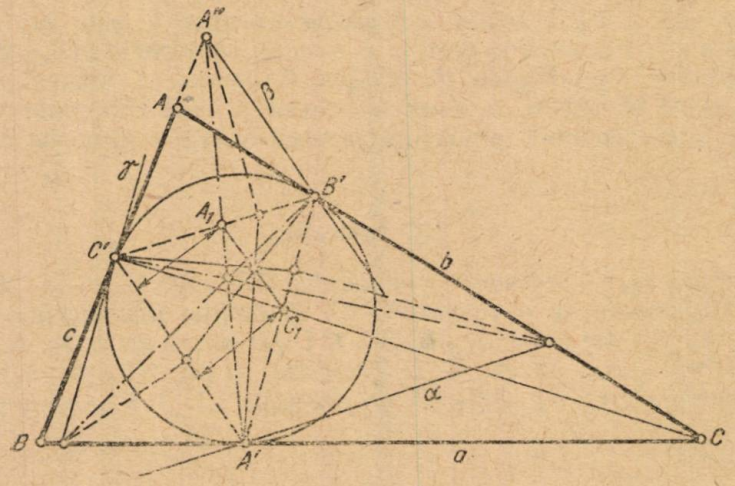


Fig. 8.

pe A', B', C' respectiv cu (β, c), (γ, a), (α, b) sînt concurente (fig. 8). Aplicăm proprietățile I.1,3 cazului cînd izogonalele sînt α, a; β, b; γ, c față de triunghiul $A'B'C'$. În adevăr, de exemplu α și a sînt izogonale în triunghiul $A'B'C'$ fiind perpendiculare respectiv pe înălțimea și diametrul cercului $A'B'C'$ corespunzătoare lui A'.

4. *Folosim aceleași notații ca la III.3, în plus notăm $A'' \equiv (\beta, c)$. Distanțele de la intersecțiile $(A'B', CC')$ și $(A'A'', B'C')$ la $C'A'$ sînt egale.* Ducem și dreptele γ și α și constatăm că patrulaterul de vîrfuri A', B', C', (γ, α) este un paralelogram, deci dreapta care unește pe B' cu (γ, α) este mediana corespunzătoare lui $C'A'$ în triunghiul $A'B'C'$. Fie C_1 și A_1 respectiv intersecțiile $(A'B', CC')$ și $(A'A'', B'C')$. Aplicăm proprietatea I.2 și găsim că $C'C_1$ și $A'A_1$ se întîlnesc pe mediana din B' a triunghiului $A'B'C'$, adică C_1A_1 și $C'A'$ sînt paralele, de unde rezultă proprietatea din enunț.

5. *Fie m_a, m_b, m_c medianele, iar s_a, s_b, s_c simedianele triunghiului ABC. Proiecțiile intersecțiilor (m_a, s_b), (m_b, s_c), (m_c, s_a) respectiv pe AB, BC, CA sînt picioarele a trei ceviene, iar dreptele care unesc pe A,B,C respectiv cu (m_b, s_c), (m_c, s_a), (m_a, s_b) sînt concurente (fig. 9).* Aplicăm proprietățile I.1,3 cazului particular sînt izogonalele sînt medianele și simedianele triunghiului ABC.

6. *Folosim aceleași notații ca la III.5. Proiecțiile centrului de greutate pe AB, a punctului lui Lemoine pe BC și a intersecției (m_c, s_a) pe CA sînt picioarele a trei ceviene.* Ducem și m_a, m_b, s_b, s_c și constatăm că (m_a, m_b) și (s_b, s_c) sînt respectiv centrul de greutate și punctul lui Lemoine ale triunghiului ABC. Se aplică proprietatea I.2.

Urmează cîteva demonstrații foarte simple ale unor chestiuni cunoscute date cu ajutorul proprietăților de la I și II.

7. *Dreptele care unesc vîrfurile unui triunghi cu punctele de contact ale cercului înscris sînt concurente*[1]. Perechile de izogonale coincid cu

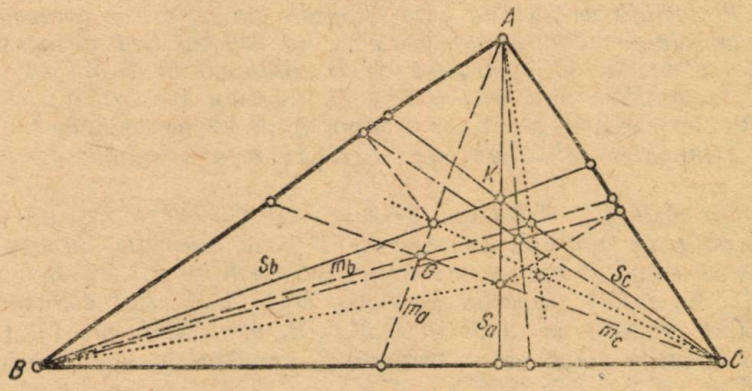


Fig. 9.

bisectoarele interioare ale triunghiului și aplicăm acestui caz proprietatea I.1.

8. *Aceeași proprietate pentru fiecare cerc exînscris*[2]. Izogonalele sînt cîte o bisectoare interioară și două bisectoare exterioare și aplicăm apoi I.1.

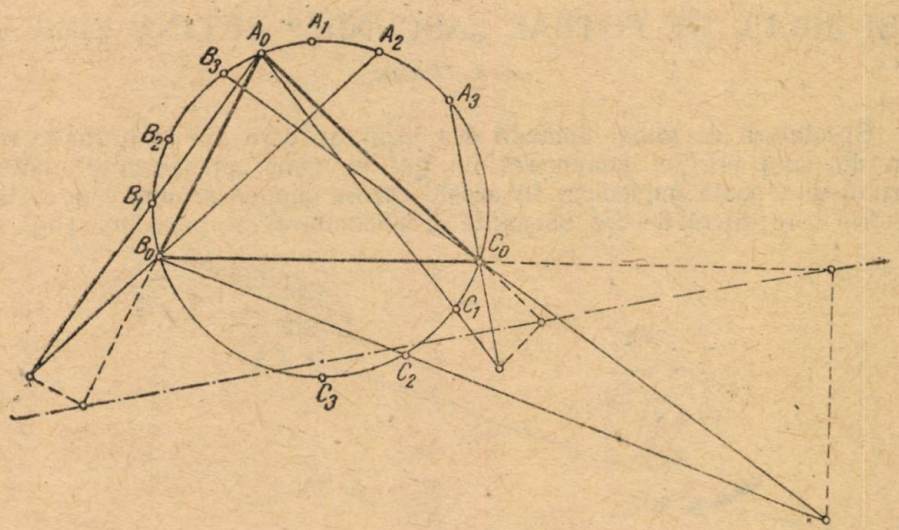


Fig. 10.

9. *Dreptele care unesc vîrfurile cu punctele de contact situate între extremitățile laturilor opuse ale cercurilor exînscrise sînt concurente*[3]. Izogonalele sînt bisectoarele exterioare ale triunghiului și ținem seamă de I.1.

10. *Dreptele care unesc extremitățile unei laturi cu punctele de contact, ale laturilor opuse cu cercurile exînscrise în unghiurile alăturate acestei laturi și dreapta care unește al treilea vîrf cu punctul de contact, ale laturei opuse cu cercul înscris sînt concurente*[4]. Izogonalele sînt cîte două bisectoare interioare și o bisectoare exterioară și folosim I.1.

11. *Proiecțiile pe laturile unui triunghi ale vîrfurilor corespunzătoare ale triunghiului echilateral din teorema lui Morley sînt picioarele a trei ceviene. (Problema 4468 propusă de D. Bătinețu în G.M.F.-B, anul XI, nr. 12).* Izogonalele sînt trisectoarele unghiurilor triunghiului și aplicăm I.1. Particularizarea la acest caz a proprietății I.3 ne conduce la

12. *Triunghiul echilateral de la III.11 este omologic cu triunghiul inițial.*

13. *Fie* $A_0B_0C_0$; $A_1B_1C_1$; $A_2B_2C_2$; $A_3B_3C_3$ *patru poziții ale unui triunghi obținute prin rotirea acestuia în jurul centrului cercului circumscris. Să se demonstreze că proiecțiile intersecțiilor* (A_0B_1, B_0A_2), (B_0C_2, C_0B_3), (C_0A_3, A_0C_1) *respectiv pe* A_0B_0, B_0C_0, C_0A_0 *sînt colineare. (Problema 5091 propusă de autor în G.M.F.-B, anul XIII, nr. 1). (fig. 10).* Evident, vîrfurile celor patru triunghiuri considerate sînt conciclice, iar $\widehat{B_0B_1}=\widehat{C_0C_1}$; $\widehat{C_0C_2}=\widehat{A_0A_2}$; $\widehat{A_0A_3}=\widehat{B_0B_3}$ deci $C_1A_0B_1$, $A_2B_0C_2$, $B_3C_0A_3$ sînt unghiuri rotite ale unghiurilor din A_0, B_0, C_0 ale triunghiului $A_0B_0C_0$, fiind egale și avînd aceleași vîrfuri cu ele. Aplicînd II.1 rezultă proprietatea cerută.

Tudor Zamfirescu, student, București

ȘI JOCUL DE FOTBAL „ASCUNDE" PUȚINĂ FIZICĂ

de *I. TÖRÖK*

Spectatorii de fotbal aplaudă des jucătorul care din lovitură de colț sau din altă poziție, marchează un gol pe care „plasamentul" adversarului nu-l poate împiedica. În aceste cazuri mingea se mișcă pe o traiectorie care diferă de cea obișnuită „răsucindu-se" surprinzător (fig. 1).

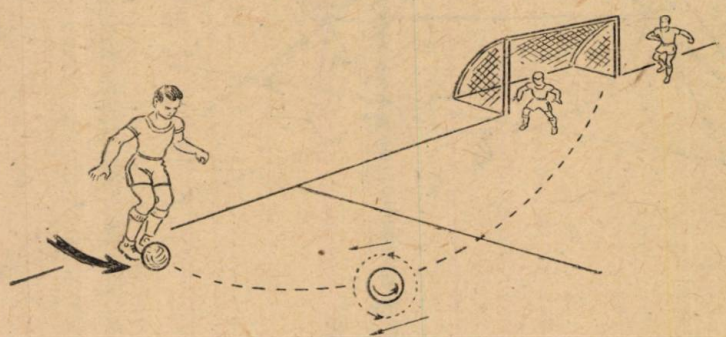


Fig. 1.

[1] Punctul lui Gergonne; [2] cele trei puncte adjuncte ale lui Gergonne; [3] punctul lui Nagel; [4] unul din cele trei puncte adjuncte ale lui Nagel.

Să vedem explicația acestui fenomen.

Înainte de a trece la explicare, să efectuăm cîteva experiențe. În primul rînd, să confecționăm dintr-o coală de caiet un cilindru cu diametrul de 3—4 cm și înălțimea de 20—30 cm. La lipirea marginilor trebuie să fim atenți pentru a obține un cilindru regulat.

Experiențe[1].

1) Să lăsăm cilindrul să cadă liber din poziție orizontală.

Se poate observa: *Cilindrul cade vertical.*

2) Să legăm cele două capete ale cilindrului de două fire de ață de cca. 1 m lungime. Să legăm celelalte capete ale firelor de o bară așezată

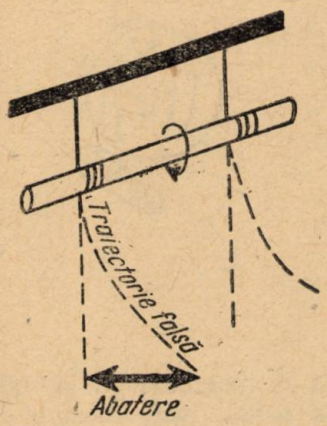


Fig. 2.

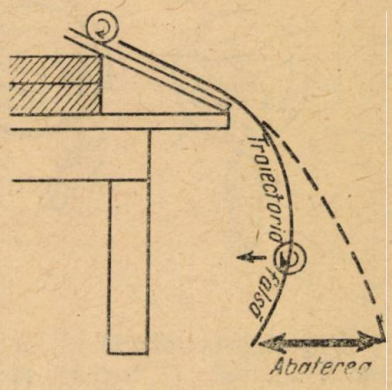


Fig. 3.

orizontal la o înălțime de 2 m. Apoi, prin rotirea cilindrului să înfășurăm pe el ața (fig. 2). Să lăsăm cilindrul liber.

Se poate observa: *Cilindrul nu numai că va cădea, dar se va și roti. În timpul căderii nu se va mișca pe o traiectorie verticală, ci pe una „falsă (răsucită)".*

Să înfășurăm acum ața pe cilindru în sens contrar. După lăsarea liberă a cilindrului se poate constata: *abaterea traiectoriei „false" va fi de sens contrar.*

3) Să lăsăm să se rostogolească cilindrul (sau o minge de tenis de masă) pe o planșetă înclinată (fig. 3).

Se poate observa: *Părăsind planșeta, cilindrul sau mingea de tenis de masă rostogolite pe planul înclinat, nu vor cădea pe o traiectorie parabolică, ci pe una „falsă".*

4) Să așezăm cilindrul orizontal în palmă. Să ne tragem mîna astfel ca cilindrul să se rotească în jurul axei sale (fig. 4).

Se poate observa: *Cilindrul va cădea pe o traiectorie „falsă".*

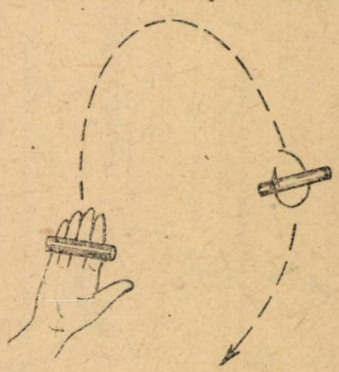


Fig. 4.

[1] Experiențele referitoare la legea lui Bernoulli, vezi M.F.L., nr. 1 (1958).

Din experienţele de mai sus se pot trage următoarele concluzii:

Dacă un corp care cade sau e aruncat liber, în timpul mişcării se şi roteşte, atunci el nu se va deplasa pe traiectorie obişnuită, ci pe una „falsă".

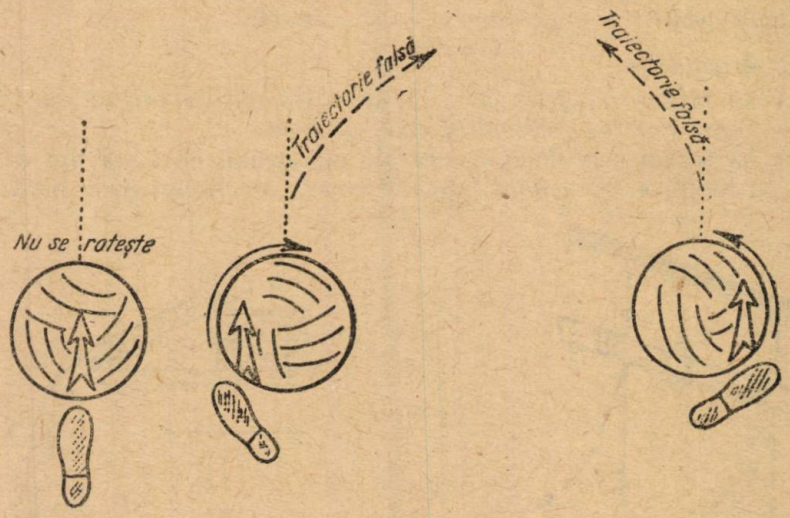


Fig. 5.

Din aceasta rezultă că, dacă fotbalistul vrea să marcheze gol pe traiectorie „falsă", el trebuie să lovească mingea astfel, încît aceasta să execute şi o mişcare de rotaţie.

Cum poate fi obţinută rotirea mingii? Nu lovim mingea la mijlocul ei, ci puţin mai la stînga sau la dreapta ei, în funcţie de direcţia în care vrem să se rotească, adică să se „răsucească" (fig. 5).

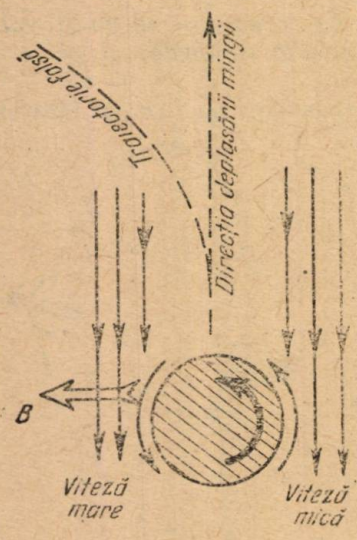


Fig. 6.

Traiectoria ciudată a corpurilor în rotaţie a fost explicată prima dată în 1852, de către fizicianul german Heinrich Gustav Magnus, şi de aceea acest fenomen a fost denumit *„efectul Magnus"*.

Explicarea fenomenului

Cilindrul care se roteşte (şi mingea de fotbal), sînt în contact cu o anumită cantitate de aer, care rotindu-se produce un curent circular în aer. În acelaşi timp corpul în rotaţie (cilindrul, mingea) execută şi o deplasare rectilinie şi aerul se va delasa în sens contrar (fig. 6). Săgeţile simple reprezintă sensul mişcării aerului rotit de minge. Săgeţile duble reprezintă deplasarea aerului aflat în repaus relativ. În partea

notată cu „A" (în partea dreaptă a mingii), sensurile mișcării celor două straturi de aer sînt contrare, deci se slăbesc, adică viteza rezultantă a aerului va fi mai mică. În partea notată cu „B" (în partea stîngă a mingii), sensurile mișcării celor două straturi de aer sînt aceleași, deci se întăresc, adică viteza rezultantă a aerului va fi mai mare. Unde viteza aerului e mai mare acolo apare o scădere de presiune, adică un efect de absorbție (legea lui Bernoulli). Astfel, presiunea fiind mai mică în partea „B", mingea se va abate spre partea „B".

Un fenomen asemănător apare și la tenis sau tenis de masă cînd partenerii joacă cu mingi „tăiate" sau „sucite". Și popicarii cunosc fenomenul.

Umblați cu „ochii deschiși", observați și urmăriți fenomenele din natură, din viața de toate zilele și chiar din jocurile voastre și căutați-le cauzele.

ECUAȚII ITERATE

de *N. O. ZAHARIA*, profesor, București

1. Fiind dată funcția inițială $f(x)$, funcția $f_2(x)=f[f(x)]$ se numește, după cum se știe, *iterata* funcției inițiale $f_1(x)=f(x)$. Atunci ecuația

$$f\,[f\,(x)] = 0 \tag{1}$$

se numește iterata ecuației inițiale

$$f\,(x) = 0. \tag{1'}$$

Ecuația iterată (1) se rezolvă printr-o metodă elementară cunoscută. Se pune, în (1), y în loc de $f(x)$ și se obține ecuația $f(y)=0$. Dacă această ecuație în y se poate rezolva și se obțin rădăcinile y_i, atunci rădăcinile ecuației (1) sînt date de ecuațiile $f(x)=y_i$. Aceasta se poate exprima și astfel: *Dacă x_i sînt rădăcinile ecuației inițiale (1'), rădăcinile ecuației iterate (1) sînt date de ecuațiile rezolvante*

$$f\,(x) = x_i. \tag{1''}$$

2. Dăm acum, o interpretare geometrică din care rezultă de asemenea această propoziție. Fie f_1 graficul funcției inițiale $f(x)$ și f_2 curba reprezentativă a funcției $y=f[f(x)]$. Am arătat în altă parte[1] că un punct P_1 de pe curba iterată f_2 (fig. 1)* se obține dintr-un punct P, de pe curba inițială f_1, prin reflexia dreptunghică (PQ, QR și RP_1 sînt paralele respectiv cu ox, oy și ox), față de prima bisectoare OB a axelor de coordonate. Dacă ecuația (1) are o rădăcină reală, curba f_2 trebuie să taie axa absciselor într-un punct, de exemplu M_0. Pentru ca M_0 să fie pe Ox, trebuie ca și N_0 să fie pe Ox. OB fiind bisectoare a axelor, urmează că avem $NN_0=ON_0$. De asemenea avem

$$MM_0 = NN_0. \tag{2}$$

---

[1] *N. O. Zaharia*, Despre reprezentarea grafică a funcțiilor compuse, G.M.F.-B, 7/1962.

* A se vedea figura de la pagina 221.

Dacă x este abscisa lui M_0, atunci $MM_0=f(x)$ și dacă x_i este o rădăcină a ecuației (1'), adică $ON_0=x_i$, avem și $NN_0=x_i$. Din (2) rezultă că x, adică rădăcina ecuației (1), este dată de ecuația $f(x)=x_i$, deci (1'').

3. Din cele de mai sus rezultă că ecuația iterată (1) are cel puțin tot atîtea rădăcini reale cîte are ecuația inițială (1').

De asemenea, dacă ecuația inițială (1') are numai rădăcini imaginare, și ecuația iterată (1) are numai rădăcini imaginare (complexe).

Dacă x_i este o rădăcină a ecuației inițiale (1'), deci este abscisa unui punct în care f_1 taie axa Ox (ex., N_0), deoarece $f(x_i)=0$, vom avea pentru iterata $f_2(x)$ valoarea

$$f[f(x_i)] = f(0), \tag{3}$$

care este aceeași pentru toate rădăcinile x ale ecuației (1'). În particular, această propoziție este adevărată și în cazul cînd una din rădăcinile ecuației inițiale este zero, deci cînd $f(0)=0$. Atunci (3) ne spune că: *Dacă ecuația inițială are rădăcina $x=0$, toate rădăcinile ei sînt rădăcini și ale ecuației iterate (1).*

4. a) Fie

$$f(x) \equiv \sin x = 0 \tag{4}$$

ecuația inițială. Ecuația iterată este

$$f[f(x)] \equiv \sin(\sin x) = 0. \tag{4'}$$

Întrucît rădăcinile ecuației (4) sînt: $x_i = i\pi$, $(i=0, 1, 2, \ldots)$, rădăcinile ecuației iterate (4') vor fi date de ecuațiile rezolvante

$$\sin x = i\pi, \quad (i = 0, 1, 2, \ldots).$$

Deoarece $|\sin x| \leqslant 1$, singură ecuația $\sin x=0$, (pentru $i=0$), ne dă soluții. Deci, ecuația iterată (4') are aceleași rădăcini ca și ecuația inițială (4).

b) Rădăcinile ecuației iterate

$$\cos(\cos x) = 0 \tag{5}$$

sînt date de ecuațiile rezolvante

$$\cos x = \frac{\pi}{2} + i\pi, \quad (i = 0, 1, 2, \ldots).$$

Dar niciuna din aceste ecuații nu are soluții, deoarece $|\cos x| \leqslant 1$ și deci nici ecuația iterată (5) nu are soluții. Dacă se reprezintă grafic funcția $y=\cos x$ și apoi, conform procedeului indicat la punctul 2, funcția $y=\cos(\cos x)$, se va vedea că graficul acesteia din urmă nu taie axa absciselor.

5. Ecuația

$$f(x) = -x^2 + 6x - 5 = 0 \tag{6}$$

are rădăcinile reale

$$x_1 = 1 \text{ și } x_2 = 5. \tag{7}$$

Ecuația iterată este

$$f[f(x)] \equiv -(-x^2+6x-5)^2+6(-x^2+6x-5)-5=0,$$

sau

$$-x^4+12x^3-52x^2+96x-60=0. \tag{8}$$

Rădăcinile ei sînt date de ecuațiile rezolvante

$$-x^2+6x-5=1,$$
$$-x^2+6x-5=5$$

și sînt deci: $x_{1,2}=3\pm\sqrt{3}$ și $x_{3,4}=3\pm i$.

Rădăcinile (7) satisfac însă și ecuația

$$\varphi(x) \equiv x^2-6x+5=0, \tag{6'}$$

echivalentă cu $f(x)=0$, deoarece s-a obținut prin înmulțirea ambilor membri ai ei prin -1.

Ecuația iterată a ecuației (6') este

$$\varphi[\varphi(x)] \equiv x^4-12x^3+40x^2-24x=0, \tag{8'}$$

cu ecuațiile rezolvante:

$$x^2-6x+5=1,$$
$$x^2-6x+5=5,$$

și deci, cu rădăcinile, toate reale: $x'_{1,2}=3\pm\sqrt{5}$, $x'_3=6$, $x'_4=0$.

Ecuațiile (6), (6') au aceleași rădăcini, dar iteratele lor nu mai au aceleași rădăcini. În general, ecuațiile $f(x)=0$ și $af(x)=0$, ($a=$const.) sînt echivalente, dar iteratele lor $f[f(x)]=0$ și $af[af(x)]=0$ nu sînt echivalente.

6. Fie ecuația de gradul al doilea

$$x^2+\alpha x+\beta=0, \tag{9}$$

cu rădăcinile x_1, x_2. Iterata ecuației (9) este ecuația de gradul al patrulea

$$x^4+2\alpha x^3+(\alpha^2+\alpha+2\beta)x^2+\alpha(\alpha+2\beta)x+\beta(\alpha+\beta+1)=0. \tag{10}$$

Problema care se pune este de a determina clasa de ecuații de gradul IV care sînt iterate ale unor ecuații de gradul al doilea și care deci se pot rezolva prin intermediul a două ecuații rezolvante de gradul al doilea.

Scriem ecuația generală de gradul IV

$$x^4+ax^3+bx^2+cx+d=0 \tag{10'}$$

și identificăm coeficienții acelorași puteri din membrii întîi ai ecuațiilor (10), (10'). Avem relațiile

$$a=2\alpha,$$
$$b=\alpha^2+\alpha+2\beta,$$
$$c=\alpha(\alpha+2\beta),$$
$$d=\beta(\alpha+\beta+1).$$

Din prima și a doua ecuație scoatem:

$$\alpha = \frac{a}{2}, \quad \beta = \frac{4b - a^2 - 2a}{8}, \tag{11}$$

iar ultimele două ne dau condițiile

$$c = \frac{4ab - a^3}{8}, \quad d = \frac{a^4 - 12a^2 - 8a^2b - 16a + 16b^2 + 32b}{64}. \tag{12}$$

Ecuația (9), cu valorile lui α și β date de (11), devine

$$x^2 + \frac{a}{2}x + \frac{4b - a^2 - 2a}{8} = 0. \tag{9'}$$

Ecuația de gradul IV, (10'), cu c și d determinați de (12) este deci iterata ecuației de gradul II (9').

Ecuațiile de tipul (10'), cu condițiile (12), formează deci, o clasă de ecuații de gradul IV, ecuații iterate ale căror rădăcini sînt rădăcinile ecuațiilor rezolvante

$$x^2 + \frac{a}{2}x + \frac{4b - a^2 - 2a}{8} = x_i, \quad (i = 1,2), \tag{9''}$$

unde x_1, x_2 sînt rădăcinile ecuației (9').

Exemplu. Ecuația

$$x^4 - 2x^3 - 4x^2 + 5x + 4 = 0 \tag{13}$$

are $a=-2$ și $b=-4$. Coeficienții $c=5$, $d=4$ verifică condițiile (12) deci (13) este iterata ecuației de gradul al doilea

$$x^2 - x - 2 = 0, \tag{13'}$$

deoarece (11) ne dau: $\alpha=-1$, $\beta=-2$. Rădăcinile ecuației (13') fiind $x_1=-1$, $x_2=2$, rădăcinile ecuației (13) sînt date de ecuațiile rezolvante

$$x^2 - x - 2 = -1, \quad x^2 - x - 2 = 2,$$

adică:

$$x'_{1,2} = \frac{1}{2}(1 \pm \sqrt{5}) \text{ și } x'_{3,4} = \frac{1}{2}(1 \pm \sqrt{17}).$$

7. Se pot construi și alte clase de ecuații de grade mai mari, care se pot rezolva pe aceeași cale. De pildă, dacă x_i sînt rădăcinile ecuației $f(x)=0$, iar x_j rădăcinile ecuației $f(x)=x_i$ atunci rădăcinile ecuației

$$f\{f[u(x)]\} = 0 \tag{14}$$

sînt date de ecuațiile rezolvante

$$u(x) = x_j.$$

Ecuațiile de tipul (14) pot fi deci rezolvate, dacă se pot rezolva ecuațiile de tipul $f(x)=a$ și $u(x)=b$, unde a și b sînt constante care pot fi și nule.

Dacă $f(x)$ și $u(x)$, sînt de exemplu, polinoame de gradul al doilea, ecuația (14) este de gradul opt. Procedînd ca la punctul precedent și identificînd coeficienții acelorași puteri ale lui x, din ecuația generală de gradul opt și din ecuația (14), se determină condițiile care definesc clasa respectivă de ecuații. Sau, dacă $f(x)=0$ și $u(x)=0$ sînt ecuații binome, respectiv de gradul n și m, se obține o clasă de ecuații de gradul mn^2, în general complete, care se rezolvă numai prin intermediul unor ecuații binome.

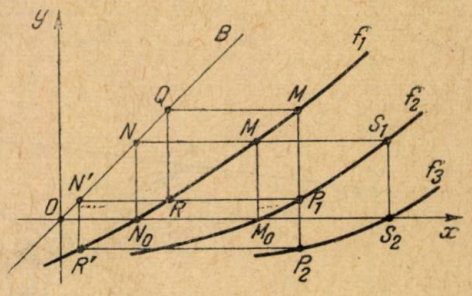


Fig. 1.

8. Notăm, în general, iterata de ordinul n a funcției $f(x)=f_1(x)$, cu

$$f_n(x) = f[f_{n-1}(x)].$$

Punctul P_2, de pildă, de pe iterata f_3 (fig. 1), se obține din P_1 de pe f_2, prin reflexia dreptunghică, față de bisectoarea axelor: P_1N' și Ox, sînt paralele etc. și la fel pentru punctele de pe celelalte iterate de ordin superior.

Dacă x_i sînt rădăcinile reale ale ecuației (1'), am văzut că rădăcinile ecuației $f_2(x)=0$ sînt date de ecuațiile rezolvante $f(x)=x_i$ Deoarece $f_3(x)=f[f_2(x)]$, urmează că rădăcinile ecuației $f_3(x)=0$ sînt date de ecuațiile rezolvante $f_2(x)=x_i$. În general, rădăcinile ecuației

$$f_n(x) = 0$$

sînt date de ecuațiile rezolvante

$$f_{n-1}(x) = x_i.$$

Este ușor de văzut că, dacă ecuația $f(x)=0$ are rădăcina $x=0$, toate rădăcinile ei sînt rădăcini ale ecuațiilor iterate de orice ordin. În aceeași ipoteză, se poate arăta că toate rădăcinile unei ecuații iterate de un ordin oarecare sînt rădăcini ale ecuațiilor iterate de ordin superior ei.

De asemenea, dacă ecuația $f(x)=0$ are numai rădăcina reală $x=0$, toate ecuațiile iterate admit numai rădăcina reală $x=0$.

NOTA MATEMATICĂ

ASUPRA PROBLEMEI 5140

Vom face în primul rînd, generalizarea acestei probleme, iar apoi cîteva deducții.

Se dau cercurile O și O' de raze r și r' și un punct A în planul lor. Dreptele AO și AO' taie o tangentă comună interioară în M și N, iar o tangentă exterioară în P, respectiv Q. Fie R și S respectiv, centrele de omotetie directă și inversă ale celor două cercuri. Să se demonstreze că dreptele ON și $O'M$ concură pe AR, iar dreptele OQ și $O'P$ pe AS.

Soluție. Pentru simplificare analizăm cele două cazuri separat.

I) Punctele M,N,S aflîndu-se pe aceeași dreaptă, conform reciprocii teoremei lui Menelaus avem relația

$$\frac{MA}{MO}\cdot\frac{SO}{SO'}\cdot\frac{NO'}{NA}=1 \tag{1}$$

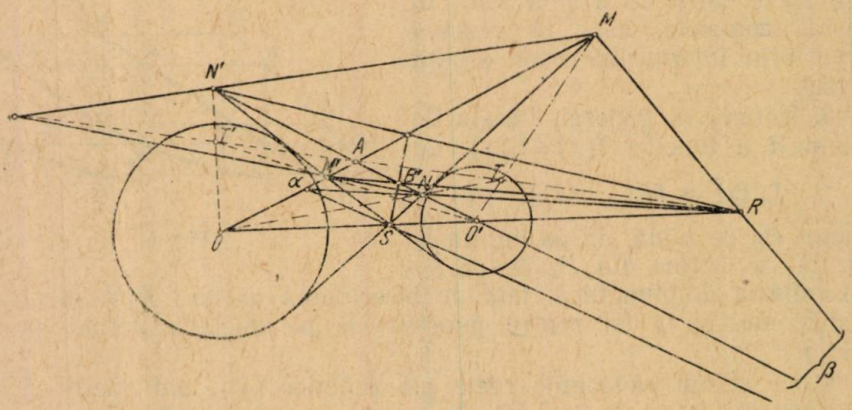


Fig. 1.

Dar punctele O,S,O',R formează o diviziune armonică pentru că se știe că:

$$\frac{SO}{SO'}=-\frac{RO}{RO'}=-\frac{r}{r'} \tag{2}$$

Ținînd seama de această relație, relația (1) devine:

$$\frac{MA}{MO}\cdot\frac{RO}{RO'}\cdot\frac{NO'}{NA}=-1 \tag{3}$$

și deci, conform teoremei lui Ceva dreptele ON, $O'M$ și AR sînt concurente. (Aceste ceviene sînt duse prin vîrfurile triunghiului $OO'A$).

La aceeași concluzie ajungem și dacă demonstrăm că punctul $T\equiv(ON, O'M)$ se găsește pe dreapta AR.

Într-adevăr, cevienele MS, OT și $O'A$ fiind concurente, ne dau, conform reciprocei teoremei lui Ceva, relația:

$$\frac{AM}{AO}\cdot\frac{SO}{SO'}\cdot\frac{TO'}{TM}=-1 \tag{4}$$

care, ținînd seama de (2), devine:

$$\frac{AM}{AO}\cdot\frac{RO}{RO'}\cdot\frac{TO'}{TM}=1 \tag{5}$$

ceea ce ne arată, conform teoremei lui Menelaus, că punctele A, T și R sînt colineare.

Dacă considerăm cealaltă tangentă interioară demonstrăm analog, că dreptele ON', $O'M'$ și AR sînt concurente.

II) Demonstrația concurenței dreptelor OQ, $O'P$ și AS (fig. 2) se poate face analog cu cea de mai sus. Iată o altă demonstrație:

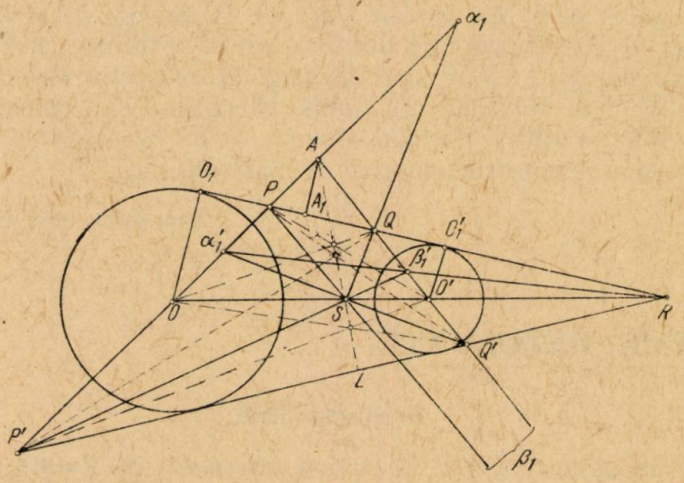


Fig. 2.

Fie O_1, A_1, O_1' proiecțiile punctelor O, A și O' pe tangenta comună exterioară. Din asemănarea triunghiurilor OO_1P și AA_1P; $O'O_1'Q$ și AA_1Q avem relațiile:

$$\frac{PA}{PO}=\frac{AA_1}{OO_1}=\frac{AA_1}{r} \quad (6) \quad \text{și} \quad \frac{QO'}{QA}=\frac{O'O_1'}{AA_1}=\frac{r'}{AA_1} \quad (7)$$

Ținînd seama de relațiile (2), (6) și (7) avem:

$$\frac{PA}{PO}\cdot\frac{SO}{SO'}\cdot\frac{QO'}{QA}=\frac{AA_1}{r}\cdot\left(-\frac{r}{r'}\right)\cdot\frac{r'}{AA_1}=-1$$

ceea ce dovedește, conform teoremei lui Ceva, că dreptele AS, OQ, $O'P$ trec prin același punct.

Considerînd cealaltă tangentă exterioară, demonstrăm analog cu cazul I), ținînd seama că punctele P', L, Q' și R formează o diviziune armonică, concurența dreptelor OQ', $O'P'$ și AS.

Observație. În cazul cînd cele două cercuri sînt tangente exterior, punctul S se confundă cu punctul de tangență și se obține problema 5140 din G.M.F.-B., 2/1962.

Din studiul atent al figurilor se pot deduce cîteva proprietăți:

a) Punctele $\alpha\equiv(AO,\ NR)$, $\beta\equiv(AO'\ MR)$ și S, din fig. 1 și punctele $\alpha_1\equiv(AO;\ QS)$, $\beta_1\equiv(AO',\ PS)$ și R din fig. 2 sînt colineare fiind intersecțiile laturilor omologe ale triunghiurilor omologice AOO' și RNM (fig. 1), respectiv ale triunghiurilor omologice AOO' și SQP din fig. 2.

Aceste triunghiuri sînt omologice pentru că au vîrfurile omologe situate pe trei drepte concurente.

b) Punctele $\alpha' \equiv (AO, N'R)$, $\beta' \equiv (AO', M'R)$ și S din fig. 1 și punctele $\alpha'_1 \equiv (AO, Q'S)$, $\beta_1' \equiv (AO', P'S)$ și R din fig. 2 sînt colineare, triunghiurile AOO' și $RN'M'$, respectiv AOO' și $SQ'P'$ fiind omologice.

c) Dreptele MN', NM' și AR (fig. 1) și analog, dreptele PQ', QP' și AS (fig. 2) sînt concurente deoarece unesc vîrfurile omologe ale triunghiurilor omologice $RN'M'$ și AMN (fig. 1), respectiv ale triunghiurilor omologice $SQ'P'$ și APQ (fig. 2). Aceste triunghiuri sînt omologice pentru că intersecțiile laturilor omologe sînt α', β' și S, respectiv α_1', β_1' și R, despre care am demonstrat anterior că sînt colineare.

Iora Boris, elev, Babadag

PROBLEME REZOLVATE

Problema 5246

Se dă un circuit serie V de curent alternativ cu $R=4\Omega$, $C=100\ \mu F$, $U=220\ V$ și $\nu=Hz$. Să se determine curentul I care circulă prin circuit și puterea consumată.

(Olimpiada locală, 1961)

Soluție dată de *Elisabeta Libitei*, Baia Mare. $I=\frac{U}{Z}$ conform legii lui *Ohm* aplicată la un circuit cu R și C.

$Z=\sqrt{R+\frac{1}{\omega^2 C^2}}$ în cazul cînd R și C sînt legate în serie.

$Z=\sqrt{16+\left(\frac{1}{2\cdot 3{,}14\cdot 50\cdot 10^{-4}}\right)^2}$, deoarece transformăm C în sistemul *MKSA*:

$$C=100\cdot 10^{-6}\,F=10^{-4}\,F$$

iar $\omega=2\pi\nu=2\cdot 3{,}14\cdot 50\ \text{rad/s}=314\ \text{rad/s}$.

$$Z\approx 32\,\Omega$$

$$I=\frac{U}{Z}=\frac{220\,V}{32\,\Omega}=6{,}9\,A$$

$$P=U\cdot I\cdot\cos\varphi\ ;\qquad \cos\varphi=\frac{R}{Z}=\frac{4}{32}=\frac{1}{8}$$

$$P=220\cdot 6{,}9\cdot\frac{1}{8}\approx 160\,W$$

Problema 5274

Să se determine valorile lui m, pentru care trinomul

$$(2m+5)x^2-2(m+1)x+1$$

are un maxim mai mare decît 5.

Petre Cernescu, Tîrgoviște

Soluție. Condiția necesară și suficientă pentru ca un trinom ax^2+bx+c să aibă un maxim este ca $a<0$, în care caz maximul are valoarea $\frac{4ac-b^2}{4a}$ De aceea pentru ca trinomul să aibă un maxim mai mare decît 5, m trebuie să satisfacă sistemul de inegalități:

$$\frac{4(2m+5)-4(m+1)^2}{4(2m+5)}>5.$$

Din prima condiție se obține $2m<-5$ sau $m<-\frac{5}{2}$. Din a doua:

$$\frac{2m+5-m^2-2m-1}{2m+5}-5>0;\quad \frac{-m^2-10m-21}{2m+5}>0.$$

Deoarece numitorul este negativ trebuie ca și numărătorul să fie negativ ca fracția să fie pozitivă: $-m^2-10\,m-21<0$; $m^2+10\,m+21>0$. Trinomul din membrul întîi are rădăcinile: $m_1=-7$, $m_2=-3$ și este pozitiv cînd m este în afara rădăcinilor, deci inecuația este satisfăcută cînd $m<-7$ sau cînd $m>-3$. Deoarece din prima inecuație (1) a rezultat că $m<-\frac{5}{2}$, și prin urmare $m<-7$ sau $-3<m<-\frac{5}{2}$.

Problema 5278

Să se arate că într-un triunghi oarecare:

$$\sum \frac{1}{1-\operatorname{tg}\frac{A}{2}\operatorname{tg}\frac{B}{2}}\geqslant\frac{9}{2}$$

$$\sum \operatorname{cosec} A\geqslant\frac{9}{4}\Pi\sec\frac{A}{2}$$

C. Ionescu-Țiu

Soluție dată de *Viorel Vodă,* elev București. Să considerăm inegalitatea algebrică:

$$(x+y+z)(xy+zx+yz)\geqslant 9xyz$$

(v. GMF-B 11/1957 în articolul aceluiași autor), sau:

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\geqslant\frac{9}{x+y+z}\qquad(1)$$

Dacă substituim $x = a = \frac{r_a(r_b + r_c)}{p}$ etc. și ținem seama că

$$p = \frac{r_a}{\operatorname{tg}\frac{A}{2}} = \frac{r_b}{\operatorname{tg}\frac{B}{2}} = \frac{r_c}{\operatorname{tg}\frac{C}{2}}, \text{ avem:}$$

$$\frac{\operatorname{ctg}\frac{A}{2}}{r_c + r_b} + \frac{\operatorname{ctg}\frac{B}{2}}{r_a + r_c} + \frac{\operatorname{ctg}\frac{C}{2}}{r_a + r_b} \geqslant \frac{9}{2}$$

care devine

$$\sum \frac{\operatorname{ctg}\frac{A}{2}}{\operatorname{tg}\frac{B}{2} + \operatorname{tg}\frac{C}{2}} \geqslant \frac{9}{2}$$

ce se transformă imediat în: $\sum \frac{1}{1 - \operatorname{tg}\frac{A}{2}\operatorname{tg}\frac{B}{2}} \geqslant \frac{9}{2}$

prin dezvoltarea lui $\operatorname{ctg}\frac{A}{2}$.

2) Relația se mai scrie:

$$\frac{1}{\sin A} + \frac{1}{\sin B} + \frac{1}{\sin C} \geqslant \frac{9}{4\cos\frac{A}{2}\cos\frac{B}{2}\cos\frac{C}{2}}$$

Într-adevăr, dacă în (1) efectuăm substituțiile $x = \sin A$, $y = \sin B$, $z = \sin C$ obținem:

$$\frac{1}{\sin A} + \frac{1}{\sin B} + \frac{1}{\sin C} \geqslant \frac{9}{\sin A + \sin B + \sin C}$$

ceea ce demonstrează inegalitatea, pentru că avem:

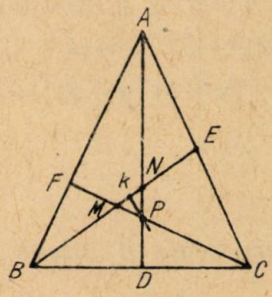
$$\sin A + \sin B + \sin C = 4\cos\frac{A}{2}\cos\frac{B}{2}\cos\frac{C}{2}$$

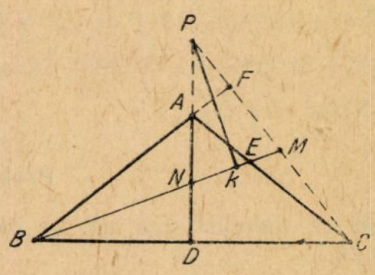
Problema 5317

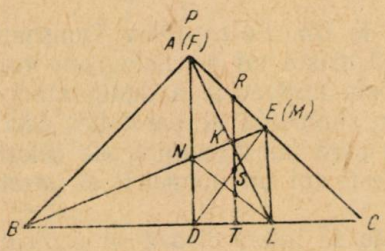
În triunghiul isoscel ABC (AB = AC) se duc: bisectoarea BE și înălțimea CF. Ele se întîlnesc în M, iar mediana AD le întîlnește în N, respectiv P.

a) *Să se arate că perpendiculara din P pe BE trece prin mijlocul K al lui MN (Se vor considera cazurile* $\sphericalangle A < 90°$ *și* $\sphericalangle A > 90°$*).*

b) *Se consideră și cazul* $\sphericalangle A = 90°$ *și să se arate că proprietatea se menține. Fie în acest caz, L punctul în care perpendiculara din P pe BE întîlnește latura BC. Să se arate că ML este paralelă cu AD. Tot în cazul*







$\sphericalangle A = 90°$, *fie R mijlocul lui AM, S mijlocul lui DM și T mijlocul lui DL. Să se arate că punctele R, K, S, T sînt în linie dreaptă.*

I. Grigore, Ploiești

Soluție. a) În adevăr, $\sphericalangle NMP = \sphericalangle FMB = 90° - \frac{B}{2}$ și $\sphericalangle MNP = 90° - \frac{B}{2}$. Deci perpendiculara din P pe BE este mediană în triunghiul MPN, deci trece prin mijlocul bazei MN.

b) $\sphericalangle A = 90°$. Înălțimea CF este latura CA. M coincide cu E, P cu $A(F)$. În triunghiul MNP se observă că $\sphericalangle M = \sphericalangle N = 90 - \frac{B}{2}$.

Triunghiul ABL este isoscel, căci BK, bisectoarea, este și înălțime (AK fiind perpendiculară pe BE). BK este deci și mediană în triunghiul ABL. Atunci patrulaterul $ANLM$ este un romb, încît ML este paralelă cu AD.

Patrulaterul $DLMA$ este trapez. K și S sînt mijloacele diagonalelor, iar R și T mijloacele laturilor neparalele.

Problema 5319

Să se arate că:

$$(x+2)^{n+2} + (x+3)^{2n+1} \text{ se divide prin } (x^2+5x+7)$$

C. Ionescu-Tiu

Soluție dată de *Constantin Gheorghe* elev C-lung Moldovenesc.

$$E=(x+2)^2\cdot(x+a)^n+(x+3)(x+3)^{2n}=(x^2+4x+4)(x+2)^n+$$
$$+(x+3)(x^2+6x+9)^n=[(x^2+5x+7)-(x+3)](x+2)^n+(x+3)[(x^2+$$
$$+5x+7)+(x+2)]^n=(x^2+5x+7)(x+2)^n-(x+3)(x+2)^n+$$
$$+(x+3)(x^2+5x+7)^n+\mathfrak{M}(x^2+5x+7)+(x+3)(x+2)^n=$$
$$=\mathfrak{M}(x^2+5x+7).$$

Problema 5320

Să se demonstreze că un paralelogram nu poate fi înscris într-o parabolă.

Emil Morțun

Soluția I-a, dată de *Gh. Lustig*, elev Timișoara.

Să presupunem că există un paralelogram înscris în parabolă.

Dreapta care unește mijloacele a două laturi opuse ale paralelogramului este evident un diametru al parabolei deci este paralelă cu axa.

La fel și dreapta care unește mijloacele celorlalte două laturi opuse ale paralelogramului este tot un diametru al parabolei deci este paralelă cu axa parabolei.

Aceste două drepte se intersectează în centrul paralelogramului, dar pe de altă parte sînt paralele cu o aceeași direcție deci sau nu au nici un punct comun sau coincid punct cu punct. Contradicția la care am ajuns demonstrează că nu există paralelograme înscrise într-o parabolă.

Soluția II-a. Se știe că într-o parabolă, mijloacele a două coarde neparalele se găsesc pe diametri diferiți, deci nu pot coincide.

Dacă ar exista un paralelogram înscris într-o parabolă, mijloacele diagonalelor ar trebui să coincidă, ceea ce contrazice afirmația precedentă. Rezultă valabilitatea proprietății din enunț.

S-au mai primit multe soluții însă mai lungi.

Problema 5359

Să se rezolve ecuația

$$9x^4+11x^3+20x^2+18x+9=0.$$

Eug. Șt. Iacob, Brașov

Soluție. Ecuația dată se mai poate pune sub forma:

$$9(x+1)^2+11x^2(x+1)+9x^4=0$$

$$9\cdot\left(\frac{x+1}{x^2}\right)^2+11\cdot\left(\frac{x+1}{x^2}\right)+9=0$$

care rezolvată în raport cu $\frac{x+1}{x^2}$ ne dă: $\frac{x+1}{x^2}=\frac{-11\pm i\sqrt{203}}{18}$,

De aici deducem:

$$(11 \mp i\sqrt{203})x^2 + 18x + 18 = 0, \text{ de unde}$$

$$x_{1,2} = \frac{-9 \pm \sqrt{81 - 4 \cdot 18 \cdot (11 \mp i\sqrt{203})}}{11 \mp i\sqrt{203}}$$

Problema 5372

Să se rezolve sistemul:

$$x^2 + my + mz = yz + 2mx$$

$$y^2 + mz + mx = zx + 2my$$

$$z^2 + mx + my = xy + 2mz.$$

Gh. Buicliu

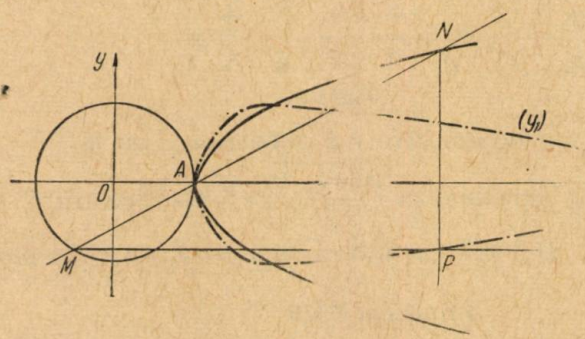
Soluție dată de *Gh. Lusztig*, elev Timișoara. — Este evident că $x = y = z = k$ (arbitrar) verifică sistemul, căci:

$$k^2 + 2mk = k^2 + 2mk.$$

Să arătăm că nu există alte soluții reale afară de acestea. Dacă adunăm membru cu membru ecuațiile sistemului și făcînd reducerile, obținem $x^2+y^2+z^2=xy+yz+xz$, ceea ce are loc numai pentru $x=y=z$.

Problema 5375

Se consideră cercul $x^2+y^2-1=0$ și parabola $y^2=x-1$; tangentă în $A(1,0)$. O dreaptă variabilă ce trece prin A taie cercul în M și parabola



în N. Paralela din M la axa parabolei și perpendiculara din N pe aceeași axă se întîlnesc într-un punct P. Să se determine și să se construiască grafic locul geometric al acestui punct.

C. Săndulache, Bacău

Soluție. — Ecuația dreptei prin A este de forma $y = \alpha(x-1)$. Intersectînd-o cu cercul și cu parabola obținem:

$$M\left(\frac{\alpha^2-1}{\alpha^2+1}, \frac{-2\alpha}{\alpha^2+1}\right) \text{ și } N\left(\frac{\alpha^2+1}{\alpha^2}, \frac{1}{\alpha}\right)$$

Ecuațiile punctului P sînt: $x = \frac{\alpha^2+1}{\alpha^2}$ și $y = \frac{-2\alpha}{\alpha^2+1}$.

Pentru a elimina pe α, observăm mai întîi că $xy = -\frac{2}{\alpha}$, deci $\alpha = -\frac{2}{xy}$. Înlocuind această valoare în una din ecuațiile lui P, de exemplu în prima, după ce am scris sub forma $\alpha^2 x = \alpha^2 + 1$, obținem:

$$\frac{4x}{x^2y^2} = \frac{4}{x^2y^2} + 1$$

de unde deducem:

$$y^2 = \frac{4(x-1)}{x^2}$$

egalitate ce are sens numai dacă $x \geqslant 1$. Vom avea: $y = \pm\frac{2\sqrt{x-1}}{x}$. *Curba* are două ramuri simetrice față de OX:

$$y_1 = \frac{2\sqrt{x-1}}{x} \text{ și } y_2 = -\frac{2\sqrt{x-1}}{x}.$$

În primul caz derivata este $y_1' = \frac{-x+2}{x^2\sqrt{x-1}}$, care se anulează pentru $x=2$.

Se obține următorul tabel de variație:

x	1		2		∞
y_1'	∞	$-$ $-$	0	$+$ $+$	
y_1	0	$\nearrow$	1 Maxim	$\searrow$ $\searrow$	0

Graficul este cel din figură, care s-a completat și cu y_2.

Observație. — Se constată că $\frac{2\sqrt{x-1}}{x} > \sqrt{x-1}$ pentru $1 < x < 2$, deci în intervalul $(1\,;\,2)$ locul geometric înconjoară parabola dată.

Problema 5376

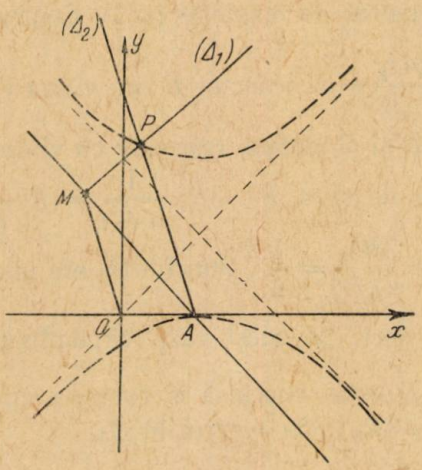
Dreapta (Δ) de ecuație $x+y-1=0$ taie axa Ox în A. Fie M un punct variabil pe această dreaptă (Δ). Din M se duce dreapta (Δ_1) perpendiculară pe (Δ), iar din A se duce dreapta (Δ_2) paralelă cu OM. Se cere locul geometric al intersecției dreptelor (Δ_1) și (Δ_2).

C. Săndulache, Bacău

Soluție. — Avem: $A\ (1,0)$ și $M\ (\alpha,\ 1-\alpha)$. Coeficientul unghiular al dreptei OM este $m=\frac{1-\alpha}{\alpha}$. Ecuațiile locului sînt (Δ_1): $y-1+\alpha=x-\alpha$;

(Δ_2): $y=\frac{1-\alpha}{\alpha}(x-1)$.

Pentru a elimina pe α aducem ecuația (Δ_2) la forma $\alpha(x+y-1)=x-1$ și pe (Δ_1) la forma $x-y+1=2\alpha$.



Înmulțind aceste ecuații obținem:

$$(x-y+1)(x+y-1)=2(x-1);$$

$$x^2-y^2+2y-1=2x-2.\quad x^2-y^2-2x+2y+1=0$$

sau: $(x-1)^2-(y-1)^2+1=0$

Locul căutat este o iperbolă echilateră, cu vîrful în $(1,1)$.

Problema 5378

Fie punctele A, B, C pe un cerc și punctul D pe AB, iar E pe CD, astfel ca $AD=mDB$ și $DE=nEC$, unde m și n sînt numere pozitive constante. Dacă A este fix, iar B și C sînt mobile, respectiv cu vitezele $\overline{v}_B$ și $\overline{v}_C$, să se găsească locul geometric, viteza și condițiile imobilității punctului E.

Tudor Zamfirescu, student, București

Soluție. — Dacă A este fix, iar B mobil cu viteza $\overline{v}_B$ pe cercul dat O, punctul D descrie un cerc O_1 de rază $R_1=R\frac{m}{m+1}$ (unde R e raza cercului O) direct omotetic cu cercul O, avînd raportul de omotetie $\frac{m}{m+1}$ și centrul de omotetie în A. Centrul O al cercului se află pe raza AO, astfel că

$\frac{AO_1}{O_1O} = m$. Cercul O_1 este tangent la cercul O în A, deoarece centrul de omotetie A se află pe ambele cercuri. Punctul D are viteza $\bar{v}_D = \bar{v}_B \frac{m}{m+1}$

Dacă A și B sînt fixe, iar C e mobil cu viteza $\bar{v}_C$, punctul E descrie un cerc O_2 de rază $R_2 = R\frac{n}{n+1}$, direct omotetic cu cercul O, avînd raportul de omotetie $\frac{n}{n+1}$ și centrul de omotetie în D. Centrul O_2 al cercului se află pe DO astfel că $\frac{DO_2}{O_2O} = n$. Punctul E are viteza $\bar{v}'_E = \bar{v}_C \frac{n}{n+1}$.

Dacă A e fix, iar B și C mobile, respectiv cu vitezele $\bar{v}_B$ și $\bar{v}_C$, centrul O_2 descrie un cerc O_3 de rază $R_3 = R_1 \frac{1}{n+1} = R \frac{m}{(m+1)(n+1)}$, cu centrul pe OO_1, astfel ca $\frac{OO_3}{O_3O_1} = \frac{1}{n}$. Punctul O_2 are viteza $\bar{v}_{O_2} = \bar{v}_D \frac{1}{n+1} = \bar{v}_B \frac{m}{(m+1)(n+1)}$ deci, în acest caz, circumferința cercului O_2 pe care se află punctul E este cuprinsă în coroana circulară C de raze $R_4 = R_2 + R_3$ și $R_5 = |R_2 - R_3|$, cu centrul în O_3.

Înlocuind,

$$R_4 = R \cdot \frac{mn+m+n}{(m+1)(n+1)}; \quad R_5 = R \cdot \left| \frac{mn-m+n}{(m+1)(n+1)} \right|$$

În particular, $R_5 = 0$, adică coroana se reduce la un cerc dacă $n = \frac{m}{m+1}$. Aria coroanei C este:

$$\pi(R_4^2 - R_5^2) = \pi[(R_2+R_3)^2 - |R_2-R_3|^2] = 4\pi R_2 R_3 =$$

$$= 4\pi R^2 \frac{mn}{(m+1)(n+1)}$$

Viteza lui E este:

$$\bar{v}_E = \bar{v}'_E + \bar{v}_{O_2} = \bar{v}_C \frac{n}{n+1} + \bar{v}_B \frac{m}{(m+1)(n+1)}$$

adunarea efectuîndu-se vectorial. Deci, locul geometric cerut este suprafața coroanei C, iar viteza căutată este v_E.

Pentru ca E să nu fie mobil trebuie ca $\bar{v}_E = 0$, adică:

$$\bar{v}_C \frac{n}{n+1} + \bar{v}_B \frac{m}{(m+1)(n+1)} = 0$$

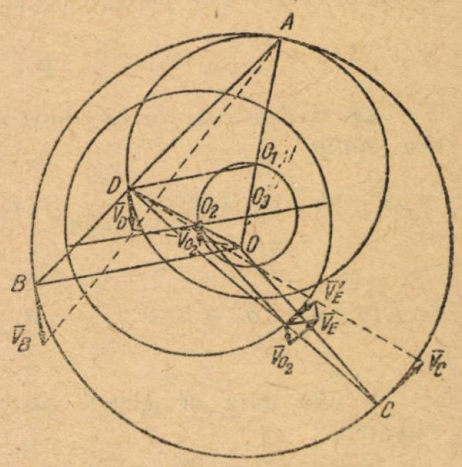
Soluția $\bar{v}_B = \bar{v}_C = 0$ nu poate fi acceptată căci B și C s-au presupus mobile. Deci, $\bar{v}_B \parallel \bar{v}_C$, adică punctele B și C rămîn mereu diametral opuse, deci chiar $\bar{v}_B = -\bar{v}_C$. Pe de altă parte și scalar, trebuie ca:

$$v_C \frac{n}{n+1} + v_B \frac{m}{(m+1)(n+1)} = 0$$

de unde:

$$v_B = -v_C \cdot \frac{n(m+1)}{m}.$$

Dar $v_B = -v_C$, de unde $n = \frac{m}{m+1}$.



Prin urmare, condiția ca E să rămînă nemișcat este ca B și C să varieze diametral opuse, iar $n = \frac{m}{m+1}$.

In acest caz, poziția punctului E o găsim aducînd pe B în A și pe C diametral opus cu A. Punctul D se va afla în A, iar E pe AC, astfel ca $AE = nEC$, adică pe raza AO, astfel ca

$$\frac{AE}{EO} = \frac{AE}{EC - \frac{AE+EC}{2}} = \frac{n}{1 - \frac{n+1}{2}} = \frac{2n}{1-n} = 2 \text{ m.}$$

Problema 5380

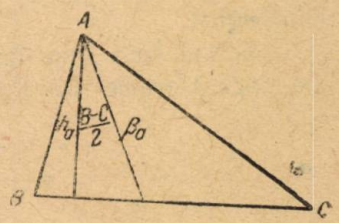
Fie h_a, h_b, h_c și $\beta_a, \beta_b, \beta_c$, înălțimile și bisectoarele unui triunghi ABC, duse respectiv din A, B, C. Să se arate că există relația:

$$\frac{h_a^2}{\beta_a^2} + \frac{h_b^2}{\beta_b^2} + \frac{h_c^2}{\beta_c^2} - 1 = 2\frac{h_a \cdot h_b \cdot h_c}{\beta_a \cdot \beta_b \cdot \beta_c}$$

Simon Petre, Tg. Mureș

Soluție. — Avem $\frac{h_a}{\beta_a} = \cos\frac{B-C}{2}$ și încă două relații analoge. Relația de demonstrat devine:

$$\cos^2\frac{B-C}{2} + \cos^2\frac{C-A}{2} + \cos^2\frac{A-B}{2} = 1 + 2\cos\frac{B-C}{2} \cdot \cos\frac{C-A}{2} \cdot \cos\frac{A-B}{2}.$$



Punem: $\frac{B-C}{2} = \alpha$, $\frac{C-A}{2} = \beta$, $\frac{A-B}{2} = \gamma$.

Avem de demonstrat identitatea:

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1 + 2\cos\alpha \cdot \cos\beta \cdot \cos\gamma$$

cu condiția $\alpha + \beta + \gamma = 0$, care este cunoscută.

Problema 839

Să se demonstreze că, dacă $a_1, a_2, \ldots, a_n$ *sînt numere reale, atunci din relația*

$$a_1^2 + a_2^2 + \ldots + a_n^2 = \frac{2}{n-1}(a_1a_2 + a_1a_3 + \ldots + a_1a_n + a_2a_3 + a_2a_4 + \ldots$$

$$\ldots + a_2a_n + \ldots + a_{n-1}a_n).$$

rezultă: $a_1 = a_2 = a_3 = \ldots = a_n$.

Rus A. Ioan, Cluj

Soluție dată de elevul *Szabó Sándor*, școala medie din Șimleul-Silvaniei.

Înmulțind egalitatea cu $(n-1)$, în membrul al doilea făcînd calculele, obținem:

$$(n-1)(a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + \ldots + a_n^2) = 2a_1a_2 + 2a_1a_3 + \ldots + 2a_1a_n +$$

$$+ 2a_2a_3 + 2a_2a_4 + \ldots + 2a_2a_n + 2a_3a_4 + \ldots + 2a_{n-1}a_n,$$

de unde:

$$(a_1 - a_2)^2 + (a_1 - a_3)^3 + \ldots + (a_1 - a_n)^2 + (a_2 - a_3)^2 + (a_2 - a_4)^2 + \ldots$$

$$\ldots + (a_2 - a_n)^2 + (a_3 - a_4)^2 + \ldots + (a_3 - a_n)^2 + \ldots + (a_{n-1} - a_n)^2 = 0.$$

Această egalitate are loc numai cînd fiecare termen aparte este egal cu zero.

Problema 840

Să se construiască un triunghi dreptunghic dacă este cunoscută raza cercului înscris și știm că laturile triunghiului formează o progresie aritmetică.

Kacsó Ferenc, Cluj

Soluția dată de elevul *Béress Antal*, școala medie „Filimon Sîrbu" din Sighet.

Notînd cu a una dintre catetele triunghiului și cu d rația progresiei, pe baza teoremei lui Pythagora putem scrie

$$(a + 2d)^2 = a^2 + (a + d)^2$$

sau

$$a^2 - 2ad - 3d^2 = 0, \qquad (1)$$

Deoarece raza cercului înscris în triunghi este

$$r = \frac{\text{aria triunghiului}}{\text{perimetrul triunghiului}},$$

$$r = \frac{\frac{a(a+d)}{2}}{\frac{3(a+d)}{2}} = \frac{a}{3},$$

de unde $a = 3r$.

Înlocuind această valoare a lui a în relația (1), obținem:

$$d^2 + 2rd - 3r^2 = 0,$$

de unde

$$d = r.$$

Deci laturile triunghiului căutat sînt: $3r$, $4r$ și $5r$.

Pe baza acestui rezultat construcția este evidentă.

Problema 841

Se dă progresia geometrică $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$.

1. *Să se calculeze suma*

$$S_n = \frac{1}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2}} + \frac{1}{\frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3}} + \ldots + \frac{1}{\frac{1}{a_{n-1}} + \frac{1}{a_n}}.$$

2. *Care este condiția ca* S_n *să aibă o limită finită cînd* $n \to \infty$? *Să se calculeze limita acestei sume. Care este relația între suma progresiei geometrice infinite și* $\lim_{n \to \infty} S_n$?

* * *

Soluție dată de elevul *Farkaș János*, școala medie din Miercurea-Ciuc.

1. Suma dată se scrie astfel:

$$S_n = \frac{1}{\frac{1}{a_1}\left(1 + \frac{1}{q}\right)} = \frac{1}{\frac{1}{a_2}\left(1 + \frac{1}{q}\right)} + \ldots + \frac{1}{\frac{1}{a_{n-1}}\left(1 + \frac{1}{q}\right)}$$

sau

$$S_n = \frac{1}{1+q}(a_1 + a_2 + \ldots + a_{n-1}) = \frac{q}{q+1} \cdot \frac{a_1(q^{n-1} - 1)}{q - 1} = \frac{a_1(q^n - q)}{q^2 - 1},$$

unde cu q am notat rația progresiei.

2. S_n se scrie în felul următor:

$$S_n = \frac{a_1 q^n}{q^2 - 1} - \frac{a_1 q}{q^2 - 1}.$$

Dacă $|q| < 1$, $\lim\limits_{n \to \infty} S_n = \frac{-a_1 q}{q^2 - 1} = \frac{a_2}{1 - q^2}$.

3. Relația căutată este

$$\lim_{n \to \infty} S_n = \frac{q}{q+1} S,$$

unde cu S am notat suma progresiei geometrice infinite date.

Problema 842

Cercurile cu centrele în O și O' se intersectează în punctele A și B. Dreapta OO' intersectează cercurile O și O' în punctul M, respectiv N, astfel că O și O' se află între M și N. Să construim o tangentă comună ST celor două cercuri și fie P punctul de intersecție a dreptelor MS și NT.

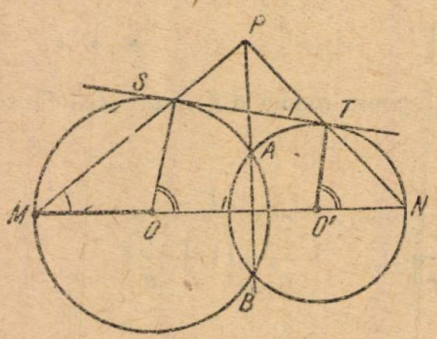
1. *Să se arate că punctele P, A și B sînt colineare*
2. *Să se demonstreze relația:*

$$PA \cdot PB \cdot MN = PM \cdot PN \cdot ST$$

Weszely Tiberiu, Tg. Mureș

Soluție dată de *Dályai Pál*, elev în clasa X-a a școlii medii „Bolyai Farkaș" Tr. Mureș.

Din asemănarea triunghiurilor PST și PMN, raportul laturilor omologe este $\frac{PS}{PN} = \frac{PT}{PM}$, de unde $PS \cdot PM = PN \cdot PT$, ceea ce înseamnă că puterile punctului P relative la cele două cercuri sînt egale, și prin urmare punctul P se află pe axul radical al celor două cercuri, adică pe dreapta AB.



Din asemănarea triunghiurilor avem:

$$\frac{ST}{MN} = \frac{PS}{PN} = \frac{PT}{PM}.$$ De aici

$$\frac{ST^2}{MN^2} = \frac{PS \cdot PT}{PN \cdot PM}$$ și de aici

$ST^2 \cdot PM \cdot PN = MN^2 \cdot PS \cdot PT$. După rezultatul anterior $PS \cdot PM = PA \cdot PB$.

Înmulțind membru cu membru cele două egalități și luînd în considerare că $ST \cdot PM = MN \cdot PT$, obținem

$$ST \cdot PM \cdot PN = MN \cdot PA \cdot PB.$$

Problema 843

Să se determine rădăcinile reale ale ecuației.

$$x^6 + x^4 - 2x^3 - 2x^2 + 2 = 0.$$

Rus A. Ioan, Cluj

Soluție dată de elevul *Zsigmond Gyula*, școala medie din Cristurul Secuiesc.

Ecuația dată se scrie

$$(x^3 - 1)^2 + (x^2 - 1)^2 = 0.$$

Suma din membrul întîi este egală cu zero numai dacă ambi membri sînt nuli. Deci rădăcinile ecuației sînt rădăcinile comune ale sistemului

$$(x^3 - 1)^2 = 0 \quad \text{și}$$

$$(x^2 - 1)^2 = 0.$$

Soluția ecuației date este deci $x = 1$, care este o rădăcină dublă.

Problema 844

Se dă un tetraedru regulat de latură a, din care strunjim o sferă de volum maxim. Care este greutatea părților pierdute, dacă greutatea sferei este k kg?

Sallai István, Cluj

Soluția dată de elevul *Zsidó László*, școala medie nr. 5 „Unirea" din Brașov.

Sfera cu volum maxim care se poate strunji dintr-un tetraedru este sfera înscrisă. Să notăm cu r raza sferei înscrise.

Înălțimea tetraedrului este $h = a\sqrt{\frac{2}{3}}$, iar aria bazei este egală cu $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. Deci volumul tetraedrului

$$V = \frac{a^3}{6\sqrt{2}}.$$

Volumul tetraedrului $ABCD$ se mai poate obține și astfel:

$$V = \frac{rA_{BCD}}{3} + \frac{rA_{ACD}}{3} + \frac{rA_{ABC}}{3} + \frac{rA_{ABD}}{3} = \frac{4r}{3} A_{ABC} = \frac{a^2 r}{\sqrt{3}}.$$

Egalînd cele două valori ale volumului obținem:

$$\frac{a^3}{6\sqrt{2}} = \frac{a^2 r}{\sqrt{3}},$$

de unde

$$r = \frac{a}{2\sqrt{6}}.$$

Volumul sferei

$$K = \frac{4\pi}{3}\left(\frac{a}{2\sqrt{6}}\right)^3 = \frac{\pi a^3}{36\sqrt{6}}.$$

Volumul părților pierdute este

$$K_p = V - K = \frac{a^3\sqrt{2}\left(6 - \frac{\pi}{\sqrt{3}}\right)}{72}.$$

Problema 845

Să se determine domeniul de definiție al funcției

$$y = \arcsin\sqrt{\ln\frac{x-1}{x+1}}$$

și pe urmă să se calculeze derivata de ordinul întîi.

* * *

Soluția

Domeniul de definiție al funcției $\arcsin x$ este intervalul $[-1, +1]$ Deci trebuie să avem

$$\sqrt{\ln\frac{x-1}{x+1}} \leqslant 1;$$

această inegalitate este echivalentă cu $0 \leqslant \ln\frac{x-1}{x+1} \leqslant 1$. Deoarece funcția logaritmică este o funcție crescătoare, ultimele inegalități sînt echivalente cu următoarele

$$1 \leqslant \frac{x-1}{x+1} \leqslant e.$$

Soluția primei inegalități este $x \leqslant -1$, iar celei de a doua $x \geqslant \frac{1+e}{1-e}$.

Deci domeniul de definiție al funcției date este $\left(\frac{1+e}{1-e}, -1\right)$.

Derivata funcției este

$$y' = \frac{\left(\sqrt{\ln\frac{x-1}{x+1}}\right)'}{\sqrt{1-\ln\frac{x-1}{x+1}}} = \frac{\frac{\left(\ln\frac{x-1}{x+1}\right)'}{2\sqrt{\ln\frac{x-1}{x+1}}}}{\sqrt{1-\ln\frac{x-1}{x+1}}} = \frac{1}{\sqrt{1-\ln\frac{x-1}{x+1}}} \cdot$$

$$\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{\ln\frac{x-1}{x+1}}}\cdot\frac{1}{\frac{x-1}{x+1}}\cdot\frac{2}{(x+1)^2} = \frac{1}{\sqrt{\ln\frac{x-1}{x+1}\left(1-\ln\frac{x-1}{x+1}\right)}}\cdot\frac{1}{(x-1)^2}.$$

CHESTIUNI DE EXAMEN

Olimpiada de matematică 1963, etapa locală 10 februarie. Lucrare scrisă.

5713. a) Să se simplifice fracția

$$F(x, y) = \frac{x(x^2-1) - y(y^2-1) + xy(y-x)}{x(x^2+1) - y(y^2+1) + xy(y-x)}$$

b) Să se arate că în urma înlocuitorilor $x = \frac{k(1-z^2)}{1+z^2}$ și $y = \frac{2kz}{1+z^2}$ fracția simplificată nu depinde de z.

pentru cl. VIII-a de *Gh. Popescu*, Lugoj

5714. Se dă un unghi xOy și un punct M în interiorul său. Fie A și B simetricele punctului M față de axele Ox, respectiv Oy și fie C punctul obținut prin prelungirea segmentului MO în sensul de la M spre O, cu un segment $CO = OM$.

a) Presupunînd că $\sphericalangle xoM = \sphericalangle yoM$, să se arate că $AC > BC$.

b) Să se demonstreze că $\sphericalangle xOy = \sphericalangle ABC$.

c) Să se demonstreze că

$$\frac{AC+CB+BM+MA}{8} < OM < \frac{AC+CM+BM+MA}{4}$$

pentru cl. VIII de *Ilie Marinescu* și *Gh. Petrescu*, Pitești

5715. Un triunghi oarecare ABC are laturile $AB = 29$ cm, $AC = 21$ cm, iar latura BC se exprimă de asemenea printr-un număr întreg de centimetri. Cîte triunghiuri isoscele, cîte dreptunghice și cîte triunghiuri oarecare îndeplinesc această condiție?

pentru cl. VIII de *Ion Teodorescu*, Galați

5716. Se dă sistemul:

$$x + y - z = 1$$

$$3x^2 + y^2 - z^2 = 3$$

$$x(x - y + 1) + z = m + 1$$

a) Să se rezolve sistemul; b) Să se afle valoarea lui m pentru care soluția sistemului dat este formată din trei numere (x, y, z) în progresie aritmetică; c) Să se afle valorile lui m pentru care soluția sistemului dat este formată din trei numere (x, y, z) în progresie geometrică.

pentru cl. IX de *Augustin I. Matei*, Cluj

5717. Se consideră triunghiul dreptunghic ABC și din piciorul D al bisectoarei unghiului drept A se duce perpendiculara DE pe ipotenuza BC și paralela DF la dreapta BE; punctele E și F sînt pe AC. Se notează $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$.

a) Să se demonstreze că triunghiul BDE este isoscel; b) Să se demonstreaze că lungimile segmentelor FA, FD, FE sînt în progresie geometrică; c) Să se arate că $\frac{FC}{FA}=\frac{a^2}{2bc}$.

pentru cl. IX de *Gh. Bazacov*, Tr. Severin

5718 Dintr-un punct O pornesc semidreptele Ox, Oy, Oz perpendiculare două cîte două (triedru tridreptunghic). Luăm punctele fixe A și B respectiv pe Ox și Oy, iar C mobil pe Oz. Notăm cu G și H centrul de greutate și ortocentrul triunghiului ABC. Se cere: a) Să se arate că H este proiecția lui O pe planul ABC; b) Să se găsească locul geometric al punctelor G și H cînd C descrie semidreapta Oz.

pentru cl. X și An. II șc. padogogice de *C. Ivănescu*, Tîrgoviște

5719. Să se stabilească inegalitatea:

$$\frac{1}{1!}+\frac{1}{2!}+\frac{1}{3!}+\ldots+\frac{1}{n!}<\frac{2n-1}{n};\ (n>3)$$

a) cu ajutorul inducției matematice; b) în mod direct.

pentru cl. X de *C. Vasilescu*, Ploiești

5720. Presupunînd că x_1, x_2, x_3, ... x_n sînt niște arce oarecare și $x_i\neq k\frac{\pi}{4}$, unde k este întreg, să se calculeze suma:

$$S=\left(\frac{1}{1+\operatorname{tg}x_1}+\frac{1}{1+\operatorname{tg}x_2}+\ldots+\frac{1}{1+\operatorname{tg}x_n}\right)+$$
$$+\left(\frac{1}{1-\operatorname{tg}x_1}+\frac{1}{1-\operatorname{tg}x_2}+\ldots+\frac{1}{1-\operatorname{tg}x_n}\right)+$$
$$+\left(\frac{1}{1+\operatorname{ctg}x_1}+\frac{1}{1+\operatorname{ctg}x_2}+\ldots+\frac{1}{1+\operatorname{ctg}x_n}\right)+$$
$$+\left(\frac{1}{1-\operatorname{ctg}x_1}+\frac{1}{1-\operatorname{ctg}x_2}+\ldots+\frac{1}{1-\operatorname{ctg}x_n}\right).$$

pentru cl. X și an. IV șc. pedagogice de *I. Apolzan*, Medgidia

5721. Fiind date funcțiile: $f(x)=ln\ (-2x^2-x+1)$ și $g(x)=-4x^3-x$, să se afle:

a) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)}{g(x)}$; b) domeniul maxim pe care poate fi definită funcția

$$F(x)=\sqrt{\frac{f(x)}{g(x)}}$$

pentru cl. XI de *Lecher Solomon*, Comănești Bacău

5722. Să se calculeze

$$f(x) = \lim_{n \to \infty} \frac{2x^n - 3}{x^n + 1}$$

pentru $x > 0$ și să se reprezinte grafic funcția $y = f(x)$.

pentru cl. XI de *Isai Savu*, Oradea

5723. Se dă un dreptunghi $ABCD$. Pe segmentul AB se ia un punct mobil M care se proiectează ortogonal pe diagoanele dreptunghiului în P și Q. a) Să se afle locul geometric al punctului N, mijlocul segmentului PQ; b) Să se arate că $MP + MQ =$ constant; c) Ce relație există între MP și MQ, asemănătoare cu cea dată la b), dacă M se află pe dreapta AB, în afara segmentului AB.

pentru cl. XI de *Miron Oprea*, Ploiești

5724. Într-un atelier se găsesc 4 bucăți formate din plumb, cupru, fier și zinc, avînd volume egale. Știind că toate la un loc cîntăresc 282 kg, iar plumbul este de 11,34 ori mai greu decît apa, cuprul de 8, 92 ori, fierul de 7,85 ori și zincul de 7,14 ori, să se afle:

a) greutatea fiecărei bucăți în parte; b) cîte procente reprezintă greutatea plumbului din cea a zincului?

pentru an. I șc. profes. de *Gh. Achiței*, Deva

5725. Un cadru metalic are forma de trapez isoscel și este consolidat prin 3 bare de legătură aflate la distanțe egale între ele și față de cele 2 baze. Se știe că baza mare are 3 m, baza mică 1,4 m, iar laturile neparalele ale trapezului cîte 1,7 m.

a) Să se calculeze înălțimea trapezului; b) să se calculeze lungimile barelor de legătură.

pentru Grupul școlar auto București, an. I șc. Profesionale

5726. Într-o întreprindere două brigăzi lucrează fiecare cîte un număr de piese. Dacă prima brigadă ar lucra 10% din piese și a doua brigadă 25% din piese, ar da împreună 20 piese; dacă prima brigadă ar lucra 20% din piese și a doua 10% din piese, atunci prima brigadă ar da 10 piese mai mult decît a doua. Să se afle cîte piese a lucrat fiecare brigadă.

pentru *Anul II școli profesionale*

5727. a) Să se simplifice expresia:

$$E = \frac{(2\sqrt{a} - 3\sqrt[3]{a^2})^2 - (3\sqrt{a} + 2\sqrt[3]{a^2})^2}{5 + 24\sqrt[6]{a} - 5\sqrt[3]{a}}$$

b) Să se descompună numitorul în factori.

pentru *Anul II școli profesionale*

5728. Unei sfere de rază R i se circumscrie un con echilater şi un cilindru. Să se arate că aria totală a cilindrului este egală cu aria laterală a conului şi că volumul cilindrului este 2/3 din volumul conului.

pentru *Anul II şcoli profesioanle*

5729. Să se afle valorile expresiilor:

$$\frac{a^2(b+c)}{a-x}\ ;\ \frac{b^2(c+a)}{b-x}\ ;\ \frac{c^2(a+b)}{c-x}$$

pentru $x = \dfrac{abc}{ab+bc+ca}$.

pentru *Anul I şcoli tehnice de maiştri*.

5730. Să se afle valoarea expresiei

$$E=(ay+bx)\ (bz+cy)\ (cx+az)$$

pentru:

$$x=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}\ ;\ y=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}\ ;\ z=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$$

pentru *Anul I şcoli tehnice de maiştri*

5731. Să se arate că:

a) $$\frac{1}{1+\sin a-\cos a}+\frac{1}{1-\sin a+\cos a}=\frac{1}{\sin a\cos a}$$

b) $$\frac{\operatorname{tg} x}{2-\dfrac{1}{\cos^2 x}}+\frac{\operatorname{ctg} x}{2-\dfrac{1}{\sin^2 x}}=0$$

pentru an. I şc. tehn. maiştri de *C. Ionescu-Ţiu*

5732. Un mecanism este format din două rame patrate neegale *ABCD* şi *AEFG*, notate în sens direct, ce se pot roti în jurul punctului *A* şi două vergele *BE* şi *GD* articulate în *B* şi *D*, care trec prin nişte inele în *E* şi *G*. Să se demonstreze că:

a) Ori care ar fi poziţiile ramelor, distanţele *BE* şi *GD* sînt egale; b) Vergelele *BE* şi *GD* sînt perpendiculare oricare ar fi poziţia ramelor; c) Dacă *M* este punctul de intersecţie al dreptelor *BE* şi *GD*, atunci *AM* este secanta comună cercurilor circumscrise celor două patrate; d) Dacă laturile ramelor sînt respectiv de 40 cm şi 30 cm şi unghiul $BAG = 30°$, să se calculeze distanţele *BE* şi *DG*.

pentru an I şc. tehn. maiştri de *Mircea Magiaru*, Timişoara

5733. Un soclu de marmură este format dintr-un paralelipiped dept-unghic, cu baza patrată, continuat cu un trunchi de piramidă a cărui bază mare este baza prismei, latura bazei mici este de 20 cm şi ale cărei feţe

laterale sînt înclinate cu 60° față de planul bazei. Latura bazei paralelipipedului este de 40 cm și înălțimea soclului de 1,573 m. Se cere: a) înălțimea trunchiului de piramidă; b) greutatea soclului, știind că greutatea specifică a marmorei este de 2 kg/dm³.

pentru an II șc. tehn. maiștri de *Mircea Magiaru*, Timișoara

5734. Se dă funcția $f(x)$ definită de $\frac{x^2+1}{2(x-1)}$.

a) Să se calculeze derivata funcției date și să se determine punctele de maxim și minim; b) Considerăm punctul A de abscisă $x=2$ al graficului funcției și tangenta în A la grafic. Această tangentă taie axa Ox în punctul B. Să se calculeze lungimea segmentului OB.

pentru *Anul II școli tehnice de maiștri*

5735. Care este forma generală a fracțiilor la care micșorînd numărătorul cu 27 sau mărind numitorul cu 12 se obține aceeași valoare?

pentru *anul III școli pedagogice din C.d.P.*

5736. Să se determine fracția care are următoarea proprietate: Se ia $1/2$ din fracția dată și se adaugă 1; se ia $1/3$ din suma obținută și se adaugă 1; se ia $1/4$ din suma astfel obținută, se adaugă 1 și se obține fracția de la care am plecat. Generalizare.

pentru *Anul III școli pedagogice*

5737. O fabrică de confecții a livrat stofă la patru unități cooperatiste, în valoare de lei 62 640 lei. Prima unitate a primit 0,1 (6) din întreaga cantitate și încă 10 m; a doua $1/5$ din rest și încă 8 m; a treia $1/4$ din noul rest și încă 3 m; iar a patra unitate a primit 0,(3) din ceea ce a mai rămas și ultimii 48 m. Cît costă metrul de stofă?

pentru *Anul IV școli pedagogice*

PROBLEME PROPUSE *)

5738. Un corp sferic de masă $m=\frac{1}{98}$ kg este suspendat de un fir cu lungimea $l=0{,}8$ m. Sarcina electrică a sferei este $q=-200$ st. C, iar la distanța $d=1{,}2$ m sub sferă se găsește o sarcină punctiformă $Q=+152.10^2$ st. C. Se scoate bila din poziția de echilibru la o amplitudine unghiulară $\alpha=60°$. Neglijînd dimensiunile bilei, să se determine: a) Forța care pune

* VIII (5742, 5744, 5753); IX (5745, 5749, 5750, 5756, 5757, 5759, 5764, 5766); X (5738, 5739, 5740, 5741, 5743,5746, 5748, 5752, 5755, 5758, 5760, 5761); XI (5747, 5751, 5754, 5762, 5763, 5765). Soluțiile se primesc pînă la 30 iulie 1963.

în mișcare bila ; b) forța care întinde firul ; c) viteza cu care bila va trece prin poziția de echilibru ; d) erorile relative comise, dacă în valorile de mai sus nu am ține seama de sarcina electrică a bilei.

Schwartz Ludovic, Oradea

5739. Trei bile identice de greutate 1296 dyne fiecare, încărcate cu cantități de electricitate egale sînt suspendate dintr-un același punct, cu trei fire de lungimi egale $l=20$ cm. Dacă la echilibru raza cercului care trece prin centrele bilelor este $R=10$ cm să se determine încărcarea lor.

* * *

5740. Să se arate că :

$(1+x)^{2m+n}-(1+x)^{m+n}-(1+x)^m+1$ se divide cu x^2 ;

$x^{2m+n}-x^{m+n}-x^m+1$ se divide cu $(1-x)^2$;

$(x-1)^{2m+n}-(x-1)^{m+n}-(x-1)^m+1$ se divide cu $(x-2)^2$.

m și n fiind numere întregi.

C. Ionescu-Țiu

5741. Să se rezolve ecuațiile :

$$\sin^2 x+\sin^2 2x+\ldots+\sin^2 nx=\frac{n+1}{2}$$

$$\cos x+\cos 2x+\ldots+\cos nx+1=0$$

$$\sqrt{\sec^2 x+2\operatorname{tg} x}+\sqrt{\sec^2 x-2\operatorname{tg} x}=2.$$

* * *

5742. O G.A.C. trebuie să expedieze 5362 sticle cu vin ambalate în lăzi, anume de 25 sticle și de 71 sticle. Cîte lăzi trebuie din fiecare categorie, astfel ca fiecare ladă să fie plină. Care este cel mai mic număr de lăzi ce pot fi expediate astfel ?

* * *

5743. Să se arate că :

$$\frac{\dfrac{1}{(1-\operatorname{tg}a)^4}-\dfrac{1}{(1+\operatorname{tg}a)^4}}{\dfrac{1}{(1-\operatorname{tg}a)^4}+\dfrac{1}{(1+\operatorname{tg}a)^4}}=\frac{4\cos^4 a+1}{4\sin a\cos a}.$$

C. I. T.

5744. Pe linia unui tramvai apare în față, la 10 m, un autocamion. Tramvaiul frînat brusc se oprește după 2 secunde. Unul dintre călători aflat în picioare este obligat să facă un pas de 1 m, pentru a se menține în echilibru. Să se calculeze viteza tramvaiului și dacă accidentul a putut fi evitat.

Călătorul are o greutate de 58,800 kgf, iar centrul său de greutate se află la înălțimea de 1,225 m; $g=9{,}8$ m/s^2.

* * *

5745. Să se rezolve următoarele 10 ecuații:

$$\frac{1}{1-x}\pm\frac{1}{1+x}=0;\quad \frac{1}{(1-x)^2}\pm\frac{1}{(1+x)^2}=0;\quad \frac{1}{(1-x)^3}\pm\frac{1}{(1+x)^3}=0;$$

$$\frac{1}{(1-x)^4}\pm\frac{1}{(1+x)^4}=0;\quad \frac{1}{(1-x)^6}-\frac{1}{(1+x)^6}=0;\quad \frac{1}{(1-x)^8}-\frac{1}{(1+x)^8}=0.$$

C. Ionescu-Țiu

5746. Să se arate că expresia

$E=(x+a)^{n+2}+(x+a+1)^{2n+1}$ se divide prin $x^2+(2a+1)x+a^2+a+1$. (Generalizarea problemei 5319).

* * *

5747. Un cerc oarecare taie laturile BC, CA, AB ale unui triunghi ABC, respectiv în A_1, A_2; B_1, B_2; C_1, C_2. Fie $A'\equiv(C_2A_1\,;\,B_1A_2)$, $B'\equiv(A_2B_1\,;\,C_1B_2)$ și $C'\equiv(B_2C_1\,;\,A_1C_2)$. Să se arate că AA', BB', CC' sînt concurente.

Octavian Bănică, elev, Cîmpulung Muscel

5748. Să se calculeze sumele:

$$S_1=\sin^2x+2^2\sin^2 2x+\ldots+m^2\sin^2 mx$$

$$S_2=\frac{2^2}{\cos^2 2x}+\frac{2^4}{\cos^2 2^2x}+\ldots+\frac{2^{2n}}{\cos^2 2^nx}.$$

* * *

5749. Într-un cerc O se ia o coardă oarecare AB și se prelungește cu un segment oarecare BC. Cercul de diametru AC este tăiat în E și F de mediatoarea segmentului BC. Notînd cu P piciorul mediatoarei și cu T_1 și T_2 (T_1 de aceeași parte cu E față de AC), punctul de tangență cu cercul O al tangentelor din P să se demonstreze că triunghiurile PT_1E și PT_2F sînt isoscele.

Cicerone Stănescu, an I electronică IPB

5750. Să se rezolve sistemul:

$$ax+b(x+y)+c(x+y+z)=abc$$
$$axy+b(xy+xz)+c(xy+xz+yz)=a+b+c$$
$$a^3b^3c^3xyz=(a+b+c)^3.$$

I. V. Gurămultă, student, Bacău

5751. Să se arate că:

$$\sum_{k=1}^{n} \cos^3 kx = \frac{3}{4}\sum_{p=1}^{n} \cos px + \frac{1}{4}\sum_{q=1}^{n} \cos 3qx$$

unde k, p, q sînt numere naturale.

I. Diaconescu, student, Bucureşti

5752. O geamandură este formată din două conuri echilatere fără baze şi sudate în jurul cercului de bază. Diametrul bazei $=2a$. Geamandura este ancorată de vîrful unui con cu o parîmă de sîrmă. Densitatea materialului este ρ. Grosimea pereţilor geamandurei şi raza parîmei este $k\,a$. La ce adîncime poate fi ancorată geamandura ca unul din conuri să rămînă afară din apă.

Aplicaţie: $a = 50$ cm, $\rho = 8$, $k = \frac{1}{100}$.

C. V. Costăchescu, Constanţa

5753. Să se afle valoarea fracţiei:

$$F(x) = \frac{(x^3 - a)^3 + (x - a^3)^3}{(x^2 + a)^3 - (x + a^2)^3}$$

pentru $x=a$. Caz particular: $a=2+\sqrt{2}$.

* * *

5754. Se dă tetraedrul oarecare $ABCD$. Pe muchiile AB şi CD se iau respectiv punctele E şi F care îndeplinesc condiţia ca $AE \cdot CF = BE \cdot DF$. Se cere locul geometric al unui punct M de pe EF, astfel ca $\frac{EM}{MF} = k$ (constant, pozitiv), iar E, F, M coliniare.

Lucian Bădescu, elev, Cîmpulung Muscel

5755. Dacă N este o sumă de n pătrate, atunci numărul $n \cdot N$ se poate pune sub forma unei sume de $C_n^2 + 1$ patrate.

Boris Iora, elev, Babadag

5756. Dacă M este un punct pe arcul AB al cercului circumscris pentagonului regulat $ABCDE$ atunci are loc relaţia

$$\frac{1}{DM} = \frac{1}{AM + BM} - \frac{1}{CM + EM}.$$

Ioan I. Cristea

5757. Să se demonstreze că $10^{243} + 1$ se divide prin 487^2.

Gh. Buicliu

5758. Să se arate că între elementele unui triunghi există inegalitatea

$$r_a\sqrt{r_a}+r_b\sqrt{r_b}+r_c\sqrt{r_c}\geqslant 3p\sqrt{r}$$

$$\sqrt{\frac{a}{r_a}}+\sqrt{\frac{b}{r_b}}+\sqrt{\frac{c}{r_c}}\leqslant\frac{3}{2}\sqrt{\frac{p}{r}}.$$

Ioan I. Cristea

5759. Să se rezolve ecuația

$$(x+a)\,(x-b)\,(x-c)\,(x-a-b-c)=d,$$

(În legătură cu problema 2363).

L. C. Pirșan

5760. Să se calculeze unghiurile unui triunghi ABC în care mediana AA' este împărțită în trei părți egale de cercul înscris triunghiului.

* * *

5761. Pentru care valori ale lui n expresia

$$E=1^n+2^n+3^n+\ldots+(2n)^n$$

se divide prin $2n+1$, n fiind număr natural.

V. Crișan, elev, Aiud

5762. Se dau două cercuri O, O' tangente exterior în T. Se construiește cercul de diametru OO' pe care se ia un punct mobil M. Dreptele MO și MO' taie cercurile O și O' respectiv, în A și B.

a) Să se arate că unghiul ATB rămîne constant; b) să se afle locul geometric al centrului cercului circumscris triunghiului ABT.

V. Băghină, Breaza

5763. Notînd cu S_m suma primelor m numere adică $S_m=1+2+3+\ldots$ $\ldots(n-1)+m$ să se arate că avem identitatea:

$$(m+4)(m+3)(m+2)(m+1)m=120\,[S_mS_1+S_{m-1}S_2+\ldots+S_2S_{m-1}+S_1S_m]$$

unde m este un număr întreg și pozitiv.

Theodor Gh. Cocea

5764. Laturile unui dreptunghi $MNPQ$ situat în interiorul unui cerc intersectează un cerc oarecare în punctele A,B,C,D,E,F,G,H. Să se demonstreze că patrulaterele $ACEG$ și $BDFH$ sînt echivalente. De asemenea patrulaterele $ABEF$ și $CDGH$ sînt echivalente.

I. I. Cristea

5765. Să se afle cu trei zecimale exacte, rădăcinile ecuației $x=10\log x$.

Claudiu Orșivski, profesor, Tecuci

5766. Se împarte latura BC a unui triunghi oarecare ABC în n părți egale și se notează punctele de diviziune cu $P_1, P_2, \ldots, P_{n-1}$. Prin punctele P_1 și P_{n-1}, se duc paralele la laturile opuse, pînă ce intersectează laturile alăturate în punctele R, respectiv S. Se cere raportul dintre aria triunghiului ABC și aria patrulaterului P_1, R, S, P_{n-1}.

Popa Eugen, elev, Iași

EXERCIȚII ȘI PROBLEME PROPUSE PENTRU CLASELE V–VIII*)

E : **1964.** Într-o singură zi au fost aduse de pe cîmp 200 care cu porumb. Porumbul a fost încărcat în saci de două mărimi. Magazinerul a înregistrat în total, 3143 saci. Știind că în care s-au pus cantități egale și într-un car încap 21 saci mici, iar un sac mic valorează $^2/_3$ dintr-un sac mare, să se afle cîți saci mici și cîți saci mari a înregistrat magazinerul.

I. Albescu, profesor, Făgăraș

E : **1965.** Fără a efectua produsele să se arate că

$$(a+b+1)(a+b)-2(b-1)(a+b+1)+b(b-1)=$$
$$=(a+c+1)(a+c)-2(c-1)(a+c+1)+c(c-1).$$

Atanasiu Ionel, profesor, Gugești

E : **1966.** Într-un triunghi dreptunghic în A, perpendiculara din B pe ipotenuza BC, întîlnește cateta AC în D, iar bisectoarea unghiului B întîlnește cateta AC în E. Se dă unghiul $BED=50°$. Să se demonstreze că triunghiul BDE este isoscel și că unghiul BDA este de 80°.

D. Mirzan

E : **1967.** Prin două robinete curgînd împreună, un bazin este umplut în 12 ore. După 8 ore de funcționare împreună, unul din ele a fost închis și i-au mai trebuit, celui rămas, să funcționeze 10 ore ca să umple bazinul. Să se afle timpul în care funcționînd singure, fiecare din robinete ar umple bazinul.

Tudor Căsăndroiu, București

E : **1968.** Programul P.C.U.S. prevede pentru R.S.F.S.R. ca suprafața însămînțată cu porumb pentru boabe să crească de la 2 400 000 ha la 7 000 000 ha, culturile legumelor de la 2 600 000 ha la 19 000 000 ha. Să se exprime în procente aceste creșteri.

D. M. Bătineț, student, București

* V (E : 1964, 1970, 1971) ; VI (E : 1967, 1968, 1973) ; VII (E : 1965, 1966, 1969, 1972, 1974, 1975). Se primesc soluții și de la elevii din clasa VIII, pînă la 30 iulie 1963.

E : **1969.** Să se rezolve ecuațiile :

$$\frac{1}{2x-1}+\frac{1}{2x+1}=\frac{1}{x}\ ;\quad \frac{1}{3x-1}+\frac{9}{3x+1}=2\left(\frac{1}{x}+\frac{2}{3x+2}\right).$$

C. Ionescu-Țiu

E : **1970.** Un biciclist pornește la ora 7 de acasă, mergînd cu aceeași viteză și fără întrerupere și ajunge la destinație la ora 9 și 45 minute, cu $^1/_4$ oră mai devreme de cît socotise. Știind că la ora 8 și 30 minute el trecuse de jumătatea drumului cu $1^1/_2$ km, să se afle :

a) viteza cu care și-a propus să meargă ; b) viteza cu care a mers ; c) lungimea drumului parcurs.

Ion Albescu, Făgăraș

E : **1971.** Un mobil străbate un drum astfel : 1/3 din drum cu viteza constantă de 36 km/h ; 1/4 din drum cu viteza constantă de 45 km/h, iar restul cu viteza de asemenea constantă de 18 km/h. Cu ce viteză constantă ar trebui să se deplaseze mobilul pe întreg drumul, ca să-l străbată în același interval de timp ?

Claudiu Orșivschi, Tecuci

E : **1972.** Să se arate că

$$\frac{x-y}{x+y+a}+\frac{y-z}{y+z+a}+\frac{z-x}{z+x+a}=$$
$$=\frac{y-x}{x+y+a}\cdot\frac{z-y}{y+z+a}\cdot\frac{x-z}{z+x+a}.$$

Ion I. Cristea

E : **1973.** Cea mai rapidă pasăre se poate deplasa cu o viteză de 3 ori mai mare decît viteza pe care o atinge un porumbel călător ; știind că un iepure atinge numai 65% din viteza porumbelului, iar suma vitezelor lor este $465\,\frac{km}{h}$, să se determine viteza fiecăruia în $\frac{m}{s}$.

* * *

E : **1974.** Laturile triunghiului ABC se împart în cîte trei părți egale. Primele puncte de diviziune de pe fiecare din cele trei laturi luate în același sens sînt vîrfurile triunghiului MNP. Să se arate că : a) laturile triunghiului MNP sînt respectiv paralele cu medianele (AA', BB', CC') triunghiului ABC ; b) laturile triunghiului ABC sînt respectiv paralele cu medianele (MM', NN', PP') triunghiului MNP ; c) punctul G de intersecție a medianelor este același pentru ambele triunghiuri ; d) picioarele medianelor triunghiului MNP sînt respectiv punctele în care laturile triunghiului MNP se întretaie cu laturile triunghiului care are ca vîrfuri picioarele medianelor triunghiului ABC ($A'B'C'$).

Victor Florescu, învățător, R.-Vîlcea

F : 1975. Să se arate că dacă $\frac{a}{m}+\frac{bc+np}{bp+cn}=0$, atunci avem : $\frac{b}{n}+\frac{ac+mp}{ap+cm}=0$ și $\frac{c}{p}+\frac{ab+mn}{an+bm}=0$.

I. M. Stancu, student, București

RUBRICA REZOLVITORILOR DE PROBLEME

Soluții bune primite pînă la 20.I.1963

GALAȚI.

Ș.m. 1 V. Alecsandri. Cl. XI. Cahane Mendi (5438, 41, 86, 98, 99, 506, 12, 17, 21, 33, 35—37). **Ș.m. 2.** Cl. VIII. Bodiu Mircea (E: 1894, 98, 901, 04, 07—14). Cl. IX. Băcanu Costică (5438, 63, 78, 79, 82, 86, 90, 93, 512, 13, 33, 36, 37), Constantin Gheorghe (5438, 63, 75, 76, 79, 86, 90, 501, 05, 13, 21, 36, 37), Constantinescu Elena (idem). Cl. XI. **Dodu Marin** (5438, 41, 51, 60, 61, 63, 66, 72, 73, 75—79, 82, 84, 86, 88, 90, 91, 93—97, 501, 05—10, 12, 13, 20, 23, 31—33, 35—37), Grigore Elena (5438, 78, 79, 82, 84, 86, 90, 501, 12, 21), **Iacobovici Sorin** (5436, 38, 39, 41, 46, 48, 51, 54—57, 61, 63, 75, 77—79, 82, 84, 86, 88, 90, 93—97, 501, 05, 07—09, 12, 21, 32, 33, 35—37). **Șm.. 3. Al. I. Cuza.** Cl. XI. Balman Alexandru (5438, 41, 46, 80, 82, 84, 86, 90, 98, 99, 506, 17, 21, 31, 33, 35—37), Palic Teodor (5305, 48, 52, 428, 39, 51, 57, 61, 63, 94, 96, 517, 21, 36, 37, 45, 65; 2 P), Rosner Sally (5441, 46—48, 79, 84, 99, 508, 17, 21, 31, 33, 35—37), Rosenthal Bonica (5456, 77, 82, 504, 08, 21, 32, 68, 84). **Ș.m. 5.** Cl. IX. Ciobotaru Ionel (5434, 46, 47, 52, 57, 61, 63, 66, 88, 91, 96, 506), Coblaș Angelina (5439, 47, 51, 57, 61, 63, 90, 91, 96, 536), Pană Ilenuța (E: 1895, 902, 05, 06); 5447, 63, 77, 506, 36), Susai Amalia (5434, 47, 52, 56, 57, 60, 61, 63, 82, 88, 90, 536). Cl. X. Bejan Stela (5434, 39, 46, 47, 52, 56, 57, 61, 63, 77, 94), Ghelț Elena (idem), Gherga Emilian (idem), Miridan Simion (idem), Moraru Nicolae (idem), Srăgușan Constantin (5437, 47, 56, 60, 61—63, 66, 77). Cl. XI. Halpern Brîndușa (5441, 47, 52, 54, 66, 75, 84, 88, 90, 94, 95). **Ș.m. 7.** Cl. VIII. Pascu Valeriu (E: 1890, 94, 95, 98, 99, 901, 04, 06—08, 11, 12, 14), Gogoașă Anton (idem), Diaconescu Nicolae (idem).

Com. BUJOR. Absolvent Bejan Mircea (5472—75, 77, 79, 80, 82, 84, 88, 90, 94, 96, 506).

GIURGIU. **Ș.m.** Cl. VIII. Tudor Iancu (E: 1899, 901, 07, 08, 10, 11, 14, 18, 19). Cl. IX. Ivanov Ilie (5438, 91, 506, 32, 35, 36, 44, 51, 53, 59, 60, 66), Rabîncă Nicolae (5438, 39, 52, 70, 82, 90, 91, 99, 535, 36; P).

GURABARZA (Hunedoara). Șc. prof. an III. Bruma Vasile (E: 1894—96, 99, 904—06, 11—14, 17; 5496).

HUEDIN. **Ș.m.** Cl. VIII. Sîrbu Dorin (E: 1859, 71, 74, 76, 79, 80, 93, 96, 906, 14), Voiculescu Emil (E: 1896, 98, 99, 902, 04—07, 13, 14, 20, 25). Cl. X. Listeș Vasile (5434, 39, 46, 56, 62, 63, 77, 84, 91, 94, 96, 97, 501).

HUNEDOARA. **Ș.m.** Cl. VIII. Constantinescu Dan (E: 1882, 85, 86, 88, 91—93, 65, 96, 99, 900, 01, 07, 10—14). Cl. X. Weil Eugenia (5484, 91, 94, 96, 99, 506, 35, 36, 51, 59, 66, 84). Cl. XI. Faur Mircea (5441, 46, 61, 63, 75, 84, 94, 506, 21, 32, 36, 37, 48), Hajos Ladislau (idem), Vaida Victor (idem), Weil Marius (5472, 84, 88, 89, 91, 94—96, 506, 21, 31—33, 35—37, 51, 59, 66, 84).

HUȘI. **Ș.m. M. Kogălniceanu.** Cl .XI. Chetraru Mihai (5439, 44, 46, 48, 55—57, 61, 63, 66, 70).

IAȘI. **Ș.m. 1 M. Sadoveanu.** Cl. VIII. Stănică Dumitru (E: 1884—86, 92, 94—96, 904, 05, 07, 09—11, 13, 14; 5496). Cl. X. Hîrtopeanu Ioana (5446, 47, 52, 54—57, 60, 61, 63, 84, 93, 94, 505). Cl. XI. Drăgan Gheorghe (5484, 86, 502, 21, 31, 37, 45, 46, 50, 52, 64, 66, 79), Haim Marcel (5503, 12, 41, 42, 44, 50—53, 58—61, 63, 66—68, 73, 84), Goldimberg Daniel (5434, 39—41, 46, 48, 56, 57, 61, 63, 66, 67, 70).

Ș.m. 2 M. Eminescu. Cl. V. Lazăr Lucian (E: 1899, 904, 07, 10, 12, 20, 21). Cl. VII. Iancu Iudith (E: 1899, 901, 04, 07, 10, 12, 13), Leizer Marica (E: 1884,

88, 96, 98, 101, 04). Cl. VIII. Magda Mărculescu (E: 1882, 90, 92, 94—96, 99, 904, 07, 08, 10, 11, 14; 5456, 96), Stamate Liliana (E: 1894—96, 98—900, 04, 11, 13, 14; 5496, 505). Cl. IX. Alexandru Dumitru (5491, 94—97, 99, 535, 36, 41, 51, 58, 59, 66, 67).

Ş.m. 3 C. Negruzzi. Cl. VI. Condurache Valeria (E: 1890, 94, 99, 901, 04, 07, 10, 12, 13). Cl. VII. **Popa Eugen** (E: 1894—96, 98, 99, 901—07, 09—14, 17—25; 5477, 81, 90, 530, 36, 52, 56, 60, 63, 66, P). Cl. VIII. Aizicovici Sergiu (E: 1894—96, 99, 902, 04—07, 10, 11, 14), Macovei Gheorghe (E: 1882, 90, 94, 99, 900, 04—07, 12). Cl. X. Ciobanu Lucian (5439, 46, 56, 57, 61, 66, 70, 82, 90, 91, 94, 507, 21, 33, 35—37), Eperjesy Gheorghe (idem). Cl. XI. Apetrei Mihai (5482, 90, 94, 505, 12, 21, 33, 36, 37, 60, 66, 68), Budişteanu Constantin (5482, 90, 94, 505, 12, 21, 33, 36, 37, 60), Carasevici Eugen (5446—48, 52, 55, 57, 61, 63, 83, 93, 501, 05), Condurache Dorin (5438, 39, 46, 48, 51, 55, 57, 61, 63, 73, 75, 95, 97), Mărculescu Dan (5434, 39, 41, 46—48, 52, 55—57, 61, 63, 75, 82, 83, 90, 93—95, 500, 07, 09).

Ş.m. 4. Cl. VI. Ailoaie Nicoleta (E: 1899, 904, 07, 10, 12, 13, 21), Banu Tudor (E: 1895, 904, 07, 10—13), Săveanu Sanda (E: 1894, 99, 904, 07, 10—13). Cl. VII. Banu Irina (E: 1895, 904, 07, 10—13), Şerban Elena (E: 1894—97, 99—921). Cl. VIII. Lozincă Doina (E: 1882—85, 90, 91, 93, 94, 900, 04, 06, 14; 5460), Şmilovici Silviu (E: 1884, 85, 90, 94, 95, 98, 99, 902, 04, 06, 07, 10, 11, 13, 14).

Ş.m. 6 V. Alecsandri. Cl. VIII. Eigher Aurica (E: 1890, 94—96, 99, 901, 04, 07, 08, 10, 13). Cl. X. Thirer Nonel (5434, 39, 46, 48, 54, 56, 57, 61, 63, 75, 82, 84, 91, 93—97, 505, 07, 08, 17, 21, 30—33, 35, 37). Cl. XI. Bradu Brînduşa (5439, 56, 61, 63, 66, 77, 83, 91, 94, 99, 506, 36, 37).

Ş.m. 7 Al. I. Cuza. Cl. IX. Teleanu Teodor (5477, 81, 91, 94, 95, 508, 17, 32, 35, 36, 59, 64, 67).

INEU. Lt. maj. Alexa Ion (5434, 46, 56, 61, 63, 73, 77, 78, 82, 90, 91, 96, 502, 03).

LIPOVA. Ş.m. Cl. XI. **Pătrugan Victor** (5434, 35, 38, 41, 44, 46—48, 54—57, 60, 61, 63, 66, 70, 73, 75, 78, 79, 82, 84, 86, 88, 90, 91, 94, 95, 97, 500, 07, 08, 12, 13, 15, 17, 20, 21, 23, 33, 35—37).

LUGAŞUL DE JOS (Crişana). Şc. elem. Cl. VII. Dejeu Florian (E: 1871, 773, 88, 90, 904, 07, 10, 13).

LUGOJ. Lt. maj. **Pupăzan Nicolae** (5473—75, 77, 79, 80, 82—84, 86—88, 90, 91, 94—97, 500, 01, 03, 07—09, 12, 13, 15, 17, 20, 21, 23, 26, 31—33, 36, 37, 42).

Şc. elem. nr. 2. Cl. VII. Radu Elisabeta (E: 1882, 84—86, 88, 90, 91, 93). Şc. elem. nr. 3. Cl. VII. Orbulov Petru (E: 1915, 17, 19—22, 25). Şc. elem. nr. 5. Cl. V. Bernfeld Natalia (E: 1901, 04, 07, 08, 13), Broşteanu Doina (E: 1894, 99, 904, 07, 08, 10—13), Eneşca Gabriela (E: 1894, 97, 99, 901, 04, 07, 08, 10). Cl. VII. Aiuşeriu Dorin (E: 1901, 04, 07, 09—14), Băban Ion (idem), Bebu Radu (idem), Boncea Angela (idem), Cioca Ion (idem), Parasek Roland (idem), Cinig Marcela (E: 1894, 96, 97, 99, 902, 12), Gologan T. (idem), Mocuţa Maria (idem), Neamu G. (idem), Dabiciu Anca (E: 1884, 85, 90, 907, 11—13), Preoteasa Virgil (idem). Cl. VII. Derşidan Tiberiu (E: 1902, 05—07, 12—14), Hetcu Simona (idem), Ianculescu Lucreţia (idem), Ionescu Dona (idem), Mihărtescu Sanda (idem), Lobodă Ana (E: 1888, 90, 902, 04, 07, 09, 11, 12), Matei Mircea (E: 1894, 99, 901, 04, 07, 10, 12), Murariu Dorin (idem), Nen Tiberiu (E: 1882, 90, 94, 99, 907, 10—14), Stancu Elena (E: 1907, 08, 10—14), Sterian Virgil (E: 1890, 95, 99, 904, 07, 08, 10, 11, 13).

Ş.m. 1. Cl. VIII. Frenţi Elena (E: 1895, 97—99, 904, 09, 12, 17, 19, 22, 24; 5559), Guleran Mircea (E: 1882—85, 93, 95—98, 900—02, 05, 07—11, 13, 14, 18—22), Niţoiu Radu (E: 1888, 902, 05, 07, 09—14; 5460), Ploscaru Gabriel (E: 1894—96, 99, 904, 06, 07, 10—15, 17, 19—22, 25; 5559), Potoceanu Rodica (E: 1894—96, 98, 99, 902, 04—09, 14), Şerb Lăcrămioara (E: 1890, 93, 94, 97—900, 02, 04, 06, 08, 09, 14), Teodorescu Simona (idem). Cl. IX. **Brînda Rodica** (5434, 36, 37, 46, 51, 54, 56, 57, 60—63, 66, 70, 74, 77, 79, 80, 82, 88, 90—92, 94, 95, 98, 506, 08, 12, 17, 31, 32, 34, 36), Ghera Petru (5439, 56, 57, 63, 66, 82, 90, 91, 94—96, 535, 36), Klein Tiberiu (5434—37, 39, 46, 47, 52, 57, 59, 62, 63, 74—77, 79, 82, 84, 86, 90, 93, 505, 35, 37), **Popovici Cornel** (5517, 72, 84, 403, 24, 32, 35, 36, 39, 41, 46—48, 52, 54, 55, 57, 61, 63, 66, 77—80, 82, 84, 86, 88, 90, 91, 94—96, 98—503, 05), Şerb Ioan (5434—39, 47, 51, 54, 56, 57, 60—63, 66, 70). Cl. X. **Daba Dan** (5477, 79, 81, 82, 84, 86, 88, 90—501, 05—07, 12, 31—37, 45, 59, 60, 62—64, 66, 77, 78, 83), Popovici Mariana (5454, 55, 79, 84, 512, 13, 20, 23, 31, 32, 36, 37, 60), **Vasiliu Dan** (5474—77, 79, 82, 84, 86, 88, 90, 91,

94—500, 03—08, 13, 31—40, 45, 51, 59, 62—66). Cl. XI. Harhoiu Mircea (5472, 77, 82, 84, 88, 90, 94—96, 506, 31—33, 36, 37, 60, 65). Ş.m. 5. Cl. VIII. Petrovici Ion (E: 1907, 08, 10—14).

MARGHITA. Ş.m. Cl. VIII. Vasa Ioan (E: 1894—96, 98, 99, 902, 04, 05, 17, 18, 20, 21).

MEDGIDIA. Ş.m. serală. Cl. IX. Vlase Aurel (5482, 83, 88, 90, 91, 94—96, 506, 35, 36, 59, 60, 66, 67). Ş.m. N. Bălcescu. Cl. X. Teodoru Sorin (5481, 82, 84, 90, 91, 94, 95, 99, 512, 17, 35, 37, 51, 59, 60, 66).

MEDIAŞ. Ş.m. Cl. X. Brădişteanu Adrian (5446, 56, 77, 78, 80—82, 84, 88, 90—92, 94—96, 98, 99, 505—08, 12, 17, 21, 26, 31, 32, 35—37), Voina O. (5446, 55, 63, 66, 82, 84, 90, 94, 505—07, 36, 37), Drăghici Horia (5403, 46, 61, 63, 91, 94, 95, 99, 506).

MIOARELE (Muscel). Şc. elem. Cl. VII. Ştefănescu Petre (E: 1882 — 86, 88, 90—93).

MOLDOVA NOUĂ (Banat). Ş.m. Cl. VIII. Iancovici Elena (E: 1879, 85, 88, 93, 94, 97—99, 902—04, 11, 13, 14, 18, 22; 5458, 66, 87, 506).

MORENI. Ş.m. Cl. VIII. **Matei Ion** (E: 1882—86, 88, 90, 91, 93—907, 09—11, 13, 14; 5439, 57, 82, 88, 90, 94, 96, 505, 32, 36), Vîlcereanu Stelian (E: 1898, 95, 99, 904, 07—14, 18, 19, 21, 22; 5559). Cl. X. **Matei Gheorghe** (5355, 56, 65, 68, 72, 92, 400, 02, 03, 09, 11, 19, 22, 24, 28, 32, 38, 46, 47, 52, 54, 56, 57, 61, 63, 75—77, 82, 84, 88, 90, 91, 96, 500, 03, 05, 06).

MURGENI (Iaşi) Ş.m. Cl. VIII. Miron Silvia (E: 1871, 73, 80, 82—85, 90, 93, 94, 99, 902), Mahnoved Ioan (E: 1873, 80, 84, 85, 90, 93, 94, 99, 904, 06; 5422, 56). Cl. IX. Fliger Constantin Dorel (5456, 61, 63, 82, 88, 90, 94, 508, 12, 23, 32, 36), Guzgan Alexandru (idem), Ilie Emil (idem), Popa Grigore-Dan (idem), Răşcanu Guido (idem).

NĂSĂUD. Ş.m. G. Coşbuc. Cl. X. Siegelstein Izidor (5482, 84, 90, 91, 94, 96, 507, 22, 36, 37, 51, 56, 59, 62), Peleş Gheorghe (5438, 46, 61, 75, 77; 82, 90, 91, 94, 96, 505—07, 36, 37). Cl. XI. **Acu Dumitru** (5434, 37, 39, 41, 46, 48, 51, 54, 55—57, 61—63, 73—75, 77—79, 82, 84, 86, 88—90, 94, 96, 501, 05, 06, 21, 33, 36, 37).

NEGOSTINA. Şc. elem. Cl. VI. Abramiuc Vasile (E: 1897, 99, 904, 07, 10, 20—22).

NEHOIAŞU. Şc. elem. Cl. VII. Filipoiu Georgeta (E: 1884, 85, 90, 902, 06, 07, 10, 12, 14).

NOVACI. Ş.m. Cl. VII. **Bejancu Savu** (E: 1857—64, 66—68, 70—76, 79—88, 90, 91, 93—95, 99, 901, 04—06). Cl. VIII. Tomescu Ionel (E: 1894, 97, 99, 904, 07, 10, 12—14, 17, 18, 20—22). Cl. XI. **Bejancu Aurel** (5275, 76, 78—80, 82, 83, 87—92, 95, 98, 300, 02, 05, 12, 13, 15, 21, 28, 29, 34, 44, 45, 48, 49, 55, 60, 65, 68, 72, 74, 76, 80, 83, 84, 86, 89, 92, 94—97, 400, 02—09, 12, 17, 19, 22—24, 27, 28, 30, 34, 38, 39, 41, 44, 46—49, 54, 55, 57, 61, 63, 70; P), Filiş Nicolae (5315, 34, 35, 44, 45, 66, 67, 84, 409, 36, 47, 66, 77, 506).

OCNA MUREŞ. Ş.m. Cl. XI. Horovitz Ossi (5434, 36—39, 41, 46, 56, 57, 61, 63, 66, 67, 70, 74, 77, 78, 82, 90—92, 94—96, 99, 500, 01, 06, 07, 12, 31, 32—37).

ODOBEŞTI. Ş.m. Cl. VIII. Stan Elena (E: 1888, 90, 93, 94, 96, 98, 99, 902, 04, 07, 09, 12, 13, 54, 96, 531). Cl. IX. Păunescu Adriana (5482, 88, 91, 94—96, 506, 31, 36, 45, 52, 53, 59, 60, 62, 64).

ONEŞTI. Ş.m. Cl. VII. Constantinescu Virginia (E: 1894—96, 98, 99, 901, 04, 06, 07, 111, 12, 14, 18, 22). Cl. X. Jedliscka Franciska (5439, 46, 47, 52, 54, 56, 57, 61, 63, 66, 82, 90, 91, 94, 95, 99, 505), Kornhauser Alexandru (5445, 55—57, 61, 63, 66, 67, 70). Cl. XI. **Toma Dragomir** (5435, 47, 48, 51, 60, 66, 75—79, 81, 82, 84, 86, 88, 90, 91, 91, 94—601, 03, 05—08, 12—14, 17, 21, 23, 24, 26, 27, 30—37).

Ş.m. 2. Cl. VIII. Mănucu Dumitru (E: 1882, 84, 85, 90, 98, 99, 904—07, 10—14).

Ş.m. 4. Cl. IX. Bălan Ivan (5446, 47, 54, 56, 57, 60, 70, 94, 505, 08, 30), Fleischer Gh. (5456, 66, 70, 82, 90, 91, 94, 95, 99, 512, 23, 30, 35, 36).

Ş.m. 5. Cl. VIII. Günsberger Iosif (E: 1894—96, 99, 901, 04—07, 09, 11—14).

ORĂŞTIE. Ş.m. **Aurel Vlaicu**. Cl. XI. Borza Ioan (5436, 38, 39, 41, 46—48, 55—57, 61—66), Costea Viorel (5434, 41, 47, 54, 61, 63, 64, 66, 75, 77, 79, 82—84, 86, 87, 90, 91, 94—96, 501, 05, 06, 08, 12, 21, 23, 28, 33, 36, 37).

ORAVIŢA. Ş.m. Cl. VII. Novăcescu Constantin (E: 1888, 94, 95, 99, 904, 07, 10—13), Rusu Petre (E: 1890, 94, 95, 904, 07, 11—13). Cl. XI. Guleşiu Adrian (5445, 46, 48, 56, 61, 78, 79, 82, 84, 56, 61, 78, 79, 82, 84, 90, 91, 91, 94—96, 99, 506, 17, 33, 35—37, 51, 60, 84).

ORŞOVA. Ş.m. Cl. VIII. Feneşan Maria (E: 1894, 95, 99, 903, 04, 06, 10—12, 14, 15, 21). Cl. XI. Glodeanu Florian

ORSZ. MŰSZAKI KÖNYVTÁR ÉS DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT 1883

(5446, 47, 63, 78, 80—82, 89—91, 94, 99). 3

OȚELUL ROȘU. Ș.m. Cl. VI. Tăroată Gh. (E: 1894, 96—99, 901, 04, 11—13, 17). Cl. VIII. Luca Mihai Dan (E: 1894, 95, 97, 99, 904, 06, 07, 11, 19—22), Zahoransk Viorica (E: 1894, 97—99, 901, 04, 11—13, 17, 20, 22).

PANCIU. Cl. VII. Brandabur Florin (E: 1882, 84, 85, 88, 90, 94—99, 901, 04, 07, 09, 10—13). Cl. VIII. Calotă Anca (E: 1894, 99, 904, 06, 07, 08, 09, 10, 12, 13, 14, 19, 21, 17, 22).

PĂUNEȘTI (Bacău). Șc. elem. Cl. VII. Berbece Marioara (E: 1882, 89, 900, 07, 09, 14; 5457, 60, 88, 505), Cantiș Gh. (E: 1882, 83, 99, 901, 03, 07, 09, 14; 5446, 57, 505), Cantiș Maria (E: 1882, 94, 95, 901, 04, 06, 07, 09), Popa Elena (E: 1882, 89, 906, 07, 09, 12, 14; 5457, 60, 88, 93).

PĂTÎRLAGELE (Ploiești). Cl. IX. Pavel Dumitru (5482, 88, 90, 91, 96, 508, 36, 51, 59, 60). Cm. IX. Andrei Titus (5447, 54, 56, 61, 66, 77, 82, 90, 91, 94, 95, 96).

PETRIȘ (Banat). Șc. elem. Cl. VII. Beanga Marioara (E: 1898, 904, 15, 16, 19, 22).

PETROȘENI. Ș.m.m. Cl. X. Goldenstein Beniamin (5497, 96, 521, 37, 12, 33, 32, 84, 479, 96, 77, 82, 90, 536). Cl. VIII. Rusu Dumitru (E: 1920, 21, 14, 12, 907, 02, 898, 95, 5559, Martinovici Mihai (E: 1895, 98, 902, 04, 05, 06, 07, 10, 12, 14, 18, 20; 5559). Cl. XI. Pantelimon Mihai (5475, 74, 79, 82, 83, 84, 86, 88, 90, 91, 93, 94, 96, 97, 99, 500, 08, 09, 12, 17, 20, 21, 23, 33, 34, 35, 36, 37, 41, 50, 51, 52, 59, 60, 61, 66, 67, 69, 76, 77, 80, 84).

PIATRA NEAMȚ. Ș.m. 1 Petru Rareș. Cl. X. Vițu Nicolae (5446, 52, 54, 56, 82, 83, 90, 94, 503, 05). Cl. IX. Mesaroș Vasile (5495, 98, 508, 23, 26, 32, 36, 41, 44, 51, 52, 53, 59, 62, 64, 66). Ș.m.m. 2. Cl. X. Spiegler Mircea (5477, 482, 84, 88, 90, 91, 94, 95, 26, 30, 31, 33, 36, 37, 52, 60, 62). Cl. XI. Teodorescu Voltaire (5478, 82, 84, 90, 91, 94, 96, 553, 34, 35, 36, 37, 52, 60, 62).

PITEȘTI. Ș.m. 1. Cl. VI. Cernătescu Carmen (E: 1894, 99, 901, 04, 07, 08, 10, 11, 12, 13). Cl. VII. Lazăr Mircea (E: 1800, 83, 89, 98, 902, 05, 06, 11, 12, 13). Cl. IX. Neagoe Victor Emil (5477, 94, 96, 503, 05, 06, 08, 5532, 35, 36, 37, 41, 51, 52, 58, 59, 62, 66, 67, 69, 76), Rădulescu Florina (5477, 82, 90, 91, 94, 96, 503, 05, 06, 32, 36, 51, 53, 59, 60), Badea Vasilica (5477, 82, 90, 91, 94, 96, 503, 05, 06, 32, 36, 53, 60, 63), Schiancu Paul (5508, 03, 32, 494, 91, 559, 05, 64, 496, 562, 5477, 90, 535, 51, 36), Constantinescu Constanța (5477, 82, 90, 91, 94, 96, 503, 05, 06, 32, 36, 36, 52, 53, 60, 63), Mihăilescu Ion (5491, 97, 82, 79, 84, 83, 63, 501, 498, 96, 99, 76, 93, 95, 94, 88, 532, 31, 02, 03, 490, 512, 508, 21, 20, 475, 535, 36, 37, 26, 69, 76, 66, 63, 59, 52, 62, 51, 41, 60), Cîrstea Marian (5477, 94, 95, 5512, 23, 26, 31, 36, 37; 1895, 96, 902, 06, 09, 14), Calotă Aurică (5566, 59, 52, 41, 37, 36, 23, 21, 5517, 13, 12, 506, 496, 94, 88, 84, Maria Petre (5484, 88, 512, 17, 21, 23, 33, 36, 37, 52, 59, 66), Cl. XI. Tărăbuță Mihai (5434, 38, 39, 41, 44, 46—48, 51, 52, 54—57, 60, 61, 63, 82—84, 86—91, 93—96; 500, 02, 03, 05, 08, 12, 13, 21; 2 P).

Ș.m. 2. Cl. X. Georgescu Nicolae (5477, 91, 94, 99, 506, 12, 17, 21, 31, 33, 35, 36, 37). Cl. XI. Iancu Ion (5441, 44, 52, 72, 75, 79, 81, 83, 86, 89, 90, 91, 98, 500, 01, 05, 06, 17, 11, 12, 13, 17, 20, 21, 28, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 36, 37, 50, 56, 58, 59, 64, 66, 84), Andreescu Marian (5400, 03, 06, 09, 412, 14, 17, 22, 30, 32, 39, 41, 46, 55, 48, 57, 61, 77, 78, 79, 82, 83, 84, 86, 90, 94, 95, 96, 501, 04, 05, 08, 06, 11, 12, 17, 21, 33, 35, 36, 37, 45, 52, 53, 56, 59, 60, 62, 63, 64, 84).

Ș.m. 3. Cl. X. Ionescu V. Marcel (5436, 37, 39, 41, 46, 47, 52, 54—57, 60—63, 67, 75, 77, 79, 82—84, 86, 88, 90, 17, 20, 21, 23, 30—33, 36, 37, P). Cl. XI. 91, 94—69, 98, 99, 503, 04, 08, 12, 13, Diaconu Nicolae (5537, 475, 78, 81, 88, 91, 94, 96, 97, 501, 05, 12, 13, 17, 20, 21, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36).

Șc. de 8 ani nr. 8. Cl. VI. Minduțeanu George (E: 1897, 99, 916, 21, 22, 25, 884, 85, 907, 11, 13, 10, 12), Georgescu Nicolae (E: 1890, 907, 08, 10, 12, 13, 11).

PLOIEȘTI. Șm.. 1. I. L. Caragiale. Cl. VIII. Reghină Vasile (E: 1894—96, 99—902, 04—07, 09—14), Weiss Benedict (E: 1888, 91, 93—95, 99, 900, 02, 05, 06, 14). Cl. X. Constantin Ecaterina (5446, 56, 57, 61, 61, 63, 71, 82, 90, 94, 96, 503), Neacșu E. (idem), Nica Vasile (5479, 82, 84, 86, 88, 90, 91, 93—97, 501, 03, 05, 06, 08, 17, 20, 21), Roșu Anton (5438, 51, 75, 76, 78, 82, 88, 90, 94—97, 505, 08, 12, 21, 23, 33, 36—38, 45, 51, 52, 59, 60, 66, 68), Tomescu Paula Maria (5446, 47, 55—57, 63, 84, 88, 94, 96, 512, 31, 37), Zevedei Ion (5355, 434, 39, 46, 47, 56, 57, 63, 84, 88, 91, 94—96, 512, 35).

Ș.m. 2 A. Toma. Cl. VIII. Andreescu Ioan (E: 1883—86, 88, 90, 91, 93, 96,

96, 98—901, 03—07, 09, 10, 12—14; 5482), Ardeleanu Maria (E: 1882, 94, 95, 98, 99, 904, 06, 07, 10, 12—14), Georgescu Mihai (E: 1882, 83, 86, 88, 90, 93, 94, 96, 98, 99, 901, 02, 04), Stan Emil (E: 1880—82, 84—86, 89—91, 93), Steriu Dan (E: 1882—86, 88—914; 5456, 66, 82, 90), Tănăsescu Mariana (E: 1883—85, 88, 90, 94, 95, 99, 901, 04, 06), Vidu Nicolae (idem).

Ş.m. 6. Cl. VIII. Rizea Emilia (E: 1883—85, 92, 901, 06, 07, 09—11; 5460, 66). Cl. XI. Rădulescu Georgeta (5456, 78, 82, 84, 88, 90, 94, 95, 512, 17, 21, 36, 37), Roşca Adelina (idem).

PREDEAL. Ş.m. Cl. IX. Ioniţă Maria (5467, 81, 82, 88, 90, 91, 94, 98, 99, 534—36).

PUCIOASA. Ş.m. Cl. IX. Oancea Maria (5529, 37, 38, 40, 43, 45, 55, 85, 87).

RĂCARI (Bucureşti). Ş.m. Cl. VIII. Andrei N. Ion (E: 1883, 90, 91, 93—95, 99, 902, 04—07, 11, 14; 5495), Antonescu Aurelia (E: 1882, 86, 95, 96, 900, 08, 10—14; 5488, 517), Duţu D. Ioana (idem), Miulescu Cecilia (idem).

RIMNICU VILCEA. Ş.m. 1. Cl. X. Ionescu Ion (5457, 66, 82, 84, 90, 91, 93—96, 505, 26).

Ş.m. Vasile Roaită. Cl. IX. Marinov Cornel (5447, 54, 61, 81, 88, 91, 95, 517, 23, 31, 35, 36).

Ş.m. N. Bălcescu. Cl. X. Beldiman Au-Aurel (5457), 82, 84, 90, 93, 96, 505, 07, 08, 26, 31, 36, 37; 2 P).

RUPEA. Ş.m. Şt. O. Iosif. Cl. X. Munteanu Carin (5408, 34, 83, 85, 87, 88, 95, 502, 07, 08, 36, 37).

SATU MARE. Ş.m. M. Eminescu. Cl. XI. Panczel Andrei (5468, 70, 82, 84, 88, 90, 91, 94, 99, 534, 35, 37).

SĂLIŞTE. Ş.m. Cl. VIII. Hanciu Marilena (E: 1900, 02, 05—07, 10, 12, 14, 18, 20, 22; 5488). Cl. X. Marcu N. 507, 12, 17, 33, 36, 37, 43, 52, 66).

SĂRMAŞ. Ş.m. Cl. X. Borş Iacob (5438, 39, 46, 54, 56, 57, 60, 66, 70, 77, 81, 82, 88, 90, 91, 93—96, 98, 99, 506, 07, 12, 31, 34—36).

SLATINA. Ş.m. T. Vladimirescu. Cl. VIII. Burcea Doina (E: 1894—96, 99, 900, 02, 04—08, 10—14).

SIBIU. Şc. elem. nr. 14. Cl. VII. Brîsan Dumitru (E: 1871, 72, 84, 85, 88, 89, 90, 92, 94, 97, 99), Lungu Alex. şi Marinovici Octavian (idem), Curechian Ana (E: 1859, 60, 66, 71, 88, 90, 94, 99, 901, 04), Dascălu Cornelia (E: 1885, 88, 90, 95—98, 901, 04, 06), Moldovan Elena (E: 1882, 84, 85, 90, 95, 96, 98, 900, 01; 5439), Petrescu Daniel (idem), Poida Angela (E: 1883, 87, 93, 95, 96, 98, 900, 02, 05, 06), Stoica D. Trifan Sora, Verdeaţă Carmen, Vintilă Viorica (idem).

Şc. elem. nr. 15. Cl. VI. Iliescu Marilena (E: 1894, 99, 901, 04, 07, 20), Jiteanu Cristina (E: 1907, 10—13), Popescu Eugenia (idem), Maniu Dan (E: 1907—14), Sevestrean Ioan (E: 1882, 88, 97, 98, 904, 07).

Ş.m. 1 Gheorghe Lazăr. Cl. IX. Rădoi Liviu (5482, 88, 90, 91, 94, 95, 99, 506, 51, 59, 64).

Ş.m. 2. Cl. X. Trif Maria (5355, 92, 94, 95, 400, 02, 22, 24, 46, 56, 57).

Ş.m. 3. Cl. IX. Helju Doina (5463, 77, 88, 94—96, 505, 36, 51, 52, 59, 60), Loşiţă Ileana (5479, 81, 88, 92, 523, 51, 52, 59, 60, 63, 64), Marinuş Radu (5477, 82, 91, 505, 13, 36, 51—53, 59, 60, 64), Stroe Florea (5422, 46, 47, 56, 60, 63, 77, 508, 36).

SIGHIŞOARA. Ş.m. 1. Cl. VIII. Răducanu Vivianne (E: 1884, 85, 90, 93—95, 904, 07, 08, 11—14).

SINAIA. Ş.m. George Enescu. Cl. IX. Cărană Ilie (5454, 57, 66, 70, 77, 82, 88, 90, 94, 95, 99, 532, 36).

SLĂNIC (Ploieşti). Ş.m. Cl. X. Alionte Constantin (5476, 77, 82, 88, 90—92, 94, 5507, 32, 34—36, 51, 60, 66, 67), Dragu Cornel (5446, 61, 63, 66, 70, 76, 80, 88, 90, 91, 94, 99, 506, 07, 12, 17, 31, 35—37).

Comuna ŞTEFAN GHEORGIU (Dobrogea). Şc. elem. Cl. V. Butică Andrei (E: 1890, 904, 07, 10, 12, 13).

Comuna ŞTEFAN CEL MARE (Bucureşti). Şc. elem. Cl. VII. Bălan Elena (E: 1886, 88, 90, 94, 95, 98, 99, 904, 06, 07, 10), Tudor Victor (idem).

SUCEAVA. Ş.m. 1. Ştefan cel Mare. Cl. VIII. Coifman Sulamith (E: 1883, 93, 95, 96, 98, 902, 04, 05, 07, 10—14), Weittman Eugen (E: 1895, 96, 98, 99, 902, 04—07, 09—12, 14; 5517).

Ş.m. 3. Cl. VIII. Nevinglovski Adrian (E: 1888, 90, 91, 93, 99, 904, 06, 07, 09—14).

TANSA (Iaşi). Şc. elem. Cl. VII. Mocanu Viorica (E: 1882—84, 86, 88, 90, 92—99, 904).

TECUCI. Ş.m. 1. Cl. VII. Cărăuş Mihai (E: 1894—99, Cl. VIII. Cucerenco Aurica (E: 1882, 86, 88, 90, 94—96, 98, 99, 901, 04, 07, 12), Trifan Victor (E: 1872—76, 901, 03, 04, 07, 12). 84, 85, 90, 94, 98, 99, 901, 04; 5496). Cl. X. Chiscop Liliana (5454, 63, 82, 84, 88, 90, 91, 96, 99, 513, 31, 36). Cl. XI. Drăgan M. (5434, 38, 48, 57, 60, 66, 507, 12, 21, 33—37), Şotropa Dan (5434, 38, 46, 48,

55, 56, 60, 61, 63, 75, 82, 88, 90, 91, 94, 95, 512, 21, 33, 35—37).

TIMIȘOARA. Ș.m. 2. Cl. VIII. Băncilă Ileana (E: 1882, 86, 88, 90, 93, 907, 09—12, 14; 5460). Cl. X. Ionaszik Boris (5446, 57, 61, 82, 84, 88, 90, 91, 94, 96, 506, 31, 36), Steiner Veronica (5436, 39, 46, 56, 57, 61, 82, 91, 94—96).

Ș.m. 5. Cl. XI. Lusztig Gheorghe (5441-43, 47, 48, 50—53, 66, 71, 72—79, 82—86, 88, 90, 93, 95—97, 500—03, 05—09, 12, 21, 23, 27, 29—33, 35—40, 42, 45, 46, 49—57, 59—64, 77, 83; P).

TIRGU JIU. Ș.m. 1. Cl. VIII. Lunganu Lucia (E: 1896, 98, 99, 900, 02, 05—09, 911—14, 22), Mălăianu Emil (E: 1905, 09—11, 14, 17—23; 5508).

Ș.m. 2. Cl. XI. Ionescu Vladimir (5409, 30, 57, 61, 63, 72, 73, 82, 90, 95, 96, 521, 32—34, 36—38).

TRUȘEȘTI (Suceava). Cl. X. Andronic Nicu (5447, 70, 82, 88, 90, 96, 512, 21, 34—37). Ștefan Constantin (5466, 82, 90, 94, 96, 504, 06, 12, 21, 35—37).

TUFEȘTI (Galați). Șc. elem. Cl. VI. Sîrbu Cornelia (E: 1907, 08, 10, 11—14).

TURNU SEVERIN. Ș.m. 1. Cl. VIII. Bosoancă Rodica (E: 1884, 88, 90, 93, 99, 904, 07, 10—14; 5517), Pană Nicolae (E: 1894, 95, 99, 900, 02, 04—07, 10, 11, 13, 14, 17—19, 22; 5496), Vișan Ion (E: 1902, 05—08, 10—15, 17—22, 25; 5482, 90, 559).

URZICENI. Lt. Major. Jilveanu Gheorghe (5474, 78, 80, 81, 88, 91, 94, 504, 35—37, 44, 59, 65—67, 73, 84).

Ș.m. Cl. XI. Vasilescu Margareta (5434, 39, 46, 48, 51, 57, 61, 63, 66, 75, 82, 90, 91, 94, 95).

VIDELE. Ș.m. Cl. VIII. Cojocaru Gheorghe (P).

VINJU MARE (Craiova). Șc. elem. Cl. VII. Florescu Veronica (E: 1882, 83, 86, 88, 90, 91, 93—95, 99, 900, 04, 09).

(adaos)

PANCIU. Ș.m. Cl. VIII. Calotă Anca (E: 1894, 99, 904, 06—10, 12—14, 17, 19, 21, 22).

PĂTÎRLAGELE. Ș.m. Cl. IX. Andrei Titus (5447, 54, 56, 61, 66, 77, 82, 90, 91, 94—96), Pavel Dumitru (5482, 88, 90, 91, 96, 508, 36, 59—61).

PETRIȘ (Banat). Șc. de 8 ani. Cl. VII. Ianc Mariana (E: 1899, 904, 15—24).

PETROȘENI. Ș.m.m. Cl. VIII. Martinovici Mihai (E: 1895, 98, 902—07, 07, 10, 12, 14, 18, 20; 5559), Rusu Dumitru (idem). Cl. X. Goldenstein Beniamin (5494, 97, 521, 36, 37, 12, 33, 84, 79, 96, 77, 82, 90). Cl. XI. **Pantelimon Mihai** (5475, 78, 79, 82—84, 86, 88, 90—94, 96, 97, 99, 500, 03, 09, 12, 17, 20—23, 33—37, 41, 50—52, 59—61, 66, 67, 69, 76).

PIATRA NEAMȚ. Ș.m. 1. Cl. IX. Mezaroș Vasile (5495, 98, 508, 23, 26, 32, 36, 41, 44, 51—53, 59, 62, 64, 66). Cl. X. Vițu Nicolae (5446, 52, 54, 56, 82, 83, 90, 94, 503, 05).

Ș.m.m. 2. Cl. X. Spiegler Mircea (5477, 82, 84, 88, 90, 91, 94, 95, 526, 30—33, 36, 52, 60, 62). Cl. XI. Teodorescu Voltaire (5478, 82, 84, 90, 91, 94, 96, 533—38).

PITEȘTI. Ș.m. 1. Cl. VI. Cernătescu Carmen (E: 1894, 99, 901, 04, 07, 08, 10—13). Cl. VII. Lazăr Mircea (E: 1800, 83, 89, 98, 902, 05, 06, 11—13). Cl. IX. Neagoe Victor (5477, 94, 96, 503, 05, 06, 08, 32, 35—37, 41, 51, 52, 58, 59, 62, 66, 67, 68, 76), Badea Vasilica (5477, 82, 90, 91, 94, 96, 503, 05, 06, 32, 36, 53, 60, 63), Constantinescu Constanța (idem), Rădulescu Florina (idem), Schiancu Paul (idem). Cl. X. Calotă Aurică (5566, 52, 59, 41, 37, 36, 21, 23, 02, 13, 17, 96, 94, 84, 88), Cîrstea Marian (5477, 94, 95, 512, 23, 26, 31, 36, 37; E: 1895, 96, 902, 06, 09, 14), Maria Petre (5484, 88, 94—96, 512, 17, 21, 23, 33, 36, 37, 52, 59, 66), Mihăilescu Ion (5490—99, 82—84, 88, 60—63, 75, 76, 502—03, 08, 20, 21, 26, 05, 08, 12, 31, 32, 35—37, 66, 69, 41, 51, 52, 59).

Ș.m. 2. Cl. X. Georgescu Nicolae (5477, 91, 94, 99, 506, 12, 17, 21, 31, 35—37). Cl. XI. **Andreescu Marian** (5400, 03, 06, 99, 12, 14, 17, 22, 30, 32, 39, 41, 46, 48, 55, 57, 61, 77—79, 82—86, 90, 94—96, 501, 04—06, 08, 11, 12, 17, 21, 33, 17, 21, 33, 35—37, 45, 52, 53, 56, 59, 60, 62—64, 84). Cl .XI. **Iancu Ion** (5441, 52, 72, 75, 79, 81, 83, 86, 89, 90, 91, 98, 500, 01, 05—07, 11—13, 17, 20, 21, 28, 31—37, 50, 56—59, 64, 66, 84).

Ș.m. 3. Cl. X. **Ionescu V. Marcel** (5436, 37, 39, 41, 46, 47, 52, 54—57, 60—63, 67, 75, 77, 79, 82—84, 86, 88, 90, 91, 94—96, 98, 99, 503, 04, 08, 12, 13, 17, 20—23, 30—33, 36, 37). Cl. XI. Diaconu Nicolae (5537, 475, 78, 81, 88, 90, 91, 94—96, 98, 99, 503, 04, 08, 12, 13, 17, 20—23, 30—33, 36, 37). Cl. XI. Diaconu Nicolae (5537, 475, 78, 81, 88, 88, 91, 94, 95, 97, 99, 501, 05, 12, 13, 17, 20, 21, 30—34). Șc. de 8 ani nr. 8. Cl. VI. Georgescu Nicolae (E: 1890, 07, 08, 10—13), Mînduțeanu George (E: 1897, 99, 84, 85, 916, 21, 22, 25, 07, 10—13).

PLOIEȘTI. Ș.m. 1. I. L. **Caragiale** *). Cl. V. Gafițeanu Liliana (E: 1884, 85, 88, 90, 92, 94—96, 98, 99, 901, 04). Cl. VI. Gafițeanu Liliana (E: 1884, 85, 88, 90, 92, 94, 95, 99, 901, 04). Cl. VIII. Alecu Georgeta (E: 1894, 99, 906, 09, 17—20, 22, 25; 5517), Andrei Constantin (E: 1894, 99, 904, 07, 12, 13, 19—22; 5496,

506, 59), Butufei Sorina (E: 1894, 95, 99, 904—07, 10—14, 21, 22), Cruceru Victor (E: 1894, 95, 97—99, 902—06, 11, 17; 5512, 36), Dima Ştefan (E: 1894, 99, 904—07, 10, 12, 14, 18, 19, 22), Bizu Marius (E: 1902, 07, 10—15, 18—22), **Aisner Rolanda** (E: 1883—99, 900—02, 04—07, 09—14; 5477, 82, 88, 90, 94—96, 506, 12, 17, 36, 52), Constantinescu Marian (E: 1894, 99, 902, 04, 06, 07, 12—14, 18, 99, 22), Călăraşu Radu (E: 1901, 04, 10—14, 17, 18, 20, 22, 23), Popescu Lidia (E: 1882—85, 93, 95, 97, 904, 06, 11, 14), Soare Lidia (E: 1894, 98, 99, 904, 09, 17—20, 22; 5571), Stoenescu Dan (E: 1907, 09—24; 5508, 59), Şerban Ileana (E: 1884, 91, 93—96, 98—904), Petrea Sorin (E: 1882—900), Weiss Benedict (E: 1898, 901, 04, 07—09, 17—23), Tudor Veronica (E: 1917—23; 4934, 55, 79, 94, 563, 73). Cl. IX. Dumitrescu Gabriel (E: 1898, 906, 06, 14; 5517, 36), Dascălu Harry (5490, 91, 96, 508, 35), Bucşa Viorel (5456, 82, 88, 90, 91, 96, 508, 23, 35, 51—53, 59), Ghiţă Veronica (5466, 82, 90, 91, 94, 96, 506, 08, 35), Lupan Lucian (E: 1870; 5466, 82, 91, 94, 96, 506, 08), Constantinescu Petruş (5401. 07, 15, 22, 23, 28, 52, 61, 66, 88, 95, 99), Stoicescu Maria (E: 1871; 5466, 82, 90, 91, 94, 96, 506, 08, 23), Ionescu Octavian (5466, 82, 90, 91, 96, 508, 23, 35, 51, 53, 59, 60), Radu Constantin (5482, 91, 94, 96, 98, 99, 506, 03, 35), Ştefănescu Mihai (5447, 56, 60, 61, 66, 80, 83, 90, 91, 94, 99, 503, 04, 32, 36), Constantinescu Florian (5490, 91, 94, 96, 506, 08, 17, 21, 35, 51, 53, 59), Popescu Mihail (idem), Tutea Tania (idem). Vasilescu Ion (5482, 88. 90, 94, 96. 98, 512, 23, 30, 32, 34—36, 49). Cl. X. Iancu Cezar (5531, 39, 46—48, 56, 59, 82, 84, 94—96, 98), Stănculescu Delia (5446, 56, 57, 63, 82, 94, 96, 505, 51, 59, 73, 84), Filipescu Gabriel (5439, 46, 55—57, 63, 84, 94, 96, 512, 13, 37), Ele Elena (5455, 403, 06, 22, 34, 39, 46, 54—57, 63, 82, 86, 88, 90, 94, 501, 05, 06), Niţu Aurica (5477, 79, 82, 84, 88, 90, 91, 94—96, 512, 13, 21, 22, 32, 36, 37, 40), Rusu Adrian (5434, 35, 39, 41, 46—48, 55, 61, 63, 75, 77, 79, 82, 84, 86, 90, 91, 94, 96, 504—06, 12, 15, 19, 21, 26, 31, 33, 36, 37), Staicu Gh. (5479, 82, 84, 88, 90—96, 505, 12, 13), Nica Vasile (5512, 13, 23, 26, 32, 33, 36—38, 43, 52, 60, **63, 66, 68, 90**), Ionescu Mariana (5421, 39, 46, 47, 55—57, 63, 79, 82, 84, 88, 90, 91, 94—96), Leone Filip (5434, 36, 39, 41, 46, 55, 56, 57, 61—63, 74—77, 84, 88, 91, 94, 96, 97, 504), Dinescu Constantin (5434, 39, 46, 47, 54—57, 60—63, 66, 79, 82, 84, 88. 90, 94—96. 505), Nicolae Silvia (idem), Daschievici Lucia (5439, 46, 47, 55—57, 63, 79, 82, 84, 88, 90, 91, 94—96, 521), Lampert Magdalena (5479, 82, 84, 90, 91, 94, 96—98, 507, 17, 20, 44, 45, 51, 60), Vimard Nicolae (5479, 82, 84, 90, 91, 94, 96, 517, 20, 44, 51, 60), Ionescu Pavel (5479, 82, 84, 88, 90, 91, 96, 98—500, 06, 07, 31—37), Apostol Constantin (5434, 39, 46. 47, 56, 57, 64, 84, 88, 91, 94, 96, 521, 35, 36), Staicu Gh. (5400, 34, 39, 46, 47, 54—57, 60—63, 66, 71), Vasilescu Adriana (5461, 79, 82, 84, 90, 91, 94, 96—98, 517, 20), Ilisei Manuela (5484, 92, 512, 23, 33, 36, 37, 51, 52, 62, 65, 66), Niculae Paula (5446, 56, 57, 63, 82, 94, 96, 505, 51, 59, 73, 84), Mendel Sorin (5439, 46, 56, 57, 61, 79, 82, 84, 90, 91, 94, 96—98), Tilimpea Aurelia (5479, 82, 84, 91, 94, 96, 517, 20, 44, 51, 60), Popescu Corneliu (idem), Sandu Marin (5479, 82—84, 86, 88, 90, 91, 94—97, 501, 06, 07, 12, 13, 17, 20—23, 26—28, 31, 33, 35—37, 42, 52, 59, 60, 62—64, 66, 69). Cl. XI. Aisner Sergiu (5436, 37, 44, 51, 58, 61. 62, 71, 74, 77—79, 82, 84, 88, 90, 91. 94—96, 501, 05, 06, 12, 17, 20, 21, 23, 25, 33, 36, 37, 59, 60), Ivanciu Constanţa (5406, 27, 28, 32, 531, 36, 37, 84, 94), Weissmann Marton (5439, 46, 48, 60, 78, 84, 91, 94—96, 505, 26, 37), Costache Mircea (5434, 35, 39, 47, 55, 57, 63, 78, 84, 88, 91, 513, 21, 26, 33, 36, 37), Tomescu Dumitru (5398, 99, 404, 12, 14, 22, 27, 28, 30, 34, 39, 44, 46, 48, 51, 55, 57, 61—63, 79), Staicu Andrei (5438, 41, 47, 52, 54, 505, 07, 12, 17, 21, 31—33, 36, 37).

Ş.m. 2. Cl. VII. Mignea Arminius (E: 1894—96, 98, 99, 901, 02, 04—07, 10—13). Cl. VIII. Boeru Liliana (E: 1883, 86, 92—95, 98, 909—14), Botescu Ion (E: 1907—14), 19, 36, 54, 90, 95), Moisescu Ana (E: 1894, 95, 97—99, 901, 04, 07. 10—12, 20—22), Mazepa Lidia (E: 1883—86, 88, 90—95, 99, 901, 02, 04), Stan Emil (E: 1894—99, 901—06), Buduroiu Doina (E: 1888, 90, 94, 95, 98—901, 04, 07, 12—14), Georgescu Mariana (idem). Cl. IX. Laszlo Vasile (E: 1894, 902—05, 14, 18, 21, 22; 5453, 59, 90), Grümberg Bliménel (5482, 83. 88, 91, 94, 506, 12, 32, 36, 51, 53, 59, 66, 82, 91), Sabău Mircea (5488,

*) Soluţiile trimise să fie personale, complete şi redactate separat pentru fiecare problemă.

91, 94, 506, 12, 32, 36, 51—53, 59, 66), Radu Vasile (5477, 81, 83, 88, 92, 94, 95, 99, 506, 08, 36, 60, 63, 64, 73), Orăşeanu Marilena (5483, 88, 91, 94, 506, 12, 32, 36, 51—53, 59, 66), Ionescu Nelly (idem), Georgescu Melania (5478, 91, 98, 506, 32, 36, 41, 44, 51, 52, 59, 64). Cl. IX. Muntea Dorina (5460, 82, 88, 90, 95—96, 508), Surmei Iulian (idem), Popescu Elena (E: 1915, 18—22), Nicolae Iulia (idem). Cl. XI. Georgescu Petre (5461, 78, 89, 95, 96, 506—08, 21, 31, 36, 37, 55, 66).

Ş.m. 3. Cl. VI. Popescu Cornelia (E: 1894, 96, 97, 99, 904, 07, 10—12), Cernahoski Aurel (E: 1894, 99, 901, 04, 07, 10, 12), Antonescu Adrian (E: 1899, 904, 07, 10, 12, 15). Cl. VIII. Georgescu Virginia (E: 1894, 95, 99, 904, 06, 15, 17, 19—23), Dîmbovicescu Marinela (E: 1894, 95, 99, 904, 06, 07, 09, 11, 13, 14, 18, 21), Dumitrescu Daniela (E: 1895—97, 902, 04, 06, 17, 20—23, 25), Ivanovici Elena (E: 1889, 94—99, 903, 04, 06, 07, 09, 10—12, 14, 16, 17, 19—21, 24, 25). Cl. IX. Merciu Mihai (5488, 91, 94, 96, 99, 506, 08, 23, 36, 52, 63). Cl. XI. Bădoiu Traian (5439—41, 46—48, 51, 52, 54, 55, 57, 61, 63, 66, 75—77, 82, 84, 88, 90, 91, 93—96, 98—501, 05, 06), Lăzăroiu Rodica (5484, 94, 96, 521, 31—33, 36, 37, 43, 45, 50, 52, 54—56, 63, 66, 67).

Ş.m. 4. Cl. VIII. Sachelarie Dan (E: 1882, 84, 85, 90, 92, 94, 95, 97, 99, 904, 06). Cl. IX. Postelnicescu Cristian (5447, 56, 83, 88, 91, 94, 96, 99, 506, 08, 23, 52, 67, 69). Cl. X. Corcalciuc Valentin (5477, 82, 84, 88, 90, 91, 94, 96, 99, 500, 36, 37).

Ş.m. 6. Cl. VIII. Andreescu Elena (E: 1882, 84, 85, 88, 90, 94, 95, 97, 99, 903, 04, 06, 14), Caraghiaur Radu (E: 1892, 94, 95, 99, 901, 04, 07, 10—14). Cl. XI. Bădilaş Mariana (5479, 78, 82, 84, 86, 88, 90, 94, 521, 36, 37), Simionescu Ghiocel (idem), Bîja Constantin (5482, 84, 86, 88, 90, 94, 95, 512, 17, 21, 33, 36, 37), Ştefănescu Victor (idem), Modoianu Petre (idem).

Ş.m. 12. Cl. VI. Sereteanu Sanda (E: 1897, 99, 904, 07, 10—12). Cl. VII. Bereti Marian (E: 1896, 98, 907, 14).

Şc. elem. nr. 1. Cl. VI. Brenner Mircea (E: 1882, 84, 85, 88, 90, 94, 95, 99, 901, 03, 08, 10—13, 21).

Şc. elem. nr. 10. Cl. VII. Ştefanov Gh. (E: 1894, 99, 901, 04, 07, 14, 18, 22).

PUCIOASA. **Ş.m.m.** Cl. VIII. Tircă Mihail (E: 1882—93, 907—14; 5456, 61, 77, 88, 536), Aldea Ion (E: 1887, 88, 90, 91, 907, 10—14), Stan Vasile (E: 1894—96, 99, 900, 01, 04, 06, 10, 12, 14, 20; 5506), Dispinescu Elena (E: 1873, 81, 85, 88—91, 93—95, 99, 909, 14; 5536). Cl. IX. Rizea Gabriel (5488, 95, 96, 505—08, 21, 31, 33, 35—37, 52, 60, 62), Niţescu Dan (5447, 63, 66, 70, 91, 95, 536, 59, 61, 66—68, 83). Cl. XI. **Anca Dorinel** (5400, 03, 07, 10, 22, 24, 34, 38, 39, 41, 46—48, 51, 55—57, 61, 63, 66, 75, 79, 82, 84, 86, 88, 90, 93—96, 505—07, 21, 31, 33, 35—37), Lupu Victor (5434, 39, 47, 48, 57, 61, 77, 84, 91, 94, 521, 31, 35—37), Popa Alexandru (5312—15, 29, 35, 37, 39, 43—49, 52, 55, 59, 65, 68, 76, 92, 400, 06, 19, 21, 22, 29, 30, 38, 39, 41, 46—48, 51, 55, 57, 63), **Rîmbu Revizoara** (5447, 49, 51, 59, 62, 63, 66, 70, 72, 74, 75, 77—79, 82, 84, 88, 90, 91, 95—97, 500, 05, 06, 21, 31, 33, 35—37, 49, 50, 52, 60, 62, 65, 66, 68, 84).

RĂCARI. **Ş.m.** Cl. VIII. **Iliescu Elena** (E: 1894—925; 5482, 87, 88, 517, 59, 60, 63), Marcu Ioana (E: 1890, 91, 93—95, 99, 900, 02, 04—06, 11, 12, 14; 5482, 95), Panait Alexandrina (E: 1883, 90, 91, 93—95, 99, 900—06, 10—14), Stanciu Dumitru (E: 1888, 900, 07, 08, 10—14; 5457, 82, 88, 90, 517, 36), Vlad Năstase (idem).

RĂDĂUŢI. **Ş.m. 1.** Cl. VIII. Condiescu Călin (E: 1882—93; 5439, 56, 63). Cl. XI. **Tudose Mircea** (5472, 75, 78—80, 82, 84, 86, 90, 94, 500, 01, 03, 05—07, 12, 21, 33, 36, 37, 43, 50, 52, 60—63, 66, 68, 69, 73, 75—77, 79, 84).

REŞIŢA. Orza Gheorghe (5466, 77, 82, 90, 91, 94—96, 99, 507, 12, 32). **Şc. de 8 ani.** Cl. V. Columb Gabriel (E: 1871, 72, 75, 90, 95, 904, 10—13).

RÎMNICU SĂRAT. **Ş.m. 2.** Cl. VIII. Dobre Valeriu (E: 1894, 95, 99, 902, 04, 06, 07, 12, 14, 18, 21; 5496). Cl. XI. Nelepcu Grigore (5478, 91, 98, 99, 501, 07, 33, 35, 37, 51, 59, 66, 84).

ERATĂ — La problema 5701, ultimul rînd în loc de semnul — se va scrie semnul $+$. — La problema 5097, pag. 43 se va adăoga: unde $\lambda \neq 0$.

CĂTRE REZOLVITORII DE PROBLEME

Corespondenții care ne trimit probleme rezolvate trebuie să redacteze fiecare problemă separat, însoțind-o de toate calculele necesare și de figuri desenate cu îngrijire. Nu se vor trimite soluțiile mai multor probleme pe aceeași foaie.

Se primesc lunar într-un plic soluții numai la problemele și exercițiile din ultimele trei numere apărute. Pe plic se va scrie localitatea și școala pe care o urmează rezolvitorul pentru a se evita confuzii la întocmirea rubricii rezolvitorilor de probleme și a listei celor evidențiați. *Evidențiații trebuie să aibă cel puțin 36 soluții bune.*

Problemele care se propun de către colaboratorii revistei să fie clar alcătuite și însoțite de soluții, să fie personale, iar nu luate din cărți sau reviste. Elevii sînt sfătuiți să înceapă a propune probleme numai după ce au rezolvat un număr destul de mare de exerciții și probleme. Problemele propuse, dar necorespunzătoare, nu se pot publica. Dacă un corespondent constată că unele probleme propuse au fost publicate în cărți sau reviste, este rugat să arate precis volumul și pagina unde a mai apărut enunțul sau soluția problemei respective. Solicităm probleme interesante, legate de practică.

Corespondentul nostru care a citit și a înțeles deplin multe din soluțiile publicate, a rezolvat multe din problemele propuse, poate și este îndemnat să încerce, să schițeze cîte o notă rezultată dintr-o observație făcută cu ocazia rezolvării unei chestiuni mai grele. Aceste note să fie *revăzute de mai multe ori înainte de a fi trimise*, pentru ca redactarea lor să fie *cît mai clară și concisă*. Figurile să fie făcute separat. În redactare se vor evita prescurtările. Nu se va scrie: $\parallel = ; \sim ; \measuredangle ; \perp ; \parallel ;$ Tr., etc. iar trecerea de la un calcul la altul să fie explicată pentru a putea urmări ușor desfășurarea unei demonstrații. Manuscrisele nepublicate nu se înapoiază.

La publicarea problemelor rezolvate se vor menționa rezolvitorii care au dat o bună redactare și o soluție interesantă, sau mai multe metode de rezolvare.

Elevii claselor IX—XI sau studenții vor trimite soluții la problemele propuse pentru clasele VIII—XI. Problemele rezolvate trebuie să fie din ultimele trei numere apărute în G.M.F.-B sau M.F.L. Problemele rezolvate de matematică și fizică vor fi expediate o dată în cursul unei luni într-un singur plic și vor fi însoțite de un borderou cu numărul problemelor, scrise în ordine crescîndă. Pe plic se va scrie școala, clasa și localitatea rezolvitorului. Problemele propuse vor fi scrise pe foi separate.

Elevii claselor V—VII vor fi anunțați la rubrica rezolvitorilor de probleme dacă trimit cel puțin 7 probleme bine rezolvate, iar elevii claselor VIII—XI, pentru cel puțin 12 probleme bine rezolvate. Elevii din clasa VIII pot trimite soluții și la E: V—VIII.

Autorii sînt rugați să semneze clar la sfîrșitul lucrării persoanele pe care o trimit pentru publicat și adresa lor exactă.

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ ȘI FIZICĂ

— etapa regională	23, 24, 25 martie 1963
— etapa finală	26—28 mai 1963.

— Fiecare abonat este rugat să facă cunoscută G.M.F.-B și altor colegi, pentru a face abonamentele din vreme în vederea planificării tirajului lunar.

Tirajul fiind limitat revistele se trimit mai întîi abonaților și de aceea rugăm colaboratorii G.M.F.-B să se aboneze de îndată pentru restul numerelor (5—12). Costul este de 1,50 lei exemplarul.

— *Abonamentele se pot face individual sau colectiv prin oficiile poștale locale sau prin factorii poștali.*

Întreprinderea Poligrafică nr. 6. — c. 312 Lei 1,50

E 1426

KAT

SOCIETATEA DE ȘTIINȚE MATEMATICE ȘI FIZICE
DIN R.P.R.

GAZETA MATEMATICĂ ȘI FIZICĂ

(SERIA B)

PUBLICAȚIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Anul XIV mai 1963

5

GAZETA MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ

(SERIA B)

Anul XIV, nr. 5 — mai 1963

SUMARUL

pag.

1. Pierre Curie de Ion Viscrian, Iaşi 257
2. Aplicaţii ale inegalităţii lui Minkovski la Geometrie de Gh. Lusztig, elev, Timişoara 261
3. Elemente galvanice de Sallo Ervin, Timişoara . . . 264
4. Notă matematică de L. Lupaş, Bucureşti 268
5. Noutăţi din ştiinţă şi tehnică de Savin Viorel, Timişoara 272
6. Caleidoscop matematic de K. Ponomarev, Moscova 273
7. Probleme rezolvate (5401, 5403, 5405, 5407, 5411, 5412; MFL: 847, 848, 850—852, E. 781—787) . . 274
8. Chestiuni de examen (5767—5786) 288
9. Probleme propuse (5787—5813) 290
10. Exerciţii şi probleme propuse pentru clasele V—VIII (E: 1976—1989) 295
11. Rubrica rezolvitorilor de probleme 297

ANUL XIV 5 MAI

COMITETUL DE REDACŢIE

Ailincăi M., profesoară; *Atanasiu V.*, conf univ., redactor pentru fizică; *Cristea I.*, asistent; *Ionescu-Bujor C.*, prof univ.; *Ionescu-Ţiu C.*, profesor, redactor pentru matematică; *Kiss E.*, conf. univ.; *Koch Fr.*, lector; *Kovacs K.*, conf. univ.; *Lèvai Şt.*, asistent; *Muşat I.*, profesor; *Petrovanu A.*, profesor; *Sacter O.*, conf. univ., redactor şef; *Simionescu D. Gh.*, conf. univ.

REDACŢIA: Str. Academiei, 14 — Tel. 14.46.53 — Bucureşti 1

Articolele, notele, recenziile, problemele propuse sau rezolvate, corespondenţa privitoare la activitatea matematică şi fizică a şcolilor, precum şi orice material informativ care ar putea interesa redacţia noastră se vor trimite pe adresa de mai sus.

GAZETA MATEMATICĂ ȘI FIZICĂ

PUBLICAȚIE LUNARĂ PENTRU TINERET

(SERIA B)

Anul XIV, nr. 5 mai 1963

MŰSZAKI KÖNYVTÁR ORSZÁGOS DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT 1883

DIN ISTORIA FIZICII

PIERRE CURIE

1859 — 1906

de *ION VISCRIAN*, cercetător, Iași

Pierre Curie (fig. 1), mare savant francez s-a născut la Paris în 15 mai 1859, fiind al doilea fiu al doctorului Eugène Curie. El a învățat acasă, la început cu tatăl său și apoi, cu renumitul profesor Basille. La 16 ani și-a luat bacalaureatul, iar la 18 ani, licența în științe. La 19 ani este numit profesor la Facultatea de Științe, la profesorul Desains, unde a funcționat 5 ani. Este numit apoi, șef de lucrări de fizică la Școala de Fizică și Chimie Industrială, unde a funcționat 12 ani. În 1895, după ce lucrările sale au devenit cunoscute, devine profesor la această școală și din anul 1900 ține cursuri la Facultatea de științe din Paris. În anul 1904, după ce lui și soției sale li se conferă premiul Nobel pentru descoperirea radiului, i s-a creat o catedră la Facultatea de științe. Este ales membru al Institutului (Academia Franceză) în anul 1905.

Fig. 1. Pierre Curie

În anul 1906, la 19 aprilie, cînd nu avea decît 47 de ani, moare într-un accident, fiind lovit de un camion.

Încă de la vîrsta de 15 ani Pierre Curie s-a familiarizat cu viața de laborator venind la școala de Farmacie, unde fratele său Jacques era preparator și lua parte la pregătirea cursurilor de fizică și chimie.

Activitatea științifică o începe la 21 de ani cînd a publicat prima lucrare în colaborare cu profesorul Desains, o lucrare asupra radiației calorice, în care măsurarea lungimii de undă se face, pentru prima dată, întrebuințînd o rețea și o pilă termoelectrică. În timp ce era preparator el a întreprins împreună cu fratele său, cercetări asupra corpurilor cristaline. Aceste cercetări au dus rapid la descoperirea unui fenomen nou, piezoelectricitatea, fenomen ce constă în apariția unor sarcini electrice pe fețele unui cristal supus la deformații mecanice (fig. 2). Ei au studiat complet acest fenomen și au arătat condițiile de simetrie necesare producerii lui în cristal, precum și fenomenul conex de deformare electrică

a cristalelor. Aceste fenomene stau astăzi, la baza traductorilor piezoelectrici, a producerii ultrasunetelor cu ajutorul cristalelor de cuarț și a stabilizării frecvenței. Au perfecționat tehnica electrometrică construind electrometrul Curie. Au construit un aparat numit cuarțul piezoelectric, care permite producerea unei cantități de electricitate cunoscută ca valoare absolută și care servește ca etalon de cantitate de electricitate; aparatul

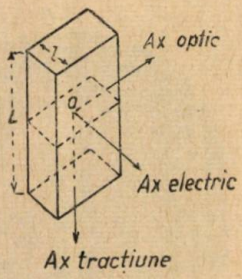


Fig. 2

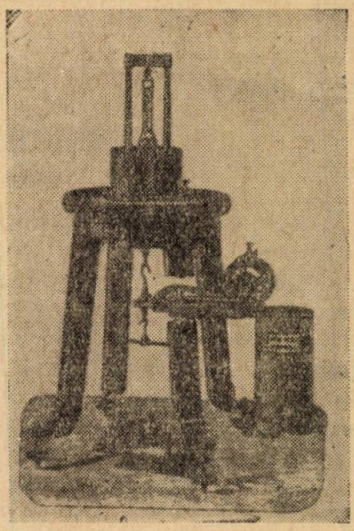


Fig. 3

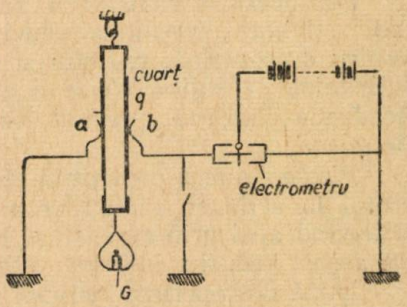
servea și ca instrument de măsură absolută de sarcină și de curenți slabi. Acest aparat, asociat cu electrometrul Curie a adus mari servicii în cercetările asupra radio-activității și continuă să fie întrebuințat în mod curent (fig. 3).

Pierre Curie singur și împreună cu Jacques, a studiat structura cristalină, a enunțat principiul simetriei și a introdus noțiuni noi, care stau la baza cristalografiei și științei moderne. A făcut în 1896, un studiu asupra creșterii cristalului, arătînd că viteza de creștere este diferită pentru diferite fețe, în timp ce solubilitatea este aceeași.

Din anul 1892 pînă în 1895 Pierre Curie a efectuat cercetări asupra proprietăților magnetice a 20 de corpuri la diferite temperaturi, de la temperatura ambiantă pînă la temperatura de 1400°C. În acest domeniu își susține teza de doctorat. Aceste măsurători au fost făcute pentru a se afla legătura între proprietățile corpurilor diamagnetice, paramagnetice și feromagnetice. Rezultatele obținute în aceste cercetări au o importanță fundamentală din punct de vedere al magnetismului și diamagnetismului. Legile de variație găsite arată legătura intimă între feromagnetism și paramagnetism, în timp ce diamagnetismul este complet independent. El găsește că susceptibilitatea magnetică la aproape toate corpurile paramagnetice este invers proporțională cu temperatura absolută (legea lui *Pierre Curie*) $K = \frac{C}{T}\rho$, unde C este constanta lui Curie, ρ — densitatea

corpului, iar T — temperatura absolută ; iar în cazul corpurilor feromagnetice (legea lui *P. Curie — P. Weiss*), $K = \frac{C}{T-\theta}$ în care θ este temperatura lui *Curie*. La această temperatură corpurile feromagnetice capătă proprietăți paramagnetice.

În ultimii ani s-a ocupat mai ales, cu cercetări asupra radioactivității, în colaborare cu *Marie Curie* și alți colaboratori, cercetări care au dus la descoperirea poloniului, radiului și a unor legi de analiză radiochimică etc.



Aceste cercetări au fost întreprinse după 2 ani de la descoperirea radiațiilor uranice de către *Henri Becquerel*. Soția sa, *Marie Sklodovska-Curie*, vrînd să găsească originea razelor uranice a observat că și toriul este radioactiv și mai mult, că un minereu de uraniu, pehblenda, posedă o radioactivitate mai intensă decît elementele toriu și uraniu, fapt ce arată că în pehblendă există un nou element radioactiv, necunoscut. *Pierre Curie* a urmărit cu interes experiențele soției sale și cînd a văzut rezultatele, s-a hotărît să lucreze împreună cu ea la obținerea elementului necunoscut.

În anul 1898 începe colaborarea soților *Curie*, colaborare care durează 8 ani. Pentru prepararea acestui element ei pornesc de la pehblenda de Ioakimov, minereu de uraniu care se întrebuințează în industria de sticlărie și conține foarte multe elemente. Ei au separat cu multă greutate element cu element, observînd că radioactivitatea se concentrează în două fracțiuni : există deci, două elemente noi radioactive, diferite unul de altul. Unul concentrat în fracțiunea cu săruri de bismut — a fost numit poloniu —, iar al doilea în fracțiunea cu săruri de bariu, căruia i s-a dat denumirea de radiu (element de un milion de ori mai radioactiv decît uraniul). Descoperirea poloniului a fost comunicată la Academia din Paris în iulie 1898, iar a radiului în octombrie a aceluiași an.

Se punea problema separării unei cantități măsurabile de radiu, pentru a i se determina proprietățile fizice. Pentru aceasta era necesară prelucrarea unei cantități uriașe de minereu de pehblendă sau de reziduri de minereu de la extragerea uraniului. Soții *Curie* nu s-au dat în lături de la această muncă. Lucrările au fost începute într-un hangar de scînduri, părăsit, prin al cărui acoperiș de sticlă trecea ploaia, în care vara era foarte cald, iar iarna îngheța apa. În aceste condiții cei doi savanți au lucrat cu o răbdare de admirat, tratînd timp de 4 ani cu acizi și reactivi, tone de minereu, prelucrînd zilnic cîte 20 kg reziduri de minereu de uraniu. (Pentru a se prepara mai tîrziu, 1 gram de radiu, într-o fabrică, au fost necesare 800 tone de minereu de carnalit, 500 tone reactivi, 12 000 tone acizi și munca a 150 persoane timp de o lună).

Cercurile conducătoare din Franța au fost nedrepte cu acest mare savant. În anul 1898, Catedra de Fizică de la Sorbona devine liberă. *Pierre Curie* o solicită, însă cererea i se respinge. După cîțiva ani, devine liberă Catedra de cristalografie ; i se refuză și aceasta, deși era cel mai indicat

pentru a o ocupa. În anul 1902, după ce descoperirea radiului a fost confirmată, prietenii îi propun să candideze la Academia de Științe: este ales însă, alt candidat. Cînd i se propune decorația Legiunii de onoare, *Pierre Curie* o refuză spunînd că nu are nevoie de distincții, ci de un laborator.

După 45 luni de la publicarea existenței probabile a radiului în pehblendă, în anul 1902, soții *Curie* reușesc să prepare un decigram de clorură pură de radiu și determină greutatea atomică a radiului ca fiind 226. Un nou element este trecut în tabloul lui *Mendeleev*.

Descoperirea radiului a dat un mare impuls dezvoltării științei și radioactivitatea constituie astăzi, o importantă ramură a fizicii și chimiei. Pentru descoperirea radiului și a fenomenului său caracteristic — radioactivitatea — soților *Curie* li se conferă la 10 decembrie 1903, de către Academia Suedeză, premiul Nobel pentru fizică, simultan și lui *Henri Becquerel*.

Pierre Curie a urmărit și efectele fiziologice ale radiului, expunîndu-și brațul la acțiunea radiațiilor acestuia. Pielea a devenit la început roșie și trecînd apoi prin mai multe faze, capătă după 40 de zile de experiență un aspect cenușiu, indicînd acțiunea nocivă a radiațiilor.

După descoperirea radiului, *Pierre Curie* a studiat compoziția razelor emise de radiu, a studiat proprietățile lor, a făcut lucrări asupra gazului Radon, lucrări asupra radioactivității apelor minerale, primele măsurători ale debitului de căldură dat de radiu (căldura care provine din transformarea energiei cinetice a particulelor emise de radiu în energie calorică) și a studiat natura razelor secundare produse de razele Roentgen, arătînd că sînt încărcate negativ, la fel ca și razele catodice.

Pierre Curie a consacrat o mare parte din timpul său studiului construcției de aparate noi. Printre cele mai importante, în afară de electrometru și cuarțul piezoelectric amintite, a realizat balanța de precizie aperiodică, care i-a adus mari servicii în cercetările sale. Totodată, cu această ocazie, a întreprins un studiu al mișcărilor amortizate.

Pierre Curie a fost un mare pacifist. În discursul pe care l-a ținut la Stockholm cu ocazia decernării premiului Nobel, el a arătat că radiul poate deveni foarte periculos în mîini criminale. El recomandă că: „este de datoria fiecăruia dintre noi să lupte pentru utilizarea descoperirilor în vederea progresului omenirii și a păcii".

După moartea lui *Pierre Curie*, la 19 aprilie 1906, Catedra de Fizică de la Sorbona rămîne vacantă. După multe tergiversări, în urma intervenției unor profesori, Consiliul profesorilor Facultății de Științe hotărăște să încredințeze Catedra de Fizică unei femei: *Marie Curie*, colaboratoarea marelui savant, care a continuat activitatea științifică creatoare dusă împreună cu soțul său.

BIBLIOGRAFIE:

1. Oeuvres de Pierre Curie, publiées par les soins de la Societé Française de Physique, Editura Gauthier-Villars, Paris, 1908
2. *E. Zamfirescu:* Viața și opera savantei Marie Curie. Editura Tehnică, București, 1955.
3. *K. B. Zaborenko:* Radioactivitatea. Editura „Cartea Rusă", București, 1954.
4. *A. Kastler și J. Nicolle:* Pierre Curie, son grand mérite, sa vie, son oeuvre. Les Lettres Française, 1959, nr. 759, 5—11 febr.

5. *S. Procopiu:* Electricitate și magnetism, vol. I și II. Editura Laboratorului de Electricitate, Iași, 1939—1942.
6. *A. S. Sanielevici:* Radioactivitatea, fenomene și legi generale, vol. I, Editura Academiei R.P.R. București, 1959.
7. Les prix Nobel en 1903. Imprimerie Royale P. A. Norstedt-Söner, Stockholm, 1906.
8. *J. Becquerel:* La radioactivite et les transformations des elements. Payot, Paris, 1924.
9. *Farkas Ana:* Pierre Curie, M.F.L. nr. 5, 1958.

APLICAȚII ALE INEGALITĂȚII LUI MINKOWSKI LA GEOMETRIE

de *GHEORGHE A. LUSZTIG*, elev, Timișoara

1. Considerăm identitatea lui *Lagrange* ($a_i, b_i \in R$; $i=1, 2, 3, \ldots, n$)

$$\sum_{i=1}^{n} a_i^2 \cdot \sum_{i=1}^{n} b_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} a_i \cdot b_i\right)^2 = \sum_{i,j=1}^{n} (a_i b_j - a_j b_i)^2. \qquad (1)$$

Ținînd seama că membrul II este pozitiv rezultă inegalitatea:

$$\sum_{i=1}^{n} a_i^2 \cdot \sum_{i=1}^{n} b_i^2 \geqslant \left(\sum_{i=1}^{n} a_i b_i\right)^2. \qquad (2)$$

Ambii membri ai inegalității (2) fiind pozitivi avem și

$$2\sqrt{\sum_{i=1}^{n} a_i^2 \cdot \sum_{i=1}^{n} b_i^2} \geqslant 2\sum_{i=1}^{n} a_i b_i. \qquad (3)$$

Adunăm la ambii membri ai inegalității (3) expresia $\sum_{i=1}^{n} a_i^2 + \sum_{i=1}^{n} b_i^2$ și obținem:

$$\sqrt{\sum_{i=1}^{n} a_i^2} + \sqrt{\sum_{i=1}^{n} b_i^2} \geqslant \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (a_i + b_i)^2}. \qquad (4)$$

Inegalitatea (4) este cunoscută sub numele de inegalitatea lui *Minkowski*.

2. Dacă $a_i, b_i, \ldots, l_i \in R$ $(i=1, 2, 3, \ldots, n)$, este cunoscută inegalitatea:

$$\sqrt{\sum_{i=1}^{n} a_i^2} + \sqrt{\sum_{i=1}^{n} b_i^2} + \ldots + \sqrt{\sum_{i=1}^{n} l_i^2} \geqslant \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \underbrace{(a_i + b_i + \ldots + l_i)^2}_{k \text{ termeni}}} \qquad (5)$$

Demonstrația prin inducție completă

a) Pentru $k=1$ avem $\sqrt{\sum_{i=1}^{n} a_i^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} a_i^2}$ deci, inegalitatea (5) se verifică în acest caz.

b) Pentru $k=2$ avem inegalitatea lui *Minkowski* demonstrată mai sus.

c) Presupunem că inegalitatea (5) este adevărată pentru $k=k_1 \geqslant 2$, adică avem:

$$\sqrt{\sum_{i=1}^{n} a_i^2} + \sqrt{\sum_{i=1}^{n} b_i^2} + \ldots + \sqrt{\sum_{i=1}^{n} f_i^2} \geqslant \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (a_i + b_i + \ldots + f_i)^2} \quad (6)$$

Adunăm la ambii membri ai inegalității (6) expresia $\sqrt{\sum_{i=1}^{n} g_i^2}$

și obținem:

$$\sqrt{\sum_{i=1}^{n} a_i^2} + \sqrt{\sum_{i=1}^{n} b_i^2} + \ldots + \sqrt{\sum_{i=1}^{n} f_i^2} + \sqrt{\sum_{i=1}^{n} g_i^2} \geqslant$$

$$\geqslant \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (a_i + b_i + \ldots + f_i)^2} + \sqrt{\sum_{i=1}^{n} g_i^2} \geqslant \quad (7)$$

$$\geqslant \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \underbrace{(a_i + b_i + \ldots + f_i + g_i)^2}_{k_1 + 1 \text{ termeni}}}$$

de unde rezultă că inegalitatea (5) este adevărată și pentru $k=k_1+1$.

Conform principiului inducției complete inegalitatea (5) este adevărată pentru orice numere naturale n, k.

Observație. Avem egalitate cînd:

$$\frac{a_i}{a_j} = \frac{b_i}{b_j} = \ldots = \frac{l_i}{l_j}. \quad (8)$$

3. Punem $a_i + b_i + \ldots + l_i = -m_i$ și $n = 2$. Obținem:

$$\sqrt{a_1^2 + a_2^2} + \sqrt{b_1^2 + b_2^2} + \ldots + \sqrt{l_1^2 + l_2^2} \geqslant \sqrt{m_1^2 + m_2^2} \quad (9)$$

cu condiția

$$\begin{aligned} a_1 + b_1 + \ldots + l_1 + m_1 &= 0 \\ a_2 + b_2 + \ldots + l_2 + m_2 &= 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Punem $a_1 = x_1 - x_2$; $b_1 = x_2 - x_3$;

$$l_1 = x_2 - x_{k+1}; \; m_1 = x_{k+1} - x_1$$

$$a_2 = y_1 - y_2; \; b_2 = y_2 - y_3; \ldots$$

$$l_2 = y_k - y_{k+1}; \; m_2 = y_{k+1} - y_1.$$

Se verifică ușor că

$$\sum_{1}^{k+1} a_1 = (x_1 - x_2) + (x_2 - x_3) + \ldots = 0$$

și că:

$$\sum_{1}^{k+1} a_2 = (y_1 - y_2) + (y_2 + y_3) + \ldots = 0.$$

Rezultă că avem:

$$\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} + \sqrt{(x_2 - x_3)^2 + (y_2 - y_3)^2} + \ldots + \\ + \sqrt{(x_k - x_{k+1})^2 + (y_k - y_{k+1})^2} \geqslant \sqrt{(x_{k+1} - x_1)^2 + (y_{k+1} - y_1)^2} \tag{11}$$

ceea ce exprimă că, fiind dat un poligon plan cu $k+1$ laturi ale cărui vîrfuri au coordonatele (x_1, y_1); (x_2, y_2); ...; (x_{k+1}, y_{k+1}), suma a k laturi consecutive este mai mare decît a $k+1$ latură, teoremă cunoscută din geometrie.

4. Se știe că centrul de greutate al vîrfurilor unui poligon are coordonatele $x = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$, $y = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n}$ unde (x_i, y_i) sînt coordonatele vîrfurilor, iar n este numărul laturilor poligonului.

Fie două poligoane cu același număr n de laturi care au același centru de greutate al vîrfurilor. Vîrfurile primului poligon sînt (x_i, y_i), iar vîrfurile celui de-al doilea sînt (x_i', y_i'). Condiția ca centrele de greutate ale vîrfurilor să coincidă se scrie

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i'}{n} \quad ; \quad \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i'}{n}$$

sau

$$\sum_{i=1}^{n} (x_i - x_i') \; ; \quad \sum_{i=1}^{n} (y_i - y_i') = 0. \tag{12}$$

5. *Particularizări:* a) Punctele (x_1, y_1); (x_2, y_2); ...; (x_{k+1}, y_{k+1}) sînt colineare atunci cînd avem:

$$\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} + \sqrt{(x_2 - x_3)^2 + (y_2 - y_3)^2} + \ldots + \\ + \sqrt{(x_k - x_{k+1})^2 + (y_k - y_{k+1})^2} = \sqrt{(x_{k+1} - x_1)^2 + (y_{k+1} - y_1)^2}. \tag{13}$$

Conform observației de la punctul 2, egalitatea (13) are loc atunci cînd:

$$\frac{x_1 - x_2}{y_1 - y_2} = \frac{x_2 - x_3}{y_2 - y_3} = \ldots = \frac{x_k - x_{k+1}}{y_k - y_{k+1}}. \tag{14}$$

Relația (14) exprimă *condiția ca $k+1$ puncte să fie colineare.*

b) Fie un triunghi ABC și trei puncte A', B', C' situate pe laturile corespunzătoare, pe care le împart în același raport. Conform teoremei lui *Pappus*, triunghiurile ABC și $A'B'C'$ au același centru de greutate și conform celor precedente, cu segmentele AA', BB', CC' se poate construi un triunghi. Acesta constituie tocmai obiectul *problemei 5449* din G.M.F.-B 9/1962.

c) Un punct poate fi considerat ca un poligon cu n laturi (degenerat) avînd centrul de greutate al vîrfurilor chiar în punctul considerat.

In particular, fie G centrul de greutate al triunghiului ABC și A', B', C' mijloacele laturilor BC, CA, AB. Conform celor de mai sus, cu segmentele GA, GB, GC se poate construi un triunghi. Aceasta exprimă cunoscuta teoremă de geometrie plană: cu medianele unui triunghi se poate construi un triunghi.

Notă. Inegalitatea (2) a fost dată de *A. L. Cauchy* în cursul său de Analiză, din 1821. *V. Buniakowski* a dat o inegalitate analoagă pentru integrale. în 1859, regăsită de *H. A. Schwartz* în 1885.

Inegalitatea (5) demonstrată de autor este cunoscută, a fost dată de *M. Minkowski*, în cartea sa de Geometria numerelor, în 1896 sub forma generală

$$\{\Sigma (a+b+\ldots+e)^r\}^{\frac{1}{r}} < (\Sigma a^r)^{\frac{1}{r}} + \ldots + (\Sigma e^r)^{\frac{1}{r}}$$

pentru $r > 1$. Se poate consulta G. H. Hardy, J. E. Littlewood, G. Polya: Neravenstva, Moscova, 1948. (N. R.).

PENTRU CERCURILE DE FIZICĂ

ELEMENTE GALVANICE

de *SALLO ERVIN*, Timișoara

Experiența 1. Să aruncăm o bucată de zinc în soluție de sulfat de cupru. Observăm că paralel cu decolorarea soluției, bucata de zinc se va acoperi cu un strat gros, buretos de cupru.

Se cunoaște din chimie că reacția de față:

$$Zn + CuSO_4 \rightarrow Cu + ZnSO_4$$

este o reacție de oxido-reducere. Prin pierderea a doi electroni, atomii zincului metalic se oxidează în cationi de zinc, reducîndu-se concomitent ionii de cupru din soluția de sulfat de cupru, prin primirea celor doi electroni de către atomii de cupru. Reacțiile parțiale sînt următoarele:

$$Zn \rightarrow Zn^{++} + 2\,e^-$$

$$Cu^{++} + 2\,e^- \rightarrow Cu$$

Deci în timpul reacției studiate electronii migrează de pe atomul de zinc pe ionul de cupru. Există oare posibilitatea ca acești electroni să fie folosiți sub formă de curent electric? Da, dacă separăm în spațiu procesul de oxidare și reducere (procesul de cedare și primire a electronilor), cedarea electronilor realizîndu-se printr-un conductor.

Experiența 2. La mijlocul unui tub în formă de *U* așezăm un tampon de vată, iar într-o parte a tubului (*I*) turnăm soluție de 5% $ZnSO_4$, iar în partea cealaltă (*II*) soluție de 5% $CuSO_4$. În soluția de $ZnSO_4$, scufundăm o placă de zinc, iar în soluția de $CuSO_4$ o placă de cupru. Să legăm cele două plăci cu un instrument de măsură. (De exemplu o busolă în jurul căruia am înfășurat 5—10 spire de sîrmă izolate). După

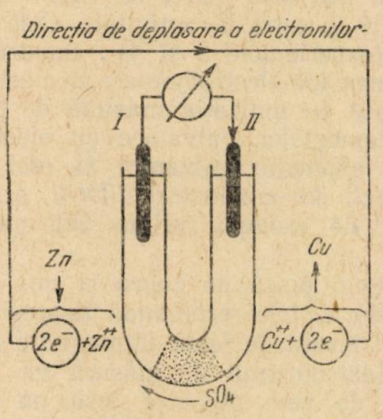


Fig. 1

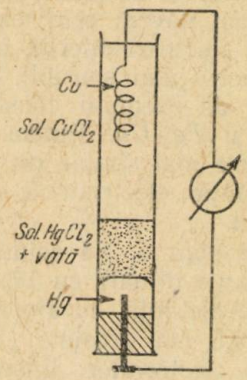


Fig. 2

indicația aparatului astfel construit, prin conductorul de legătură trece un curent de electroni dinspre placa de zinc spre placa de cupru. Aranjarea experienței și procesele ce au loc se reprezintă schematic în figura 1. Deci în esență au loc aceleași procese, ca în cazul experienței 1 cu diferența, că electronii eliberați la reacția zincului, ajung la cationii de cupru, nu direct, ci prin intermediul conductorului de legătură dintre electrozi.

Din experiențele de mai sus rezultă că unele metale (în cazul nostru cupru) sînt precipitate din soluțiile sărurilor lor de către altele (în cazul nostru zincul). Despre cele dintîi, care se precipită în procesul primirii electronilor, spunem că sînt mai puțin active decît ultimele, care se dizolvă la cedarea electronilor. Activitatea este o proprietate relativă. Cuprul de exemplu este mai puțin activ decît zincul, față de mercur însă este mai activ. Despre aceasta ne convinge următoarea experiență:

Experiența 3. O placă de cupru scufundată într-o soluție de clorură mercurică (sublimat, atenție foarte otrăvitor!!!), într-un timp scurt va fi acoperit cu un strat de amalgam. În cazul utilizării pulberii de cupru dizolvarea cuprului se face în așa proporție, încît soluția se va colora în verde albăstrui deschis. În cazul experienței astfel modificate putem deci observa nu numai precipitarea mercurului, mai puțin activ, ci și semnele vizibile ale dizolvării cuprului, mai activ.

Experiența 4. Să confecționăm — conform indicațiilor din figura 2 — un alt element galvanic cu electrozi de cupru și mercur. După indicația aparatului de măsură, electronii în acest caz migrează dinspre electrodul de cupru spre electrodul de mercur. Cu experiențe asemănătoare putem stabili în cazul tuturor metalelor, activitatea unuia față de altul și le putem înșira în ordinea activităților: *Li, Rb, K, Ba, Sr, Ca, Na, Mg, Be,*

Al, Mn, Zn, Gr, Fe, Cd, Ci, No, Sn, Pb, H, Sb, As, Bi, Cu, Hg, Ag, Pd, Pt, Au.

Oricare element al acestei aşa-numite *serii de activitate* este mai activ ca următoarele şi mai puţin activ ca precedentele. Dacă, cu ajutorul a două metale şi a unei soluţii corespunzătoare construim un element galvanic, totdeauna metalul mai activ este electrodul negativ; tensiunea electromotoare a elementului este cu atît mai mare, cu cît se află mai departe unul de altul cele două metale în seria de activitate. Cele menţionate se pot dovedi prin experienţe (experienţele 2 şi 4): construim elemente cu electrozi diferiţi, iar tensiunea lor electromotoare o măsurăm cu un voltmetru mai sensibil, de exemplu cu indicaţia maximă de 3 *V*. Să încercăm de exemplu construirea elementelor galvanice cu electrozi de *Zn - Hg* şi *Fe - Cu*. Putem construi elemente galvanice şi mai simple. Pentru cele mai simple nu se cer decît doi conductori *diferiţi*, scufundaţi într-o soluţie electrolitică. Aşa este de exemplu prima pilă galvanică, *pila Volta*.

Experienţa 5. Să scufundăm cîte o placă de cupru şi una de zinc într-o soluţie diluată cu 1% acid sulfuric. (Se recomandă fixarea plăcilor la 0,5 cm distanţă, cu ajutorul a trei bucăţi de lemn impregnate în parafină de 0,5 cm grosime (fig. 3). Instrumentul de măsură va semnala migrarea electronilor dinspre placa de zinc. Aceasta însă nu durează prea mult deoarece tensiunea electromotoare a elementului scade treptat. (Experimentatorul răbdător va putea reprezenta pe diagramă scăderea tensiunii electromotoare, în funcţie de timp. Să scoatem placa de cupru şi să o spălăm bine cu apă, apoi să o introducem din nou în electrolit; tensiunea electromotoare revine la valoarea iniţială.

Experienţa 6. Experienţa anterioară va fi mai demonstrativă prin folosirea unui bec de lanternă, care se alimentează de la 3—4 elemente Volta

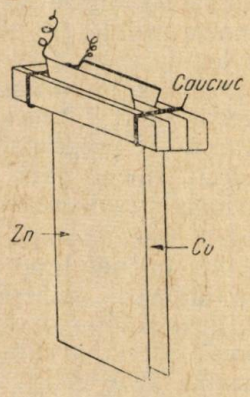


Fig. 3

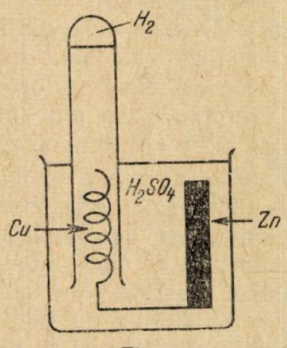


Fig. 4

legate în serie. Într-un timp scurt, maximum 1—2 minute becul nu mai dă lumină. Cum se explică scăderea tensiunii electromotoare a elementului?

Experienţa 7. Să se scufunde în soluţie de acid sulfuric o plăcuţă de zinc legată la o spirală din sîrmă de cupru. Aşezăm spirala de cupru într-o eprubetă cu soluţie de acid sulfuric (fig. 4). După un interval de timp

observăm că în eprubetă se adună un gaz. Dacă avem răbdare să aşteptăm pînă la acumularea unei cantităţi mai mari de gaz, cu metoda cunoscută din chimie (ardere) putem arăta că acest gaz este hidrogen.

Să însumăm experienţele anterioare. În timpul funcţionării elementului Volta, pe electrodul de cupru se degajă hidrogen, care *polarizează* electrodul de cupru, adică se formează un nou element galvanic, a cărei ten-

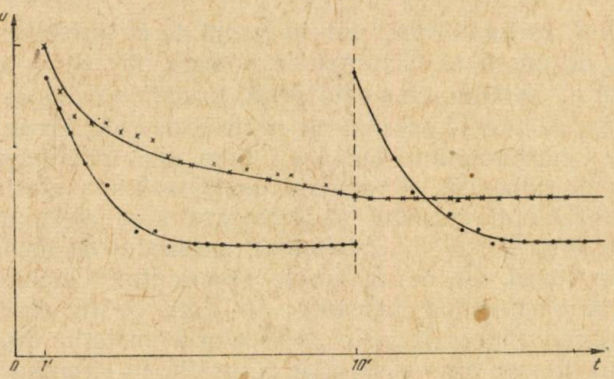


Fig. 5

siune electromotoare opusă, micşorează tensiunea electromotoare a elementului. Polarizarea are loc la toate elementele galvanice la care, în timpul funcţionării, se depun pe electrozi materiale diferite de cel al electrodului. Elementele din experienţele 2 şi 4 nu se polarizează, electrozii scufundîndu-se în soluţia sărurilor proprii ; ele se numesc elemente *permanente*. În cazul majorităţii elementelor galvanice polarizarea este cauzată de gazul hidrogen adunat în jurul electrodului pozitiv. Aceasta însă se poate evita prin oxidarea lui, adică transformarea lui în apă.

Experienţa 8. În electrolitul elementului galvanic din experienţa 5 să aruncăm două bucăţi de bicromat de potasiu de mărimea unei boabe de mazăre (la un pahar de apă) şi să examinăm din nou printr-un voltmetru cum scade tensiunea electromotoare, a elementului scurtcircuitat. (Se recomandă ca rezultatele măsurătorilor să se reprezinte pe aceeaşi hîrtie milimetrică pe care am reprezentat rezultatele experienţei 5 ; astfel se uşurează comparaţia). Tensiunea electromotoare va scade mult mai încet, deoarece bicromatul de potasiu din acid va oxida hidrogenul degajat pe placa de cupru, transformîndu-l în apă. Graficul alăturat (fig. 5) reprezintă rezultatele experienţelor 5 şi 8. Rezultatele notate prin puncte reprezintă schimbarea tensiunii electromotoare a unui element Volta normal, măsurat din jumătate în jumătate de minut. În minutul 10 electrozii se spală.

Rezultatele notate prin cruce înclinată reprezintă, scăderea tensiunii electromotoare a elementului conţinînd bicromat de potasiu ca depolarizant. Măsurătorile se fac tot timpul din jumătate în jumătate de minut. Din grafic reiese că tensiunea electromotoare a elementului cu depolarizant scade mai încet şi se stabilizează la o valoare mai mare ca tensiunea electromotoare a elementului Volta simplu. Bineînţeles, depolarizarea se poate realiza şi cu alte substanţe oxidante, ca acid azotic sau bioxid de

mangan. Alegerea substanței oxidante depinde de electrolit și natura electrozilor.

În experiențele descrise s-au făcut referiri la reacțiile care au loc în electrolit și la legătura acestora cu tensiunea electromotoare a elementului. În încheiere vom arăta că și în electrolitul elementului galvanic circulă curent. În acest scop să urmărim într-un element mișcarea ionilor colorați.

Experiența 9. În fundul unui tub în formă de *U* turnăm o soluție saturată de sulfat de cupru și bicromat de potasiu, iar peste aceasta — în cele două brațe ale tubului, cu multă grijă, turnăm soluție de acid sulfuric 1%. Într-un braț al tubului așezăm un electrod de zinc, iar în celălalt unul de grafit și le scurtcircuităm. După un timp mai îndelungat (1—2 zile) observăm că ionii galbeni de bicromat se deplasează spre electrodul de zinc, iar cationii albaștri ai cuprului se delasează spre electrodul de grafit. Dacă așteptăm timp destul de îndelungat, electrodul de grafit se acoperă cu un strat de cupru. Ce ne dovedește experiența? Circuitul se închide prin electrolitul elementului zalvanic: în timp ce în circuitul exterior electronii negativi migrează, prin conductorul metalic dintre electrozi, de la electrodul de zinc spre electrodul de grafit, în circuitul interior, prin intermediul electrolitului, migrează anionii de bicromat dinspre electrodul de grafit spre electrodul de zinc.

NOTĂ MATEMATICĂ

ASUPRA UNOR PROBLEME DE DIVIZIBILITATE

1. Să se arate că expresia

$$E = a^{\alpha m+\beta n} + b^{\gamma m+\delta n} \tag{1}$$

este divizibilă cu c — unde a, b, c, α, β, γ, δ, m, n sînt numere pozitive și n — impar, dacă

$$a^{\alpha} - b^{\gamma} = \mathfrak{M}\, c \qquad (2) \qquad \text{și} \qquad a^{\beta} + b^{\delta} = \mathfrak{M}\, c \tag{3}$$

Avem

$$E = a^{\beta n} \cdot a^{\alpha m} + b^{\delta n} \cdot b^{\gamma m}$$

sau

$$E = \left[\mathfrak{M}\, c + \operatorname{rest} \frac{a^{\beta}}{c}\right]^{n} \cdot \left[\mathfrak{M}\, c + \operatorname{rest} \frac{a^{\alpha}}{c}\right]^{m} + \left[\mathfrak{M}\, c + \operatorname{rest} \frac{b^{\delta}}{c}\right]^{n} \cdot \left[\mathfrak{M}\, c + \operatorname{rest} \frac{b^{\gamma}}{c}\right]^{m} \tag{4}$$

unde prin $\operatorname{rest} \frac{a^{\beta}}{c}$ înțelegem restul împărțirii numărului întreg a^{β} la numărul c.

Urmează că:

$$E = \mathfrak{M}\, c + \left[\text{rest}\ \frac{a^{\beta}}{c}\right]^{n} \cdot \left[\text{rest}\ \frac{a^{\alpha}}{c}\right]^{m} + \left[\text{rest}\ \frac{b^{\delta}}{c}\right]^{n} \cdot \left[\text{rest}\ \frac{b^{\gamma}}{c}\right]^{m} \qquad (5)$$

Însă conform relației (2) și ținînd seama că resturile sînt mai mici decît c, urmează că:

$$E = \mathfrak{M}\, c + \mathfrak{M}\left\{\left[\text{rest}\ \frac{a^{\beta}}{c}\right]^{n} + \left[\text{rest}\ \frac{b^{\delta}}{c}\right]^{n}\right\} \qquad (6)$$

sau deoarece n impar rezultă:

$$E = \mathfrak{M}\, c + \mathfrak{M}\left\{\left[\text{rest}\ \frac{a^{\beta}}{c}\right] + \left[\text{rest}\ \frac{b^{\delta}}{c}\right]\right\}$$

dar ținînd seama de condiția (3) putem scrie că:

$$\text{rest}\ \frac{a^{\beta}}{c} + \text{rest}\ \frac{b^{\delta}}{c} = \mathfrak{M}\, c \qquad \text{deci:} \qquad E = \mathfrak{M}\, c.$$

Observație. a) Condițiile (2) și (3) sînt suficient dar nu sînt necesare. b) Problema este aceiași dacă considerăm a^{β}, a^{α}, b^{δ}, b^{γ} mai mici decît c — relația (5) fiind aceiași.

c) α, β, γ, δ nu pot să fie toți nuli — cu excepția cazului $c=2$.

S-a presupus $(a, c) \equiv 1$ și $(b, c) \equiv 1$.

d) Pentru $\gamma=0$, $\delta=0$, $n=1$ avem:

$E = a^{\alpha m+\beta} + 1 = \mathfrak{M}\, c$ dacă avem condițiile

$$a^{\alpha} - 1 = \mathfrak{M}\, c \qquad \text{și} \qquad a^{\beta} + 1 = \mathfrak{M}\, c$$

Dacă $(d, c) \equiv 1$ și $\beta = \varepsilon + \omega$ avem:

$$E = a^{\alpha m+\omega} \cdot a^{\varepsilon} \cdot d + d - k\, c\, a^{\alpha m+\omega} = \mathfrak{M}\, c,$$

unde k este un număr întreg. Deci:

$$E = (a^{\varepsilon} \cdot d - k\, c)\, a^{\alpha m+\omega} + d = \mathfrak{M}\, c.$$

Pentru $a=12$, $d=4$, $c=13$, $\varepsilon=2$, $\omega=3$, $\alpha=2$, $\beta=5$, $k=43$ și pentru $a=14$, $d=3$, $c=13$, $\varepsilon=2$, $\alpha=2$, $\beta=3$, $\omega=1$, $k=47$ obținem *problema 323* — G.M.F.-B nr. 4/1951.

e) Pentru $a=2$, $b=7$, $\alpha=8$, $\beta=2$, $\gamma=4$, $\delta=4$, $n=1$, $c=13$, obținem *problema 1983* a) — G.M.F.-B nr. 10/1956.

f) Pentru $a=2$, $b=7$, $c=13$, $\alpha=8$, $\beta=6$, $\gamma=8$, $\delta=6$, $n=1$ obținem *problema 1983.*

2. Similar avem — cu aceiași demonstrație

$$E = a^{\alpha m+\beta n} + b^{\gamma m+\delta n} = \mathfrak{M}\, c \qquad (7)$$

unde a, b, c, α, β, γ, δ, m, n sînt numere întregi și pozitive și m impar, dacă

$$a^{\alpha} + b^{\gamma} = \mathfrak{M}\, c \qquad (8) \qquad \text{și} \qquad a^{\beta} - b^{\delta} = \mathfrak{M}\, c \qquad (9)$$

Observație. a) Pentru $m=1$, $a=2$, $b=18$, $c=17$, $\alpha=4$, $\beta=8$, $\gamma=2$, $\delta=4$ obținem *problema 2938* din G.M.F.-B nr. 1/1958.

b) Pentru $m=1$, $a=3$, $b=2$, $c=73$, $\alpha=2$, $\beta=4$, $\gamma=6$, $\delta=3$ obținem *problema 4416* din G.M.F.-B nr. 10/1960.

3. Avem:

$$E = a^{\alpha m+\beta n} - b^{\gamma m+\delta n} = \mathfrak{M}\, c \tag{10}$$

unde a, b, c, α, β, γ, δ, m, n, sînt numere întregi și pozitive, dacă:

$$a^{\alpha} - b^{\gamma} = \mathfrak{M}\, c \tag{11}$$

și

$$a^{\beta} - b^{\delta} = \mathfrak{M}\, c \tag{12}$$

(demonstrația fiind aceiași ca la punctul 1).

Observație. a) Pentru $a=45$, $b=2$, $c=1961$, $\alpha=\gamma=0$, $\beta=2$, $\delta=6$ obținem *problema 4812* a) din G.M.F.—B nr. 7/1961.

b) Pentru $a=5$, $b=28$, $c=1959$, $\alpha=\gamma=0$, $\beta=8$, $\delta=2$ obținem *problema 4480* din G.M.F.-B nr. 12/1960.

c) Relația (10) cu condițiile (11) și (12) se mai poate scrie și astfel:

$$E = a^{\alpha m+\beta n} + (kc - b^{\gamma m+\delta n}) = \mathfrak{M}\, c$$

unde k este un număr întreg. Pentru $a=45$, $b=2$, $c=1961$, $\alpha=0$, $\beta=2$, $\gamma=6$, $\delta=0$, $m=1$ obținem *problema* 4765 din G.M.F.-B nr. 6/1961.

Relația (10) poate fi scrisă și astfel:

$$E = d^{n+\varepsilon}\cdot(a^{\alpha m+\beta n} - b^{\gamma m+\delta n}) = \mathfrak{M}\, e$$

cu condițiile (11) și (12), dacă $e=c\cdot d^{\varepsilon+1}$; $(c, d)\equiv 1$ și $n \geqslant 1$. Pentru $a=7$, $b=20$, $c=29$, $d=5$, $\alpha=\gamma=0$, $\beta=\varepsilon=2$, $\delta=1$, $e=3625$ obținem *problema 3196* din G.M.F.-B nr. 6/1958.

4. Problema 3 se mai poate generaliza și astfel:

$$E = a^{\Sigma\alpha_i m_i} - b^{\Sigma\beta_i m_i} = \mathfrak{M}\, c \tag{13}$$

dacă avem relațiile: $a^{\alpha_i} - b^{\beta_i} = \mathfrak{M}\, c$ pentru $i=1, 2, \ldots, n$ unde a, b, c, α_i, β_i sînt numere întregi pozitive.

Similar se pot generaliza punctele 1 și 2 — în acest caz apar condiții suplimentare asupra lui m_i, modificîndu-se relațiile (2) și (3).

5. Să se demonstreze că:

$$E = p^4 + m = \mathfrak{M}\,(p^4 + m) \tag{14}$$

dacă $m^4+m = \mathfrak{M}\,(p^4+m)$, unde m, n, p sînt numere întregi pozitive. Folosind metoda inducției matematice demonstrăm că:

$$m^{4^n} + m = \mathfrak{M}\,(m^4 + m) = \mathfrak{M}\,(p^4 + m)$$

Pentru $n=1$ avem $m^4+m = \mathfrak{M}\,(m^4 + m)$

Presupunînd că $m^{4^{n-1}} + m = \mathfrak{M}\,(m^4 + m)$, avem:

$$m^{4^n} + m = m^{4^n} - m^4 +$$

$$+ (m^4 + m) = (m^{4^{n-1}} - m)\,(m^{4^{n-1}} + m)\,(m^{2\cdot 4^{n-1}} + m^2) +$$

$$+ (m^4 + m) = \mathfrak{M}\,(m^{4^{n-1}} + m) + \mathfrak{M}\,(m^4 + m) = \mathfrak{M}\,(m^4 + m)$$

Deci am demonstrat că

$$m^{4^n} + m = \mathfrak{M}\,(m^4 + m) = \mathfrak{M}\,(p^4 + m)$$

însă

$$E = p^{4^n} + m = p^{4^n} - m^{4^n} + (m^{4^n} + m) = \mathfrak{M}\,(p^4 - m^4) + \mathfrak{M}\,(p^4 + m) =$$
$$= \mathfrak{M}\,[(p^4 + m) - (m^4 + m)] + \mathfrak{M}\,(p^4 + m) = \mathfrak{M}\,(p^4 + m).$$

Observație. a) Pentru $p=2$, $m=5$ obținem *problema 4974* din G.M.F.-B nr. 11/1961.

6. Să se arate că expresia:

$$E = (k\,m)^n \cdot \{k^n\,[(k\,m)^n - 1] - 1\} + 1$$

este divizibilă cu $(km-1)$ (k^2m-1) cînd $(k-1,\ m-1) \equiv 1$

Într-adevăr avem:

$$E = [(k\,m)^n - 1] \cdot k^n \cdot (k\,m)^n - [(k\,m)^n - 1] =$$
$$= [(k\,m)^n - 1] \cdot [(k^2\,m)^n - 1] = [\mathfrak{M}\,(k\,m - 1)]\,[\mathfrak{M}\,(k^2\,m - 1)]$$

dar

$$(k\,m - 1,\ k^2\,m - 1) \equiv (k\,m - 1,\ k - 1) \equiv (m - 1,\ k - 1) \equiv 1$$

deoarece $(km-1,\ k^2m-1) \equiv 1$ rezultă că $E = \mathfrak{M}\,(km-1)\ (k^2m-1)$

Această problemă poate fi enunțată și astfel:

$$E = p^n\,[k^n\,(p^n - 1) - 1] + 1$$

este divizibilă cu produsul $(p-1)\ (kp-1)$ cînd $(p-1,\ k-1) \equiv 1$—notînd $km=p$.

Observație. a) Cînd k sau p sînt 2 expresia dată este întotdeauna divizibilă cu $(p-1)\ (kp-1)$.

b) Pentru $p=42$ și $k=2$ obținem *problema 4390* din G.M.F.-B nr. 10/1960.

7. Dacă $\sum_{i=1}^{n} a_i$ divide pe $\sum_{i=1}^{n} a_i \cdot u_i$ atunci divide și pe

$$\sum_{i=1}^{n} a_i\,(u_1 + u_2 + \ldots + u_{i-1} + u_{i+1} + \ldots + u_n)$$

unde a_i și u_i sînt numere întregi.

Avem:

$$\sum_{i=1}^{n} a_i\,(u_1 + u_2 + \ldots + u_{i-1} + u_{i+1} + \ldots + u_n)\left(\sum_{i=1}^{n} a_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} u_i\right) -$$
$$- \sum_{i=1}^{n} a_i\,u_i = \mathfrak{M} \sum_{i=1}^{n} a_i$$

Observație. A) Pentru $n=3$ obținem *problema 4995* din G.M.F.-B nr. 11/1961.

Lupaș Laurențiu, student I.P.B.

Razele cosmice

În ultimii ani s-au făcut serioase progrese în studiul razelor cosmice și asupra fenomenelor ce au loc în spațiul interplanetar.

Pentru aceasta a fost construită și montată recent o stațiune a Institutului de fizică al Academiei de științe a U.R.S.S. în munții Tian-Șan la altitudinea de peste 3300 m. De asemenea a fost montat un magnet uriaș de 1000 tone la înălțimea 2400 m în strîmtoarea Tha-Tkara (Academia de științe a R.S.S. Gruzină).

Instalații pentru studiul jerbelor nucleare au fost montate la stațiunea din Pamir a Institutului de fizică și la Institutul de fizică nucleară al Universității din Moscova.

Aparatura acestor stații este destinată studierii jerbelor provocate de particule de foarte mare energie (10^{11}—10^{12}eV) și a jerbelor atmosferice (provocate de particule cu energie de 10^{14}—10^{16}eV). O parte din aceste instalații va fi dată în exploatare anul viitor.

Despre cantitatea de apă pe Marte

Cercetătorii sovietici *A. I. Lebedinski* și *G. U. Salova* au făcut numeroase observații în legătură cu existența apei pe Marte (în stare liberă, în atmosferă și în calotele polare). Pentru aceasta s-au folosit două metode:

1) evaluînd limita superioară a cantității de cristale de gheață din atmosfera lui Marte, prin observarea transparenței atmosferei.

2) evaluînd cantitatea de apă în fază solidă în calotele polare.

Circuitul apei pe planeta Marte nu se face la fel ca pe Pămînt unde are loc circuitul de apă-vapori, ci sub formă de cristale de gheață antrenate de curenți puternici de aer ceea ce se explică prin temperatura scăzută de pe această planetă și a vitezei vîntului care este de peste 10 m/s.

Valoarea calculată a masei medii a cristalelor de gheață pe unitatea de suprafață a calotei polare este de 10^{-2}g/cm^2.

O altă metodă pentru a calcula cantitatea de apă în stare liberă pe Marte este aceea bazîndu-se pe calculul vitezei de dispariție a învelișului alb al calotelor polare. Pentru aceasta se trasează curbe ale scăderii dimensiunilor calotelor polare (în fond ele ne dau dependența latitudinii marginii calotei, de timp). Autorii acestor cercetări au calculat cantitatea de apă totală de pe Marte ca fiind egală cu cu 20.10^{15}g.

Rachetele cosmice

Pentru obținerea vitezelor superioare necesare rachetelor cosmice, una din problemele dificile de rezolvat este problema combustibilului. Combinațiile folosite pînă în prezent drept carburant sînt:

— petrol plus un amestec de tetraoxid de azot.
— amestec de petrol cu acid azotic
— amestec de petrol și oxigen lichid
— amestec de hidrazină și acid azotic.
— alcoolul metilic cu apă oxigenată și hidrazină.

În prezent se fac studii în legătură cu folosirea rachetei atomice ce folosește produsele nucleare fisionate. În aceste studii o importanță capitală o are problema protecției organismului uman față de radiațiile radioactive, protecție ce trebuie asigurată prin pereți de mare grosime și care duc la o creștere considerabilă a greutății rachetei. Dintre alte multiple probleme ce se pun în construcția cosmonavelor este și a metalului folosit.

Dintre cele mai uzuale metale folosite pînă în prezent ce se caracterizează atît prin înalte calități mecanice cît și faptul că sînt greu fuzibile, enumerăm:

Beriliul care are o temperatură de topire egală cu 1315°C; pînă la 650°C nu-și schimbă caracteristicile mecanice.

Titanul — are temperatura de topire de 3000°C și o greutate specifică de 4,53 kgf/dm³.

Tantalul — care aliat cu wolframul nu-și schimbă caracteristicile mecanice pînă la 1900°C. Printre alte metale putem aminti wolframul, niobiul și molibdenul, frecvent utilizate în construcția navelor cosmice.

Savin V. Viorel, Timișoara

CALEIDOSCOP MATEMATIC

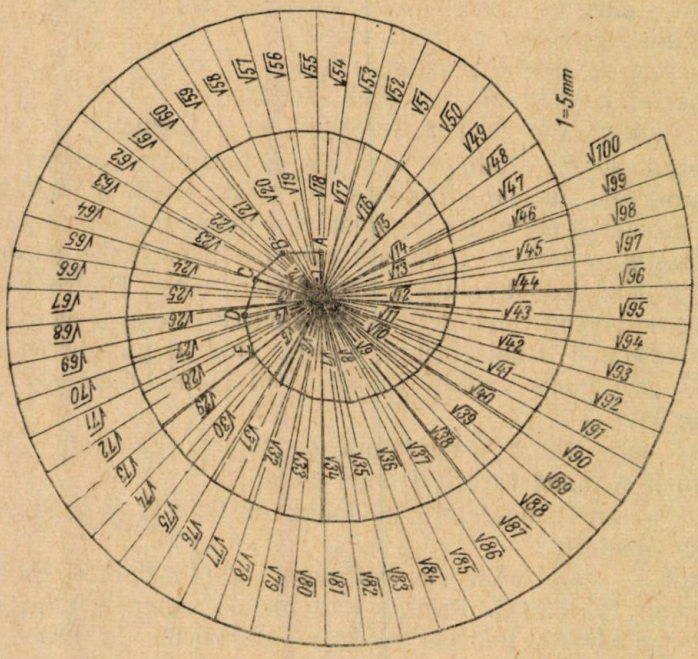
REPREZENTAREA GRAFICĂ A RĂDĂCINILOR NUMERELOR NATURALE

K. PONOMAREV, Moscova

Construim triunghiul dreptunghic OAB cu catetele OA și AB egale cu unu. Lungimea ipotenuzei este $OB = \sqrt{2}$ unități lineare. Ipotenuza OB se ia acum drept catetă mare a unui nou triunghi dreptunghic OBC, iar cateta mică BC (perpendiculară pe cateta OB) se ia egală din nou cu unitatea lineară de lungime. În acest caz, ipotenuza triunghiului nou OCB este $OC = \sqrt{3}$

Apoi, din punctul C ridicăm o perpendiculară pe care luăm un segment de lungime 1. Punctul D obținut în felul acesta îl unim cu punctul

inițial O, iar ipotenuza formată OD este egală cu $\sqrt{4}=2$ unități lineare. Continuînd acest procedeu în punctul D, ridicăm perpendiculara de lungime unitate DE, unim punctul O cu centrul O și ipotenuza formată în felul acesta este $OE=\sqrt{5}$ unități lineare ș.a.m.d.



Pe figură avem construcția grafică a rădăcinilor pătrate prin metoda expusă pentru numerele întregi de la 1 la 100.

PROBLEME REZOLVATE

Problema 5401

Forța principală de așchiere, forța de avans și forța de respingere care acționează asupra unui cuțit de strung au valorile de 900 kgf, 600 kgf și respectiv 700 kgf. Să se calculeze mărimile și direcția forței totale de așchiere care solicită cuțitul în următoarele cazuri: a) piesa este strunjită cilindric (lateral), b) piesa este retezată (strunjire frontală).

Gh. I. Căpitan, prof. Anina

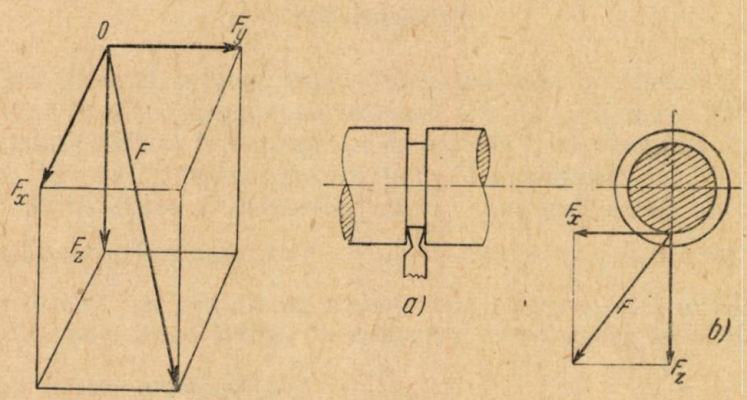
Soluția autorului. a) În cazul cînd piesa este strunjită cilindric pentru a calcula mărimea și direcția forței totale de așchiere trebuie să se

ţină seama de toate cele 3 forţe. Ele fiind perpendiculare rezultanta lor este dată de relaţia

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}$$

unde $F_x = 700$ kgf, $F_y = 600$ kgf, $F_z = 900$ kgf.

Înlocuind se obţine: $F = 1288$ kgf.



Direcţia forţei totale de aşchiere este dată de:

$$\cos(\overline{F}, \overline{F}_x) = \frac{F_x}{F} = \frac{700}{1288} = 0{,}543\,;\ \text{rezultă}\ \sphericalangle(\overline{F}, \overline{F}_x) = 57°06'$$

$$\cos(\overline{F}, \overline{F}_y) = \frac{F_y}{F} = \frac{600}{1288} = 0{,}4658\,;\ \text{rezultă}\ \sphericalangle(\overline{F}, \overline{F}_y) = 62°12'$$

$$\cos(\overline{F}, \overline{F}_z) = \frac{900}{1288} = 0{,}6987\,;\ \text{rezultă}\ \sphericalangle(\overline{F}, \overline{F}_z) = 45°36'\,.$$

b) Dacă piesa este retezată, asupra cuţitului vor acţiona numai două forţe F_x şi F_z, de oarece $F_y = 0$ (fig. 2 a şi 2 b). În acest caz:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_z^2} = \sqrt{700^2\ \text{kgf}^2 + 900^2\ \text{kgf}^2} = 1140\ \text{kgf},\ \text{iar:}$$

$$\cos(\overline{F}, \overline{F}_x) = \frac{Fx}{F} = \frac{700}{1140} = 0{,}6140,\ \text{deci:}$$

$$\sphericalangle(\overline{F}, \overline{F}_x) = 52°06',\ \text{iar}\ \sphericalangle(\overline{F}, \overline{F}_z) = 37°54'$$

Problema 5403

Să se arate că în orice triunghi suma patratelor a două laturi este mai mare sau cel puţin egală cu de patru ori aria sa.

L. Hadircă, profesor, Breaza

Soluție dată de *Gh. Lusztig*, elev Timișoara. Avem evident:

$$2\sin A \leqslant 2 \leqslant \frac{b}{c}+\frac{c}{b}, \text{ de unde } b^2+c^2 \geqslant 2bc\sin A = 4S,$$

ceea ce trebuie demonstrat.

Problema 5405

Un cerc de centru și rază variabile rămîne tangent laturilor unui unghi drept AOB, unde A și B sînt punctele de tangență. Fie C un punct pe acest cerc. Tangenta în C determină pe laturile OA și OB respectiv, punctele M și N, iar bisectoarea unghiului drept determină pe MN punctul I. Se cere: a) *Să se determine poziția punctului C, astfel ca pe tangenta MCN să fie satisfăcută relația* $\frac{MI}{IN}=\frac{4}{3}$; b) *O dreaptă* ($\Delta$) *paralelă cu OB taie pe OA în P și tangenta MN — determinată mai sus taie în H. Să se determine locul geometric al punctului H pentru cazul cînd* $OA \cdot OP = 1$.

C. Săndulache, profesor, Bacău

Soluția autorului. Luăm laturile unghiului drept ca axe. Centrul O' al cercului se va găsi pe bisectoarea unghiului drept; $O'(\alpha, \alpha)$. Raza cercului este egală cu α. Ecuația cercului va fi deci:

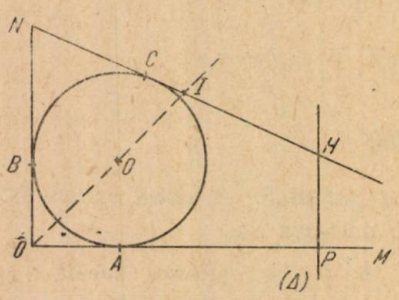
$$(x-\alpha)^2+(y-\alpha)^2-\alpha^2=0 \qquad (1)$$

sau:

$$x^2+y^2-2\alpha x-2\alpha y+\alpha^2=0 \qquad (1')$$

a) Punctul I fiind pe bisectoare avem $\frac{MI}{IN}=\frac{OM}{ON}$. Urmează că relația din enunț se poate scrie $\frac{OM}{ON}=\frac{4}{3}$ sau $3\cdot OM = 4\cdot ON$.

Pentru a determina poziția lui C vom introduce un nou parametru intersectînd cercul cu o dreaptă ce trece prin $B(o, \alpha)$ a cărui ecuație este de forma $y-\alpha=\beta x$. Rezolvînd sistemul de ecuații:



$$\begin{cases}(x-\alpha)^2+(y-\alpha)^2-\alpha^2=0\\ y-\alpha=\beta x\end{cases} \qquad (2)$$

vom regăsi coordonatele lui B și odată cu acestea vom determina și coordonatele lui C:

$$C\begin{cases}x=\dfrac{2\alpha}{\beta^2+1}\\ y=\dfrac{\alpha(\beta+1)^2}{\beta^2+1}\end{cases}$$

Ecuația tangentei în C va fi de forma

$$x_0 x + y_0 y - \alpha (x + x_0) - \alpha (y + y_0) + \alpha^2 = 0$$

adică :

$$\frac{2\alpha x}{\beta^2+1} + \frac{\alpha (\beta+1)^2 y}{\beta^2+1} - \alpha\left(x + \frac{2\alpha}{\beta^2+1}\right) - \alpha\left[y + \frac{\alpha(\beta+1)^2}{\beta^2+1}\right] + \alpha^2 = 0 \qquad (3)$$

Pentru a obține abscisa lui M intersectăm tangenta (3) cu axa Oz; $(y=0)$, iar pentru ordonata lui N cu Oy, $(x=0)$. Obținem :

$$x_M = \frac{2\alpha}{1-\beta}; M\left(\frac{2\alpha}{1-\beta}, 0\right); \; y_N = \frac{\alpha(\beta+1)}{\beta}; N\left(O, \frac{\alpha(\beta+1)}{\beta}\right)$$

Am găsit deci, $OM = \frac{2\alpha}{1-\beta}$; $ON = \frac{\alpha(\beta+1)}{\beta}$. Impunînd condiția de mai sus $3 \cdot OM = 4 \cdot ON$, găsim :

$$\frac{6\alpha}{1-\beta} = \frac{4\alpha(\beta+1)}{\beta}; \text{ sau : } \frac{3}{1-\beta} = \frac{2(\beta+1)}{\beta}, (\alpha \neq 0) \qquad (4)$$

$$2\beta^2 + 3\beta - 2 = 0, \quad \beta_1 = -2, \quad \beta_2 = \frac{1}{2} \qquad (4')$$

Obținem două poziții pentru punctul C :

$$C_1\left(x_1 = \frac{2\alpha}{5}; \; y_1 = \frac{\alpha}{5}\right); (\beta_1 = -2) \text{ și } C_2\left(x_2 = \frac{8\alpha}{5}; \; y_2 = \frac{9\alpha}{5}\right); \left(\beta_2 = \frac{1}{2}\right).$$

De remarcat este faptul că punctele C_1 și C_2 sînt diametral opuse în cercul O', ceea ce rezultă din relația $\beta_1 \beta_2 = -1$, care arată că unghiul CBC este unghi drept înscris în O'. Se poate verifica și direct că : $\frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{y_1 + y_2}{2} = \alpha$ sau că : $C_1C_2 = 2\alpha$. Tangenta în C este :

$$\frac{2\alpha x}{5} + \frac{\alpha y}{5} - \alpha\left(x + \frac{2\alpha}{5}\right) - \alpha\left(y + \frac{\alpha}{5}\right) + \alpha^2 = 0$$

sau :

$$\boxed{3x + 4y - 2\alpha = 0}$$

În acest ca :

$$M\left(\frac{2\alpha}{3}, 0\right); \; N\left(0 \; \frac{\alpha}{2}\right); \; OM = \frac{2\alpha}{3}; \; ON = \frac{\alpha}{2}; \; 3 \cdot \frac{2\alpha}{3} = 4 \cdot \frac{\alpha}{2}; \; 2\alpha = 2\alpha.$$

În mod analog obținem tangenta în C_2 :

$$\boxed{3x + 4y - 12\alpha = 0} \qquad (6)$$

b) Se observă că $OA=\alpha$, deci ecuația dreptei (Δ) este $\alpha x=1$. Ecuațiile lui H (H_1 și H_2) sînt:

$$\text{I)}\begin{cases} 3x+4y-2\alpha=0 \\ \alpha x=1 \end{cases} \qquad \text{II)}\begin{cases} 3x+4y-12y=0 \\ \alpha x=1 \end{cases}$$

Eliminînd pe α obținem (I) $y=\dfrac{2-3x^2}{4x}$ sau $y=-\dfrac{3x}{4}+\dfrac{1}{2x}$. Folosind și derivata $y'=\dfrac{-2x^2-2}{4x^2}$, se obține următorul tabel de variație pentru domeniul maxim de existență al funcției $y(x)$:

x	$-\infty$		$-\sqrt{\frac{2}{3}}$		0		$\sqrt{\frac{2}{3}}$		∞
y'	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\searrow$	$-\infty \mid +\infty$	$\searrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

Graficul funcției este o hiperbolă avînd ca asimptote dreptatele $x=0$ și $y=-\dfrac{3x}{4}$. Ținînd seama de condițiile din enunț, numai ramura din dreapta — pentru care $x>0$ — aparține locului geometric căutat. În cazul punctului H_2 se obține $\dfrac{12-3x^2}{4x}=y$.

Problema 5407

În jurul a două planete se lansează pe orbite circulare la aceeași înălțime h, cîte un satelit artificial.

a) *Ce relație există între vitezele circulare ale sateliților, știind că planetele au masele egale, iar razele sînt R_1 și R_2, unde $R_1>R_2$?* b) *Ce relație există între vitezele circulare ale sateliților, dacă planetele ar avea razele egale, iar masa ar fi M_1 și M_2, unde $M_1>M_2$?*

I. N. Radu, profesor, Tîrgoviște

Soluția autorului. Din G.M.F.-B 4/1961, articolul „Prima viteză astronautică", avem formula vitezei în funcție de masă, rază și înălțime care se exprimă astfel: $v^2=\dfrac{K\cdot M}{D}$, unde $D=R+h$.

a) Se dă $R_1>R_2$. Atunci și $R_1+h>R_2+h$, adică $D_1>D_2$ (1).
Vitezele circulare ale celor doi sateliți sînt date de

$$V_1^2=\frac{K M_1}{D_1} \qquad (2)$$

și

$$V_2^2 = \frac{K M_2}{D_2} \qquad (3)$$

De aici scoatem pe D_1 și D_2:

$$D_1 = \frac{K M_1}{V_1^2} \text{ și } D_2 = \frac{K M_2}{V_2^2}.$$

Înlocuim în relația (1) unde avem:

$$\frac{K M_1}{V_1^2} > \frac{K M_2}{V_2^2}.$$

În urma simplificării, ținînd seamă că $M_1 = M_2$ obținem:

$$\frac{1}{V_1^2} > \frac{1}{V_2^2}, \text{ adică } \frac{1}{V_1} > \frac{1}{V_2}, \quad \text{de unde } V_2 > V_1,$$

ceea ce este posibil fiindcă toate cantitățile sînt pozitive. Deci, viteza circulară a satelitului artificial e mai mare la planeta cu dimensiunile mai mici.

b) Cunoaștem că $M_1 > M_2$ (4). Se dă $R_1 = R_2$, atunci și $R_1 + h = R_2 + h$ deci $D_1 = D_2$.

Din formula (2) și din (3) obținem pe M_1 și M_2 astfel:

$$M_1 = \frac{V_1^2 D_1}{K} \text{ și } M_2 = \frac{V_2^2 D_2}{K}.$$

Înlocuind în (4) obținem

$$\frac{V_1^2 D_1}{K} > \frac{V_2^2 D_2}{K}.$$

În urma simplificărilor obținem $V_1^2 > V_2^2$, adică $V_1 > V_2$.

Deci, viteza circulară a satelitului artificial e mai mare pe planeta cu masa mai mare.

Problema 5411

Dacă a, b, c sînt trei segmente date, să se construiască expresia:

$$x = \frac{(a+b)(b+c)(c+a)}{\sqrt{abc(a+b+c)}}$$

Bădescu Lucian, elev, Cîmpulung Muscel

Soluție dată de autor. Considerăm cercurile tangente două cîte două (O_1), (O_2), și (O_3), de raze R_1, R_2, R_3. Avem: $O_1O_2 = R_1 + R_2$; $O_2O_3 = R_2 + R_3$; $O_1O_3 = R_1 + R_3$;

$$p = \frac{O_1O_2 + O_1O_3 + O_2O_3}{2} = R_1 + R_2 + R_3; \; S_{O_1O_2O_3} =$$

$$= \frac{O_1O_2 \cdot O_2O_3 \cdot O_1O_3}{4R} = \sqrt{p(p - O_1O_2)(p - O_2O_3)(p - O_1O_3)}$$

Deci :

$$R = \frac{O_1O_2 \cdot O_2O_3 \cdot O_1O_3}{4\sqrt{p\,(p - O_1O_2)\,(p - O_2O_3)\,(p - O_1O_3)}}$$

sau :

$$R = \frac{1}{4}\,\frac{(R_1 + R_2)(R_1 + R_3)(R_2 + R_3)}{\sqrt{R_1R_2R_3\,(R_1 + R_2 + R_3)}}$$

De aici rezultă construcția : se construesc 3 cercuri tangente două cîte două de raze a, b, c cu centrele O_1, O_2, O_3. Raza cercului circumscris triunghiului $O_1O_2O_3$ este a patra parte din segmentul căutat x. Raza aceasta se găsește ușor construind cu rigla și compasul mai întîi cercul $O_1O_2O_3$.

Problema 5412

Pentru care valori ale lui x avem :

$$\frac{\sqrt{1 + \operatorname{tg} x} + \sqrt{2(1 + \sec x)}}{\sqrt{1 - \operatorname{tg} x} + \sqrt{2(1 + \sec x)}} = \sqrt{\frac{1 - \operatorname{tg} x}{1 + \operatorname{tg} x}}$$

C. Ionescu-Țiu

Soluție : Aplicăm o proprietate a proporțiilor.

$$\frac{\sqrt{1 + \operatorname{tg} x} + \sqrt{1 - \operatorname{tg} x} + \sqrt{2\,(1 + \sec x)}}{\sqrt{1 - \operatorname{tg} x} + \sqrt{1 + \operatorname{tg} x} + \sqrt{2\,(1 + \sec x)}} = \sqrt{\frac{1 - \operatorname{tg} x}{1 + \operatorname{tg} x}} = 1$$

de unde :

$1 + \operatorname{tg} x = 1 - \operatorname{tg} x$, sau : $\operatorname{tg} x = 0$, cu soluția $x = k\pi$.

Problema 847 (M.F.L.)

O piatră este aruncată cu viteza $v_0 = 10$ m/s de la suprafața Pămîntului, sub un unghi de 60° (față de orizontală). De la ce înălțime va trebui să lăsăm în cădere liberă o altă piatră, ca cele două corpuri să se întîlnească în punctul maxim al primei traiectorii? ($g = 10$ m/s^2. Se neglijează rezistența aerului).

Soluția dată de *Farkaș János*, din clasa a IX-a a Școlii Medii din Miercurea Ciuc.

Timpul de urcare al corpului aruncat oblic este

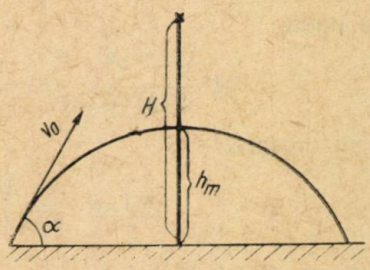
$$t_u = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}.$$

În acest timp (t) corpul ce cade liber parcurge drumul

$$h_u = \frac{gt_u^2}{2} = \frac{g}{2} \cdot \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{g^2} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}.$$

Înălțimea maximă la care se ridică primul corp (cel aruncat oblic) este

$$h_m = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}.$$



Prin urmare, înălțimea căutată va fi:

$$H = h_u + h_m = 2 \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} =$$

$$= \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{g} = \frac{100 \frac{m^2}{s^2} \cdot \frac{3}{4}}{10\, m/s^2} = 7{,}5 \text{ m}.$$

Problema 848 (M.F.L.)

Un acrobat cu masa de 60 kg, sare de la înălțimea de 5 m pe o placă de 40 kg fixată pe un resort și rămîne acolo pînă la amortizarea oscilațiilor. Modulul de elasticitate a resortului $k = 10$ kgf/cm (se neglijează masa resortului).

Să se calculeze elongația plăcii în momentul săriturii și perioada oscilațiilor ei.

L. Schwartz, Oradea

Soluția autorului. Viteza acrobatului în momentul atingerii plăcii este

$$v_0 = \sqrt{2gh}.$$

După ciocnire sistemul placă-acrobat va poseda viteza v, ce se poate calcula pe baza conservării impulsului

$$Mv_0 = (m + M)\, v,$$

de unde

$$v = M \frac{v_0}{m + M}.$$

Energia cinetică a sistemului după ciocnire va fi

$$E_c = (m + M) \frac{v^2}{2} = (m + M) \frac{M^2 v_0^2}{2 (M + m)^2},$$

deci

$$E_c = \frac{M^2 v_0^2}{2 (M + m)}.$$

Această energie cinetică se transformă în energie potențială a resortului comprimat

$$E_e = E_p, \text{ dar } E_p = \frac{k \Delta l^2}{2},$$

de unde

$$M^2 \frac{v_0^2}{2(M+m)} = \frac{k \Delta l^2}{2}, \text{ sau } \Delta l^2 = \frac{M^2 v_0^2}{k(M+m)}.$$

Prin urmare:

$$\Delta l = \frac{M v_0}{\sqrt{k(M+m)}} = M \sqrt{\frac{2gh}{k(M+m)}}.$$

Înlocuind valorile numerice, obținem:

$$\Delta l = 60 \text{ kg} \sqrt{\frac{2 \cdot 9{,}8 \frac{m}{s^2} \cdot 5\, m}{10 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}} 100 \text{ kg}}} =$$

$$= 60 \text{ kg} \sqrt{\frac{10 \cdot 9{,}8 \frac{m^2}{s^2}}{10 \cdot 9{,}8 \frac{\text{kgm}}{s^2 \cdot \text{cm}} 100 \text{ kg}}} = 60 \text{ cm}.$$

Perioada oscilației se găsește din cunoscuta formulă

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{M + m}{k}},$$

de unde

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{100 \text{ kg}}{10 \text{ kgf/cm}}} = 0{,}628 \text{ s}.$$

Problema 850 (M.F.L.)

Se dă, pentru legare în serie, o rezistență de $R=10\ \Omega$, un solenoid de inductanță $L=0{,}068$ H și un condensator de capacitate $C=30\ \mu$F. Circuitul este alimentat cu un curent alternativ sinusoidal de tensiune eficace $U=220$ V și frecvență $f=50$ Hz. Să se calculeze valoarea eficace a intensității curentului, impedanța circuitului, diferența de fază a intensității curentului, precum și valoarea tensiunilor U_R, U_L și U_C.

Să calculăm puterea activă, puterea reactivă și cea aparentă.

Care va fi valoarea intensității curentului, dacă se scurtcircuitează plăcile condensatorului?

* * *

Soluție dată de *Albert Sándor*, cl. XI. Școala Medie Gheorghieni.

Impedanța circuitului este:

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2},$$

unde

$$\omega = 2\pi f = 314\,\frac{1}{s}$$

$$X_L = \omega L = 314 \cdot 0{,}068 = 21{,}352\ \Omega,$$

$$X_C = \frac{1}{C\omega} = \frac{1}{30 \cdot 10^{-6} \cdot 314} = 106{,}157\ \Omega,$$

înlocuind,

$$Z = \sqrt{10^2 + (21{,}352 - 106{,}157)^2} = 85{,}38\ \Omega.$$

Prin urmare valoarea eficace a intensității curentului va fi

$$I = \frac{U}{R} = \frac{220\ V}{85{,}4\ \Omega} = 2{,}57\ A.$$

Diferența de fază

$$\cos\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{10}{85{,}4} = 0{,}11709, \text{ deci } \varphi \simeq 83°10'.$$

Tensiunea la bornele rezistenței, bobinei și condensatorului, va fi

$U_R = IR = 2{,}57\ A \cdot 10\ \Omega = 25{,}7\ V,$

$U_L = IX_L = 2{,}57\ A \cdot 21{,}352\ \Omega \approx 55\ V,$

$U_C = IX_C = 2{,}57\ A \cdot 106{,}157\ \Omega \approx 273\ V,$

Valoarea puterii active este

$P_a = IU \cos\varphi = 2{,}57 \cdot 220 \cdot 0{,}117 \approx 66\ W,$

sau știind că $U \cos\varphi = U_R$,

$P_a = IU_R = 2{,}57\ A \cdot 25{,}7\ V \approx 66\ W;$

$P_r = IU \sin\varphi = 2{,}57 \cdot 220 \cdot 0{,}99 \approx 560$ V. A. R.

$P_{ap} = IU = 2{,}57\ A \cdot 220\ V = 565{,}4$ V. A.

Dacă condensatorul este scurtcircuitat $X_C = 0$, deci

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$

și prin urmare intensitatea curentului va fi

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} = \frac{220\ V}{23{,}5\ \Omega} = 9{,}3\ A.$$

Problema 851 (M.F.L.)

Izotopul fosfor 32 (^{32}P) la o energie de 1,7 MeV emite numai radiații β. Să se calculeze cantitatea necesară de ^{32}P, pentru a se genera o cantitate de căldură de 10 W, cunoscînd durata de înjumătățire de 14,3 zile. Cum am putea construi dispozitivul experimental?

Koch Francisc, Cluj

Soluție dată de *Elek Anna*, cl. XI. Școala Medie „Filimon Sîrbu" Sighet.

Să notăm cu N_0 — numărul necesar de atomi de ^{32}P. Întrucît în decursul duratei de înjumătățire sînt dezintegrați $N_0/2$ atomi și în urma dezintegrării fiecăruia se eliberează o energie de 1,7 MeV, putem scrie

$$\frac{N_0 \cdot 1{,}7 \text{ MeV}}{2 \cdot 14{,}3 \text{ zile}} = 10 \text{ W}.$$

$1{,}7 \text{ MeV} = 1{,}7 \cdot 10^6 \text{ eV} = 1{,}7 \cdot 10^6 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{-7} \text{ Ws} = 2{,}72 \cdot 10^{-13} \text{ Ws}$, iar $14{,}3 \text{ zile} = 14{,}3 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \cdot \text{s} = 1 \cdot 225 \cdot 520 \text{ s}$,

deci

$$N_0 = \frac{2 \cdot 1\,225\,520}{2{,}72 \cdot 10^{-13}} = 901{,}117 \cdot 10^{17} \text{ molecule-gram}$$

Se știe că într-o moleculă-gram a fiecărui element, există $6{,}02 \cdot 10^{23}$ molecule; pentru că fosforul este monoatomic, cantitatea necesară de fosfor va fi:

$$N_0 = \frac{901{,}12 \cdot 10^{17}}{602 \cdot 10^{21}} = 1{,}5 \cdot 10^{-4} \text{ molecule-gram}$$

sau $m = 1{,}5 \cdot 10^{-4} \cdot 32 \text{ g} = 48 \cdot 10^{-4} \text{ g} = 4{,}8 \text{ mg} \approx 5 \text{ mg}$.

Știind că particulele β sînt absorbite într-o placă de aluminiu de 5 mm, vom așeza ^{32}P într-un vas de aluminiu de grosime corespunzătoare. Particulele β fiind absorbite de perete îi cedează acestuia energia lor, prin urmare cutia se va încălzi. Dacă introducem acum cutia într-un calorimetru, vom sesiza o schimbare de temperatură.

Problema 852 (M.F.L.)

O bandă rulantă transportă blocuri metalice. Cum s-ar putea calcula cu ajutorul izotopilor radioactivi, numărul de blocuri ce trec într-o oră printr-o anumită porțiune a benzii rulante. Ce izotop trebuie să utilizăm?

Koch Francisc, Cluj

Soluție dată de *Nagy Sándor*, cl. XI, Școala Medie „Petru Maior" Gherla.

Pentru rezolvarea problemei, va trebui să ținem seama de proprietatea izotopilor de a ioniza gazele și de faptul că blocurile metalice absorb diferitele radiații într-o anumită măsură. În asemenea cazuri, lucrul cel mai rentabil este aplicarea izotopilor radioactivi, ce emit particule β.

Realizarea experimentală constă în următoarele : într-o parte a benzii rulante se așază substanța radioactivă, a cărei radiație β o orientăm paralel cu planul benzii rulante și perpendiculară pe direcția mișcării, pentru a putea lovi blocurile metalice. În cealaltă parte a benzii, așezăm un contor Geiger în circuitul căruia dispunem un amplificator de curent ; curentul rezultat poate fi aplicat electromagnetului dintr-un înregistrator telegrafic, iar pe banda de hîrtie se vor înregistra linii discontinue. Fiecare discontinuitate reprezintă trecerea unui bloc metalic.

Problema E. 781

Cîte triunghiuri se pot construi astfel, ca lungimile laturilor lor să fie numere întregi al căror produs să fie 60?

Balogh László, Tg. Mureș

Soluție dată de *Parcé Magdalena*, elevă în clasa VIII-a a Școlii Medii nr. 1 „Ion Slavici" din Arad :

Descompunem numărul 60 în produs de factori primi : $60 = 1.2.2.3.5$. Deci 60 apare ca produs al următoarelor grupe de cîte 3 factori întregi : 1.2.30 ; 1.4.15 ; 1,6,10 ; 1.3.20 ; 1.5.12 ; 2.6.5 ; 4.3.5 ; 2.3.10 ; 2.2.15. Dintre aceste produse numai două îndeplinesc condiția, că suma a doi factori e mai mare decît al treilea, care reprezintă o condiție ca factorii să fie lungimile laturilor unui triunghi. Astfel laturile celor două triunghiuri au lungimile de 3, 4, 5 și respectiv 2, 5, 6.

Problema E. 782

Un elev trebuia să înmulțească două numere. Din greșeală în locul ultimelor două cifre din înmulțitor a scris două cifre mai mici cu cîte o unitate și în loc de 600 a obținut 325. Care sînt aceste două numere?

Soluție dată de *Cseke Agnes*, elevă în clasa VI-a a Școlii Medii nr. 15, Cluj.

Deoarece elevul a scris în locul ultimelor două cifre cu cîte o unitate mai puțin, a înmulțit cu un număr mai mic cu 11 decît înmulțitorul. Deci diferența $600 - 325 = 275$ este produsul deînmulțitului cu 11, de unde deducem că deînmulțitul este $275 : 11 = 25$ și astfel înmulțitorul este $600 : 25 = 24$. Deci cele două numere sînt 25 și 24.

Problema E. 783

Să se demonstreze că dintre suma, diferența și produsul a două numere arbitrare, cel puțin unul e divizibil prin 3.

Bitai László, Cluj

Soluție dată de *Erdélyi Klára*, elevă în clasa VII-a a Școlii Medii de 8 ani nr. 4 din Petroșeni.

Din punct de vedere al împărțirii prin 3 cele două numere arbitrare a și b pot fi de forma

$$a = 3k, \quad a = 3k \pm 1, \quad \text{și} \quad b = 3l, \quad b = 3l \pm 1.$$

Dacă $a=3k$ sau $b=3l$, produsul celor două numere se divide prin 3.

Dacă $a=3k+1$ și $b=3l+1$ sau $a=3k-1$ și $b=3l-1$, atunci diferența celor două numere se divide prin 3 ($a-b=3k\pm1-3l\mp1=\vdots\ 3$).

Dacă $a=3k+1$ și $b=3l-1$ sau $a=3k-1$ și $b=3l+1$ atunci suma celor două numere e divizibilă prin 3 ($a+b=3k\pm1+3l+1=\vdots\ 3$).

Deci dintre suma, diferența și produsul a două numere arbitrare, cel puțin unul e divizibil prin 3.

Problema E. 784

La 1 noiembrie 1961, gospodăriile colective au avut 930.000 bovine, ceea ce reprezintă cca 39,85% din efectivul planificat pentru ele în 1965. Ce efectiv de bovine va avea țara noastră în 1965, dacă efectivul neaparținînd gospodăriilor colective va reprezenta cca 59,5% din efectivul total?

* * *

Soluție dată de *Zsidó Agnes*, elevă în clasa VI-a a Școlii de 7 ani nr. 6 din Brașov.

Deoarece efectivul de 930.000 de bovine de la 1 noiembrie 1961 reprezintă 39,58% din efectivul planificat pe 1965 pentru gospodăriile colective, acestea vor avea $930.000.100 : 39,58 \approx 2\,350\,00$ bovine.

Deci efectivul de bovine al țării pe 1965 va fi de $2\,350\,000.100 : (100-59,5) = 235\,000\,000 : 40,5 \approx 5\,802\,000$ bovine.

Problema E. 785

Un tren pleacă de la gara A la gara B cu o întîrziere de 1 oră și 12 minute. De aceea chiar de la început merge cu o viteză mai mare cu 20% decît cea planificată, iar pe ultima porțiune, care reprezintă 0,1 din AB merge cu o viteză mai mare cu 25% decît cea planificată, astfel că ajunge fără întîrziere în B. Să se calculeze în cît timp trebuia trenul să parcurgă în condiții normale drumul AB.

Orban Béla, Cluj

Soluție dată de *Demény Pál*, elev în clasa VI-a a Școlii Medii „Bethlen Gábor din Aiud:

După enunț trenul parcurge $\frac{9}{10}$ din drum cu o viteză mai mare cu 20% (deci cu $\frac{1}{5}$ din viteză) decît cea planificată. Deci pe această porțiune merge cu $\frac{6}{5}$ din viteză), decît cea planificată. Deci pe această porviteza este invers proporțională cu timpul, timpul necesar parcurgerii a $\frac{9}{10}$ din drum este $\frac{9}{10}\cdot\frac{5}{6}t=\frac{3}{4}t$, unde prin t am notat timpul necesar în condiții normale.

Printr-un raționament analog celui de mai sus obținem că timpul necesar efectuării a $\frac{1}{10}$ din drum este $\frac{1}{10}\cdot\frac{4}{5}t=\frac{2}{25}t$.

Timpul necesar parcurgerii celor două porțiuni din drum este deci $\frac{3}{4}t+\frac{2}{25}t=\frac{83}{100}t$.

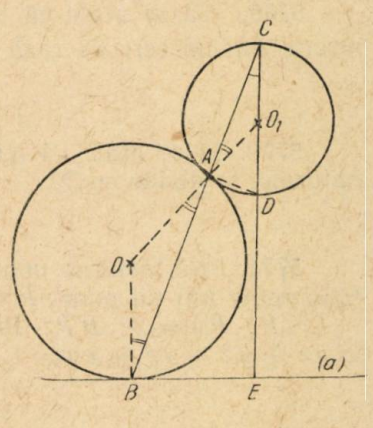
Deci trenul, prin creșterea vitezei a redus timpul cu $\frac{17}{100}$ din timpul planificat. Acest timp este de 1 oră 12 minute, adică $\frac{17}{100}t=72$ minute. De aici rezultă că $t=72:\frac{17}{100}\approx 423{,}5$ minute $=7$ ore și 3 minute.

Problema E. 786

Un cerc cu centrul în O este tangent la dreapta a în punctul B și la cercul cu centrul în O_1 în punctul A. Să notăm cu C cel de-al doilea punct de intersecție a dreptei AB cu cercul O_1. Dreapta O_1C intersectează a doua oară cercul în punctul D, iar dreapta a în punctul E.

Să se demonstreze că punctele A, B, D și E sînt pe un același cerc.

Bagossy Ienő, Cluj



Soluție dată de *Kopán Sándor*, elev în clasa VIII-a a Școlii Medii nr. 1 din Sighișoara.

Dreapta O_1O trece prin punctul A, deci $\sphericalangle O_1CA=\sphericalangle O_1AC=\sphericalangle OAB=\sphericalangle OBA$, deci OB este paralel cu O_1C. Apoi $\sphericalangle BAD=180°-\sphericalangle CAD=90°$

Deoarece OB este perpendiculară pe a, rezultă că O_1C (sau CE) este paralelă cu OB, adică CE este perpendiculară pe a.

Deci $\sphericalangle DEB+\sphericalangle BAD=180°$ de unde rezultă că punctele A, B, D și E sînt pe un cerc.

Problema E. 787

Să se descompună în factori expresia

$$E=(a-b)(p-a)(p-b)+bp(p-b)-ap(p-a).$$

* * *

Soluție dată de *Mura Anna*, elevă în clasa VII-a a grupului școlar „Simion Bărnuțiu", Zalău.

Expresia dată poate fi scrisă succesiv astfel:

$$\begin{aligned}E&=(a-)(p-a)(p-b)+bp^2-b^2p+a^2p-ap^2=\\&=(a-b)(p-a)(p-b)-p^2(a-b)+p(a^2-b^2)=\\&=(a-b)[(p-a)(p-b)-p^2+p(a+b)]=\\&=(a-b)(p^2-pb-ap+ab-p^2+ap+bp)=\\&=ab(a-b).\end{aligned}$$

CHESTIUNI DE EXAMEN*

5767. Să se demonstreze că pentru orice valori întregi și pozitive ale lui a și b, are loc inegalitatea

$$\frac{a+b}{2} \geqslant \sqrt[a+b]{a^b b^a}.$$

(Cercul de matematică cl. IX—XI, Moscova)

5768. Numerele $a_1, a_2, \ldots . a_n$ formează o progresie aritmetică cu rația r. Să se arate că:

$$a_1^2 + a_2^2 \ldots + a_n^2 = \frac{1}{n}(a_1 + a_2 + \ldots + a_n)^2 + \frac{n(n^2-1)r}{12}.$$

(Cercul de matematică cl. IX—XI, Moscova)

5769. Să se arate că latura l_{18} a unui poligon regulat cu 18 laturi înscris într-un cerc de rază R satisface relația $l_{18}^3 - 3l_{18}R^2 + R^3 = 0$.

(Cercul de matematică cl. IX—XI, Moscova)

5770. Să se arate că numărul $a^{4n+1} - a$, pentru orice a și n numere naturale, se divide cu 30.

(Cercul de matematică cl. IX—XI, Moscova)

5771. Prin vîrfurile unui triunghi ABC se duc cevienele AA', BB', CC' concurente într-un punct P din interiorul triunghiului. Se notează $A'P : PA = x$; $B'P : PB = y$ și $C'P : PC' = z$. Să se arate că $2xyz + yz + xz + xy = 1$.

(Cercul de matematică cl. IX—XI, Moscova)

5772. Să se demonstreze că planele duse prin mijloacele muchiilor tetraedrului $A_1A_2A_3A_4$ perpendiculare pe muchiile opuse corespunzătoare trec printr-un punct M (punctul lui Monge al tetraedrului) și că $MA_1^2 + MA_2^2 + MA_3^2 + MA_4^2$, unde R este raza sferei circumscrise tetraedrului. Să se cerceteze și cazul particular cînd $A_1A_2A_3A_4$ este un poligon înscris într-un cerc.

(Cercul de matematică cl. IX—XI, Moscova)

5773. Un segment este împărțit în mod întîmplător în 4 părți. Care este probabilitatea ca aceste părți să poată fi laturi ale unui patrulater.

(Cercul de matematică cl. IX—XI, Moscova)

5774. În spațiu sînt date două triunghiuri ABC și $A_1B_1C_1$ care nu se află în același plan, însă vîrfurile corespunzătoare ale acestor triunghiuri sînt simetrice față de o dreaptă. Să se demonstreze că planele ABC_1, BCA_1 și CAB_1 trec printr-un punct care se află în planul triunghiului $A_1B_1C_1$.

(Cercul de matematică cl. IX—XI, Moscova)

---

* La aceste probleme se primesc soluții pînă la 20 august 1963.

5775. Să se construiască un triunghi dreptunghic cunoscînd perimetrul $2p$ și bisectoarea i_a a unghiului drept.

(Cercul de matematică cl. IX—XI, Moscova)

5776. Să se demonstreze că, dacă cercul circumscris unui triunghi ABC este tangent cercului care trece prin mijloacele laturilor există relația $\sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C = 2$.

(Cercul de matematică cl. IX—XI, Moscova)

5777. Pentru care valori ale lui m ecuația:

$$(m-3)\,x^2 + (m+3)\,x - (m+1) = 0,$$

are rădăcini reale? Discuție.

Să se determine m dacă $4\,(x_1^2 + x_2^2) - 25\,x_1 \cdot x_2 - 1 = 0$.

Bacalaureat, secția modernă Dakar, 1962

5778. Se dă funcția $y = a\,x^3 + b\,x + c$.

1. Să se determine a, b, c; a) dacă funcția y admite un maximum egal cu 2 pentru $x = -\frac{1}{2}$; b) curba reprezentativă taie axa y-lor în punctul de ordonată 1;

2. Să se studieze și să se reprezinte funcția astfel determinată. Se va preciza centrul său de simetrie.

3. Să se calculeze aria cuprinsă între axa x-lor, axa y-lor și arcul de curbă cînd x variază între 0 și 1.

4. Paralela la axa x-lor dusă prin centrul de simetrie taie curba în două puncte. Să se calculeze coordonatele acestor puncte, și ecuațiile tangentelor în aceste puncte.

5. Dacă λ este un parametru, să se discute existența și semnul rădăcinilor ecuației $ax^3 + bx + c - \lambda = 0$ unde a, b, c sînt cele determinate la punctul 1.

Bacalaureat, secția tehnică, Dakar, 1962

5779. Să se studieze variația și graficul funcției

$$y = \frac{-x^2 + 4x - 3}{x^2 + 4x + 3}$$

Folosind graficul să se discute rădăcinile ecuației

$$(m+1)\,x^2 + 4\,(m-1)\,x + 3\,(m+1) = 0,$$

m fiind parametru.

Bacalaureat, Coasta de Fildeș, 1962

5780. Ce se poate spune despre triunghiul în care avem

$$\sin A = \frac{\sin B + \sin C}{\cos B + \cos C}$$

Bacalaureat, Buenos-Ayres, 1961

5781. Să se rezolve ecuația $\operatorname{tg} 3x + \operatorname{cotg}(x + 30°) = 0$.

Bacalaureat, Spania și Portugalia, 1962

5782. Să se rezolve ecuația:

$$\cos 2x + \cos 8x = \sin 4x + \sin 6x$$

Bacalaureat, Grecia, Niger, Tunis, 1962

5783. Să se construiască parabola (P) de ecuații

$$y = x^2 - 6x + 8$$

axa de simetrie taie axa x-lor în A; iar o dreaptă dusă prin A taie curba P în punctele M' și M''. Să se afle locul geometric al punctului B conjugat armonic cu A în raport cu M' și M''.

Bacalaureat, Antile, 1962

5784. Să se determine un poligon $P(x)$ de gradul 5 astfel ca $P(x) + 8$ să fie divizibil prin $(x + 1)$ și $P(x) - 8$ să fie divizibil prin $(x - 1)^3$.

(Journal de mathématiques élémentaires, 15998)

5785. Fie (O) cercul circumscris unui triunghi ABC și (I) cercul înscris iar R și r razele respective. Să se arate relația vectorială

$$(a + b + c)\,\overline{OI} = a\,\overline{OA} + b\,\overline{OB} + c\,\overline{OC}.$$

(Journal de mathématiques élémentaires, 16016)

5786. Să se rezolve ecuația $2^{3^{4^x}} = 4^{3^{2^x}}$ și să se verifice rezultatul.

Matematikai Lapok, Budapesta

PROBLEME PROPUSE *

5787. Un avion care zboară cu viteza de 360 km/h descrie un looping cu raza de 250 m într-un plan vertical. Să se calculeze forța care presează pilotul în avion în punctul inferior și respectiv în cel superior al loopingului, știind că pilotul are o greutate de 88,200 kgf. Se va considera accelerația gravitațională egală cu $g = 9{,}8$ m/s^2.

Dorin Tomoioagă București

---

* VIII (5787, 5792, 5796, 5803); IX (5793, 5794, 5800, 5802, 5811, 5812); X (5791, 5795, 5797, 5799, 5804, 5807, 5809); XI (5788, 5789, 5790, 5798, 5801, 5805, 5806, 5808, 5810, 5813). La aceste probleme se primesc soluții pînă la 20 august 1963.

5788. Să se reprezinte grafic

$$y = \sqrt{25 - x^2} - |x+2| + |x| \cdot |x+3| + \\ + \frac{x \cdot |4 - x^2|}{|x|} - x \cdot |x-3| + |x+1| \cdot |1-x|,$$

unde $|a|$ înseamnă valoarea absolută a lui a (modulul).

Se vor considera pe rînd intervalele $(-5, -3)$; $(-3; -2)$; $(-2, -1)$; $(-1, 0)$; $(0, 1)$; $(1, 2)$; $(2, 3)$; $(3, +5)$. Exprimați continuitatea funcției și derivatei la capetele intervalelor considerate.

Nu se va folosi derivata. Se va lua unitatea de măsură 1 cm.

C. Ionescu-Țiu

5789. Un cilindru cu raza bazei de 1 cm se suspendă de un resort avînd coeficientul de elasticitate $k=10$ kgf/cm, iar partea inferioară este scufundată parțial în apă. Cu cît se va lungi resortul dacă peste cilindru așezăm un corp cu masa $m=100$ g?

L. Schwartz, Oradea

5790. Fie A,A_1 și B,B_1 extremitățile unei elipse iar M un punct curent pe ea. Să se găsească locul geometric al intersecției dreptelor BM_1 și AM_2 unde M_1 și M_2 sînt proiecțiile lui M pe axe.

Dorin Alexandru, București

5791. Să se arate că numărul:

$$N = 2^{8n} \cdot 19^{4n} - 3^{4n} \cdot 5^{8n}$$

este divizibil cu 1963, n fiind număr natural.

Liviu C. Pîrșan, București

5792. Norma zilnică pentru un tractor KD_{35} este de 4 ha arătură teren ușor și 3 ha teren greu. Pentru un tractor *UTOS* norma la arătură teren greu reprezintă 80% din norma la teren ușor, iar ambele norme împreună reprezintă cel mai mic multiplu al normei grele de la KD_{35} pentru care norma de teren ușor pentru tractorul *UTOS* este un număr întreg de ha. Să se calculeze:

a) Norma la teren ușor pentru tractorul *UTOS*.

b) Norma la teren greu pentru același tractor.

Stavre Petre, Corabia

5793. Două cercuri se taie în A și B. Prin A se duce secanta APQ. Să se arate că tangenta în P face cu diametrul lui Q un unghi constant.

* * *

5794. Cît costă combustibilul consumat de o locomotivă plug pentru a curăța zăpada pe o porțiune de 4,8 km? Curățirea durează 10 minute. Locomotiva are masa de 400 t, o viteză de 90 km/h și un randa-

ment de 11%. Cărbunii consumați au o putere calorifică de 7000 kcal/kg și costă 150 lei tona.

* * *

5795. Să se arate că pentru orice valoare reală a lui x avem:

$$x \sin 2a + 1 \geqslant (1 - x^2) \cos^2 a$$

$$x \sin 2a + 1 \geqslant (1 - x^2) \sin^2 a$$

În ce caz avem egalitate?

C. Ionescu-Țiu

5796. Un tren se deplasează cu viteza de 60 km/h. Cunoscînd că trenul are greutatea de 600 tf și coeficientul de frecare la rostogolire este 0,02 să se calculeze ce putere trebuie să dezvolte locomotiva după ce a ajuns la viteza de 60 km/h. Nu se va ține seama de frecarea datorită aerului.

* * *

5797. Considerăm cifrele 0, 1, 2, ..., α în sistemul de numerație cu baza $x(\alpha < x)$. Să se calculeze suma tuturor numerelor de $(\alpha+1)$ cifre care se pot forma cu aceste cifre.

Oprișan Gh., elev, Curtea de Argeș

5798. Se dă un cerc de diametru AA' și rază a. Se consideră tangenta la cerc în extremitatea A a diametrului $A'A$ și o dreaptă variabilă ce trece prin A', care taie cercul în Q și tangenta în P. Fie M simetricul lui Q față de P. Să se afle și să se construiască locul geometric al punctului M.

D. I. Manolache, Curtea de Argeș

5799. Să se rezolve ecuația:

$$\frac{\sqrt[n]{b^2 + x^2} + \sqrt[n]{b^2 - x^2}}{\sqrt[n]{b^2 + x^2} - \sqrt[n]{b^2 - x^2}} = \frac{a}{b}$$

Stancu Ion, elev, Pitești

5800. Se dă un cerc de centru O și rază r și pe el un punct fix A. Să se determine pe cerc un punct M astfel încît bisectoarea unghiului AMO limitată la cerc, să aibă lungimea dată $2l$. Discuție.

Ghica S. Anton, elev, Pitești

5801. Să se afle minimul expresiei:

$$E = \frac{h_a^2}{BA' \cdot A'C} + \frac{h_b^2}{CB' \cdot B'A} + \frac{h_c^2}{AC' \cdot C'B}$$

unde h_a; h_b; h_c sînt înălțimile unui triunghi ascuțitunghic, iar A', B', C' picioarele lor.

C. Gh. Bănică

5802. Să se rezolve sistemul

$$\frac{x-y}{z-5}+\frac{x+z}{x+2y}=3$$

$$\frac{x-z}{x+2y}+\frac{2(x-y)}{z-5}=1,$$

$$\frac{x-y}{z-5}+\frac{2z}{x+2y}=4.$$

C. Menciu, Craiova

5803. Un plan înclinat AB se continuă cu un plan orizontal BC de aceeași lungime. Ce înclinare trebuie să i se dea față de orizontală planului AB, pentru ca un corp lăsat liber în A să se oprească în C_1, dacă coeficientul de frecare dintre plane și corp este de 0,1 ?

S. Ciocaneli, prof. Breaza

5804. Să se rezolve ecuația $x^7-x^4-x^2-x-1=0$.

Const. Berdan, Bîrlad

5805. Într-o sală de cazane o pompă este acționată de un motor electric monofazat care are la ax o putere de 1,7 kW.

Motorul este alimentat printr-o linie cu conductoare de aluminiu, în lungime $L=100$ m, avînd tensiunea de $U=220$ V. Randamentul motorului este $\eta=0{,}85$. Să se calculeze secțiunea „s" a conductoarelor, pentru o pierdere de tensiune maximă $\Delta U_m = 5\%$.

Sfichi Romulus, Suceava

5806. La capetele unui tub cilindric, lung de 10 cm sînt puse două lentile: una convergentă și alta divergentă. În fața lentilei convergente se așază un obiect a cărui imagine se formează de patru ori mai aproape de lentilă ca obiectul și care devine obiect pentru lentila divergentă. Imaginea finală se formează la 2 cm de lentila divergentă și este de două ori mai mică decît obiectul inițial. Să se calculeze distanțele focale ale celor două lentile.

I. Păcurar, elev, Cehu Silvaniei

5807. Să se rezolve sistemul:

$$\frac{x_2+x_3+\ldots+x_n}{a_1}=\frac{x_1+x_3+\ldots+x_n}{a_2}=\frac{x_1+\ldots+x_{n-2}+x_n}{a_{n-1}}=$$

$$=\frac{x_1+x_2+\ldots+x_{n-1}}{a_n}=x_1x_2\ldots x_n$$

(În legătură cu problema 4316).

L. Pirșan, student, București

5808. Fie A un punct fix pe cercul O și două coarde mobile AM și AN perpendiculare una pe alta. Notăm cu I mijlocul coardei AM și cu P mijlocul segmentului NI. Ce loc geometric descrie punctul P, cînd M și N parcurg cercul dat?

C. Săndulache, prof. Negrești, Iași

5809. Să se arate că oricare ar fi x real,

$$(1-\sin a)\,x^2-2x\cos a+1+\sin a\geqslant 0$$

$$(1+\cos a)\,x^2-2x\sin a+1-\cos a\geqslant 0$$

$$(3+2\cos a-2\sin a)\,x^2-2x(\cos a+\sin a)+1>0$$

C. Ionescu-Țiu

5810. Se consideră un cerc O și un punct fix A. Polara lui A față de cerc taie diametrul acestui cerc trecînd prin A în punctul B. Fie fasciculul cercurilor ce trec prin A și B. Să se arate că axa radicală a cercului O cu un cerc din fascicul trece prin conjugatul armonic al centrului cercului O în raport cu A și B.

V. Băghină, Breaza

5811. O bulă de aer cu temperatura de 50°C și volumul de 1 cm³ se găsește la adîncimea de 1 m sub nivelul apei. Să se calculeze volumul pe care-l va ocupa bula cînd va ieși din apă, la presiunea atmosferică și temperatura de 20°C.

A. Bejancu, elev Novaci

5812. Fie H_a piciorul înălțimei din A în triunghiul ABC înscris în O. Se notează cu A_c, A_b intersecțiile diametrului AO cu proiectantele punctului H_a respectiv pe laturile AB, AC și S piciorul simedianei din A. Să se demonstreze că

$$\frac{AA_c}{AA_b}=\frac{SC}{SB}$$

Gh. Buiciu

5813. Se consideră triunghiul ABC înscris într-un cerc dat și se prelungește latura AC cu o lungime $AD=AB$.

Să se determine locul geometric al centrului de greutate al triunghiului ABD, cînd punctul A parcurge cercul dat.

Se vor studia cele 2 cazuri posibile și se va preciza care puncte aparțin locului geometric.

Emil Morțun

EXERCIŢII ŞI PROBLEME PROPUSE

PENTRU CLASELE V–VIII*)

E : **1976.** Ligheanul-pîlnie de la un separator centrifugal pentru smîntînă, e format dintr-un aliaj de zinc cu cositor cu masa de 67,2 kg.

a) Ce cantitate de zinc şi de cositor conţine ligheanul dacă raportul dintre cantitatea de zinc şi cea de cositor este 101/11 ;

b) Ce raport procentual reprezintă cantitatea metalelor din aliaj ?

B. Baeră, Păuneşti

E : **1977.** Să se afle numerele întregi de trei cifre care în baza 11 se scriu *xoy* iar în baza 9 se scrie *yox*.

D. M. Bătineţu, student, Bucureşti

E : **1978.** Să se afle numărul de patru cifre *abcd* ştiind că acest număr cît şi $(dcba - abcd - 1)$ se divid cu 13, $a + b = 10$, iar $c + d = 9$.

Eugen Popa, cl. VII, Iaşi

E : **1979.** Dacă *A,B,C,D* sînt patru puncte pe o dreaptă aşezată în ordinea dată, există relaţia :

$$\frac{AD}{AB} + \frac{BC}{CD} = BD\left(\frac{1}{AB} + \frac{1}{CD}\right)$$

Strătescu Ion, student

E : **1980.** Să se arate că pentru $a^2 \neq 1$ şi $a \neq 0$, avem :

$$\frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+\frac{1}{a}} = \frac{1}{1-a} - \frac{1}{\frac{1}{a}-1} = 1 ;$$

$$\left(\frac{1}{1+\frac{1}{a}} + \frac{1}{\frac{1}{a}+\frac{1}{a^2}}\right) : \left(\frac{1}{\frac{1}{a}-1} - \frac{1}{\frac{1}{a^2}-\frac{1}{a}}\right) = 1$$

C. I. Ţ.

E : **1981.** O uzină a fost planificată să producă 3 000 de transformatori electrici în decurs de un an. Ştiind că planul a fost îndeplinit cu două luni înainte de termen, să se afle cu cît la sută a fost depăşit planul.

* * *

* V (E : 1981, 1982, 1984, 1986) ; VI (E : 1976, 1979, 1983, 1989) ; VII (E : 1977, 1979, 1980, 1985, 1987, 1988). La aceste probleme se primesc soluţii şi de la elevii de clasa VIII.

E : **1982.** Greutatea celor două nave cosmice lansate de U.R.S.S. în 1960, era de 9140 kgf, iar raportul greutăților lor 227/230. Care a fost greutatea fiecărei nave ?

* * *

E : **1983.** Pentru a-și cumpăra uniforma școlară, un elev mai primește 104 lei pe lîngă suma ce o avea economisită. La magazinul de confecții, constată că s-a făcut o reducere de 20% și astfel după ce cumpără uniforma îi mai rămîn 28 lei. Cît a costat uniforma înainte de reducere și cît după reducere ?

* * *

E : **1984.** La un strung automat se execută niște șuruburi din bare de oțel cu lungimea de 3 m. La fiecare bară rămîne un capăt neutilizat de 60 mm, reprezentînd porțiunea în care bara este prinsă în mașină. Să se afle cît la sută din material se poate economisi, dacă se folosesc bare cu lungimea de 4 m, prelucrarea făcîndu-se la același tip de strung automat.

* * *

E : **1985.** În interiorul unghiului A de 75° se duce semidreapta AM care împarte unghiul în două unghiuri de 45° și de 30°. Prin M să se ducă a dreaptă care să taie laturile unghiului dat A în punctele B și C astfel că $BM = MC$. Caz numeric $AM = 4$ cm.

C. I. T.

E : **1986.** În primul trimestru al anului 1962, la Uzinele Electronica din Capitală, producția a fost depășită cu 25%, iar cheltuielile prevăzute în plan, cu numai 5%.

Să se calculeze cu cît la sută a fost redus prețul de cost.

Vodă Viorel, student, București

E : **1987.** Un triunghi dreptunghic are ipotenuza a și catetele b și c. Să se arate că

$$\frac{a+c}{b}+\frac{b}{a+c}=\frac{2a}{b}$$

C. Menciu, Craiova

E : **1988.** Dacă $b^2+c^2=a^2$ și $b \neq c$, să se arate că

$$\frac{b^3+c^3}{b+c}+\frac{b^3-c^3}{b-c}=2a^2.$$

* * *

E : **1989.** Pe mediatoarea unui triunghi se ia un punct P care se proiectează în M și N pe celelalte două laturi ale triunghiului. Să se arate că unghiurile QMP și QNP sînt egale, Q fiind piciorul mediatoarei.

* * *

RUBRICA REZOLVITORILOR DE PROBLEME

Soluții bune primite pînă la 20.I.1963 (urmare)

RIMNICU VÎLCEA. Ş.m. N. Bălcescu. Cl. VIII. Pogăceanu Adriana (E: 1857, 58, 62, 66, 82, 86). Cl. IX. Tigmeanu Ion (5447, 52, 60, 61, 88, 94, 536, 52—54, 62, 63). Cl. X. Grigore Ionel (5438, 39, 46, 47, 57, 66, 91, 94, 98, 99; 5535), Rădăuţ Monica (5457, 60, 70, 82, 84, 90, 91, 93, 96, 505). Cl. XI. Tănase Ilie (5472, 73, 75, 77—79, 82, 84, 86, 88—91, 94—96, 500, 01, 05), Buţă Pompiliu (5438, 39, 44, 46—48, 56, 57, 77, 78, 82, 86, 88, 90, 94, 96, 505), Cruceru Traian (5473, 75, 77—79, 82, 86, 88, 90, 94, 96, 501, 05), Niculescu Gabriela (5430, 38, 48, 57, 73, 75, 77, 82).

Ş.m. Vasile Roaită. Cl. IX. Droaşcă Bogdan (5407, 11, 22, 47, 52, 54, 56, 61, 66, 70, 82, 88, 90, 91, 94—96, 99, 512, 23, 26, 35, 36, 51, 59).

RIŞNOV (Braşov). Ş.m. Cl. XI. Mircea Sava (5531, 33, 36, 37, 48, 50, 60, 62, 65, 66, 68).

ROMAN. Ş.m. Cl. VIII. Smit Petru (E: 1894, 99, 901, 02, 04, 05, 07, 08, 10, 12—15, 18—22; 5566), Pompil Valeriu (idem). Cl. XI. Niculescu Gh. (5446—48, 54—58, 60, 61, 84, 88, 95).

Absolvent Dolteanu Temistocle (5473—75, 77, 79, 82, 90, 94, 97, 521, 26—28, 31—33, 36—38, 42, 52, 53, 59, 60, 65, 66, 72, 77, 82).

ROŞIORII DE VEDE. Ş.m.m. Tudor Vladimirescu. Cl. VIII. Truşcă Marian (E: 1895, 96, 900, 02, 05, 06, 11, 14), Perieţeanu Mihaela (E: 1900, 06, 14).

RUPEA. Ş.m. 1. Cl. IX. Diaconescu Nicolae (5423, 341 39, 46—48, 52, 56, 57, 61, 63, 66, 77, 80—83, 89, 91—96, 99, 505, 31). Cl. X. Munteanu Călin (5435—37, 45, 62, 72, 74, 80, 94, 506, 10, 31).

SALCIA. Ş.m. Cl. VII. Neacşu Dumitru (E: 1880, 83, 86, 91, 900, 02, 06), Vasile Nelu (E: 1896, 97, 901, 04, 07, 10—13), Vistig Patriciu (E: 1880, 90, 91, 94—96, 99, 902, 05, 06).

SALONTA. Ş.m. Arany Janoş. Cl. XI. Borcea Valeria (5482, 88, 90, 91, 94—94—96, 508, 31, 32, 36, 37), Guiaş Eugen (idem), David Floarea (5508, 09, 21, 31, 33, 36—38, 65, 82, 45, 50, 52), Nagy Elvira (5434, 60—63, 77, 83, 95, 508, 31, 33, 36, 37).

SĂLIŞTEA DE SUS (Maramureş). Ş.m. tehnică. Anul I. Iuga Gavrilă (E: 1894—96, 99, 902, 04, 07, 11, 17, 18, 22, 25).

SĂRMAŞ (R.A.M.) Cl. X. Onac Gavril (5438, 39, 46, 54, 56, 57, 60, 66, 70, 77, 82, 88, 90, 91, 94—96, 98, 99, 506, 07, 12, 36, 37), Rusu Dumitru (5434, 38, 39, 46, 47, 57, 60, 61, 63, 66, 70), Rusu Vasile (idem).

SATU MARE. Ş.m. M. Eminescu. Cl. VIII. Oşan Mihai (E: 1893, 94, 98, 99, 901, 02, 04, 06—08, 13, 14). Cl. XI. Buriş Vasile (5466, 68, 70, 82, 84, 88, 90, 91, 94, 99, 534, 37). Ş.m. Kölcsey Ferenc. Cl. VIII. Nemeş Gavril (E: 1894, 902, 04, 07, 14, 17—19). Cl. IX. Sztmlyovics Zoltan (5456, 61, 63, 66, 70, 79, 90, 91, 94, 96, 532, 36). Cl. XI. Szekely Maria (5472, 73, 79, 82, 84, 90, 91, 94, 96, 500). Şc. de 8 ani. Cl. VII. Mitaru Alexandru (E: 1882, 84, 88, 96, 99, 900, 04).

SĂVENI. Ş.m. Cl. VIII. Coţovanu Constantin (E: 1884, 85, 90, 94, 99, 904, 06, 07, 10, 12), Sănduc Ioan (idem).

SCĂENI (Ploieşti). Goţonoagă Rodica (5584, 66, 62, 44, 37, 36, 31, 26, 466, 04).

SIBIU. Ş.m. 1. Cl. VIII. Buzoianu Rodica (E: 1907, 10, 12—15, 18, 19, 21, 06). Cl. XI. Cîmpureanu Tiberiu (5439, 57, 82, 88, 91, 94, 96, 506, 32, 33, 36, 37), Stroia Lucian (5434, 39, 46, 56, 57, 63, 75, 79, 82, 90, 94. 96, 505, 06). Cl. XI. Cîmpureanu Tiberiu (5434, 41, 78, 84, 86, 91, 94, 96, 505. 15. 35, 36, 37). Ş.m. 2. Cl. VIII. Frăticiu Lucia (E: 1871, 72, 83, 85, 88, 90, 93, 94, 99, 900, 01, 04—06), Trif Nicolae (E: 1871—73, 75, 77, 79, 80, 82—86, 88, 90, 92, 93; 5422, 56). Ş.m. 3. Cl. VIII. Căluţiu Dorina (E: 1894—97, 99, 901, 04, 06, 14, 17, 18, 20, 25), Bologa Octavian (E: 1894, 98—902, 04, 06, 20—22), Filipeanu Ilaria (E: 1894, 95, 901, 04, 07, 10—14, 18, 20, 21), Magda Radu (E: 1894—96, 99, 901, 02, 04—07 09—15), Pricop Sorin (E: 1907, 09, 10, 12—15, 18, 20—22, 25), Sigmireanu Mihaela (E: 1871—75, 77, 78, 80, 82, 91), Sandovici Călin (E: 1894—96, 99, 901, 02, 04—07, 09—14), Zăgan Dumitru (E: 1894, 98, 99, 902, 04—12, 14, 16, 18—20, 22, 24, 25; 5506, 59), Georgescu Virginia (E: 1894, 95, 99, 904, 06, 15, 17, 19—23). Cl. IX. Mihai Virginia (E: 5384, 92, 422, 47, 56, 77), Filip Mihaela (5477, 81—83, 87, 88, 94—96, 502—06), Popa Veronica (5506, 36. 47, 51, 52, 54, 59,

* Pînă la apariţia revistei G.M.F.—B, nr. 6 se primesc soluţii la problemele propuse în numerele 3, 4 şi 5 ale revistei.

64, 62, 66, 94, 96), Constantinescu Constantin (idem), Munteanu Rodica (5477, 82, 90, 95, 96, 532, 36, 52, 53, 60, 64, 66), Sorici Rodica (5447, 66, 506, 26, 36, 51, 52, 54, 59, 62, 64, 96), Boeriu Adriana (idem), Dobrotă Brînduşa (idem), Ostap Ioan (5477, 82, 91, 96, 505, 12, 36, 51—53, 59, 64), Munteanu Doina (idem), Năstoiu Aneta (5482, 88, 94, 95, 523, 52, 60, 63, 64, 77, 96), Părăianu Sanda (idem), Tanaseiciuc Lucia (5482, 88, 91, 94, 99, 532, 36, 52. 54, 59, 62, 64), **Geleriu Dan Romulus** (5478, 84, 93, 501, 07, 08, 10, 12, 17. 19, 20, 26, 27, 30—32, 35, 36, 41, 44, 45, 51—56, 58—60, 62—64, 66, 67, 69, 79, 88), Rosenfeld Corina (5447, 51, 52, 54, 66, 94, 96, 506, 26, 62, 64), Albinaru Doina (5424, 34, 39, 46, 56, 57, 63, 82, 90, 94, 505, 06, 26), Daneş Emil (5477, 83, 88, 94, 95, 99, 559, 66), Bucur Liliana (5424, 52, 63, 77, 83, 91, 94—96, 505, 23, 51, 52, 63, 64), Ghişoiu Carmen (5474, 77, 88, 91, 500, 02. 03, 41, 51, 59, 62, 64, 67), Gîlea Octavian (5434, 46, 56, 57, 63, 79, 82, 90, 94, 96, 505, 06), Ivănuţă Cornelia (5447, 66, 94, 96, 506, 26, 51, 52, 54, 59, 62, 64), Lefter Marilena (idem), Popa Corina (5482, 88, 90, 94—96, 52, 53, 60), Gîlea Doina (5472, 77, 83. 94, 96, 505, 13, 17, 30, 52, 53, 64, 69), Elefterescu Mihai (5477, 83, 88, 94—96, 99, 517, 59, 66), Soima Liliana (5432, 77, 82, 88, 91, 94, 99, 536, 52, 59. 62, 64), **Dănăilă Ioan** (5401, 06, 14, 21, 24, 31, 32, 38, 39, 45, 46, 59, 60, 70, 76, 77, 79, 83, 91, 92, 94, 96, 98—501, 04, 06, 08, 11—13, 17, 20, 23, 26, 27, 30—32, 35, 36), Petraşcu Florica (5434, 46, 47, 52, 66, 70, 77, 82, 88, 91, 94, 99), Ciopa Simona (5447, 66, 94, 96, 506, 26, 36, 50—52, 54, 62). Cl. X. Ionescu Mircea (5482, 84, 88, 91, 94, 96, 521, 36, 37, 45, 51, 62, 64, 65, 66), Dăncăneţ Dorin (5476, 77, 82—84, 86, 90, 94—96, 505, 36), Răducanu Alexandru (5476, 77, 82—84, 90, 94, 96, 506, 07, 26, 36), Iacobovici Eva (5456, 57, 76, 77, 83, 84, 90, 94—96, 526, 36), Diaconescu Mariana (5457, 77, 83, 84, 91, 95, 99, 517, 36, 51, 60, 62), Ursea Eleonora (5476, 77, 83, 84, 88, 91, 94, 504, 06, 07, 36, 37), Tarangul Ion (5457, 76, 77, 84, 88, 95, 96, 500, 06, 07, 26. 36), Bota Monica (5476, 77, 83, 84, 88, 91, 94, 504, 07, 27, 36, 37), Moldoveanu Mariana (idem), Sevasta Elvira (5446, 47, 56, 61, 91, 94, 504—06), Bulea Lucia (5476, 77, 94, 507, 12, 17, 36, 37), Opriş Carmen (5446, 47, 56, 61, 91, 94, 504—06), Bolta Vasile (5439, 46, 47, 52, 56, 61, 76, 77, 82, 83, 91, 94, 95. 505, 06), Comşa Gheorghe (5476, 77, 82—84, 94, 95, 506, 07, 36), Bîrză Ilie (5402, 12, 27, 34, 52, 66, 77, 81, 82, 84, 87, 90, 91, 94, 96, 501, 05, 07, 12, 21, 23, 30, 33, 35, 37). Cl. X. Voicescu Smaranda (5447, 57, 60, 77, 83, 84, 95, 96, 508, 17, 33, 36), Tanovici Crăiţa (5447, 56, 57, 76, 77, 84, 90, 91, 94—96, 536), Chiriţă Mariana (5447, 56, 57, 76, 77, 83, 84, 90, 94—96, 536), Mimoc Irina (idem), Arlimon Doina (idem), Marinescu Ana (idem), Percec Livia (5457, 76, 77, 83, 84, 88, 95, 96, 500, 11, 26, 31), Vulcu Antoniu (5411, 26, 57, 76, 77, 83, 84, 88, 94—96, 536), Nicoară Lucia (5476, 77, 83, 84, 88, 91, 94, 504, 06, 07, 36, 37). Cl. XI. Ciocîrlan Şerban (5475—77, 84, 94, 95, 500. 03—05, 12, 21), Manea Octavian (5478, 79, 84, 86, 89, 97, 503, 05, 12, 21, 33, 35—37, 50, 66, 67). **Şc. elem. nr. 1.** Cl. VII. Grosu Adrian (E: 1907 08, 09, 10, 11—14), Moraru Vasile (E: 1894—96, 99, 901, 04, 06, 07, 09, 10), Deac Georgeta (E: 1884, 85, 88, 90, 96, 97, 904), Nicola Traian (E: 1894, 98, 99, 901, 04, 07, 09, 11, 15, 21), Stoia Adriana (E: 1894, 99, 907, 09, 10), Gorcea Livia (E: 1910—14, 17—21), Trif Felicia (E: 1871—73, 82, 84, 85, 88, 90, 92), Nicu Maria (E: 1897—99, 904, 07, 09, 10, 12, 13, 17, 20, 22, 24, 25). **Şc. de 7 ani nr. 15.** Cl. V. Bălaşa Adriana (E: 1890, 92, 94, 96, 97, 99, 904, 07, 10). Cl. VI. Căpriţă Georgeta (E: 1894, 97, 99, 901, 03, 04), Anton Elena (E: 1899, 904, 07, 09, 12, 24), Bucur Teodor Dănuţ (E: 1907, 10—13, 20, 21, 25), Marton Ladislau (E: 1897, 98, 904, 10, 12), Loşiţă Dan (E: 1899, 904, 07, 10, 12, 13, 21), Retezeanu Carmen (E: 1889, 94, 98, 901, 04, 15), Ştefan Mariana (E: 1915—21), Nistor Ilie (E: 1907, 10, 12, 13, 19—21), Vecerdea Rodica (E: 1871, 907, 20), Crucean Ada (E: 1907, 12, 13), Brudi Edith (E: 1896, 98, 904, 10, 12, 20). Cl. VII. Scornelciu Ana (E: 1914, 17, 18, 20, 22—24, 25, 910—12), Constantinescu Costel (E: 1896—99, 907, 09, 10, 12, 13, 20), Oprinescu Ovidiu (E: 1907—14), Simtion Ilie (E: 1908—14), Rădan Gabriela (E: 1910—14, 17—25), Salvan Ligia (E: 1910, 11, 14, 17—20, 22, 24, 25), Chisăliţă Mariana (idem), Cotrun Florin (E: 1910, 12, 13, 18).

SIGHET. **Ş.m. 1.** Cl. X. Iacobovici Maier (5460, 62, 508, 12, 13, 17, 20, 31, 33, 35, 36), Leordeanu Cornel (5482—84, 88, 90, 94—96, 508, 13, 17, 20, 36 37). Moldovan Constantin (5434, 36, 47, 62, 70, 74, 82, 83, 90, 91, 94, 95, 96, 505, 07, 12, 13, 20, 35, 36).

SIGHIȘOARA. Ș.m.m. 1. Cl. IX. Iancu Nicolae (5422, 47, 63, 77, 82, 90, 91, 94—96, 505, 06), Ducu Bogdan (5439, 46, 47, 57, 61, 63, 82, 84, 90, 92—96. 505). Cl. XI. Olteanu Elena (5477, 78, 80, 91, 94—96, 98, 99, 506, 12, 52, 56, 73), Rusu Petru (5477, 78, 91, 506, 33, 35—38, 59, 65, 68, 84). Ș.m. 2. Cl. V. Moraru Cristian (E: 1962, 88, 90, 92, 94, 99, 904). Cl. VIII. Duca Bogdan (E: 1889, 94—906). Cl. X. Bloos Fritz (5406, 09, 22, 46, 47, 57, 61, 82, 92, 95, 96, 505).

SIRET. Ș.m. Cl. IX. Alexa Dumitru (5482, 90, 94—96, 508, 32, 36, 52, 53, 59, 60), Airinei Mihai (idem). Cl. XI. Abramovici Iaroslava (5482, 94—96, 521, 27, 32, 33, 36, 37, 66, 68, 84), Airinei Anton (5441, 44, 46, 47, 75, 77, 84, 90, 94, 97, 533, 36, 37), Cilievici Doina (idem), Pariser Nori (5434, 46, 48, 55, 57, 63, 75, 77, 94, 533, 36, 37).

SLATINA. Ș.m. Tudor Vladimirescu. Cl. VIII. Oreviceanu Traian (E: 1894, 900, 05—07, 10—12, 18, 20, 22, 23), Verescu Sergiu (E: 1894, 99, 900, 04, 06, 07, 10, 12—14, 18, 21, 22), Leulescu Constantin (E: 1900, 02, 04, 06, 07, 10—14, 18, 20, 22, 23). Cl. X. Popescu Mihai (5477, 82, 84, 88, 90, 94, 97, 505—08, 12, 21, 23, 26, 31, 32, 36, 52, 60, 62, 64). Șc. elem. „23 August". Cl. VI. Popa Anton (E: 1894, 99, 904, 07, 08, 10, 12, 20), Bălănescu Traian (idem), Diaconescu Mariana (idem), Prelipceanu Mihai (idem).

Com. ȘTEFAN CEL MARE (București). Șc. elem. Cl. VII. Matei Petre (E: 1886, 88, 90, 94, 95, 99, 904, 06, 07, 10—14).

SUCEAVA. Ș.m. 1. Cl. VIII. Schapira Awy (E: 1883, 88, 90, 93, 95, 96, 98, 902, 05—07, 09, 12, 14; 5488, 96), Petruc Radu (E: 1883, 86, 88, 91, 93, 96, 98, 902, 05—07, 14), Zloczover Ica (E: 1883, 90, 93; 5496; E: 1895, 96, 99, 906, 07, 09—14). Cl. IX. Botezatu Silviu (5482, 90, 91, 94; 5506, 17, 23, 32, 35, 36, 59, 60). Cl. XI. Coifman Hardy (5434, 46, 48, 56, 61, 78, 82, 84, 90, 91, 94, 96; 5506, 31, 33, 36, 37). Șc. de 8 ani. Cl. VI. Verciuc Gheorghe (E: 1882, 84, 85, 88, 99, 904, 10).

Com. TANSA (Iași). Șc. de 8 ani. Cl. VII. Radu C. Maria (E: 1882—88, 90, 92—95, 98, 99, 904), Radu M. Maria (E: 1882—90, 92—95, 903—04), Sîrcu Alexandrina (idem), Onichi Elvira (E: 1882, 84, 85, 87, 88, 90, 92, 93, 96, 97), Radu I. Mihai (E: 1882, 84, 85, 88, 90, 92, 94—99).

TEACA (Cluj). Ș.m.m. Indescifrabil (E: 1907, 10—15, 17, 18, 20, 22, 25).

TECUCI. Ș.m. 1. Cl. VIII. Drăgănoiu Ovidiu (E: 1894, 95, 97, 99, 904, 07, 10—14), Teodor Maria (E: 1888, 90, 94—99, 902, 04, 07, 13), Băniță Mihai (E: 1882, 84, 85, 88, 90, 95, 907, 08, 10—13), Bria Neculai (E: 1894, 96, 99, 901, 04, 05, 07, 09, 10, 12, 15: 5506), Neculce Elena (E: 1894—96, 98, 99, 901, 03—06), Sevastre Ion (E: 1884, 85, 87, 94, 98, 904, 07, 10, 12, 13), Milea Puiu (E: 1884, 85, 88, 90, 94, 95, 98, 904, 07, 10—13), Andronache Nicolae (E: 1895, 907, 09—11, 5506), Cărăuleanu Doina (E: 1894, 900, 02, 07—09, 12—14), Trandafir Nuța (E: 1891—99, 901, 03, 04, 07), Roșca Maria (E: 1896, 98, 903, 04, 07—13, 5559), Lăcustă P. Ioan (E: 1882, 90, 94—96, 98, 99, 901, 03, 04, 07, 12—14), Pădure Constantin (E: 1882, 84, 85, 89, 90, 93, 95, 907, 10—14), Rugină Teodor (E: 1882, 84, 85, 90, 94, 96, 98, 99, 904, 06, 07, 10, 12, 13), Gurău Rita (E: 1882, 86, 88, 90, 94—96, 99, 901, 03, 04, 07, 12), Damian Constantin (E: 1894—99, 901, 03, 04, 07, 12), Turcitu Viorica (E: 1890, 94—99, 901—03, 07, 11, 13), Rolea Antoaneta (E: 1888, 90, 94—96, 98—901, 04, 11, 12). Cl. XI. Lungu Mihai (5438, 46, 48, 55—57, 61, 63, 66, 70, 77, 78, 88, 89, 91, 95, 96, 99, 506, 12, 21, 33—37). Ș.m. 2. Cl. VII. Irimia Rodica (E: 1884, 85, 90, 94, 95, 99, 907, 12), Vulpoi Anișoara (E: 1894, 99, 901—08, 12—15, 18, 19, 5559). Cl. X. Aposteanu Iulia (5537, 36, 66), Niculescu Dan (E: 5477, 82—84, 90, 91, 94—96, 99, 512, 23, 36, 37, 51, 59, 60, 64), Doniga Eugenia (5454, 63, 82, 84, 88, 90, 91, 94, 96, 99, 512, 13, 17, 21, 31, 36, 37).

Șc. de 8 ani nr. 1. Cl. VII. Profiriu Lucica (E: 1894, 95, 904, 06, 12—14), Manea Aurel (E: 1894, 99, 904, 06, 11—13).

TIMIȘOARA. Ș.m. 1. Cl. VII. Anton Anton (E: 1883, 85, 88, 90, 906, 07, 13, 14), Hariga Bujor (E: 1894, 95, 98, 99, 901, 04, 07). Cl. VIII. Grofșoreanu Alina (E: 1895, 96, 99, 901, 04, 07, 10, 13, 14, 25), Samoilă Șerban (E: 1894, 95, 97—99, 904, 11, 12, 16, 17, 20, 22), Panți Dorel (E: 1894, 95, 99, 906, 07, 09—15, 18, 20, 22), Brînzeu Pia (E: 1894, 99, 904, 07, 12, 14, 18, 20, 21), Colungiu Danița (E: 1897, 98, 904, 07, 12, 14, 18—20), Ionescu Florin (E: 1914, 15, 19—21), Toma Mircea (E: 1894—96, 98, 99, 901, 03), Dudnicenco Dana (E: 1907, 13, 14, 5536), Bulgăr Mircea (E: 1910, 12, 13, 17—19, 22, 24, 25; 5563), Oprin Gelu (E: 1894, 95, 97, 99, 904, 06, 07, 11—20), Intehiu

Ioan (E: 1904, 07, 17, 20, 21, 25, 29), Novac Adrian (E: 1894, 96, 98, 99, 904, 06, 07, 10, 12—15, 18—20, 24), Panaitescu Radu (idem), Tischer Odette (E: 1894—96, 98, 99, 900, 01, 03, 04, 06, 17, 20), Platschek Etelka (E: 1904, 06, 07, 09, 10, 13, 14, 22, 23, 25), Dragomir Georgeta (E: 1895, 98, 99, 907, 09—15, 18), Puiu Lelia (E: 1895—97, 99, 904, 07, 10, 14, 20, 22; 5506), Băleanu Georgeta (E: 1894, 904, 06, 18, 20, 22, 23, 25), Organes Gerard (E: 1894, 95, 98, 99, 904, 07, 11, 12, 14, 20—22), Goriţa Cornelia (idem), Rusu Silvia (E: 1910, 13, 25, 91), Bălan Maria (E: 1896, 97, 904, 07, 09, 14), Neumann Gheorghe (E: 1894—99, 911, 12, 16, 17, 20, 22), Dragolici Ruxanda (idem), Covoidă Dumitru (E: 1885, 89, 99, 907, 10, 18), Balmuş Corneliu (E: 1899, 904, 07, 22, 25), Lupu Stela (E: 1720, 24, 910, 12—15, 17, 22, 25; 5563), Rouă Sergiu Dan (E: 1895, 98, 99, 907, 09—15, 18), Militaru Constantina (E: 1894, 95, 99, 904, 06, 07, 11—13, 21), Popişte Adrian (E: 1896, 97, 99, 901, 04, 07, 14, 17), Rodnici Lia (E: 1897, 901, 10—14, 17, 19; 5536), Ghirişan Doina (E: 1896, 97, 99, 904, 07), Radovan Smaranda (E: 1895, 98, 99, 907, 09—15, 18), Gerl Gerhardt (E: 1907, 10, 13, 14, 16, 17, 20, 22, 25; 508), Munteanu Mircea (idem), Raicu Rozalia (E: 1896, 98, 904, 13, 23), Hiller Edita (E: 1894, 95, 97, 909—13, 20; 5506), Szabo Rozalia (E: 1896—99, 904, 07—09, 11, 14, 18), Simileni Elena (E: 1910, 12, 13, 17, 18, 23, 25; 5563), Neamţu Lenuţa (E: 1894, 99, 904, 07, 10, 12, 13, 17, 22, 25), Pîrvan Floare (idem), Ciornea Florin (E: 1895, 98, 99, 907, 09—15, 18), Tufiş Cornelia (idem), Bufan Mircea (E: 1907, 10, 12, 14, 16, 17, 20, 22), Socodol Mariana (E: 1709, 17, 24, 59, 71, 74, 894, 98, 904, 20), Stănescu Olimpia (E: 1895—99, 922), Glevaţchi Emilia (E: 1896—98, 904, 07, 10—13, 17, 20, 25), Coman Dumitru (E: 1895, 96, 99, 904, 07, 10), Copeti Adriana (E: 1894, 95, 907—11, 18), Pordea Monica (E: 1910, 12, 13), Marcu Felicia (E: 1895—99, 900, 04, 06, 18, 20, 22), Buzgan Nicolae (E: 1897, 99, 901, 04, 07, 10, 12, 22, 25), Staiciu Doina (E: 1894—97, 906, 11, 12, 17, 22, 506), Paşca Rodica (E: 1896, 99, 912, 13, 22, 23), Iacob Cornelia (E: 1894—97, 99, 900, 01, 04, 06, 17, 20), Marcu Cornelia (E: 1895, 99, 904, 07, 08, 10, 11, 14, 18, 20, 22; 5506), Simonis Maria (E: 1897, 901, 02, 06, 16, 17, 24, 25), Motreanu Livius (E: 1899, 910, 12—15, 17, 18, 20, 22), Mustăţi Maria (E: 1910, 12, 13, 16, 20, 25; 5506, 08, 36), Bugarin (E: 1910, 13, 15, 18, 20; 5506), Perian Titus (E: 1901, 07, 13, 14, 17, 22, 25), Moş Victor (E: 1895—97, 901, 06, 11, 16, 17, 22), Munteanu Onoriu (E: 1899, 904, 07, 10, 13—17, 22, 25), Grigorescu Dan (E: 1883, 93—97, 906, 20), Rusu Octavian (E: 1896, 97, 99, 904, 06, 07, 09, 13, 25), Popescu Gabriela (E: 1886, 88, 90, 93, 94, 900, 04, 06), Sîrbu Mircea (E: 1896, 99, 904, 10, 12—15, 20, 22). Cl. IX. Vaida Ştefan (5494, 500, 06, 20, 23, 36, 52, 63, 66). Cl. X. Wallacky Eveline (5513, 17, 20, 21, 23, 33, 36, 37, 60, 63, 66, 76, 77). Cl. XI. **Rujan Octavian** (5302, 44, 49, 60, 65, 66, 68, 92, 98, 99, 400, 02, 22, 39, 47, 51, 57, 62, 72, 74, 75, 77—79, 82—84, 86, 88, 90, 91, 93—96, 503, 05—08, 10, 12, 13, 19—21, 26), Prosteanu Maria (5439, 47, 48, 52, 54, 56, 57, 63, 75, 84, 93, 94, 503, 05, 06, 12, 21, 33, 36, 37). Ş.m. 2. Cl. V. Hariga Mirel (E: 1894, 96, 901, 07, 10, 12, 13). Cl. VIII. Junkert Erna (E: 1899, 901, 04, 07, 09, 10, 12—14). Cl. IX. Klein Gabriel (5494, 500, 06, 07, 20, 23, 36, 52, 63, 66), Lehr Richard (5482, 88, 90, 94, 96, 506). Cl. X. Suceava Dorel (5479, 82, 84, 88, 90, 91, 94, 96, 507, 33, 35—37, 59, 60, 66), Nedin Alina (5477, 82, 88, 90, 91, 94—96, 506, 21, 36, 37). Ş.m. 4. Cl. XI. Otan Adriana (5475, 79, 82, 88, 90, 94, 96, 500, 05, 12, 21, 31, 32, 37).

TOPOLOVENI (Argeş). Ş.m. Cl. XI. **Bădulescu Dragoş** (5400, 03—09, 17, 19, 20, 22, 24, 27—32, 46, 47, 52—57, 60, 61, 63, 78—84, 86, 88, 90—92, 94, 96, 97, 99, 504, 06—09, 20, 21, 23, 26, 27, 31, 34—37, 44, 48, 51—53, 58—59, 73, 74).

TRUSEŞTI. Ş.m.m. Cl. X. Azamfirei Niculina (5446, 57, 61, 66, 88, 91, 94, 99, 06, 12, 35—37), Onofrei Maria (idem), Maxim Viorel (5439, 46, 56, 57, 63, 66, 70, 91, 512, 34, 36).

TUFEŞTI (Galaţi). Şc. elem. de 8 ani. Cl. VI. Sîrbu Cornelia (E: 1918—22). Cl. VII. Moise Georgeta (E: 1858, 63, 72, 80, 83, 84, 90, 98), Bogoi Maria (idem), Vlad Nastasia (E: 1858, 68, 73, 80, 84, 85, 90, 98, 907, 08, 10—13), Brînză Ioana (idem), Stanciu Tudoriţa (E: 1898, 905—08, 10—12, 14), Postelnicu Ioana (idem).

TURDA. Ş.m. 1. Cl. X. Tulbure Ovidiu (5446, 54, 57, 61, 66, 70, 82, 84, 90, 91, 94, 507).

TULCEA. Ş.m. 1. **Iurov Gheorghe** (5328, 41, 54, 84, 85, 96, 97, 301, 05, 06, 08, 09, 11, 14, 17, 18, 27, 28, 34, 48, 52, 53, 55, 68, 97, 407, 09, 10, 22).

TURNU MĂGURELE. Ş.m. **Unirea.** Cl. X. **Drăgulinescu Dumitru** (5402, 07, 09, 11, 12, 17, 34, 38, 41, 52, 54, 56, 60, 61, 70, 75—77, 79, 82, 84, 86, 88, 90, 91, 94—96, 99, 500, 01, 05—08, 12, 13, 15, 17, 20, 21, 26, 27, 30, 32, 33, 35, 37, 39), Coşa Corneliu (5434, 36—39, 46, 56, 82, 86, 90, 94, 506, 21, 33), Dună Radu (5438, 56, 82, 86, 88, 90, 94, 521, 26, 31, 36, 37).

TURNU SEVERIN. Ş.m. 1. Cl. VII. Usturoi Florentina (E: 1894, 95, 99, 904, 06, 11). Cl. VIII. Foarţă Manuela (E: 1907, 09—14, 17—23, 517, 59), Trifu Nicolae (E: 1902, 17—22; 5482, 90, 517), Armulescu Dumitru (E: 1894—96, 99, 904, 10—13, 17—19, 22; 5517, 59), Ionescu Mihai (E: 1894, 95, 99, 904, 06, 09—15), Broşteanu Teodor (E: 1907—22), Bobia Felician (E: 1894—901, 07, 09—15, 18—21; 5488, 559). Cl. X. Vicia Anca (5446, 56, 60, 61, 63, 66, 81, 82, 90, 91, 95, 96, 536), Buruiană Vasile (5482, 90, 94, 512, 36, 37, 45, 52, 59, 60, 62, 66), Buşoi Mihai (idem), Stanciu Nic. (idem), Isaru Elena (5482, 88, 90, 93, 94, 505, 17, 21, 32, 36, 37, 52). Cl. XI. Nisipeanu Nelu (5434, 38, 39, 41, 51, 55, 57, 61, 75, 77—80, 82, 90, 91, 94, 96, 501, 04, 06, 08, 12, 21, 32—37), Cean Gheorghe (idem) Ş.m. 2. Cl. VIII. Zaharia Mihaela (E: 1894, 95, 99, 900, 02, 04—14, 17, 18, 21), Chilim Rodica (5446, 48, 54, 55, 57, 60, 61, 63, 79, 82, 90, 94, 97, 505, 17, 21, 31, 33, 35—37), Chilim Sever (idem).

TIRGOVIŞTE. Ş.m. 2. Cl. IX. Bratu Constantin (5461, 63, 91, 94, 95, 536, 37). Cl. XI. Stănciulescu Petru (5478, 84, 89, 91, 94, 99, 507, 33—37, 51, 59, 66). Ş.m. 3. Cl. X. Florea Rodica (5439, 54, 57, 61, 84, 93, 96, 506, 10, 17, 23, 31, 35, 37), Grigorescu Nicolae (5439, 46, 47, 56, 57, 61, 63, 66, 70, 81, 82, 94, 95, 505).

TIRGU JIU. Ş.m. 1. Cl. VIII. Cîrstoiu Florin (E: 1894, 95, 98, 99, 904, 07, 11—14, 18, 20, 21), Burlan Tatiana (idem), Buzuru Ileana (idem), Birău Paula (idem), Hoară Dumitra (idem), Vijulan Maria (idem), Duncea Marinca (E: 1894, 95, 98, 99, 902, 04, 05, 11—14, 18—22, 506, 52), Duncea Florin (idem). Cl. X. Irăşchescu Paulina (5479, 82, 84, 86, 88, 90, 94, 512, 13, 21, 36, 37, 52, 60). Ş.m. 2. Cl. X. Popescu Nicolae (5239, 42, 44, 45, 48, 57, 61, 62, 66, 70, 86, 94—98, 313, 35, 37, 43—45, 55, 92, 428, 46, 81, 91), Văcaru Vasile (idem). Cl. XI. Păsăreanu Dan (5441, 46, 57, 61, 63, 66, 75, 77, 82, 90, 91, 94, 96, 512, 21, 31—33, 35—37, 41, 50—52, 59, 64). Gelepu (5472, 73, 75, 91, 506, 12, 21, 32—34, 36, 50, 65, 66, 68, 84). Şc. elem. nr. 4. Cl. VII. Duncea Constantin (E: 1894, 99, 907, 12, 13, 21), Gelepu Marcel (E: 1897, 904, 06, 07, 10, 12, 13, 18—20, 22).

TIRGU MUREŞ. Ş.m. 4. Cl. IX. Stratan Valentin (5482, 88, 90, 94, 532, 36, 51, 52, 60, 62, 66).

TIRGU NEAMŢ. Ş.m. **Ştefan cel Mare.** Cl. X. Ticu Florica (5484, 87, 88, 94, 96, 506, 07, 12, 32, 33, 36, 66), Gross Mariana (idem), Rosenzvaig B. (5477, 84, 87, 88, 94, 96, 506, 07, 12, 15, 32, 33, 36, 66), Hersch Adriana (5454, 84, 87, 88, 506, 07, 12, 17, 32, 33, 36, 66). Cl. XI. Gherşiu Burelu (5454, 77, 84, 507, 12, 17, 21, 32, 33, 36, 37, 66, 68), Schärf Wolf (idem), Rottenberg Beny (idem), Apostol Romeo (idem), Vigder Lică (5512, 17, 21, 33, 36, 37, 54, 66, 68, 75, 77, 84).

URZICENI (Bucureşti). Ş.m.m. Cl. VII. Georgescu Mihaela (E: 1884, 85, 88, 90, 95, 99, 901, 04). Cl. VIII. Zaharia Mariana (E: 1886, 88, 90, 91, 93—96, 98, 99, 904, 06—09, 14; 5456). Cl. X. Băncilă Virgil (5446, 77, 82, 88, 90, 94—96, 507, 17, 31, 36).

VALEA REA (Buzău). Şc. de 8 ani. Cl. V. Dogaru Vasilica (E: 1888, 90, 94, 96, 97, 99, 901, 09), Voicilă Ioana (idem). Cl. VI. Marinescu Maria (idem). Cl. VII. Mazilu Iancu (E: 1882, 88, 94, 96, 97, 99, 901, 02, 04), Giurgea Aurelia (idem), Tănase Maria (idem), Iordache Maria (idem).

VASLUI. Ş.m. 1. Cl. VII. Gaşcu Elena (E: 1907, 09, 10, 12—22), Focşa Mihaela (E: 1884, 85, 90, 901, 04, 07, 10, 12—14), Popa Ion (E: 1894—96, 99, 901, 04, 07, 10, 12, 13, 18, 21, 22). Cl. IX. Maftei Eugen (5456, 57, 61, 63, 66, 77, 82, 88, 90, 91, 94—96, 505, 08, 12, 23, 31, 32, 35, 36, 45, 51, 59, 60, 62, 63, 65, 66). Cl. X. Corcoţoi Ion (5446, 47, 57, 84, 91, 94, 96, 97, 99, 506, 12, 13, 34—36).

VOLUNTARI (Bucureşti). Ş.m. **Dimitrie Cantemir.** Cl. IX. Mihaeşteanu Eduard (5456, 61, 63, 82, 83, 90, 94—96, 505, 08, 12, 13).

VULCANA (Ploieşti). Şc. de 7 ani. Cl. VII. Savu Mihai (E: 1895—97, 904, 07, 10—13, 15, 20, 24).

VINJU MARE (Oltenia). Ş.m.m. Cl. VII. Duţu Alexandru (E: 1882, 83, 86, 88, 90, 91, 93, 95, 99, 900, 04, 06, 14); idem următorii: Trocan Lelia, Tudor Maria, Ştefănescu Nicolae, Stuparu Constanţa, Mihart Atena, Morgescu Eugenia, Dincă Gheorghiţă, Popescu Felicia, Stăn-

ciulescu Constantin, Roateș Maria. Matei Dan și Bocică Constantin au trimis soluții identice.

EVIDENȚIAȚI

Pînă la 20 februarie 1963 s-au mai evidențiat ca rezolvitori de probleme din G.M.F.-B:

1. **Zamfir Gh. Ion,** (cl. XI Panciu), 2. **Galeczki Gheorghe** (cl. XI ș.m. 1 Lugoj), 3. **Stancu M. Ion** (student București), 4. **Rujan Octavian** (cl. XI ș.m. 1 Timișoara), 5. **Chisăliță Adrian** (student Cluj), 6. **Popa Eugen** (cl. VII ș.m. 3 Iași), 7. **Cosmic Adrian** (cl. XI ș.m. 1 Brașov), 8. **Almaș Eduard** (cl. XI ș.m. Alba Iulia), 9. **Bibicu Ion** (cl. XI ș.m. 2 Brăila), 10. **Alexandrescu Petruș** (cl. X Găești), 11. **Biolan P. Mihai** (cl. XI ș.m. 1 Tîrgoviște), 12. **Trif Maria** (cl. X ș.m. 2 Sibiu), 13. **Chivoiu Mihail** (cl. XI Pucioasa), 14. **Dăncilă Ion** (cl. IX ș.m. 3 Sibiu), 15. **Popa Alexandru** (cl. XI Pucioasa), 16. **Văcaru Vasile** (cl. X ș.m. 2 Tîrgu Jiu), 17. **Toma Dragomir** (cl. XI Oradea), 18. **Crișan Victor** (cl. X Aiud), 19. **Spîrcu Tiberiu** (cl. X ș.m. 4 Arad), 20. **Cernica Petru** (cl. X ș.m. 34 București), 21. **Toader Elena** (cl. XI ș.m. 2 Galați), 22. **Nedea Constantin** (cl. XI Costești), 23. **Stepan Ionel** (cl. X serală Medgidia), 24. **Costrei Eleodor** (cl. X Novaci), 25. **Buiculescu Doina** (studentă București), 26. **Bejancu Aurel** (cl. X Novaci), 27. **Rabinovici Silviu** (ș.m. 2 Fălticeni), 28. **Munteanu Gh. Mircea** (cl. XI ș.m. 5 Brașov), 29. **Wechsler Viky** (cl. XI ș.m. 1 Focșani), 30. **Olariu Ștefan** (cl. XI ș.m. 1 Arad), 31. **Diaconescu Nicolae** (cl. IX Rupea), 32. **Trif Nicolae** (cl. VIII ș.m. 2 Sibiu), 33. **Cartianu Ion** (cl. VIII ș.m. 1 Turnu Severin), 34. **Popa Lucia** (cl. VII Petroșani), 35. **Neacșu Viorel** (cl. X ș.m. 1 Ploiești), 36. **Cătălina Ioan** (cl. XI ș.m. 1 Timișoara), 37. **Adam Ionel** (cl. X ș.m. 2 Tecuci), 38. **Lupu Monica** (cl. XI ș.m. 1 Sighișoara), 39. **Cună Cornel** (absolvent Reșița), 40. **Condiescu Victor** (cl. VIII ș.m. 1 Rădăuți), 41. **Spătaru Aurel** (cl. X Pucioasa), 42. **Măciucă Ion** (cl. X Pucioasa), 43. **Vlad Andrei** (cl. VIII Pucioasa), 44. **Herșcu Adrian** (cl. XI Bacău), 45. **Băltoiu Dorel** (cl. XI Babadag), 46. **Boidache Gavrilă** (cl. X Bîrlad), 47. **Ciura Alexandru** (cl. XI Baia Mare), 48. **Pincas Iancu** (cl. XI ș.m. 1 Focșani), 49. **Munteanu Mircea** (cl. X ș.m. 4 Brașov), 50. **Calisov Constantin** (cl. X ș.m. 4 Aurel Vlaicu București), 51. **Hajos Ladislau** (cl. X ș.m. 12 București), 52. **Guță Cristian** (cl. XI ș.m. 13 București), 53. **Moscovici Cornel** (cl. XI ș.m. 16 București), 54. **Drumea Vladimir** (cl. XI lic. Ștefan cel Mare Cîmpulung Moldovenesc), 55. **Biscă Octavian** (cl. IX ș.m. 1 Craiova), 56. **Frustock Ștefan** (cl. X Făgăraș), 57. **Rosenberg Flavia** (ș.m. 1 Focșani), 58. **Rosenthal Bianca** (cl. XI ș.m. 3 Galați), 59. **Popovici Cornel** (cl. IX ș.m. 1 Lugoj), 60. **Brădișteanu Adrian** (cl. X Mediaș), 61. **Drăghici Horia** (cl. X Mediaș). 62. **Panea Mihaela** (cl. XI. (ș.m. 10 București). 63. **Arsene N. Ioan** (cl. X ș.m.. 1, București). 64. **Brîncoveanu Mihai** (cl. IX ș.m. 1 București).

Pînă la 20 februarie 1963 ș-au primit soluții bune la probleme propuse în G.M.F.B. de la:

ADJUD. **Șc. elem.** Cl. VI. Baian Claudia (E: 1894, 907, 10, 12—14, 18, 22), Giovanni Georgeta (E: 1899, 904, 07, 10, 12 13).

Ș.m. Păunești. Cl. X. Berbece Dumitru (5477, 82, 88, 90, 96, 505, 07, 31, 35—37; P), Chiorcea Constantin (5477, 82, 90, 531, 37, 44, 88, 505), Pavel Angela (5480, 82, 88, 90, 91, 99, 505, 31, 35—37, 41, 44, 51, 52, 59, 84), Popescu Petre (5482, 83, 88, 90, 91, 95, 96, 505, 07, 37, 52).

AGNITA. **Ș.m.** Cl. X. Gheorghioiu Liviu (5488, 517, 31, 32, 34, 44, 51, 53, 59, 60, 66, 67; P).

AIUD. **Ș.m. Avram Iancu.** Cl. X. **Crișan Victor** (5542, 72, 73, 83, 84, 89—95, 600—06, 08, 12, 13, 15—22, 24, 25, 27, 29, 30, 38, 39, 41, 43—47, 52, 53).

ALBA IULIA. **Ș.m. Horia, Cloșca și Crișan.** Cl. IX. Tulbure Mircea (5477, 82, 90, 91, 94—96, 99, 506, 35, 36, 41, 59, 60). Cl. X. Tulbure Dan (5477, 82, 90, 91, 93—96, 505, 06, 36, 37, 41, 51, 52, 59, 60). Cl. XI. **Almași Eduard** (5573, 475—78, 82, 84, 86, 88, 90, 94—96, 500, 01, 05—08, 12, 20, 21, 23, 28, 31, 33, 36, 37, 43, 45, 48, 50, 52, 55, 56, 60, 63, 66, 68, 69, 72, 76, 77, 84, 87; P).

ANINA. **Ș.m.** Cl. VII. Rasovan Silviu (E: 1895, 99, 900, 02, 04, 07, 14). Cl. IX. Petric Mircea (5535, 36, 41, 51, 52, 58, 59, 66, 67, 73, 84). Cl. XI. Mihoc Florin-Mihai (5535, 36, 51, 61, 66, 68, 84, 88, 91, 604, 17, 19).

ARAD. **Șc. elem. nr. 1.** Cl. VII. Caciora Teodor (E: 1896, 902, 04, 06, 11, 16, 17, 22, 23), Lucuț Petru (E: 1824, 907, 09, 11, 14, 17, 18, 22—24), Savici Ludovic (E: 1907, 08, 10, 13, 14, 21, 22, 25).

Ș.m. 1 Ion Slavici. Cl. VIII. Neamțu Elisabeta (E: 1894, 99, 902, 04—07, 12,

14, 15, 18, 21). Cl. X. Blaga Alexandru (5482, 84, 88, 90, 94, 96, 505, 06, 36, 37, 52, 60), Bogdan Valeriu (5479, 82, 84, 88, 90, 94, 96, 500, 05, 06, 13, 52, 63), Burtea Constantin (5475 77, 79, 82, 84, 88, 90, 93—95, 532, 33, 36, 37, 52, 53, 60, 63). Cl. XI. **Olariu Ştefan** (5517, 19—21, 23, 32—38, 40, 42, 43, 50—53, 55—57, 59, 60, 62—69, 72, 73, 76, 77, 79, 80, 84). **Ş.m. 2 Olga Bancic.** Cl. VI. Boşcoiu Voicu (E: 1894, 99, 901, 04, 07, 10—13), Decis Florin (E: 1890, 99, 904, 07, 10, 12, 13, 20, 21, 25), Lebi Gavril (E: 1910, 11, 13, 15, 20, 22, 25), Petrişor Ioan (E: 1911, 13, 15, 20—22, 25). Cl. VIII. Berariu Ofelia (E: 1907—15, 18—22; 5496). Cl. IX. Lăcustă Alida (5479, 82, 90, 94, 95, 512, 32, 36, 60, 63). **Ş.m. 3. O. Tereza.** Cl. VIII. Pîrvănescu Horia (E: 1894—96, 99, 901, 02, 04—06; 5482, 88, 94, 96). Cl. X. Ardeu Mariana (5479, 82, 84, 88, 90, 94—96, 505, 06, 52, 53, 60, 63), Boroş Petru (5479, 82, 84, 94—96, 505, 06, 13, 37, 52, 63), Quitt Rodion (5482, 84, 88, 94—96, 505, 07, 32, 52, 63, 66), Roventa Eugen (5473, 84, 96, 505—07, 12, 13, 17, 33, 36, 37, 52, 63). **Ş.m. 4.** Cl. X. **Spircu Tiberiu** (5545, 48, 53, 65—71, 73, 75—77, 79—88, 90—94, 98, 600—06, 08, 09, 12, 13, 15—22).

BAIA DE ARIEŞ. **Ş.m.** Cl. XI. **Ciura Alexandru** (5472, 73, 75, 77, 78, 82, 84, 88, 90, 91, 94—96, 506, 07, 09, 12, 21, 32, 33, 35—37, 50—52, 56, 59—63, 66—68, 73, 84).

BAIA MARE. Student Puha Alexandru (5591, 600—02, 04, 06, 15—23).

Ş.m. 1. Cl. IX. Apostolescu Radu (5482, 88, 90, 91, 94, 95, 506, 17, 31, 36, 52, 60, 61), Buduru Constanta (5482, 88, 91, 94, 95, 526, 30, 51, 60, 63, 64), Pop Vasile (5434, 46, 57, 63, 91, 94, 504, 06, 12, 21, 37, 41, 51), Theodoru Diana (5481, 82, 88, 90, 91, 94, 96, 536, 53, 59, 60, 62, 63, 66). Cl. XI. Purcel Justin (5512, 17, 21, 26, 32, 36, 37, 50, 53, 65, 66, 68). **Ş.m. 3.** Cl. VIII. Vasilov Angela (E: 1918, 19, 21, 22, 24, 30, 31, 34; 5560, 66, 91, 604, 08).

BALŞ. **Ş.m.** Cl. X. Olteanu Marin (5482, 84, 90, 91, 94, 96, 512, 31—33, 35, 36), Staicu Mihai (5482, 84, 90, 91, 94, 96—99, 503, 21, 32, 33, 35, 37, 51, 52, 56).

BALTA ALBĂ (Galaţi). **Şc. elem.** Cl. VII. Mocanu Pavel (E: 1894, 95, 99, 904—06, 10—12, 14, 18, 20, 22).

BECLEAN. **Ş.m.** Zăgreanu Justin (5512, 21, 32, 33, 36, 37, 50, 52, 60, 62, 66, 68, 90, 91, 93, 95, 601, 04, 12, 13, 15—20).

BEIUŞ. **Ş.m. 1.** Cl. VI. Trifu Octavian (E: 1916, 19—22, 25, 27, 37).

BISTRIŢA. Absolvent Verveagă T. (5542, 50, 52, 53, 60, 64—66, 68, 76, 81, 84, 90, 91, 600, 04, 12, 13, 15, 17, 19, 21, 22).

Ş.m. Cl. VIII. Mihailaş Ileana (E: 1907—09, 11—14, 17—19, 21, 22; 5559, 91). Cl. X. Procopovici Alexandru (5482, 90, 91, 94—96, 505—07, 12, 41, 52, 59, 60, 65). Cl. XI. Horvath Florin (5473, 75, 77, 78, 84, 86, 91, 94, 504, 05, 31, 33, 36, 37).

BIRLAD. **Şc. elem. nr. 1.** Cl. VI. Balahan Rodica (E: 1907, 10, 11, 13, 17, 20, 21), Mocanu Carmen (E: 1907, 09—11, 13—15, 17, 18, 20, 21). Cl. VII. Hîncu Dan (E: 1894, 95, 904, 07, 10—12, 20).

Complexul şcolar. Cl. VIII. Alexandru Doina (E: 1907, 20—22, 26, 31, 35; 5536, 604), Băltăguţă Paraschiva (E: 1907, 11—13, 15, 18, 22; 5531, 36, 53, 63, 91), Bîra Cornelia (E: 1907, 10—14, 18, 20, 22, 26, 39). Idem: Bosoc Veronica şi Harnagea Lucia; Dănilă S. (E: 1907, 09, 12—14, 18—20, 22, 25, 30, 31, 34, 39; 5591), Darie Constantin (E: 1907, 10—13, 18, 21, 22, 26, 31, 34; 5560), Dobrin Aurel (E: 1907, 10—13, 26, 31, 33, 34, 39; 5591, 604), Florea Maria (E: 1918, 21, 22, 26, 28, 31, 34, 35, 39; 5560, 604), Gălţeanu Rodica (E: 1902, 07, 11, 13, 17, 18, 20, 22; 5482), Ghica Tincuţa (E: 1914, 15, 17, 18, 20, 22, 25, 26, 31, 63; 5591, 604), Hîncu Mircea (E: 1900, 01, 07, 10—14, 18), Leibovici Didi (E: 1907, 10—14, 17—19, 21, 22), Munteanu Irina (E: 1911, 15, 18, 22, 26, 31, 36; 5559, 63, 604), Nacu Sorin (E: 1907, 09, 10, 13, 20—22, 26, 31, 34, 35, 39; 5604), Panaite Gh. (E: 1895, 99, 902, 04—07, 10—14, 18, 20—22, 26, 30, 31, 34, 39; 5560, 91, 604), Pasat Rodica (E: 1909, 10, 21, 22, 26, 31, 34—36, 39; 5591, 604), Postolache Marlena (E: 1918—20, 22, 31, 35; 5560, 91, 604), Vineş Geta (E: 1907, 10, 13, 14, 18, 20, 22, 26, 30, 31, 36; 5604). Cl. X. Armeanu Corneliu (5483, 84, 91, 93, 95, 96, 505, 07, 08, 12, 21, 23, 33, 36), **Boidache Gavrilă** (4460, 61, 63, 75, 76, 82—84, 88, 91, 93—97, 500, 04—08, 12, 13, 20, 21, 23, 26, 33, 35—37, 51, 52, 54, 56, 59, 63, 64, 66, 69, 76, 79), Chirică Gachi (5461—63, 77, 82, 88, 91, 531, 32, 36, 37, 66), Coatu Rodica (5482, 84, 90, 91, 94, 506, 12, 15, 21, 36, 37, 60, 65, 66), Roşu Lucia (5482, 84, 90, 91, 94, 506, 12, 15, 21, 37, 60, 66).

Ş.m. 2. Cl. VIII. Badea Lori (E: 1894, 99, 901, 04, 07, 08, 10, 12—15, 19, 22). Idem: Borzaşi Dan, Huiban Gh., Toia

Elena; Copciac Ghiniţa (E: 1896, 902, 06—08, 10, 11, 13, 14, 17, 18, 20, 22, 25), Jecu Rodica (idem), Felea Ion (E: 1916, 18—22, 26, 31, 32, 34—36, 39; 5559, 91, 604), Felea Victor (idem), Kahane Hemi (E: 1895, 96, 902, 05, 07, 10—14, 18, 21, 22, 25). Idem: Kaufman Lozian, Titu Laurenţiu; Meteahnă Jan (E: 1907, 10—14, 17, 24, 26, 28, 32, 34—36), Niculescu Mariana (E: 1894—97, 99—902, 04—07, 11, 14, 19, 20), Poghirc Lucia (E: 1897, 907, 10—14, 17—19, 21, 22; 5517, 63), Steinberg S. (E: 1894—97, 11—14, 17, 18, 21, 22, 25).

BLAJ. **Ş.m. I. Mureşan.** Cl. X. Stremţan Nicolae (5507, 29, 33—35, 37, 44, 51, 65, 67, 73). **Centrul şcolar forestier.** Burz Nicolae (E: 1907—09, 11, 14, 17, 19, 21, 22, 24, 25; 5552).

BOLINTINUL DIN VALE. **Ş.m.** Cl. VII. Stan Aristide (E: 1907, 10, 18, 22, 36). Cl. VIII. Dumitru Victor (E: 1805, 94, 98, 99, 901, 04, 06, 10, 22, 26), Nica Gh. (E: 1894, 96, 98, 99, 901, 04, 06, 07, 10, 14, 21, 22, 26), Stanciu Petre (E: 1907, 11—13, 20—22, 31, 39).

BORCA (Bacău). **Ş.m.** Cl. VII. Andronie Gh. Vasile (E: 1907, 10—13, 18—20, 22), Manoliu Mircea (E: 1907, 10—12, 15, 17, 19, 20), Sufletu Ion (idem).

BORŞA. **Ş.m.** Cl. VIII. Juga Ion (E: 1894, 95, 902, 06, 07, 11, 12, 14, 17, 18, 22; 5482, 88, 536, 60).

BOTOŞANI. **Şc. elem. nr. 8.** Cl. VI. Ungureanu Corinel (E: 1907, 10, 12, 13, 28). **Ş.m. 1 A. T. Laurian.** Boşcăneanu Sergiu (E: 1907, 09, 12, 14—16, 18, 22, 26, 27, 30, 34), Grigoriu Livia (E: 1909, 10—14, 17, 18; 5566), Neamţu Maria (E: 1907, 11—14, 17, 18, 22, 26, 33, 34). Idem: Strungaru Rodica, Văcăreanu Rodica, Vranciu Elena. Cl. X. Pincu Ioseph (4447, 55, 57, 61, 63, 77, 79, 82, 88, 90, 91, 94, 96, 505, 06, 15, 17, 31—37, 45, 52, 53, 60, 62—66, 591). Cl. XI. Cantolariu Gh. (5439, 46, 47, 52, 56, 82, 90, 94, 503, 21, 36, 37, 59, 60, 84), Leibovici Bernard (5521, 33—37, 52, 56, 59, 68, 73, 84), Mercheş Iordan (5457, 82, 89, 90, 95, 96, 536, 37, 52, 60, 64, 84), Mircea Eugen (5482, 86, 90, 96, 521, 31—33, 37, 52, 60, 66, 68, 84), Pincas Iancu (4478, 86, 88, 89, 91, 96, 99, 505, 06, 08, 09, 13, 15, 17, 26, 31—35, 45, 50—54, 56, 59, 60, 62—66, 68, 73, 84), Wexler Viki (5397, 447, 52, 56, 63, 72, 78, 79, 82, 83, 89, 91, 99, 506, 08, 09, 12, 13, 15, 26, 27, 31, 34, 35, 45, 48, 50—53, 56, 59, 60, 62—66, 68, 73, 84). **Ş.m. 2 M. Eminescu.** Cl. X. Saiovici Sulamita (5479, 82, 512, 13, 17, 21, 26, 31, 32, 36, 37, 52). Cl. XI. Baras Robert (5507, 08, 12, 31—33, 36, 37, 45, 60, 65, 66, 68), Laur Fenia (5478, 88, 91, 94, 506, 21, 32, 36, 37, 62, 84), Rapaport Toni (5477—79, 82, 88, 90, 91, 94, 521, 32, 33, 35, 37). Samilovici Paula (5477, 79, 82, 88, 94, 96, 505, 32, 33, 36, 37, 66, 68), Witting Silviu (5434, 39, 46, 56, 61, 63, 72, 77—79, 82, 90, 91, 94, 95, 507, 08, 12, 32, 33, 36, 37, 65, 66, 68, 84), Wolf Renee (5478, 88, 91, 506, 21, 35—37, 66, 84).

BRAŞOV. **Şc. elem. nr. 13.** Cl. VII. Cozac Ioan (E: 1907, 10—13, 15, 20, 21, 27, 28, 34, 39), Vişan Gheorghe (E: 1899, 907, 10, 12, 13, 28, 34, 39). **Ş.m. 1.** Cl. XI. **Cosmin Adrian** (5475, 78, 79, 82, 86, 90, 91, 94, 95, 500, 12, 14, 17, 21, 24, 26, 30, 32—37, 41, 44, 45, 50—53, 56, 59, 60, 62, 65—68, 84, 88, 90, 91, 604, 10, 12, 13, 15, 17, 19, 21). **Ş.m. 4 Ştefan Gheorghiu.** Cl. VI. Avram Gheorghe (E: 1899, 904, 10, 12, 20, 21; 5496, 506), Barbu Domnica (E: 1884—86, 90, 909, 17, 20, 96—98), David Eugenia (E: 1897, 99, 901, 04, 07, 10, 12, 13, 15, 20), Popa Doina (idem), Dîrjan Mihaela (E: 1897, 904, 07, 10, 12, 16, 18, 20), Duma Angela (E: 1852, 68, 96—98, 901, 03, 04, 12, 16, 20, 25), Horneţ Constantin (E: 1907, 09—13, 20, 22, 28, 34, 36), Gubiţă Mariana (E: 1894, 99, 904, 07, 10, 12, 13, 20, 21), Ciurilă Sanda şi Nistor Elena (idem), Miloneanu Ileana (E: 1898, 901, 04, 07, 15), Moşoiu Elena (E: 1885, 88, 90, 97, 901, 04, 07, 10, 12, 13), Oţet Al. (idem), Nedelcu Gheorghe (E: 1895, 99, 904, 07, 12, 34, 39). Cl. VII. Aldea Angela (E: 1926—28, 31, 34, 37), Borsoş Anisia (E: 1890, 95—97, 904, 11, 13, 14, 17), Cotinghiu Rodica (E: 1871, 72, 75, 94, 99, 904, 07, 09, 10, 12, 20), Cotora Emanuela (E: 1890, 94—97, 904, 11, 13, 14, 20, 34), Pascovici Dorina (E: 1890, 901, 04, 10, 12, 13, 20), Teodorescu E. (idem Cotinghiu R.), Trofin Marilena (E: 1894, 96, 97, 903, 04, 07, 10, 12, 20). Cl. VIII. Colceriu Mihai (E: 1907, 09, 11—15, 17—19, 21, 22, 25, 26, 37). **Ş.m. 5 Unirea.** Cl. IX. Bărbat Horia (5482, 90, 94, 508, 20, 23, 26, 36, 53, 59, 60, 64, 66, 76), Petcu Ioan (5482, 90, 94, 508, 12, 20, 23, 31, 36, 59, 60, 76), Rusu Lucian (5482, 88, 90, 94, 508, 12, 17, 20, 23, 26, 59, 60, 64), Spineanu Bogdan (5482, 90, 94, 508, 12, 20, 23, 31, 36, 59, 60, 76). Cl. X. **Munteanu I. Mircea** (5509, 12—15, 18, 20, 21, 23, 24, 26, 27, 29—31, 33—37, 41, 42, 44, 45, 50—53, 60—63, 65, 66, 73,

84). Cl. XI. **Mumteanu G. Mircea** (5512—14, 20, 21, 25, 29—38, 41, 44, 51—53, 56, 58—60, 84, 88, 90, 91, 604, 08—10, 12, 13), Petcu Ion (5461—63, 72, 73, 77, 82, 88, 95, 560).

BRĂILA. Ing. Stoianovici Dumitru (5474, 75, 82, 84, 91, 96, 98, 504, 31, 36, 37).

Şc. elem. nr. 18. Cl. VII. Frangu Silvia (E: 1895—99, 902—06).

Ş.m. 1. Cl. IX. Nenciu Doina (5494—96, 512, 20, 23, 30, 35, 36, 52, 54, 59). Cl. X. Anghel Elena (5482, 90, 91, 94, 95, 505, 12, 33, 35, 37, 60, 66), Ioan Jean (5482, 90, 91, 94, 95, 507, 12, 33, 35, 37, 60, 66). Idem: Pîrvu Teodor şi Vintilescu Cătălin. **Ş.m. 2 N. Bălcescu.** Cl. VIII. Albu Mariana (E: 1894, 95, 99, 902, 04, 05, 08, 10—14), Bădescu Iulia (E: 1894—96, 99, 904, 07; 10—14, 18, 21, 22; 5559), Bianu Victoria (E: 1902, 07, 08, 10—15, 20—22). Idem: Stan Doina Rodica; Fruchter Frederica (E: 1907, 09, 10, 12, 13, 15, 17, 20—22, 25), Georgescu Luminiţa (E: 1907, 08, 10—15, 17, 20, 21, 25), Mihalcea Mihaela (idem), Schiller Adrian (E: 1894—96, 98, 99, 904, 05, 08, 10—13). Cl. IX. Frangu Octavian (5482, 90, 91, 94—96, 506, 44, 52, 53, 59, 66, 67, 84), Lăzărescu Vasile (5482, 90, 91, 95, 536, 44, 51—53, 59, 66, 67, 73, 84). Cl. XI. **Bibicu Ion** (5473, 76—80, 82—84, 86, 87, 90, 91, 94—96, 98—500, 02, 06—08, 11, 12, 17, 21, 23, 25, 32, 33, 35—37, 41, 44, 50—52, 55, 59, 60, 62, 64, 66, 73, 84), Dragoteanu Doina (5482, 84, 91, 506, 12, 33, 36, 37, 66, 68, 73, 84). **Ş.m. 3.** Cl. XI. Abramovici Ella (5472, 75, 77, 78, 88, 94—96, 521, 33, 35—37), Săraru Sebastian (5475, 83, 84, 86, 88, 95, 96, 506, 19, 21, 31, 33, 35—37). **Ş.m. 4.** Cl. VIII. Balaban Dumitru (E: 1894, 96, 97, 99, 900, 04, 06, 09—14, 20). Idem: Mihăilescu Jean şi Mocănaşu Ionel. Cl. IX. Săraru Fănică (5488, 91, 94—96, 506; 35, 36, 41, 53, 64).

BREAZA. **Liceul militar D. Cantemir.** Cl. X. Andrea Ionel (5479, 82, 90, 93—95, 502, 06, 07, 37, 52, 56, 60, 62, 612), Anghelache Gh. (5482, 84, 90, 93, 94, 96, 501, 37, 41, 52, 56, 60, 62, 604, 09, 12), Bebu Nicolae (5479, 82, 84, 90, 95, 501, 07, 12, 52, 56, 60, 62, 603, 04, 12), Cîmpoacă Gh. (5479, 82, 84, 88, 90, 93—96, 501, 06, 07, 37, 52, 56, 60, 62, 612), Cîmpeanu Eugen (5479, 82, 90, 93, 95, 501, 06, 07, 37, 52, 56, 60, 62, 603, 12), Constantinescu M. (5482, 84, 90, 94—96, 501, 06, 07, 12, 37, 52, 56, 62, 612), Dumitrescu Nicolae (5439, 46, 52, 56, 60, 61, 66, 78, 84, 88, 90, 91, 94, 95, 505), Dumitru Gheorghe (5439, 61, 63, 79, 82, 90, 532, 35, 37), Gheorghe Anton (5482, 88, 90, 94, 533, 35, 35, 44, 51, 53, 59, 60, 65, 66), Ghiţescu Mircea, (5479, 84, 88, 90, 93, 94, 501, 07, 12, 37, 41, 52, 56, 60, 62, 91), Manole Nicolae (5482, 84, 88, 90, 93—96, 501, 07, 37, 52, 56, 60, 62, 612), Marcus Ioan (idem), Mercioiu Constantin (5477, 79, 82, 84, 88, 90, 91, 94, 95, 97, 99, 505—07, 12, 21, 32, 37, 52, 60), Mocofan Constantin (5482, 88, 90, 93—95, 501, 06, 07, 37, 52, 56, 60, 62, 604, 12), Naparu Nicolae (5479, 82, 84, 90, 93, 95, 501, 07, 12, 37, 52, 55, 60, 62, 612), Traşcă Dumitru (idem), Panaite Mircea (5479, 82, 93, 95, 507, 37, 41, 52, 56, 60, 62, 91, 609, 12), Panţîru Tudor (5482, 84, 88, 90, 94—96, 501, 52, 56, 62, 612), Rotaru Ion (5479, 82, 84, 88, 90, 94—96, 501, 06, 07, 37, 52, 56, 60, 62, 612), Sandu Nicolae, (5479, 82, 88, 90, 95, 96, 507, 37, 411, 52, 56, 60, 62, 609, 12), Titere Nicolae (5482, 88, 90, 93, 501, 07, 37, 52, 56, 60, 62, 604, 09, 12).

BREZOI (Argeş). Cl. VI. Rafael Alexandru (E: 1907, 10, 12, 13, 15, 21, 39).

BUCECEA (Suceava). Cl. VIII. Tamler Iosub (E: 1907, 09—14, 19, 22, 26—28, 31, 36, 38; 5591).

BUCHIN (Banat). Ş.m. Cl. VIII. Franţ Rodica (E: 1907, 09, 10, 12, 13, 17—22; 5559).

BUCUREŞTI. **Studenţi: Stancu M. Ion** (5508—12, 14, 16, 18, 19, 22—28, 30, 32, 35, 38—45, 48, 50, 51, 53, 56, 58—62, 64—69, 72—74, 85, 97, 88, 90, 91, 602, 04, 09, 12, 13, 17—19, 21), **Buiculescu Doina** (fac. mat.) (5521, 28, 33, 36, 37, 42, 50, 52, 53, 59—70, 73, 76, 78—81, 83, 84, 97, 98, 601, 02, 12. 13, 15—20), Filip M. Ştefan (IPB) (5508, 12, 31—33, 35—37, 60, 61, 65, 66, 68, 73, 74, 81, 84, 91, 602, 04, 15—20).

Şc. elem. nr. 23. Cl. VI. Petrescu Corneliu (E: 1917—23, 25). **Şc. elem. nr. 71.** Cl. V. Mihalniscki Andrei (E: 1845, 63, 64, 71, 90, 99, 901, 04, 07, 10, 12, 13, 20). **Şc. elem. nr. 81.** Cl. VII. Nicolescu Ivona (E: 1894—96, 99, 901, 02, 04, 06—08, 11). **Şc. elem. nr. 130.** Cl. VII. Nicolescu Alexandra (E: 1894, 99, 904, 07, 10, 12, 13, 20, 22), Tănăsuică Vasile (E: 1899, 904, 07, 912, 13, 21). **Şc. elem. nr. 146.** Cl. VII. Boca Cristian (E: 1907, 09—14, 17—19, 21). **Şc. elem. nr. 171.** Cl. VI. Bănulescu M. (E: 1911—13, 15, 27, 28, 34).

Ş.m. 1 N. Bălcescu. Cl. VIII. Boşcanu Liviu (E: 1919, 20, 22, 26, 27, 30, 31, 34, 36, 39; 5591, 604), Cercel Liviu (E: 1915, 18—22, 26, 27, 35, 39, 41, 44, 46—48, 50; 5629, 41, 42, 44, 45, 47, 604), Ciobanu Nicolae (5488, 91, 92,

94—96, 98, 99, 502, 03, 05, 06, 12, 17), Dobre Gheorghe (E: 1926—29, 32, 34, 39; 5591, 604), Gavrilescu S. (E: 1926, 27, 32, 34—36; 5604), Măgureanu Liviu (E: 1926—32, 34—36, 39; 5604). Cl. IX. Blidărescu N. (5447, 61, 63, 94, 95, 96, 526, 52, 53, 64), Șubă Mihai (5414, 39, 63, 77, 79, 88, 91, 96, 501, 41, 44, 91, 604, 24, 29, 43, 44, 46. 47), Lupu Valentin (5544, 52, 60, 94, 624, 29, 46, 47, 48, 65, 69, 74, 77, 79, 81, 89), Olivotto Constantin (5624, 29, 60, 69, 74, 77, 79, 87, 88, 89, 706, 10), **Brîncoveanu Mihai** (5591, 94, 600. 04, 08, 15, 17, 19, 24, 25, 27, 29, 30, 44, 46—48, 53, 55, 56, 59, 60, 65, 66, 69, 74, 77—79, 81, 83, 85, 88, 89, 91, 95, 701, 05, 06, 08, 10), Blănaru Const. (5591, 604, 09, 24, 29, 76, 87, 88, 89, 703, 06), Briceag Doina (5591, 08, 09, 46, 69, 76, 83, 87, 89, 703, 06, 08), Popescu Anca (5604, 09, 69, 74, 76, 77, 81, 83, 88, 89, 91, 95), Popescu Manuela (5591, 604, 29, 69, 74, 76, 77, 81, 82, 85, 88, 89, 95), Stan Liliana (5517, 29, 35, 36, 53, 56, 59, 60, 63, 66, 73, 76, 80, 84, 87, 89, 91, 94, 97), Teodorescu Adriana (5414, 54, 53, 77, 88, 94, 96), Zabet Emil (5477, 88, 63. 66, 91, 96, 24, 90, 95, 96, 501). Cl. X. **Arsene N. Ioan** (5590, 91, 94, 600, 04, 06, 09—13, 15, 17, 19, 21, 22, 24, 27, 29, 31, 35, 43, 44, 46, 48, 52, 54, 56, 57, 59, 60, 62, 63, 65, 66, 69—71, 74, 77—83, 88, 89, 92, 95, 701, 02, 05—08, 10), Baillavoine A. Michel (5507, 11, 12,31, 33, 35—37, 41, 44, 45, 52, 53, 59, 62, 63, 67, 90, 91, 93, 94, 612, 15, 17, 19, 22, 24, 27, 29), Colban Mihai (5455, 78, 80, 81, 84, 88, 90, 91, 94—96, 98—500, 04—07, 12, 13, 17, 20, 21, 24, 26, 30, 33, 35—37, 41, 51—53, 60, 62, 63, 66, 69, 73, 84), Hossu Sorin (5523, 26, 27, 32, 33, 36, 37, 52, 53, 13, 90, 91, 94, 600, 04, 17), Jugureanu E. Radu (5591, 94, 604, 06, 08, 09, 12, 15, 21, 24, 29, 44, 45, 52), Slavnicu Stelian (5482, 84, 88, 90, 91, 95, 512, 32, 36, 37, 44, 53, 59, 60, 64, 67), Ștefănescu Dan (5482, 84, 88, 90, 91, 95, 507, 08, 12, 35—37). Cl. XI. Bădună Mihai (5560, 60, 66—68, 84, 91, 92, 94—96, 98, 601, 07, 13, 15, 17, 19), Grünblatt Ronald (5478, 79, 80, 82—84, 86, 88, 90, 91, 94—99, 501, 03—06), Ionescu Barbu (5507—09, 13, 15, 31—37, 42, 49—52, 58, 66, 69, 70, 76, 80, 84), Secară M. (5542, 45, 50, 52—54, 61, 62, 64—66, 69, 80).

Ș.m. 4 Aurel Vlaicu. Cl. VIII. Tripșa Ștefan (E: 1882, 90, 94, 95, 99, 904, 06, 07, 10, 12, 13; 5506). Cl. X. **Calisov** Constantin (5477, 79, 82—84, 90, 91, 93—96, 500, 02, 03, 05—08, 13, 15, 17, 20, 21, 23, 26, 30—32, 35—39), Martin Maria (5482, 90, 94, 96, 508, 12, 31, 36, 37, 52, 55, 66), Vasiliu Ileana (idem). Cl. XI. Patricel Vasile (5478, 80, 91, 96, 531, 36, 37, 44, 51, 59, 66, 68, 73, 84).

Ș.m. 6 Ilie Pintilie. Cl. VIII. Petricel Ioana (E: 1894, 95, 904, 06, 08, 11—14, 17—19).

Ș.m. 8 Emil Racoviță. Cl. X. Bosman Mihai (5478, 80, 82, 84, 88, 90, 91, 94—96, 541, 51, 52, 60), Busuioc Mihaela (5479, 82, 84, 88, 90, 94—96, 505, 32, 36, 52, 60, 66), Busuioc Cătălina cl. IX. (idem), Constantin Martiana (5482, 84, 88, 90, 94—96, 505, 06, 21, 26, 37, 60, 66), Drukman Noemy (5479, 82, 90, 84, 88, 94—96, 505, 12, 21, 37, 52), Vătuiu Dan (5513, 15, 20, 21, 27, 31—33, 36—38, 45, 53, 60—62, 66, 68, 69, 72, 73, 75, 84).

Ș.m. 10. Cl. IX. Chioveanu Rodica (5481, 83, 93, 95, 96, 59, 541, 51, 52, 59, 91, 604), Popescu Ovidiu (5481, 83, 91, 95, 96, 523, 41, 51, 52, 59). Cl. XI. Guțu Oct. (5472, 78, 91, 92, 99, 561, 66, 68, 73, 74, 84, 91, 600, 01, 04, 06, 15, 17, 19, 23, 29, 38, 44, 47, 52). **Panea Mihaela** (5542, 44, 45, 51, 52, 58—62, 65, 66, 68, 70—74, 81, 84, 85, 91, 94, 97, 601, 02, 04, 06, 08—10, 15, 24, 29, 37, 39, 41, 43, 47, 52, 59, P).

Ș.m. 11 D. Cantemir. Cl. VIII. Rădulescu Dorin (P), Cl. XI. Ursulescu Florin (5475, 78, 82, 84, 86, 88, 90, 91, 94, 95, 96, 500, 01, 05), Ursulescu Octavian (idem).

Ș.m. 12 Spiru Haret. Cl. X. Bădescu Felicia (5508, 21, 23, 33, 36, 37, 51, 52, 53, 60, 62, 66, 69, 91, 604, 12, 19), Berindei Ion (5481, 89, 94, 96, 507, 12, 13, 17, 32, 33, 35—37), Gherghel Constantin (5517, 35, 39, 51, 52, 59, 65, 66, 73, 91, 604, 09, 12, 17, 19), **Hajos Ladislau** (5508, 12, 13, 17, 21, 32, 33, 35—37, 38, 43, 51, 53, 60, 62, 64—67, 82, 88, 91, 604, 09, 12, 15, 17, 19, 22), Matei Maria (5482, 88, 90, 91, 93—96, 537, 52, 53, 65, 66). Cl. X. Nicolaide Alexandra (5498, 99, 506, 13, 21, 31—33, 52, 53, 60).

Ș.m. 13 Mihai Viteazu. Cl. VIII. Otopeanu Alexandra (E: 1907—25; 5566, 67). Cl. X. Cezar Felicia (5490, 506, 12, 31, 32, 36, 37, 52, 53, 59, 60, 66). Cl. XI. **Guță Cristian** (5461, 63, 66, 75, 78, 79, 82, 84, 86, 88, 90, 91, 94—97, 506, 21, 32, 33, 36, 37, 50, 52, 59, 60, 62, 63, 65, 66, 68, 73, 84).

Ș.m. 15 Elena Sîrbu. Cl. X. Brezniceanu Mihai-Dan (5497, 506, 12, 31—33, 36, 37, 52, 53, 60, 66), Marinescu Analucia

(5473, 79, 82, 90, 97, 505, 06, 12, 31—33, 36).

Ş.m. 16. Cl. X. Riesel Helene, (5531, 33, 35—37, 44, 51—53, 59, 60, 62, 66, 67, 69, 84, 90, 91, 600, 21). Cl. XI. Herşcovici Carol (5507, 08, 12—14, 20, 21, 23, 29, 41, 52, 56, 58—61, 63, 64, 88, 91, 92, 94, 603, 06, 12, 13), Morgenstern S. (5472, 75, 78, 79, 82—84, 86, 90, 91, 94—96, 501, 04, 05, 07, 08, 12, 13, 21, 32, 33, 35—37), Moscovici Cornel (5474—76, 78, 79, 82, 84, 86, 87, 90, 91, 94—96, 500, 01, 05, 07—09, 12, 15, 20, 21, 26, 32, 33, 35—37, 41, 42, 44, 50—53, 56, 60, 62—64, 66, 69, 77).

Ş.m. 17 Matei Basarab. Cl. VIII. Suciu Saul (E: 1894, 96, 97, 99, 901, 03, 04, 07, 08, 10—14; 5491, 559). Cl. X. Dobrescu Mihai (5479, 83, 84, 91, 93, 94, 96, 505, 08, 12, 13, 51). Cl. XI. Gheorghiu Jana (5446, 48, 505, 12, 21, 31, 33, 36, 37, 50, 52, 59, 66, 68, 91, 615, 17, 19, 22).

Ş.m. 20 Gheorghe Şincai. Cl. X. Porumbescu Mircea-Corneliu (5508, 09, 11—13, 20, 21, 25, 27, 33, 36, 37, 40), Tevy Ionel (5476, 507, 08, 14, 21, 33, 37, 55, 56, 64—66, 76, 77, 80, 82). Cl. XI. Pitulice Petre (5507, 08, 21, 30, 33, 37, 38, 52, 56, 66, 84, 91, 612, 13).

Ş.m. 22 Gheorghe Lazăr. Georgescu Mihai (E: 1894—99, 901—04, 06; 5496, 99), Stoian Liviu (E: 1909, 17, 18, 21, 22, 26, 31, 35, 36, 38, 39, 41; 5559, 91, 629, 47), Timaru Sever (E: 1895, 96, 98, 907, 08, 10—12, 15, 17—22, 26, 28, 29, 34, 35, 39; 5506, 604). Cl. X. Bărbulescu Adrian (5446, 56, 57, 63, 66, 70, 82, 90, 91, 94—96, 98, 505—07, 37), Landman Volf (5473, 78, 84, 86, 88, 91, 94, 96, 99, 500, 01, 05, 06, 13, 21, 35, 37; 5562, 84), Pîrvuleţu Mircea (5521, 35, 37, 44, 49, 51, 52, 84, 90, 91, 94, 98, 604, 08). Cl. XI. Bunea Victor (5424, 78, 86, 87, 91, 95, 920, 33, 36, 37, 50, 59, 62, 64, 66, 67), Iliescu Mihaela (5475, 77, 94, 96, 512, 32, 35—37, 65, 66, 84).

Ş.m. 23 D. Bolintineanu. Cl. VIII. Băluţă Tudor (E: 1899, 901, 02, 04, 05, 14, 18, 19, 21, 22; 5482), Weiss Iosif (E: 1894, 99, 904, 06, 07, 10, 12, 14, 15, 18, 19, 21, 22; 5559). Cl. X. Haţeganu Emil (5479, 82, 84, 88, 90, 94—96, 505, 36, 37, 60), Lupuleţ Manole (idem), Mărăşescu Adela (idem), Stoica Vicenţiu (idem), Petrariu Vasile (5439, 46, 55, 56, 61, 96, 505, 07, 08, 12, 37, 52, 66, 77, 91, 94, 604, 09, 12).

Ş.m. 24 Vasile Alecsandri. Cl. VI. Năstase Adrian (E: 1882, 84, 85, 88, 90, 92, 94, 96, 99, 901, 04, 07, 10—15, 20 21).

Ş.m. 30. Cl. VIII. Bolboaşă Nicolae (E: 1915, 18, 20, 22, 26, 31, 34, 39; 5508, 91), Gheorghe Gh. (E: 1915, 18, 20—22, 34, 39, 41, 46, 48, 50; 5559, 91, 604, 29), Popa Cornel Adrian (E: 1894, 902, 05, 18, 24, 26, 27; 5591, 629), Vătuiu Marin (E: 1909, 14, 15, 18—22, 26, 34, 36, 39, 41, 46, 48; 5508, 59, 91). Cl. X. Conache Petre (5544, 45, 59, 66, 69, 76, 91, 612, 13, 17, 21, 24, 41).

Ş.m. 33. Cl. VIII. Tudora Marius (E: 1914, 17, 18, 22—24, 26, 30, 31).

Ş.m. 34. Cl. X. Cernicica Petru (5476, 79, 80, 82—84, 87, 88, 90—500, 04—08, 12, 13, 20, 21, 23, 26—28, 30, 32—37, 59, 60, 62), Ianculescu Victor (5478, 82, 90, 94—96, 99, 500, 07, 12, 35, 52, 60), Leibovici Valeriu (5478, 80—82, 88—91, 94—96, 500, 06, 07, 12, 13, 35).

Ş.m. 36. Cl. VIII. Georgescu Luminiţa (E: 1915, 17—19, 21—23, 25; 5559, 60, 62).

Şc. tehn. cinematografie. Tolea Ioan (5531, 34, 35, 44, 58, 59, 67, 68, 70, 84—86, 600, 06).

BUŞTENI. **Ş.m.** Cl. VIII. Avram Doina (E: 1907, 10, 12—14, 18, 21, 22; 5559).

BUZĂU. **Ş.m. B. P. Hajdeu.** Cl. X. Negruţ Ionel (5482, 94, 99, 504, 06, 21, 34, 36, 37, 51, 52, 60). Toader Gheorghe (P). Cl. XI. Costea Ion (5521, 36, 45, 50, 52, 56, 62, 90, 91, 96, 612, 13, 17, 19, 21), Petrovici Cosma (5475, 78, 81, 82, 84, 86, 90, 91, 94, 98, 99, 501, 05, 06, 21, 31, 33—37, 41, 50—52, 60, 66, 67).

Ş.m. 2 Mihail Eminescu. Cl. VII. Gavrilă Şerban (E: 1894, 99, 901, 06, 07, 10, 12, 13, 24). Cl. VIII. Miron Nicolae (P). Cl. IX. Cojanu Marius (5477, 81, 91, 96, 99, 506, 12, 23, 35, 36, 51, 59, 66, 69, 76), Gavrilă Rodica (5490, 91, 94—96, 98, 99, 541, 44, 51, 52, 58, 59).

Şc. tehn. contabilitate. An. I. Pavel Gheorghe (E: 1894, 98, 99, 901, 02, 04, 06, 07, 12, 14, 18, 22; 5496).

BUZIAŞ. **Ş.m.** Cl. X. Foale Titi (5477, 82—84, 88, 90, 93—96, 505, 07, 08, 13, 17, 20, 21, 23, 32, 36, 37, 43, 60, 66, 69).

CĂLĂRAŞI. **Şc. elem. Mircea Vodă.** Cl. VII. Cruceanu Ioana (E: 1875, 88, 90, 94—96, 99, 904). **Ş.m. N. Bălcescu.** Cl. VIII. Lozneanu Gabriel (E: 1907, 09—15, 17—22, 25—27, 31, 32, 34, 36, 39; 5488, 96, 506, 59, 62, 66, 91, 604, 08), Purcăreanu Prudenţius (E: 1907—12, 14, 17, 21, 22, 26—28, 36), Tiberiu S. Puiu (E: 1907—11, 13—15, 17—22, 24, 26—28, 30, 31, 34—37, 39; 5559). Cl. IX. Brăteanu Constantin (5482, 83, 88,

91, 94, 96, 99, 513, 17, 32, 35, 36, 51, 54, 59). Cl. X. Vîrtejeanu Livi (5543, 51, 91, 604, 09, 17, 19, 21, 24, 29, 46, 52). Cl. XI *). Bazac Dumitru (5484, 88—91, 94, 95, 99, 504, 05, 12, 17, 21, 31, 35—37, 59, 60, 65), Diculescu Traian (idem), Bogdan Georgeta (5483, 86, 90, 96, 504, 08, 12, 21, 32, 33, 36, 37, 60, 66), Brăteanu Gh. (5495, 99, 500, 04, 05, 12, 15, 21, 35, 51, 52, 56, 59, 66, 68, 73, 84), Pleşoianu Horia (idem), Comşa Steliana (5475, 82, 84, 90, 94, 512, 13, 15, 17, 20, 21, 33, 36, 37, 66, 68), Dohotaru Ana (5512, 21, 32, 33, 35, 37, 52, 53, 59, 60, 62, 66), Sterea Vasile (idem), Vasilescu Ion (idem), Palanciuc Gh. (5550, 63, 68, 73, 90, 91, 98, 600, 04, 12, 15, 19, 22), Pătru Marcela (5499, 504, 21, 33, 35—37, 41, 65, 66, 68, 84), Ulmeanu Elena (5508, 12, 17, 21, 32, 35, 37, 52, 56, 60, 62, 84, 88). Vasile Georgeta (5484, 91, 504, 12, 17, 20, 21, 35, 37, 59, 65, 68), Vlad Adrian (5475, 82, 88, 90, 95—97, 505, 06, 12, 17, 21, 35, 37, 60).

CĂLIMĂNEŞTI (Argeş). Ş.m. Cl. VII. Puchiu Cristina (E: 1907, 10, 12, 13, 27, 28, 34, 39).

CARACAL. Ş.m. 1. Popa Emil (5439, 46, 48, 55—57, 61, 63, 82, 84, 88, 94, 96, 508—10, 20, 21, 26, 30, 33, 35, 37).

CARANSEBEŞ. Ş.m. 2. Cl. VIII. Brebu Ion (E: 1907, 09, 10, 12, 13, 16—18, 20, 22, 25). Canea Adam (E: 1907, 09—20, 22, 26, 31, 34, 36; 5508, 91, 604), Gries Ioan (E: 1895—97, 99, 904, 06, 07, 10—14, 16, 20, 22; 5482), Korka Iuliana (E: 1907, 10—14, 20—22, 34, 39), Vasilescu Dorina (E: 1907, 10—14, 17, 19, 20—22), Vitan Leontina (E: 1911—16, 18, 19, 21, 22, 24—27, 31, 34, 36, 37, 39; 5591). Cl. IX. Fiat Grigore (5487, 90, 91, 98, 99, 535, 36, 41, 51, 59, 64, 67), Lungu Corina (5536, 51, 52, 59, 66, 67, 84, 91, 94, 600, 04). Cl. X. Matica Bibina (5507, 12, 35—37, 41, 51, 52, 60, 65, 67, 91, 604), Milaşiu Marius (5507, 35, 41, 51, 52, 59, 66, 91, 600, 04, 08, 10, 12), Popescu Adrian (5447, 91, 98, 99, 508, 23, 35, 59, 64, 67). Cl. XI. Titel Ligia (5478, 507, 08, 12, 21, 23, 25, 32—37, 41, 51, 66, 67, 68, 77, 84).

CERNAVODA. Ş.m. Cl. IX. Cristache Mihai (5544, 51, 59, 60, 91, 604, 08, 24, 29, 44, 46, 62), Cl. X. Grasu Constantin (5446, 47, 61, 63, 77, 82, 83, 86, 88, 90—92, 94, 96, 500, 05, 06, 12, 17, 36, 37).

*) Se constată că multe soluţii sînt copiate unele după altele.

CIMPINA. Ş.m. 1 N. Grigorescu. Cl. VIII. Boşilcă Gheorghe (E: 1895—97, 900, 05, 09, 12, 22; 5482, 90, 95, 505, 17), Brad Victor (E: 1894, 95, 99, 901—04, 06—08, 10—14, 18, 20, 22).

Ş.m. 2 Ilie Pintilie. Cl. XI. Brad Ion (5478, 79, 82, 88—91, 94, 97, 99, 507, 12, 21, 32, 33, 35—37, 45, 51—53, 56, 60, 66, 68, 73, 77, 84), Ionescu Cătălin (5481, 82, 84, 88—90, 99, 512, 21, 35—37, 52, 60, 66).

CIMPULUNG MOLDOVENESC. Liceul Dragoş Vodă. Cl. X. Lang Henry (5534, 38, 41, 44, 51, 59, 67, 84, 91, 600, 04, 09); idem: Chiriac Aba, Lăcătuş Rodica, Linder Erika, Pruteanu Traian, Rosner Sorina, Sonnenstein Emanoil, Ţăranu Vasile.

Liceul Ştefan cel Mare. Cl. X. Fleischer Ioan (5507, 17, 21, 33—37, 41, 44, 51, 52, 59, 60, 66, 67, 84, 91, 604), Paraschivoiu Emil (5479, 80, 82, 88, 90, 91, 94, 96, 504, 05, 07, 17, 21, 26, 33—37, 41, 44, 51, 52, 59, 60, 66, 67, 84). Cl. XI. Apostol Vanghel. (5551—53, 56, 60, 61, 66, 74, 77, 84, 91, 604 12), Banga Nicolae (5512, 35, 37, 50, 52, 56, 60, 61, 66, 68, 69, 84, 91, 600, 01, 04, 12, 13, 15), Drumea Vladimir (5512, 21, 31—37, 42, 44, 48, 50, 52, 53, 56, 59, 60, 61, 64, 66—69, 73, 74, 84, 91, 94, 95, 601, 04, 06, 08, 09, 12, 13, 15, 17, 19, 21, 22), Maftei Nicolae (5512, 33, 34, 35, 50, 56, 60—62, 65, 68, 69, 84, 91, 601, 04, 12, 15), Puică Ioan (idem), Marian Ernest (5512, 21, 31—33, 35, 37, 42, 44, 50, 52, 53, 56, 59—61, 66, 68, 84, 91, 601, 04, 12, 13, 17, 21), Ricinski Mihai (5531, 33, 36, 37, 52, 53, 61, 66, 84, 91, 601, 04, 13, 19), Voian Ştefan (5512, 15, 21, 31—33, 36, 37, 51—53, 59, 60, 61, 66, 68, 69, 84, 77, 84, 90, 91, 601, 04, 12, 13, 15, 17—19).

CIMPULUNG MUSCEL. Şc. elem. pedag. Cl. VII. Babeu Zaharia (E: 1909, 14, 15, 17, 18, 22, 24, 24). Liceul Dinicu Golescu. Cl. X. Tomescu Şerban (5482, 90, 91, 94—96, 98, 99, 505, 06, 07, 12, 33—37).

CLUJ. Student Chisăliţă Adrian (5507—15, 17—21, 23, 24, 27, 32, 33, 35—37, 40, 45, 46, 48—56, 59, 61, 62, 73, 81, 84, P). U.M. 01909 Meterez Ioan (5531, 32, 36, 37, 65, 68, 73, 74, 77, 91, 602, 04, 09, 18, 21). U.M. 1.909 serg. Duţu Cornel (5472—75, 77, 78, 80, 81, 89, 91, 94, 95, 99, 504, 05, 31, 33, 35—37).

Ş.m. Gh. Bariţiu. Cl. VIII. Pop Cornel (E: 1894, 907, 09—15, 18, 20, 21). Cl. X. Marian Iuliu (5475, 82, 90, 93—95, 98, 500, 06).

Ş.m. Nicolae Bălcescu. Cl. V. Miclescu Lucia (E: 1907, 10—13, 15). Cl. VI. Cheţianu Radu (E: 1894, 95, 99, 907, 10,

11, 13), Man Augustin (E: 1911, 12, 20, 21, 27, 28, 34), Tudoran Tudor (E: 1907, 10—13, 20, 39). Cl. VIII. Scurei Stelian (E: 1894—96, 98, 99, 901, 02, 04—06), Trif Damian (E: 1907, 11, 13, 14, 17—20, 22, 25). Cl. IX. Cristian Voichița (5508, 31, 32, 35, 52, 53, 60, 64, 66, 91, 600, 04, 19, 22), Perl Toma (5482, 88, 91, 96, 551, 59, 60, 66, 67, 84).

Ş.m. Em I Racoviță. Cl. X. Merie Maria (5446, 56, 77, 82, 90, 91, 94, 96, 97, 506, 07, 31, 36). Cl. XI. Fluieraş Valeriu Liviu (5488, 93—95, 504, 05, 35—37, 66, 68), Peteanu Lelia (5508, 12, 17, 21, 23, 25, 33, 36, 37, 43, 48, 52, 62, 68, 75—77), Pop Ioan (5535—37, 54, 55, 66, 68, 74, 75, 91, 604, 09), Preda Dorin (5475, 78, 94, 533—37, 66, 67, 84).

CONSTANȚA. **Şc. elem. 12.** Cl. V. Simota Cătălin (E: 1907, 10—13, 15, 20, 21). Cl. VII. Lămureanu Costel (E: 1909—13, 31, 39).

Ş.m. 2. Cl. X. Dragu Dorina (5481, 82, 84, 90, 92, 94, 96, 505, 06, 58). Cl. XI. Avram Mariana (5482, 84, 90, 94, 96, 505, 06, 50, 60, 61), Idem: Popa Sanda şi Şerbănescu Suzana.

Ş.m. 4. Cl. X. Catană Marian (5454, 60, 61, 66, 70, 82, 88, 90, 91, 94, 507, 35, 36, 44, 51, 59, 65), Luca Ion (5450, 54, 56, 60, 61, 66, 82, 88, 90, 91, 94, 95, 506, 07, 23, 36).

CORABIA. **Ş.m.** Cl. VII. Gheorghiu Liana (E: 1907, 10, 13, 22, 23, 25, 34, 35, 39). Cl. IX. Delu Maria (E: 1922; 5508, 12, 31, 36, 41, 44, 56, 58, 59, 73, 84).

COSTEȘTI (Argeș). Cl. XI. **Nedea Constantin** (5400, 09, 34, 41, 46, 51, 63, 75—77, 81, 82, 84, 85, 88, 90, 91, 93—95, 98, 99, 506, 12, 13, 21, 23, 32—37, 45, 51—53, 59, 60, 67, 68, 76, 84, P).

CRAIOVA. **Ş.m. 1 N. Bălcescu.** Cl. VI. Sevah Anca (E: 1915, 19—22, 25—28, 35, 36). Cl. VII. Usturoi Constantin (E: 1907, 08, 11—13, 15, 17—19, 21, 22). Cl. VIII. Banu Tania (E: 1907—19), Hamzescu Doina (E: 1907, 08, 10, 12—14, 18, 19, 21, 23, 26, 34, 36; 5559, 604), Luchini Vladimir (E: 1894, 99, 901, 04, 06, 09, 14, 16, 17), Pascu Doina (E: 1894, 99, 901, 02, 04—06, 09, 11, 13, 14; 5490, 94), Stănică Constanța (E: 1894, 98, 99, 901, 04, 06, 09, 12—14; 5494, 506), Ștefănescu Dorina (E: 1907, 08, 10, 12, 14, 18, 19, 21, 23, 26, 34, 36, 39; 5559, 604), Tudoroiu Paraschiv (E: 1895, 99, 906, 09—14, 18, 19, 22). Cl. IX. **Bîscă Octavian** (5477, 78, 80—82, 90, 91, 94—96, 98, 99, 502, 03, 05, 06, 08, 12, 17, 23, 32, 34—36, 41, 51—53, 60, 62, 66, 67, 69, 73, 74, 76, 84). Cl. X. Cucută Felicia (5507, 12, 13, 21, 36, 37, 41, 44, 51, 91, 604, 09, 12), Georgescu Gh. (5380, 81, 400, 03, 07, 11, 14, 22, 36, 45—47, 49, 54, 55, 57, 61, 83, 84, 87, 93—96, 505, 08, 10, 17, 23, 27, P), Herşcovici Salomeea (5507, 12, 21, 36, 37, 41, 44, 51, 59, 91, 600, 04, 09), Smarandache Ștefan (5507, 21, 52, 59, 60, 62, 66, 91, 604, 09, 12, 19), Socîte Ioan (5507, 12, 17, 21, 36, 41, 44, 51, 59, 91, 604, 09). Cl. XI. Chirian Andrei (5533, 35—37, 41, 44, 51—53, 67, 73, 84, 91, 610, 15, 17), Iser Liliana (5472, 76, 86, 94, 95, 501, 03, 05, 06, 08, 17, 21, 23, 33, 35, 37, 65, 68), Mușetescu Ioana (5472, 75, 77, 94, 96, 501, 05, 06, 21, 33, 37, 65, 68, 77), Stănculescu Aurel (5476, 82, 90, 94, 505, 12, 17, 21, 23, 32, 33, 36, 37, 66), Zimmel Silviu (5535—37, 41, 44, 50—53, 66—68, 73, 84, 91, 619).

Ş.m. 3 Fraţii Buzeşti. Cl. VIII. Petrescu Ioan (E: 1895, 99, 900, 02, 04, 06; 5479, 82, 90, 94—96).

Ş.m. 3. Cl. VIII. Marinescu Mircea (E: 1900, 06, 08, 11, 15, 17—22, 26, 28, 37; 5508, 59), Vasilescu Cristina (E: 1907, 09, 11, 12, 14, 18, 22, 24, 26, 27, 30, 32, 35; 5604, 08). Cl. IX. Ghiţuleasa Ion (5541, 52, 58, 59, 60, 66, 67, 91, 94, 604, 08, 10). Cl. X. Săvescu Delia (5477, 508, 12, 13, 27, 30—33, 36, 37, 52, 60). Cl. XI. Ghindeanu Şerban (5473, 75, 80, 96, 506, 31, 33, 36, 37, 65, 66, 68), Parpală Vasile (5533, 35—37, 50, 52, 91, 99, 604, 06, 09, 13, 19, 66, 84, P).

Ş.m. 4. Cl. VIII. Cicel Gheorghe (E: 1907, 10, 12—14, 17—20, 22, 25; 5559, 63), Păfăluță Nicolae (E: 1907, 10, 12—14, 17—20, 22; 5535, 59, 63). Cl. X. Florescu Dan (5435, 47, 48, 60, 61, 63, 82, 90, 91, 94), Popescu Marinela (5482, 90, 91, 94—96, 533, 36, 37, 41, 51, 59), Gavrilă Gheorghe (5474, 77, 82, 88, 90, 91, 93, 500, 21, 33, 35—37, P).

Ş.m. 5. Cl. VIII. Mogoş Dan (E: 1894, 95, 99, 902, 04—06, 14, 18, 22, 24, 25; 5496).

DEVA. **Ş.m. Decebal.** Cl. IX. Răgălie Ștefan (5434, 47, 54, 56, 60, 63, 64, 66, 70, 82, 90, 94, 536), Roşu Titus (5482, 83, 88, 90, 91, 94, 99, 506, 32, 35, 41, 51). Cl. XI. Gabăr Mihai (5473, 80, 82, 88, 90, 94, 532, 33, 35—37, 58—60, 66—68, 73, 84).

DOMNEȘTI. **Ş.m.** Cl. IX. Moisescu Vasile (5477, 81, 82, 84, 90, 91, 96, 504, 06, 35, 36, 41, 51, 59, 66).

DOROHOI. **Ş.m.** Cl. XI. Chiorăscu Gheorghe (5478, 82, 84, 89—91, 95, 96, 99, 500, 05, 12, 21, 33, 35—37, 52, 56, 59, 60, 66—68, 84).

FĂGĂRAȘ. Ș.m. 1. Cl. VIII. Grovu Nicolae (E: 1898, 902, 05—07, 10, 11, 14, 22; 5496). Cl. IX. Grama Gh. (5434, 61, 63, 66, 70, 96, 506, 35, 59, 65—67, 72), Grovu Gheorghe (5482, 90, 95, 541, 52, 53, 59, 60, 62). Cl. X. **Früstok Ștefan** (5476, 82—84, 88, 90, 91, 93—96, 98, 99, 502, 03, 05, 08, 12, 13, 20, 23, 26, 30, 32, 35, 36, 41, 51—53, 55, 59, 60, 62, 64, 67, 69, 76).

FĂLTICENI. Ș.m. 1. Cl. VIII. Gorovei Ștefan (E: 1907, 10, 13, 26, 28, 34—36, 39). Ș.m. 2. **Rabinovici Silviu** (5472, 73, 83, 99, 501, 03, 05, 07—09, 12—14, 17, 21, 24, 30—37, 41, 42, 44, 50, 52, 56, 59—68, 73, 83—87, P).

FĂRCĂȘELE (Oltenia). Ghiță Octavian (5491, 96, 508, 23, 32, 35, 36, 41, 51—53, 59, 62, 64).

FOCȘANI. Ș.m. A. I. Cuza. Cl. X. Ghețu Luminița (5434, 56, 61, 75, 86, 91, 94, 504, 21, 31, 33, 35—37, 44, 51, 52, 66, 91), Moldoveanu Mircea (P). Ș.m. Unirea. **Rosenberg Flavia** (5507, 09, 10, 12, 17, 20, 21, 30—33, 35—37, 44, 45, 50—53, 55, 59—61, 63, 66, 67, 73, 84, 91, 604, 09, 12, 13, 17, 19).

GĂEȘTI. Ș.m. Cl. X. **Alexandrescu Petruș** (5300—03, 05, 13—15, 19, 27, 32, 34, 35, 45, 48, 55, 70, 76, 86, 92, 97, 409, 10, 28, 34, 39, 41, 57, 63, 66, 75, 77—79, 81, 82, 84, 88, 90, 94, 95, 501, 06, 19, 20, 33, 35—37).

GALAȚI. Șc. elem. nr. 7. Cl. VII. Constantinescu Doina (E: 1912, 14, 17—19, 21, 35), Drăgan Cornelia (E: 1888, 93—95, 99, 904, 07, 08, 11, 13), Iorga George (E: 1910—13, 17, 18, 21, 31), Lazăr Marlena (idem), Petrescu Liliana (E: 1907, 12—15, 17, 18, 26). Șc. elem. nr. 10. Cl. VII. Grecu Georgeta (E: 1894, 98, 99, 902, 07, 10—13), Miron Melania (idem), Mitrea Elena (idem). Șc. elem. nr. 20 *). Călin Adriana (E: 1917—19, 22, 26, 28, 31, 39), Ioniță Florica (idem), Iordache Costel (idem), Lazăr Antoaneta (idem), Constantin Ștefăniță (E: 1909, 11, 14, 15, 17, 18, 21, 22, 26, 28, 30, 39), Dima Steluța (E: 1898, 905, 14, 15, 17—19, 21, 22, 26, 28, 30, 35, 39), Ioniță Lilica (idem), Toader Mariana (idem), Istrate Iftimița (E: 1902, 09, 14, 15, 18, 21, 22), Conț Mia (idem), Herceah Ecaterina (idem), Vasiliu Niculina (idem). Șc. elem. nr. 21. Cărăbăț Cornelia (E: 1907, 11—13, 20, 21, 26, 28), Pătru Mioara (idem), Carabogdan Elena (E: 1910, 11, 19, 20, 28, 34, 39), Caraghiosu Angela (E: 1907, 11—13, 20, 21, 39), Constantinescu Costică (idem), Voicu Elena (idem), Lazu Doru (E: 1907, 10—13, 15, 26, 34, 39). Șc. elem. nr. 22. Cl. VII. Boală Daniel (E: 1907, 10, 13, 17—20, 31, 34), Donose Angela (E: 1882, 90, 95, 99, 904, 07, 11—13). Șc. elem. nr. 23 *). Dinu Dumitru (E: 1895, 904, 07, 11, 12, 20), Leca Romulus (idem). Cl. VII. Botez Mihai (E: 1907, 09—13, 17, 20, 25), Chitic Varvara (E: 1912, 18—20, 22, 23, 26, 31, 34), Dinu Smarandache (E: 1907, 11, 13, 14, 17, 20, 22), Dragomirescu Dumitru (E: 1926—28, 31, 34—36, 39), Gabroveanu Rodica (E: 1907, 12, 13, 18, 19, 22, 34, 39), Iancu Mihai (E: 1921, 26, 28, 29, 35, 36), Lupoaie Marian (E: 1907, 09, 10, 12—14), Rusu Antoaneta (E: 1907, 10, 12, 13, 22, 28, 34), Sosai Petrica (E: 1911, 13, 14, 20, 34, 36, 39). Șc. elem. nr. 24. Cl. VII. Adelini Ilias (E: 1885, 94, 99, 901, 04, 07, 10, 12, 15, 18—22, 26, 28, 31 32), Calapod Florin (E: 1915, 17—19, 22, 26, 28, 31, 32, 34—36, 39), Herșcovici Isaia (idem), Savin Vasile (idem), Schwartz Marcel (idem), Eisenberg Ludovic (E: 1894, 95, 98, 99, 902, 04, 05—07, 10, 11), Mihăilă Costică (E: 1907, 10, 14, 15, 18, 22, 28, 30, 34, 39). Șc. elem. nr. 26. Cl. VI. Ionescu Fulger Mihai (E: 1895—98, 900—02, 05, 06, 09, 11—16).

Ș.m. 1 **Vasile Alecsandri**. Cl. IX. Davidsohn Michaela (E: 1906, 16, 18, 22, 26, 27, 31, 36; 5477, 82, 88, 94, 95, 99, 536, 52, 91, 604). Cl. X. Friedrich Sergiu (5476, 77, 79, 82, 84, 88, 90, 91, 93—95, 97, 501, 05, 07, 08, 12, 13, 17, 20, 23, 26—28, 32, 35, 36, 60), Pană Horia (5479, 91, 99, 505, 08, 17, 26, 35, 36, 49, 52, 63). Cl. XI. Cahane Mendi (5475, 80, 81, 88, 507, 50, 52, 60, 66—68, 73, 77, 84), Mihailovici Marcel (5475, 79, 80, 82, 86, 88, 90, 521, 36, 52, 60, 66, 73, 84). Ș.m. 2. Cl. VIII. Anghel Ioan (E: 1907, 08, 10, 14, 17—19, 21, 22, 26), Iordan Emil (E: 1895, 96, 98, 900, 02, 03, 05, 07, 08, 10—12, 14; 5499), Mărgărit Dan (E: 1894, 95, 99, 904, 06, 07, 09, 13, 14, 18, 22; 5584), Spînoiu Mihai (E: 1907, 10, 14, 17—22). Cl. X. Pogurschi Mihai (5521, 31, 33, 36, 37, 66, 88, 91, 604, 09, 15). Cl. XI. **Toader Elena** (5434, 35, 38, 41, 47, 48, 52, 61, 63, 66, 72, 73, 75, 76, 78, 79, 81, 82, 86, 88, 90, 91, 93, 94, 99, 501, 04—06, 08, 12, 13, 15, 21, 36, 37, 42, 44, 50—53, 59, 60, 65, 66, 68). Ș.m. 3. Cl. VIII. Parlapan Liliana (E: 1907, 08, 10, 11, 13, 15, 17—19, 21, 26, 30, 31; 5591, 604), Vasilescu Silviu (E: 1765, 72, 75, 79, 80, 82, 98, 800; 5035, 21). Cl. X. Năstase

*) Problemele copiate sau neînsoțite de enunț nu au fost anunțate.

Puiu (5482, 90, 91, 94, 96, 512, 23, 32, 33, 37, 52, 66). Cl. XI. Balman Alexandru (5475, 77, 79, 81, 88, 97, 512, 15, 34, 50—52, 60, 66, 67), Palic Teodor (5475, 76, 88, 550, 52, 91. 600. 04, 12, 15, 17, 19), **Rosenthal Bianca** (5478, 79, 80, 83, 84, 86, 88, 90, 91, 93, 95, 96, 500, 01, 03, 05, 06, 12, 13, 21, 26—28, 35, 49—52, 56, 60, 62, 65, 66, 75, 77, 81, 99). **Ş.m. 4.** Cl. IX. Iacobovici Raul (5479, 82, 90, 91, 94, 96, 505, 06, 12, 36, 53, 59, 60). **Ş.m. 5.** Cl. VIII. Anghelescu Gabriela (E: 1894, 96, 97, 99, 900, 01, 02, 04—06, 14; 5506), Burluc Jenica (E: 1894—96, 98, 99, 901, 04, 06, 10, 12, 14; 5499), Cernişor Vasile (E: 1894, 99, 900, 01, 04, 06, 10, 12—15, 20), Dudu George (E: 1894, 95, 99, 901, 03, 06, 07, 10—12, 14, 20), Popa Victoraş (idem), Dumitriu Paula-Lidia (E: 1904, 06—14, 21), Tiron Nicuţa (idem). Halpern Barbu (E: 1898, 900, 01, 06—10, 13, 14, 22, 25), Levitchi Rodica (E: 1894, 95, 98, 99, 901, 04—07, 11, 14; 5506), Măciacă Ionel (E: 1907, 10, 12—15, 18—20, 22, 26, 34), Zlate Dinel (E: 1907, 09, 10, 12, 26, 28, 30, 31, 35, 36, 39; 5604). Cl. X. Salan Gheorghe (5434, 39, 46, 47, 52, 57, 61, 63, 66, 96). Cl. XI. Cultuclu Elena (5372, 414, 24, 36, 41, 46—48, 52, 55, 57, 88, 94, 504, 31), Halpern Brînduşa (5478—80, 82, 83, 86, 91, 93, 96, 500, 01, 06), Solomon Ludvig (5512, 20, 21, 31, 33, 35—37, 44, 51, 53, 59, 60, 65, 66, 73, 84), Strasser Joseph (5504, 06, 07, 12, 19, 21, 31—33, 35—37, 50—53, 59, 60, 65—68, 73, 84), Tănase Paul (5501, 04—06, 12, 21, 31—33, 35—37, 44, 50—53, 59, 60, 65—68, 73, 84), Tichel Gabriel (5504, 19, 21, 31—33, 36, 37, 51, 53, 59, 60, 84).

GIURGIU. **Ş.m.** Cl. VIII. Dulipovici Rodica (E: 1894, 95, 99, 900, 04—08, 11, 12, 14, 18, 19, 21, 22). Cl. IX. Năvală Marcel (5532, 35, 36, 51, 59, 67, 69, 91, 604, 08, 10, 17, 19), Oprea Ştefan (idem). Cl. X. Iliescu Lucian (5507, 33, 34, 36, 37, 66, 91, 604, 09, 12, 15, 21), Scraba Dumitru (5491, 94, 95, 507, 12, 13, 35—37, 41, 51, 66).

GOVORA. **Ş.m.** Cl. V. Preoţescu Mihaela (E: 1907, 10, 12, 26, 28). Cl. VI. Dina Ilie (E: 1907, 10, 12, 13, 16, 27, 28, 34, 39), Enache Eugen (E: 1910, 12—14, 22, 28), Niţu Gheorghe (E: 1910, 12, 14, 15, 22).

GURA HUMORULUI. **Ş.m.** Cl. VIII. Buburuzan Adrian (E: 1907, 10, 11, 13—15, 17, 21, 22, 25, 26, 31, 35, 39; 5591), Credeanu Constantin (E: 1907—09, 11—14, 16, 18, 19, 22; 5566). Cl. XI. Grasu Gheorghe (5521, 36, 37, 65, 66, 68, 84, 91, 600, 04, 13, 17, 19, 21, P), Praisler Toma (5521, 33, 36, 37, 61, 65—68, 84, 91, 604, 13, 17, 19, 21).

HAŢEG. **Ş.m.** Cl. VI. Marton Mira (E: 1894, 97, 99, 904, 07, 12, 13).

HIRŞOVA. **Ş.m.** Cl. XI. Moraru Gh. (5484, 88, 90, 91, 94, 95, 98, 99, 506, 07, 12, 21, 33, 35—37, 51, 52, 59, 60, 62, 66, 68, 84).

HOREZU. **Ş.m.** Cl. VII. Armăşescu Ion (E: 1915, 17, 22, 26—28, 30, 31), Costescu Ştefan (E: 1894, 95, 99, 901, 04, 06, 07, 09—11, 13, 14, 17, 18). Cl. X. Costescu Ion (5446, 56, 77, 82, 84, 90, 91, 94, 97, 98, 502, 05—07, 12, 21, 31, 33—37, 51, 52, 59, 60).

HUEDIN. **Ş.m.** Cl. VIII. Bartha Alexandru (E: 1897, 99, 906, 10, 17, 18, 24, 25; 5495). Cl. X. Listeş Vasile (5476, 79, 82, 85, 88, 90, 93, 95, 507, 12, 17, 21, 32, 36, 37, 52, 55).

HUNEDOARA. **Ş.m.** Cl. XI. Hajos Ladislau (5482, 88, 90, 506, 12, 31, 33, 51, 52, 60, 66, 84), Paul Wilhelm (5472, 82, 84, 88, 90, 94, 536, 37, 60, 66, 68, 84).

HUŞI. **Ş.m. Mihail Kogălniceanu.** Cl. VIII. Darie Corneliu (E: 1896, 97, 907—14, 20, 23, 24), Darie Viorel (E: 1894, 95, 99, 900, 03, 04, 06, 07, 09, 11—14, 17, 18, 21—23; 5559), Dăscălescu Stelian (E: 1894, 95, 99, 901, 04, 06, 07, 10—15, 17, 18, 20—22; 5559). Cl. X. Obreja Vasile (5482, 84, 88, 90, 91, 93, 94, 96, 506, 08, 23, 35).

IAŞI. **Ş.m. 1 M. Sadoveanu.** Cl. IX. Cerne Gigi (5447, 52, 56, 61, 90, 94 506, 53, 62, 91, 600, 04). Cl. XI. Goldenberg Daniel (5478, 79, 82, 84, 86. 90, 93—95, 97, 501, 06). **Ş.m. 2 Mihail Eminescu.** Cl. VII. Leizer Marica (E: 1893—95, 907, 10, 11, 13, P), Mihailovici Manuela (E: 1896, 901, 07, 10—13, 21, 22, 26, 34, 39), Vasiliu Eleonora (E: 1895, 901, 07, 10, 11, 15, 21). Cl. VIII. Greavu Gabriela (E: 1808, 90, 94, 99, 900, 04, 06, 10, 14, 17—22, 25; 5488, 505). Cl. IX. Bercovici Carola (5482, 88, 90, 91, 94, 96, 98, 99, 506, 32, 35, 36, 53), Rogobete Gabriela (idem).

Ş.m. 3. C. Negruzzi. Cl. VI. Linde Radu (E: 1894—96, 99, 904, 11—13). Cl. VII. **Popa Eugen** (5562, 90, 91, 93, 604, 12, 13, 17, 19, 24, 26, 27, 29, 46, 47, 53, E: 1926—32, 34—37, 40, 41, 43—48, 50). Cl. XI. Nazarenco Igor (5515, 31, 34—37, 41, 44, 59, 66, 67, 608, 15, 21).

Ş.m. 4. Garabet Ibrăileanu. Cl. V. Ionescu Radu (E: 1911—13, 20, 28, 37). Cl. VI. Angelescu Romulus (E: 1907,

10—13, 15, 21). Cl. VII. Atanasiu Virgil (E: 1907, 10, 12, 17, 18, 20—22, 26, 34, 39), Sălceanu Angelica (E: 1907, 13, 17, 20, 25, 27, 28, 31), Savin Laura (E: 1917, 18, 20—22, 25—28, 31), Şerban Elena (E: 1926—31, 34—37, 39). Cl. VIII. Rucsăndescu Mioara (E: 1894, 98, 99, 903, 04, 06, 07, 10, 12, 13, 18, 21). **Ş.m. 6 Vasile Alecsandri.** Cl. IX. Stavilă Rodica (5482, 90, 91, 92, 94, 96, 99, 541, 51, 59). Cl. XI. Albu Gheorghe (5475, 84, 88, 90, 91, 94, 96, 512, 32, 33, 35—37, 53, 59, 66), Bolocan Mihai (5472, 75, 77, 78, 82, 84, 85, 88, 90, 91, 94—97, 99, 500, 05, 12, 32, 33, 35—37, 53).

Ş.m. 7 Al. I. Cuza. Cl. VI. Adomnicăi Minodora (E: 1894, 95, 99, 904, 07, 08, 10—13), Zaim Radu (E: 1894, 99, 907, 12, 13, 21). Cl. VII. Burduja Gheorghe (E: 1894—96, 98—901, 03, 04, 06, 07, 09—14), Flondor Smărăndiţa (E: 1929, 30, 31, 35, 39; 5591). Cl. VIII. Burduja Mihai (E: 1894—904, 05; 5482, 88), Lovinescu Cătălina (E: 1894, 95, 99—901, 03, 04, 06, 07, 10—14, 18, 21). Cl. X. Apetrei Anica (5484, 88, 94, 512, 21 33, 36, 37, 52, 53, 62, 66).

INEU. **Ş.m.** Cl. VIII. Pop Marius (E: 1907, 10, 14, 15, 17—19, 21, 22, 25, 26, 28, 31, 37; 5563, 91, 604).

LUGOJ. **Şc. elem. nr. 3.** Cl. VII. Orbulov Petru (E: 1911, 26, 28, 31, 34, 37, 39). **Şc. elem. nr. 5.** Cl. VII. Doba Valerian (E: 1895, 96, 98, 902, 14, 18, 19, 22), Teodori Iuliana (E: 1907, 08, 10, 11, 13, 04, 19, 20, 22, 39).

Ş.m. 1. Cl. VIII. Guleran Mircea (E: 604), Niţoiu Radu (E: 1908, 15—22 25—29, 31, 33, 36, 38; 5591), Tudoroniu Lucian (E: 1907, 09, 12—24). Cl. IX. Ambrus Mircea (5475, 78—80, 82, 84, 85, 90, 91, 95, 96, 99, 508, 13, 17, 20, 21, 25, 30—32, 36, 37, 51, 59, 60, 66, 69, 73), Jurcă Ioan (5480, 82, 90, 91, 94—96, 534—37, 41, 44, 51, 59, 62, 63, 66, 67, 84), Lilaşchi Ivan (5521, 37, 45, 54, 56, 62, 63, 66, 69, 91; 5617, 19), **Popovici Cornel** (5508, 12, 13, 20, 21, 26, 28, 30—33, 36—38, 41, 44, 45, 51—54, 56, 59, 60, 62, 63, 64, 66, 67, 83, 84, 91, 94, 604, 12, 17, 19), Şerb Ioan (5506, 08, 12, 13, 17, 23, 26, 30, 31, 35, 36, 41, 44, 51, 55, 58—60, 63, 64, 66, 73). Cl. X. Horhoiu Voichiţa (5411, 82, 84, 90, 94, 96, 520, 31—33, 36, 37, 65). Cl. XI. Galetzki Gh. (5494—96, 98—500, 03—05, 09, 12, 13, 17, 21, 33—40, 42, 44, 45, 51—53, 59, 60—62, 65—84).

MARGINA (Banat). **Şc. elem.** Cl. VI. Bucur Iosif (E: 1894, 904, 07, 10, 12—14, 34, 35).

MĂGURA (Ploieşti). **Şc. elem.** Cl. VII. Popa Ion (E: 1926—28, 30, 31, 34—36, 38, 39).

MEDGIDIA. **Ş.m.** Cl. X **serală. Stepan Ionel** (5472, 73, 75, 77, 79, 81, 82, 84, 86, 88—92, 94—96, 98, 500, 01, 03, 04, 06, 12, 21, 32, 33, 35—38, 45, 52, 53, 60, 65, 66).

MEDIAŞ. **Ş.m.** Cl. X. **Brădişteanu Adrian** (5541, 43, 44, 48, 51—53, 58, 59, 60, 62—64, 65, 67, 69, 83, 90—94, 600, 04—05, 08—12, 15, 17, 19, 21). **Drăghici** Horia (5507, 08, 12, 13, 26, 30, 31, 33, 35—37, 41, 44, 45, 51—53, 58, 59, 62, 63, 67, 73, 76, 90, 91, 604, 06, 08—10, 12, 17, 19, 21, 22).

MEHADIA. **Ş.m.** Cl. VIII. Erimescu Nistor (E: 1895, 95, 98, 900, 02, 05, 06, 14, 17, 18; 5482, 88, 505, 59).

MEREI (Ploieşti). **Şc. elem.** Cl. V. Coloenescu Costin (E: 1894, 99, 903, 04, 07, 12, 13, 21, 22), Călin Constantin (E: 1894, 99, 901, 04, 07, 10, 12, 13), Ionaşcu Maria (idem), Dobrin Marian (E: 1894, 99, 904, 07, 10, 12, 13, 20).

MIHOLŢ (Hunedoara). **Şc. elem.** Cl. VII. Stremţeanu Petru (E: 1907, 09, 10—14).

MORENI. **Şc. elem. nr. 3.** Cl. VI. Alexe Mariana (E: 1907, 10—13, 20, 21), Paraschiv Fănică (idem). Cl. VII. Dumitraşcu Mariana (E: 1907, 10—14, 18, 22), Gavrilă Constantin (E: 1907, 09—14, 18, 19), Istrătescu Tatiana (E: 1907, 09—14, 18, 19, 22).

Ş.m. Cl. IX. Tocan Gabriel (5482, 83, 90, 91, 94—96, 536, 52, 53, 66). Cl. X. Matei Gheorghe (5473, 79, 85, 94, 95, 97, 501, 07, 08, 12, 13, 15, 21, 23, 26, 30—41, 49, 52, 53, 55, 56, 59, 60, 62—66, 69, 76, 83, P).

NĂSĂUD. **Ş.m. George Coşbuc.** Avram Mircea (5482, 84, 91, 94, 551, 36, 37, 60, 66).

NOVACI (Oltenia). **Ş.m.** Cl. VIII. Tomescu Gh. Ioan (E: 1907, 10, 12, 13, 14, 17, 18, 20—22, 30, 35, 39; 5604). Cl. X. Anghel Petre (5481—83, 88, 90, 91, 94, 95, 99, 505, 06, 08, 12, 17, 31, 36, 37, 52, 58—60, 66, P), **Costrei Eleodor** (5407, 15, 22—25, 34, 38, 39, 46, 52, 54, 56, 57, 61, 63, 66, 77, 83, 88, 91, 94), Uţu Ion (5477, 82, 84, 90, 94, 95, 506, 12, 21, 31, 33, 36, 37, 52, 53, 60, 62, 64, 66, 91, 604, 17, 19, 22). Cl. X. **Bejancu Aurel** (5483—91, 93, 94, 96, 97, 500, 01, 03—12, 15, 17, 19—24, 26—28, 30—33, 35—37).

OCNA MUREŞ. **Ş.m.** Cl. XI. Horowitz Ossi (5541, 44, 51—53, 56, 58—61, 63—68, 70, 73, 74, 82, 84—86, 88, 91, 600, 01, 04, 06, 09, 10—13, 15, 17—21), Oprea Ovidiu (5507, 31, 34, 36, 41, 44, 51, 52, 54—56, 59, 60, 62, 64—67,

73, 74, 84, 88, 91, 600—02, 04, 06, 10—12, 15—19, 21).

OLĂNEȘTI sat. Șc. 8 ani. Cl. VI. Popescu Ion (E: 1920, 21, 26—28, 34, 36).

OLTENIȚA. Ș.m.m. Cl. X. Bucur Nicolae (5512, 32, 33, 36, 37, 51, 66, 91, 604), Filip Vasilica (5479, 82, 90, 94—97), Postelnicu Floarea (5479, 82, 90, 94—97, 536).

ONEȘTI. Ș.m.m. Cl. IX. Timaru Teodor (5536, 52, 59, 60, 63, 64, 91, 94, 604, 24, 29, 44, 46, 47). Cl. XI. seralà. Prună Victor (5472, 73, 82, 90, 91, 94, 95).

ORADEA. Ș.m. 2. Cl. VIII. Mănucu Dumitru (E: 1919, 22, 27, 34, 36, 39, 41, 43, 46, 48, 50; 5591, 604, 29, 46, 47). Cl. XI. Verteș Petru (5534, 35, 41, 44, 51, 58, 59, 67, 73, 84, 606, 08—10, 21). Toma Dragomir (5467, 70, 509, 11, 15, 41, 44, 48, 49, 50—53, 55, 58—64, 66, 67, 69, 73, 74, 76, 83, 84, 90, 91, 93, 95, 603, 04, 07—09, 12, 13, 15, 17, 19, 21, P).

ORĂVIȚA. Cl. VII. Ș.m. Novăcescu Constantin (E: 1916, 17, 20—22, 25, 34, 39). Cl. VIII. Florescu Florian (E: 1894—96, 98—900, 02—14, 16—21, 22, 24; 5487, 88, 508, 23, 53, 54, 59, 63, 66).

ORĂȘTIE. Ș.m. Cl. III. Iștan Petru (E: 1894, 98, 99, 904, 06—10, 12, 13, 19, 22, 26, 27, 28, 30—32, 34, 36; 5496, 591, 604). Cl. X. Ursu Ioan (5488, 91, 94, 506, 21, 30, 31, 32, 35, 36, 52, 53, 59, 66). Cl. XI. Borza Ioan (5472—75, 78, 80—84, 86, 98, 90, 91, 94—96, 99, 501, 03—06, 08, 12, 21, 28—37, 40).

ORȘOVA. Ș.m. Cl. VIII. Grozăvescu Ariana (E: 1915, 21, 22, 26, 28, 34, 35, 39, 41, 48, 50; 5591).

PANCIU. Ș.m.m. Cl. VII. Minculescu Mihai (E: 1907, 10—13, 15, 20, 27, 39). Cl. XI. Hărăbar Vasile (5475, 78, 82, 88—91, 94, 96, 99, 506, 07, 32—37, 59, 66). **Zamfir Gh. Ion** (5450, 51, 53—58, 60—66, 73, 74, 76—84, 86—501, 03—07, 09, 11—13, 15, 17, 19—21, 24, 26—38).

PĂTÎRLAGELE (Ploiești). Ș.m. Cl. VIII. Mihai Clement (E: 1920, 22, 26, 30, 34, 36, 37; 5591, 604), Popa Dumitru (E: 1907, 08, 10—14, 22, 26, 34; 5604). Cl. IX. Andrei Titus (5488, 99, 506, 23, 32, 36, 44, 59, 60, 62), Pavel Dumitru (5532, 41, 44, 51, 59, 63, 64, 66, 91, 604, 12, 19). Cl. X. Enăchescu Dumitru (5508, 33, 36, 37, 41, 59, 60, 63, 66, 91, 604, 09, 12, 19), Rotaru Victor (5477, 82, 90, 508, 24, 29, 36, 37, 41, 43, 59, 60, 64, 66, 91, 604, 09, 19, 43, 44, 46, 47, 52, 60, 31).

PĂUNEȘTI (Bacău). Șc. 8 ani. Cl. VII. Ajostu Gheorghe (E: 1882, 83, 99, 901, 02, 04, 05, 07, 13, 14; 5488), Apreutesei Elena (E: 1895, 907, 09, 11, 13, 14, 17, 16, 22, 25), Banciu Neculae (E: 1882, 88, 90, 99, 900, 04, 06, 07, 12—14), Berbece Marioara (E: 1905, 11, 13, 16, 20—22, 25; 5563), Cantiș Gheorghe (E: 1891, 02, 05, 11, 13, 16, 17, 22, 24, 25), Neagu Tinca (E: 1905, 07, 09, 12—14, 16, 17, 20, 22), Pintilie Angela (E: 1895, 901, 07, 09, 11, 13, 14, 16, 20, 22), Popa Elena (E: 1905, 11, 13, 16, 17, 20, 22, 23, 25; 5552).

PETRIȘ (Banat). Șc. 8 ani. Cl. VII. Iancu Mariana (E: 1926, 28, 30, 31, 33, 34, 37—38).

PETROȘANI. Ș.m. 1. Cl. VIII. Baciu Mihai (E: 1894, 96—99, 904, 06, 07, 09, 10, 12—15, 17—22, 25), Jurcă Ion (E: 1907, 08, 10—14, 17, 19, 20, 22, 26, 34, 36, 39; 5608), Rusu Dumitru (E: 1907, 10—12, 14, 15, 17, 18, 20—22, 26, 34, 36, 37, 39; 5559, 66). Cl. X. Manea Dinel (E: 1918; 5511, 12, 31, 32, 36—38, 65, 66, 617), Orlov Zinaida (5475, 77, 86, 90, 91, 94—97, 500, 01, 03, 06, 07, 12, 13, 20, 21, 23, 26, 27, 32, 33, 35, 37, 52, 53, 62, 63).

Șc. 8 ani nr. 1. Cl. VII. **Popa Lucia** (E: 1857—68, 71—76, 78—88, 90, 91, 93—906).

PIATRA NEAMȚ. Ș.m. 1. Cl. XI. Teodorescu Voltaire (5535—37, 41, 51, 56, 59, 61, 65—68, 84, 91, 600, 15, 19, 21, 24, 44, 52, 64).

PITEȘTI. Ș.m. 1. Cl. X. Păunescu Gheorghe (5482, 84, 88, 90, 91, 94, 96, 505, 07, 12, 32, 33, 36, 37).

Șc. 8 ani. Cl. VI. Mîndreanu George (E: 1909, 20, 26, 28, 34, 37, 39).

PLOIEȘTI. Ș.m. 1. Cl. V. Gafițeanu Liliana (E: 1907, 10—13, 15, 21). Cl. VI. Birescu Cristina (E: 1926, 28, 34, 35, 37, 39, 41, 43, 44, 45, 48), Gafițeanu Carmen (E: 1907, 10—13, 15, 19, 21), Sainea Manuela (E: 1907, 10, 12, 13, 15, 20, 21, 25). Cl. VIII. Andronescu Dan (E: 1917—22, 25, 26, 28, 30, 32, 36, 39, 43, 48; 5591, 604, 29), Bîrzu Marius (E: 1926—28, 31—34, 36, 39; 5591, 608), Petrea Sorin (E: 1907—14, 17—25; 5531, 36, 52, 60, 62, 66), Pîrvu Constantin (E: 1907—15, 17, 18, 20, 22, 23, 26—28), Stanciu Grigore (E: 1894, 95, 98—900, 02, 04—09, 11—15, 17—19, 21, 22, 25), Saines Marius (E: 1901, 04, 07—15, 17—25). Cl. IX. Abramovici Adrian (5517, 27, 30, 31, 34, 36, 44, 51, 52, 59, 63, 64, 66, 67, 83, 84, 91, 604, 15, 17, 19), Bojoagă Petruța (5591, 602, 04, 30), Circioiu Victoria (5495, 506, 41, 44, 49, 91, 604, 29), Florea Sorin (5517, 27,

30, 31, 34, 36, 44, 59, 64, 66, 67, 83, 84, 91, 604, 15, 17, 19). Cl. IX. Ionescu Constantin (5512, 13, 35, 36, 53, 58, 59, 64, 67, 91), Ionescu Paul (5495, 506, 41, 44, 49, 91, 604, 19, 29), Mateescu Cezar (5536, 51, 52, 54, 59, 63—67, 83, 84, 91, 604, 17, 19, 29, 659, 60), Moisescu Anca (5482, 88, 90, 91, 94, 99, 512, 35, 36, 59), Soare Cristinel (5517, 23, 27, 30, 31, 34, 36, 44, 51, 52, 59, 60, 63, 64, 66, 67, 83, 84, 91, 604, 15, 17, 19), Silaev Silvia (5506, 41, 44, 49, 91, 604, 08, 10, 19, 27, 29, 46), Tomescu Dumitru (5475, 77—79, 82, 84, 86, 88—92, 94—99, 501, 06, 12, 33, 35—37). Cl. X. Enescu Sorin (5477, 79, 82—84, 86, 88, 90, 91, 93—95, 501, 05), Rusu Adrian (5538, 53, 60, 65, 66, 82, 91, 94, 601, 04, 17). Cl. XI. Andredu Teodor (5475, 77, 78, 84, 86, 88, 91, 94—96, 99, 501, 05, 21, 23, 26, 31, 33, 34, 36, 37, 51), Coman Ion (5508, 21, 31, 33, 36, 37, 51, 52, 59, 68, 84), Constantinescu Anton (5475, 77, 78, 84, 89, 91, 93, 94, 96—99, 506), Costache Mircea (5512, 17, 32, 40, 52, 53, 59, 60, 63, 66, 84, 91, 609, 12, 13, 15, 19, 23), Georgescu Marius (5478, 84, 89—92, 94—96, 98, 99, 506, 37), Neacşu Viorel (5441, 46, 61, 63, 74, 75, 79, 80, 82, 84, 86, 89, 90—91, 94, 96—98, 500, 01, 12, 31—33, 35, 37, 38, 51, 52, 56, 59, 60, 62, 66, 69, 86), Stanciu Ion (5461, 82, 84, 91, 92, 94, 98, 533, 35, 37, 52, 60, 66, 68, 84), Simbotin Adrian (5512, 13, 17, 21, 26, 33, 35, 37, 40, 53, 59, 60, 84, 91, 600, 12, 13, 15, 19, 23), Vîlceanu Gheorghe (5472, 75, 78, 79, 82, 84, 89—92, 97, 500, 32, 36, 45, 56, 60, 66), Weissmann Martin (5400, 22, 24, 30, 512, 36, 37, 52, 59, 61, 66, 68, 73, 84, 92, 604, 12, 13).

Ş.m. 2. Cl. VII. Enache Ionel (E: 1907, 09, 14, 15, 17, 18, 26), Marica Petre (E: 1907, 10—14, 19—22, 26, 28, 39), Orăşeanu Laurenţiu (E: 1900, 06, 07, 10—14, 18, 19, 21, 22), Popic Mişa (E: 1907, 09, 10, 13, 14, 19, 22, 34, 39), Tănăsescu Cristina (E: 1907, 08, 12, 14—16, 18, 19, 21, 22, 24—26). Cl. VIII. Babonea Paul (E: 1915, 17—19, 21, 22, 26—28, 34, 36, 39; 5559, 91, 66, 604, 08), Cheşa Rodica (E: 1915, 18, 19, 21, 22, 26, 27, 33, 34, 35, 41, 48, 50; 5559, 91, 604), Constantin Aurel (E: 1895, 04, 06, 09, 10, 14, 15, 17—19, 22—24), Erhan Liliana (E: 1894—96, 99—912, 14, 18, 21, 22), Ioan Georgeta (E: 1907, 11, 18, 19, 21, 22, 26, 34, 36, 39; 5559, 91, 604), Ionescu Liana (E: 1896, 901, 02, 07, 13, 17, 19—22, 25—27, 29—31, 34, 35, 38; 5499, 508, 59, 91), Mazepa Lidia (E: 1917 19, 22, 43, 46, 48, 50; 5560, 66, 91, 629, 46, 56), Stan Emil (E: 1907—14, 18, 21, 22; 5482, 99, 559), Ţintă Mircea (E: 1907, 09, 10, 13, 14, 18, 19, 21, 22, 26, 32; 5559, 91), Vişan Lucian (E: 1907—15, 17—19). Cl. IX. Gheorghe Maria (5531, 32, 36, 52, 53, 66, 91, 604, 17, 19), Gogonea Doina (idem), Goldstein Iolanda (5508, 31, 32, 36, 44, 51—53, 59, 66, 91, 604, 17, 19), Gîdiuţă Simona (5482, 83, 90, 91, 94, 506, 12, 32, 36, 52, 53, 59, 60), Radu Vasile (5513, 44, 52, 53, 59, 62, 66, 91, 94, 601, 04, 15, 19), Schneider Mihaela (5531, 32, 36, 52, 62, 66, 91, 604, 17, 19). Cl. X. Buzilă Constantin (5482, 83, 90, 91, 94, 95, 506, 12, 32, 36, 37, 52, 53, 59, 60), Costescu Ion (5446, 57, 82, 84, 90, 92, 94—96, 532, 36, 52, 53, 60). Cl. XI. Căpuz Maria (5507, 12—14, 17, 21, 27, 31, 32, 35, 50, 69, 76, 617, 19), Ilie Elisabeta (5544, 550, 52, 61, 65, 73, 84, 618, 20, 39, 41, 51, 52), Păscuţ Liana (idem), Săvulescu Alexandru (5509, 21, 32, 33, 35—37, 50, 59, 60, 61, 66, 91). Sima Gabriela (5537, 42, 50, 61, 64, 65, 68, 91, 93, 600, 02, 17, 19). **Ş.m. 3.** Cl. VI. Rotaru Florian (E: 1907, 10, 12, 13, 17, 20, 26, 27, 34, 39). Cl. VIII. Dumitrescu Daniela (E: 1914, 18, 19, 21, 23, 26, 32, 34—36, 39— 41, 43, 46, 48—50; 5591, 629, 46, 47), Dîmboviceanu Manuela (E: 1922, 26, 30, 31, 34, 36, 39, 48; 5559, 91, 604, 08), Filiade Gabriela (E: 1917, 20—22, 26, 30—32, 36, 39; 5591, 604), Iscru Liliana (E: 1907, 08, 10—14, 17, 20, 22, 32, 36), Ivanovici Elena (E: 1915, 18, 22, 26—28, 30, 32, 34—36; 5508), Părlătescu Grigore (E: 1926, 31, 33, 34, 43, 46, 47, 50; 5591, 629, 46, 47). **Ş.m. 4.** Cl. VIII. Sachelarie Dan (E: 1918—22, 26, 34; 5559, 66, 91). Cl. IX. Constantin Ion (5545, 52, 53, 59, 60, 68, 74, 84, 91, 604, 09, 12, 13, 19, 24, 29, 46, 47, 52, 53).

Şc. 8 ani nr. 11. Cl. VII. Trestioreanu Cornelia (E: 1895, 902, 05, 06).

Şc. elem. 8 ani nr. 12. Cl. VI. Niţescu Aurel (E: 1907, 10, 12, 13, 20, 21, 34), Stănescu Daniela (E: 1895, 907, 10—13, 21), Steriu Alex. (E: 1907, 10—13, 20, 26). Cl. VII. Roman Ştefan (E: 1907, 08, 10, 12—15, 17—19, 21, 26, 30—32, 34—36, 39).

Şc. 8 ani nr. 14. Cl. VII. Cărbunescu Violeta (E: 1907, 10, 12—15, 17, 18, 22).

Absolvent Minculescu Gh. (5478, 80, 82, 84, 86, 90, 91, 94, 95, 512, 21, 33, 35—37, 60, 65, 66).

PREDEAL. **Ş.m.** Cl. X. Cardoş Vladimir (5508, 17, 23, 26, 30, 33, 37, 51, 52, 59, 63, 65, 66, 69, 80, 91, 94, 98, 615, 17, 19), Mereţ Nicolae (5494, 95, 505, 06, 08, 23, 30, 37, 51, 52, 54, 63, 65).

PUCIOASA (Ploieşti). Ş.m.m. Cl. VIII. Bălescu Grigore (E: 1916, 20—22, 26, 30, 36, 43, 46, 48, 50; 5531, 33, 66, 604, 24, 27, 29, 44, 46, 47, 52), Bănescu Grigore (E: 1917, 19, 21, 22, 26, 34, 36, 45, 46, 48, 59; 5591, 624, 29, 44, 46), Comşoiu Mihai (E: 1916, 20—22, 26, 30, 36, 40, 46, 48, 50; 5533, 91, 99, 604, 19, 24, 27, 29, 44, 46, 47, 52), Diaconescu Cornelia (E: 1915, 17, 19, 22, 26, 27, 31, 34, 36, 45, 46, 48; 5591, 604, 24, 44, 46), Gheorghe Dumitru (E: 1919, 21, 26, 28, 30, 31, 36, 40, 41, 43, 45, 46, 48, 50; 5591, 604, 24, 29, 44, 46), Grecu Ion (E: 1922; 26, 36, 40, 48, 50; 5562, 604, 24, 29, 44, 46, 47), Ilie Ion (E: 1917, 21, 26, 34, 36, 47, 48, 50; 5591, 604, 24, 29, 46), Ioniţă Ion (idem), Marcu Maria (E: 1918, 26, 46, 48; 5559, 91, 604, 27, 29, 46), Marmandiu Cornel (idem), Olteanu Vasile (E: 1915, 17—19, 22, 27, 31, 39; 5559, 91, 600, 04, 08), Rada Maria (E: 1918, 22, 26, 28, 30, 36, 50; 5591, 644, 46), Stăncioiu Elena (E: 1919, 22, 34, 45, 46, 48, 50; 5591, 604, 29, 44, 46), Stoian Ion (E: 1916, 21, 26, 28, 30, 31, 34, 41, 45, 46, 48, 50; 5591, 604, 24, 29, 44, 46), Tîrcă Mihai (E: 1918, 20, 21, 22, 24, 26, 29—32, 34—36, 38, 39), **Vlad A.** (E: 1894—99, 901—25; 5482, 88, 96, 559). Cl. X. Afrem Ion (5552, 53, 59, 90, 91, 94, 604, 19, 24, 27, 29, 44, 46, 52, 74), Andronescu Ştefan (5553, 59, 60, 62, 66, 90, 91, 94, 604, 09, 12, 17, 19, 21, 24, 27, 29, 44, 46, 52), Aron Constantin (5552, 53, 56, 59, 60, 90, 91, 94, 604, 12, 19, 21, 24, 25, 27, 29, 44, 46, 47, 52), Bîrlog Corneliu (5553, 60, 66, 90, 91, 94, 99, 604, 09, 12, 19, 21, 22, 24, 29, 44, 46—48, 52, 53), Ciocău Maria (5553, 60, 90, 91, 604, 12, 24, 25, 27, 44, 46, 47, 52), Croitoru Ion (5533, 52, 60, 90, 91, 94, 604, 12, 19, 24, 29, 44, 47), Diaconu Eugenia (5553, 59, 60, 66, 88, 90, 91, 94, 604, 09, 12, 19, 21, 24, 25, 27, 29, 41, 44, 46, 47, 52), Drăgan Gabriela (5553, 62, 90, 604, 12, 25, 27, 29, 44, 46, 47, 52), Gialepu Paula (5590, 91, 604, 12, 24, 25, 27, 29, 44, 46, 47, 52), Gheorghiu Cristina (5564, 604, 24, 29, 44), Gorgon Viorica (5553, 60, 90, 91, 94, 604, 12, 15, 17, 19, 22, 24, 25, 29, 30, 44, 46, 47), Iacobescu Gheorghe (5552, 59, 62, 66, 90, 91, 604, 12, 19, 24, 29, 44, 46, 47, 52), Iancu Ion (5549, 50, 52, 84, 88, 91, 604, 09, 12, 13, 24, 29, 47, 48, 52), Ignăţoiu Ion (5560, 90, 91, 604, 09, 12, 17, 19, 21, 24, 29, 44, 46, 47, 52), Jugulescu Mihai (5560, 66, 91, 94, 99, 604, 17, 24, 25, 29, 44, 47), Marcu Constantin (5552, 53, 56, 59, 60, 62, 90, 91, 94, 604, 12, 19, 21, 22, 24, 25, 27, 29, 44, 46—48, 52, 53), Maltezeanu Liona (5559, 90, 91, 94, 604, 09, 12, 19, 21, 22, 24, 46), Necula Gheorghe (5552, 53, 59, 60, 90, 91, 94, 604, 09, 12, 19, 21, 22, 24, 29, 44, 46, 47, 52), Negulescu Liviu (5552, 53, 59, 60, 66, 90, 91, 94, 604, 12, 19, 21, 24, 25, 27, 29, 44, 46, 47, 52), Nuţă Elena (5556, 59, 60, 90, 91, 94, 604, 09, 12, 19, 21, 24, 25, 27, 29, 44, 47, 52), Olteanu Ecaterina (5553, 60, 90, 604, 12, 25, 27, 29, 44, 46, 47, 52), Oprea Veronica (5556, 90, 609, 12, 21, 24, 27, 29, 44, 46, 47, 52), Rizea Gabriel (5553, 59, 66, 90, 91, 94, 604, 09, 12, 19, 21, 22, 24, 25, 27, 29, 44, 46—48, 52, 53), Scorţea Constanţa (5553, 60, 62, 90, 91, 604, 12, 24, 27, 29, 44, 46, 47, 52), Simion Vetuţa (5553, 66, 90, 91, 94, 604, 12, 19, 24, 29, 46, 47), Stanciu Elena (5559, 82, 90, 94, 604, 19, 24, 29, 46, 47, 59, 82), Stoica Gheorghe (5552, 53, 91, 604, 09, 12, 19, 21, 24, 25, 27, 29, 44, 46—48, 52), Şerbănoiu Gabriela (5556, 59, 90, 91, 94, 604, 12, 17, 19, 21, 24, 29, 46, 47, 52), Seremet Elena (5559, 60, 91, 94, 604, 09, 12, 19, 21, 24, 29, 44, 46, 47, 52), Suţu Nuţica (5553, 60, 62, 604, 09, 12, 19, 21, 24, 27, 46, 47), Tache Ionică (5552, 53, 56, 59, 60, 62, 90, 91, 94, 604, 09, 12, 19, 21, 24, 27, 29, 44, 46, 52), Tănăsescu Corneliu (5521, 53, 59, 60, 62, 66, 90, 91, 94, 604, 12, 19, 22, 24, 27, 29, 44, 46, 47, 52), Teodorescu Florin (5552, 53, 56, 59, 60, 90, 91, 94, 604, 09, 12, 19, 21, 22, 24, 29, 44, 46—48, 52), Vasilescu Mariana (5553, 59, 60, 66, 90, 91, 94, 604, 12, 17, 19, 24), Zegheru Gheorghe (5549, 52, 53, 59, 60, 62, 66, 68, 88, 90, 91, 94, 604, 09, 12, 19, 21, 22, 24, 25, 27, 29, 38, 44, 47, 52, 53). Cl. X. Banu Gheorghe (5477, 78, 81, 82, 88, 90, 91, 94, 95, 521, 44, 59, 60, 84), **Măciucă Ion** (5478, 79, 82, 84, 86, 88, 90, 91, 93—96, 505—08, 12, 20, 21, 23, 31—38, 44, 53, 59, 60, 62, 66, 67, 77, 84), Ruxăndoiu Aurel (5463, 66, 82, 83, 88, 90, 91, 94—96, 506, 21, 35—37), Stanciu Eugenia (5521, 37, 59, 66, 90, 91, 600, 04, 09, 12, 15, 17, 19, 21, 22, 24, 29, 46, 52, 94), Spătaru Aurel (5476—78, 81, 82, 84, 86, 88, 90, 91, 94—96, 500—07, 12, 21, 23, 26, 31—38, 50, 53, 59, 60, 62, 66, 67), Vlad Viorel (5482, 83, 88, 90, 91, 94—96, 506, 07, 21, 23, 32, 35—37, 45, 49, 52, 60). Cl. XI. Bălăşescu Magdalena (5472, 88, 94, 533, 36, 40, 50, 52, 65, 66, 68, 84), **Chivoiu Mihail**

(5472, 77, 81, 82, 90, 91, 94, 96, 521, 35, 36, 44, 49—53, 59—61, 66—68, 73, 74, 84, 88, 90, 91, 94, 600, 04, 06, 09, 12, 13, 15, 17, 19, 24, 29, 37, 43—46, 48, 51—53, 55), Levițchi Cezarina (5434, 47, 61, 72, 75, 77, 82, 84, 86, 88, 90, 91, 94, 505, 21, 31, 33, 35—37, 45, 49, 50, 52, 59, 62, 65, 66, 68, 84), Lupu Victor (5472, 75, 77, 82, 83, 86, 88, 90, 505, 31, 33, 36, 45, 49, 50, 52, 59, 62, 65, 66), Măntescu Maria (5472, 75, 77, 505, 21, 31, 36, 37, 49, 50, 52, 65, 66, 84, 91, 600, 13). Mihai Maria (5508, 37, 49, 50, 66, 68, 74, 84, 90, 91, 604, 09, 13, 29, 46), **Popa Alexandru** (5472, 75, 77, 79, 82, 84, 86, 88—91, 94, 95, 501, 05, 06, 21, 31, 33, 35—37, 45, 49—52, 59—62, 65, 66, 84, 91, 600, 01, 04, 12, 13, 19), Popescu Ion (5507, 09, 21, 32, 36, 37, 49, 50, 52, 62, 90, 91, 604, 09, 12, 13, 29, 46), Șerbănoiu Corneliu (5477, 75, 82, 86, 88, 90, 94, 505, 37, 49, 52, 84).

RĂDĂUȚI. **Ș.m. 1.** Cl. VIII. **Condiescu Victor** (E: 1894—96, 98—923; 5477, 82, 90, 94, 96, 99, 506, 12, 17, 36, 60). Cl. XI. Kümmel Iacob (5486, 512, 21, 31, 33, 36, 37, 50, 60, 62—64, 66, 91, 612, 13, 15, 19). **Ș.m. 2.** Cl. IX. Weinstein Jack (5512, 13, 17, 23, 30, 32, 34—36, 41, 52, 56, 59, 60, 66, 84). Cl. X. Ungureanu Aspasia (5491, 521).

REȘIȚA. **Ș.m.** Cl. VIII. Miloiu Livia (E: 1907—14, 17—19, 21).

Absolvent **Cună Cornel** (5521, 26, 31, 33, 35—37, 51, 42, 58, 59, 65, 566—68, 70, 74, 79, 88, 90—92, 94, 95, 602, 04, 08—10, 15—22).

ROMAN. **Ș.m.** Cl. VIII. Rugină Andrei (E: 1915, 17—22, 25—27, 39; 5559, 63).

ROȘIORI DE VEDE. **Ș.m.** Cl. VIII. Lencovici Radu (E: 1894, 95, 99, 904, 06, 11, 14, 18, 22), Perieteanu Rodica (E: 1917, 26; 5591), Săndulescu Ion (E: 1907, 10—14, 19—22, 26; 5559), Truşcă Marian (E: 1918, 21—23, 26, 29, 30, 32, 35, 36; 5559, 91, 604). Cl. XI. Nebunescu Alexandru (5400, 14, 19, 22, 46, 48, 55—57, 78, 84, 91).

RÎMNICUL VILCEA. **Ș.m. 1.** Cl. X. Ionescu Ion (5507, 08, 12, 31, 35—37, 41, 51—53, 59, 60, 66, 77, 91, 617, 19, 20, 24, 31, 44, 46, 47, 52, 53, 60). **Ș.m. 2.** Cl. VIII. Buricea Mihai (E: 1918, 19, 22, 31, 36, 46, 48, 50; 5559, 66, 91, 604, 29, 44, 46), Voinescu Dumitru (E: 1907, 08, 10, 11, 14, 17—19, 21, 22, 26, 28—30, 32, 36, 39, 41, 44—46, 48, 50; 5591, 604, 29, 46). Cl. IX. Marinov Corneliu (5506, 12, 41, 44, 51, 53, 59, 60, 62, 63, 66, 67).

RIȘNOV. **Ș.m.** Cl. X. Ilie Alexe (5507, 08, 21, 23, 35—37, 59, 64, 66, 67, 69, 76).

RUGINOASA (Iași). **Șc. 8 ani.** Cl. VI. Hogea Adriana (E: 1926—28, 34, 35, 37, 39), Lupu Maria (idem), Toarbă Ion (idem). Cl. VII. Rotaru Gh. (E: 1926—28, 30, 31, 34, 35, 39).

RUPEA. **Ș.m.** Cl. VIII. Boldea Nicolae (E: 1907, 12—14, 22, 26—28, 31, 34, 35, 36, 39; 5591), Marinovici Eugen (idem), Noaghin Ion (E: 1912, 15, 17, 22, 26, 28, 31, 34, 36, 39; 5591), Vlad Ioan (E: 1907, 11—14, 22, 26—28, 31, 34—36, 39; 5591). Cl. IX. **Diaconescu Nicolae** (5360, 63, 68, 82, 88, 87, 402, 14, 32, 38, 60, 67, 70, 79, 84, 85, 97, 99, 506, 13, 26, 27, 30, 32, 35—37, 41, 44, 45, 51—53, 59, 60, 62, 63, 67, 90, 91, 94, 600, 04, 12). Cl. X. Diaconescu Tatiana (5363, 68, 52, 57, 61, 70, 90, 94—96, 505, 17, 33, 36, 37), Munteanu Carin (5517, 62, 64, 65, 76, 90, 91, 602, 04, 41, 29, 39).

SATU MARE. **Ș.m.** Cl. VIII. Gulacsi Alex. (E: 1920, 22, 26, 28, 30, 31, 34, 37, 39, 50; 5591, 608), Oșan Mihai (E: 1915, 18—22, 26, 31, 34, 37, 39, 5591), Palfi Emil (E: 1918, 20, 22, 26, 28, 30, 31, 36, 37, 39; 5591, 608), Pop Gheorghe (E: 1907, 09—14, 17, 18, 21—23, 26, 34, 35, 91; 5604), Zaha Ioan (idem Palfi E.). Cl. IX. Fesztinger Tiberiu (5479, 82, 90, 91, 94, 96, 523, 32, 36, 52, 60, 66). Cl. XI. Beniș Vasile (5495, 500, 08, 21, 30, 33, 35, 36, 45, 52, 60, 62, 65, 66, 68, 88, 91, 602, 09, 12, 13, 19, 41, 46, 47), Panczel Andrei (5495, 500, 07—09, 21, 23, 30, 33, 36, 38, 42, 45, 52, 56, 64, 65, 68, 84, 602, 04, 13, 18). **Șc. 8 ani.** Cl. VII. Mitaru Alex. (E: 1891, 98, 905, 07, 09, 12—15, 17—22, 25).

SF. GHEORGHE. **Ș.m. 2.** Cl. IX. Jianu Maria (5513, 36).

SĂLIȘTE. **Ș.m.** Cl. VIII. Vulcu Maria (E: 1894, 95, 98, 902, 05—07, 11, 12, 26, 35).

SĂVENI. **Ș.m.** Cl. VIII. Aionesei Ștefan (E: 1907, 10, 12—14, 17, 20, 22, 26, 34, 39, 65), Butnaru Beila (E: 1926, 27, 30, 33—35, 38, 39; 5591), Clocotici Valentin (E: 1907, 08, 11—14, 18, 21, 22, 26, 28, 34—36, 39), Coțovan Constantin (E: 1918, 20—22, 26, 34, 36, 39, 46, 48, 50; 5591), Cuza Constantin (E: 1918—22, 26, 34, 36, 39; 5591, 604), Grinzaid Lidia (E: 1894—96, 99, 903, 06, 15, 20, 21, 26, 30, 31, 35, 39; 5559), Marcu Emil (E: 1920, 22, 25, 26, 34, 35, 39, 41, 48; 5644), Sănduc Ioan (E: 1913—15, 18, 20, 21, 26, 34,

39; 5566), Simion Gheorghe (E: 1907, 10, 12, 13, 21, 22, 26, 34, 39), Stoleru Jak (E: 1907, 09—14, 17, 18, 21, 22, 25, 26, 31; 5559), Ţigănucă Sava (E: 1907, 10, 12, 13, 15, 21, 22, 26, 34, 39), Toler Aron (E: 1907, 09—14, 18—20, 22, 25, 26, 30, 34, 35, 39; 5559). Cl. X. Aionesei Gheorghe (5551, 59, 64, 66, 67, 91, 600, 04, 15, 17, 20, 46), Bîltz Liliana (5482, 90, 91, 94, 96, 523, 35, 36, 37, 51, 52, 59, 60, 62, 66, 67, 69). Cl. XI. Andrei Mircea (5536, 41, 44, 51, 54, 66, 67, 91, 94, 604, 10, 15, 22), Mănţăluţă Maria (5477, 78, 80, 82, 86, 91, 512, 31, 33, 35—37, 52, 53, 59—61, 65, 66, 84, 90, 91, 600, 04, 13, 21), Sănduc Mendea (5477, 82, 84, 88, 90, 91, 94, 95, 506, 07, 12, 21, 31, 32, 36, 37).

SIBIU. **Ş.m. 1.** Cl. VIII. Dobra Mariana (E: 1907, 12—14, 18, 19, 21, 22, 26, 34, 37, 39), Kertesz Andrei (E: 1894, 99, 902, 04, 10, 12, 13, 22; 5559), Iliescu Marcela (E: 1907, 12—14, 18, 19, 21, 22, 26, 34, 37, 39), Nemeş Sorin (E: 1899, 904, 07, 12—14, 19, 21, 22; 5559), Todor Elvira (E: 1907—09, 11, 14, 17, 18, 22, 26, 31, 35; 5591). Cl. IX. Ciucianu Adrian (5536, 52, 53, 59, 60, 62—64, 66, 67, 91, 604), Vladovici Mihai (5552, 53, 59, 60, 62—64, 66, 67, 91, 604). **Ş.m. 2.** Cl. VIII. **Trif Nicolae** (E: 1894—907, 09—24; 5482, 88, 91, 94—96, 98, 99, 506, 17, 59). Cl. IX. Fulea Ilie (5482, 83, 88, 90, 91, 94—96, 98, 99, 506), Meţiu Nicolae (5482, 83, 88, 90, 91, 94—96, 98, 99, 506), Nicoară Ioan (5482, 83, 87, 88, 90, 91, 94—96, 98, 99, 506, 08, 13, 32, 36, 44, 52, 53, 56, 59, 62, 64, 66, 67). Cl. X. Boca Radu (5507, 12, 21, 30, 32, 36, 37, 51, 52, 56, 62—64, 90), Ghiţescu Constantin (5507, 12, 17, 21, 30, 32, 36, 37, 54, 56, 62—64, 90), Hanea Dumitru (5507, 12—14, 17, 21, 33, 36, 37, 51, 52, 56, 64, 91, 604), Tomescu Aurel (idem), **Trif Maria** (5475, 77, 82, 84, 88, 91, 94—96, 99—501, 05—07, 12—15, 17, 20, 21, 23, 30—33, 35—37, 51—53, 56, 58, 59, 62—64, 66, 67, 76, 77, 90—92, 94, 600, 04, 05, 08, 09, 12, 13, 17, 19, 21). **Ş.m. 3.** Cl. VIII. Boboc Rodica (E: 1918—20, 22, 25, 26, 31, 36, 46, 50; 5604), Constantinovici Cristinela (E: 1907, 09, 10, 12, 14, 18—20, 22, 26, 31, 34; 5591, 604), Costin Laura (E: 1907, 10, 12—14, 17, 19, 20, 22, 26), Gîlea Steliana (E: 1907, 12, 17—22, 25, 26, 29; 5604), Maniţiu Ioan (E: 1910, 12—15, 17—22, 25), Modram Liviu (E: 1907, 09—14, 17, 18, 20—22, 25, 26, 28), Moraru Ana (E: 1917—20, 22, 25, 26, 29, 30, 31, 36; 5591, 604), Zăgan Dumitru (E: 1927—31, 36, 38, 39; 5563, 66, 91, 604). Cl. IX. Albinaru Doina (5512, 17, 23, 31, 32, 36, 53, 56, 59, 60, 62, 66), Bucur Liliana (5508, 44, 41, 54, 91, 94, 612, 19, 24, 29, 46, 47), **Dăncilă Ioan** (5521, 37, 41, 44, 49, 51, 52, 54, 56, 59, 60, 62—67, 69, 76, 79, 80, 83, 91—95, 98, 604, 06, 08, 10, 12, 13, 15, 19, 22, 24, 29, 44—47, 60), Martinuş Ştefan (5541, 91, 94, 98, 66, 604, 15, 17, 19, 22), Popescu Adriana (5491, 96, 99, 508, 12, 36, 41—53, 60, 63, 64). Cl. X. Bota Monica (5552, 62, 64, 90—92, 94, 600, 04, 12, 13, 17), Chiriţă Mariana (5512, 52, 62, 90—92, 600, 04, 12, 13, 21, 29), Iacobovici Eva (5512, 13, 41, 52, 54, 62, 90—92, 94, 600, 04, 12, 13, 21, 22, 29), Moldovan Mariana (5512, 13, 41, 52, 54, 62, 64, 90—92, 94, 600, 04, 12), Opriş Carmen (5552, 62, 64, 66, 91, 604, 08, 12, 13, 15, 24, 29, 46, 47), Perec Liviu (5512, 13, 52, 54, 64, 90—92, 94, 600, 04, 12, 13, 17), Răducanu Alex. (5512, 37, 41, 52, 54, 62, 90, 91, 94, 600, 09, 12, 13, 21, 22, 29), Taranghel Ion (5512, 13, 37, 41, 52, 62, 66, 90, 91, 600, 12, 13), Tanovici Crăiţa (5512, 52, 62, 90—92, 600, 04, 12, 13, 21, 29), Ursea Eleonora (5552, 62, 90—92, 600, 04, 12, 13, 21, 29, 46), Vlăjie Titina (5541, 52, 62, 90—92, 600, 04, 12, 13, 21, 29, 47), Voicescu Smaranda (5499, 512, 13, 31, 35, 37, 41—54, 60, 61, 64, 66, 69, 76, 77, 80, 91, 94, 98, 604, 13, 15, 19), Zara Mircea (5541, 52, 54, 62, 90, 91, 94, 600, 04, 12, 13, 21, 22). **Şc. 8 ani nr. 4.** Cl. VI. Popescu Radu (E: 1919—21, 24, 26—28, 34, 35, 39, 41, 43, 47, 48, 50). Cl. VII. Voicescu Mihai (E: 1907, 12—14, 18, 19, 21, 22). **Şc. 8 ani nr. 9.** Cl. VII. Badea Sanda (E: 1909, 12, 13, 16—19, 23, 29, 31, 34), Neamţu Ioana (E: 1915, 17—20, 22, 25—27, 39), Sasi Ioan (E: 1902—04, 06, 07, 10, 19), Vieru Florentina (E: 1915, 17, 18, 20, 22, 25—27, 39). **Şc. 8 ani nr. 12.** Cl. VII. Moraru Vasile (E: 1911—15, 17—22, 25), Nicu Maria (E: 1926, 28, 31, 34—36, 38). **Şc. 8 ani nr. 14.** Cl. VI. Gall Iosif (E: 1860, 63, 72, 73, 926—28, 35, 37). Cl. VII. Chirilă Mariana (E: 1894, 95, 97, 99, 904, 17, 20, 21, 25), Cosma Eugenia (E: 1895—97, 99, 904, 09, 16, 20, 24, 25), Dascălu Cornelia (E: 1896, 97, 909—12, 16, 17, 23, 25), Gheorghiu Dorina (E: 1894, 95, 97, 99, 904, 07, 12, 13, 20, 21), Verdeaţă Carmen (E: 1896, 907, 09—11, 13, 17—19, 21). **Şc. 8 ani nr. 15.** Cl. VI. Besoiu Rodica (E: 1863, 72, 78, 90, 92, 907, 20), Vecerdea Rodica (E: 1926,

35, 39). Cl. VII. Cotun Florin (E: 1912, 18, 26—28, 32), Mihalea Gabriel (E: 1929, 31, 33), Nicolescu Mihai (E: 1917—19, 22), Predescu Duțu (E: 1916—19, 22, 28, 31, 34, 48), Suşu Gheorghe (E: 1916—19, 28, 31, 34, 41, 48).

Absolvent Gerhardt Werner (5590, 91, 92, 600, 02, 04, 15, 16, 18—20, 24, 27, 29, 37—41, 46, 47).

SIGHET. Ş.m. 1. Cl. X. Moldoveanu Constantin (5501, 08, 21, 31, 33, 41, 45, 49, 52, 53, 60, 62, 91, 604, 09, 12), Perl Edith (5475—77, 79, 82—84, 86, 88, 90, 93, 95—97, 500, 03, 05, 07, 09, 12, 13, 15, 17, 20, 21, 26, 30—33, 36, 37), Stern Samuil (5482, 90, 91, 96, 99, 503, 13, 17, 31, 33, 36, 37, 84), Werner Eva (5475—77, 79, 82—84, 86, 88, 93—97, 500, 03, 05).

SIGHIŞOARA. Ş.m. 1. Cl. X. Iacob Nicolae (5501, 07, 08, 21, 31, 36, 52, 62, 65, 91, 604, 13). Cl. XI. Udrea Viorel (5434, 46, 48, 56, 61, 63, 73, 78, 79, 82, 88, 90, 94, 501, 06, 08, 12, 17, 21, 33, 35—37, 52, 53, 59, 60, 65, 66, 68, 84). Ş.m. 2. Cl. VIII. Duca Bogdan (E: 1915, 16, 18—22, 24; 5558—60), Racea Petru (E: 1922, 26—28, 31, 33—37; 5591, 604, 08). Cl. XI. Lupu Monica (5507, 09, 11, 12, 15, 17, 21, 26—28, 32, 33, 36, 37, 45, 50, 52, 53, 55, 56, 59, 62, 64—66, 68, 84, 90, 91, 93, 604, 12, 13, 15, 17, 19, 22). Şc. 8 ani nr. 2. Cl. V. Moraru Cristian (E: 1907, 10, 20, 21, 25, 26, 34, 35, 37).

SINAIA. Ş.m. Cl. VIII. Buligă Emilia (E: 1907, 10, 12—14, 16, 17, 20, 22, 26, 31, 35, 37; 5591), Cutinov Anca (E: 1910, 12—14, 22, 26, 28, 30, 34, 36, 39; 5591), Gagel Cristina (E: 1897, 907, 14, 18, 22, 26, 28, 30, 32, 34, 38; 5591).

SIMERIA. Ş.m. Cl. X. Albon Victor (5508, 21, 31—33, 36, 37, 51, 52, 59, 91, 604, 12).

SIRET. Ş.m. Cl. XI. Airinei Anton (5482, 95, 96, 512, 17, 21, 27, 32, 50—53, 59—61, 66, 68, 74, 84, 91, 604, 15, 17, 19, 22), Cilievici Doina (5475, 84, 96, 506, 08, 12, 17, 21, 32, 50, 53, 60, 61, 66, 68, 84, 91, 94, 604, 13, 17, 19, 29, 46).

SLATINA. Ş.m. cl. VIII. Buicescu Radu (E: 1880, 86, 88, 90, 91, 93, 913—15, 17—20, 22; 5456), Efodie Mircea (E: 1914, 21, 22, 26), Ţăcălie Rada (E: 1918, 21, 22, 26; 5591, 604). Cl. X. Ionescu Mihai (5476, 77, 80, 96, 98, 504, 06, 21, 35—37). Şc. 8 ani nr. 1 cl. VI. Ştefănescu Mariana (E: 1894, 99, 904, 07, 08, 10, 12).

SLĂNIC. Ş.m. cl. X. Boboc Nestor (5476, 77, 81, 82, 90, 91, 94, 96, 99, 507, 20, 32, 34—36), Şoiman Liviu (5484, 88, 90, 94, 95, 512, 37, 51, 52, 59).

SPINEI (Iaşi). Şc. 8 ani. Cl. VII. Viişoară Ion (E: 1907—14).

ŞTEFĂNEŞTI (Argeş). Ş.m. Cl. VIII. Ştefănescu Viorica (E: 1943, 45, 46, 48, 50; 5629, 47). Şc. prof. ucenici an. I. Nedea Ion (E: 1899, 904, 07, 08, 12, 13, 19; 5477, 94).

STREHAIA. Cl. X. Mîndreanu Eugen (5494, 551, 52, 88, 60, 66, 91, 609, 15, 17, 19, 22).

SINNICOLAUL MARE. Ş.m. Cl. VIII. Jivu Rodica (E: 1907, 14, 17, 18, 22, 30—32, 34, 38, 39; 5591, 604), Firneis Otto (E: 1926, 30, 34, 36, 45, 48, 50; 5629, 47). Cl. IX. Jianu Ion (5541, 44, 51, 52, 59, 67, 91, 629, 44—46, 48).

SUCEAVA. Ş.m. Cl. XI. Verciuc Nicola (5507, 21, 32, 33, 36, 37, 59, 73, 84, 91, 604, 19).

TEACA (Cluj). Ş.m. Cl. VIII. Pop Justin (E: 1919, 21, 25—28, 30, 31, 33—35, 39; 5591, 604).

TECUCI. Ş.m. 1. Cl. VIII. Cojan Ion (E: 1907, 10, 12, 13, 26, 33, 34, 38, 39; 5604), Cîrjeu Olga (E: 1915, 16, 21, 22, 26, 28, 33, 34, 38, 39; 5604), Daniş Elena (E: 1915—19, 21, 22, 26, 35, 38, 39), Darie Marcel (E: 1896, 904, 14, 18, 21 24, 26, 31, 34, 36, 38, 39), Dunder Maria (E: 1915—22, 25, 26, 28, 35, 39), Hargalaş Vasilica (E: 1915—19, 22, 26, 35, 36, 39), Hiloschi Vasilică (E: 1915, 18, 19, 21, 22, 26, 28, 31, 38, 39, 43), Kontici Adrian (E: 1907, 12, 13, 16, 17, 20, 25, 26, 28, 34, 39; 5604), Iacob Cristina (E: 1898, 904, 10, 11, 26, 28, 31, 38), Ioniţă Mircea (E: 1871, 90, 94, 96, 99, 901, 04, 07, 08, 13; 5496, 506), Mateescu Traian (E: 1926, 33, 34, 38, 39, 44, 48, 50; 5604, 20, 49), Matei Alexandrina (E: 1915, 19, 21, 22, 26, 28, 31, 34, 35, 39; 5629), Nichifor Vasilica (E: 1905, 17—19, 21, 22, 25, 26, 28, 31, 35, 38, 39), Oancă Mioara (E: 1915, 17—19, 21, 22, 26, 35, 38, 39), Rebegea Dan (E: 1904, 07, 10, 12, 14, 19, 22, 24, 26, 31, 36, 39), Sbîrnea Aniţa (E: 1915—19, 21, 22, 26, 35, 38, 39), Stîngă Aurora (E: 1915—19, 21, 22, 26, 35, 38, 39). Cl. IX. Alter Surica (5503, 20, 23, 31, 32, 36, 52, 62, 64, 66, 69, 76), Drăgan Marcel (5515, 32, 50—53, 56, 59, 60, 61, 66, 68, 74, 84). Cl. XI. Şotropa Dan (5507, 09, 17, 32, 50, 53, 60, 66, 68, 74, 84, 509, 12, 17, 19, 21, 21). Ş.m. 1. Drigă Eugenia (E: 1894, 99, 901, 03, 04, 07, 12), Mărmureanu Maria (E: 1896, 98, 901, 03, 04, 50, 8—12), Pohrib Constantina (E: 1895,

96, 98, 901, 03, 04, 08—11), Popa Chiriță (E: 1920, 26, 33, 34, 38, 39, 41, 44, 48, 50; 5604), Trifan Victor (E: 1896, 904, 07, 10, 12, 14, 18, 19, 21, 26, 36, 39). **Ş.m. 2.** Cl. VI. Lazea Alin (E: 1907, 12, 13, 15, 21, 27, 28, 34). Cl. VII. Anghel Viorel (E: 1907, 20, 22, 26, 27, 34, 35, 37, 39), Băncilă Dănuț (E: 1907, 10, 12—14, 20, 26, 28, 34, 37, 39), Manea Constantin (E: 1907, 10—12, 19, 20, 28, 34, 37, 39), Roșu Marcel (E: 1907, 10, 12, 13, 20, 26, 28, 34, 37, 39), Vasilescu Petru (E: 1908, 26, 28, 31, 32, 35, 37, 39; 5600, 04, 06, 07). Cl. VIII. Ariton Maricel (E: 1920, 26, 33, 34, 38, 39, 41, 44, 48, 50; 5604), Gîță Constantina (E: 1894, 99, 901, 02, 05, 06, 14, 15, 18; 5599), Pătrățanu Aritina (E: 1894, 99, 901, 02, 05, 06, 07, 12—15, 18; 5599). Cl. IX. Oprișan Teodor (5552—54, 60, 62—64, 91, 93, 604, 05, 08, 24, 25, 27, 29, 30, 32, 34, 53). Cl. X. **Adam** Ionel (5439, 46, 47, 52, 57, 61, 66, 73, 75, 77, 82—84, 87, 88, 90, 91, 94—96, 99, 502—04, 06, 08, 12, 21, 23, 29, 31, 33, 36, 37, 51, 59, 60, 62—65, 67), Tștaru Ion (5474, 77, 82—84, 87, 88, 90, 91, 93—96, 99, 502, 04, 06, 08, 10, 12, 21, 22, 23, 29, 31, 33, 35—38, 44, 51, 52, 58, 59, 60, 62—65, 67).

TILEAGD (Crișana). **Şc. 8 ani** Cl. VI. Bodea Irina (E: 1910, 12, 20, 28).

TIMIȘOARA. Student Costea Dumitru (5521, 31, 33, 36, 37, 39, 52, 53, 56, 59, 60, 91, 93, 600, 04, 08, 12, 13, 16—19, 21—24, 29, 37—38, 41, 43, 44, 46, 48, 52, 61, 66, 68). **Ş.m. 1.** Cl.. VIII. Chiriţescu Maria (E: 1897, 01, 04, 10, 12—14, 17, 22, 25; 5496, 536), Rogojan Dorina (E: 1907, 08, 14, 19, 21, 22, 26, 28—30, 34; 5508, 91). Cl. IX. Brad Doru (E: 1907—14; 5491, 94, 95, 506, 08, 51). Cl. X. Crișan Dorel (5591, 604, 15, 29, 44, 47, 52), Kiraly Matei (5534—37, 44, 51, 52, 59, 66, 68, 91, 604, 19), Mihăilescu Gh. (5507, 08, 12, 20, 21, 23, 26, 32, 33, 36, 37, 52, 69), Stanciu Delia (5541, 44, 51, 53, 60, 63, 66, 73, 84, 91, 612, 29, 46, 52). Cl. XI, **Ioan Cătălina** (5481, 519, 23, 34, 40, 45, 49—51, 55, 59, 65—70, 73, 80, 87, 91, 607, 15, 24, 29—31, 43, 44, 46, 52, 56, 59, 74). **Liceul nr. 1.** Cl. XI. Rujan Octavian (5480, 81, 92, 99, 500, 09, 13, 15, 17—19, 21, 23, 28, 29, 31—37, 40, 41, 44, 45, 49, 54, 56—61, 63—70, 74, 76, 79—81, 83—85, 91, 94, 600, 02, 04, 09, 15, 17—19, 21, 22).

Ş.m. 2. Cl. V. Cărbuș Alina (E: 1907, 10). Cl. VII. Rotariu Maria (E: 1936, 37), Ungureanu Liliana (E: 1926, 27, 30, 32—34, 39), Cl. VIII. Matei Magdalena (E: 1907, 10, 12—14, 17—20, 22; 5591, 604). Cl. X. Popescu Viorela (5507, 31, 33, 36, 37, 52, 53, 59, 91, 600, 04, 08, 12, 15), Szende Suzana (5500, 12, 13, 17, 31, 36, 37, 44, 45, 52, 53, 56, 59, 60, 62—64, 66). Cl. XI. Ungar Richard (5507, 08, 31—37, 41, 58, 59, 66—68, 73, 74, 83, 84, 91, 94, 601, 04, 06, 09, 15, 17, 19, 21, 22). **Ş.m. 4.** Cl. XI. Sîrbu Mircea (5436, 75, 79, 82, 84, 86, 94, 505, 12, 21, 32, 33, 37, 66). Stern Toma (5500, 02, 07, 08, 12, 13, 15, 19, 33, 35—38, 41, 45, 48, 50—53, 58, 59, 62, 63, 65—67, 73, 77, 83, 84). **Ş.m. 5.** Cl. X. Başa Alexandrina (5512, 13, 17, 23, 26, 28, 35, 45, 53, 56, 60, 61, 63, 91, 93, 612, 17), Covrig Doina (5482, 90, 94, 95, 505, 06, 12, 13, 17, 28, 45, 56, 60, 62).

Şc. 8 ani nr. 12. Cl. VII. Hariga Bujor (E: 1910—14, 22, 24).

TOMOȘANI (Bucureşti). **Şc. 8 ani** Cl. V. Văduva Ştefana (E: 1927, 28, 34, 39, 43, 48, 50).

TRUSEȘTI (Suceava) Ş.m. Cl. IX. Turculeţ Demostene (5531, 35, 36, 41, 44, 51, 59, 65, 91, 604), Vieru Mihai (5481, 88, 90, 91, 94, 96, 99, 506, 36, 44, 51, 59, 66), Zvîc Carmen (5455, 81, 88, 90, 91, 94, 96, 99, 506, 31, 36, 44, 51, 59), Cl. X. Anastasie Mihai (5482, 88, 90, 507, 12, 21, 31, 35—37, 41, 44, 51, 58, 60, 67), Apostol Zîna (5488, 91, 94, 99, 512, 35—38, 51, 58, 66, 67), Cozaru Ion (5535—37, 51, 59, 66, 88, 91, 604, 06, 08, 09, 15, 21), Melinte Dumitru (5488, 92, 507, 12, 21, 34—37, 51, 59, 66, 67).

TURDA. **Ş.m. 1.** Cl. X. Tulbure Ovidiu (5512, 21, 34—37, 52, 53, 62, 91).

Ş.m. 2. Cl. IX. Olariu Adriana (5499, 531, 32, 41, 44, 51, 59, 67, 91, 604, 08, 10, 17, 19).

TURNU MĂGURELE. **Ş.m.** Cl. X. Cartun George (5476, 78, 82, 84, 88, 90, 91, 94, 95, 98, 505—08, 12, 23, 30, 35—37, 51). Cl. XI. Ghevrec Ana (5478—80, 82, 89, 90, 91, 94, 506, 21, 33, 35—37), Predescu Corneliu (5474, 78, 80, 82, 89—91, 94, 506, 21, 33), Predescu Emil (5474, 78—80, 28, 86, 89—91, 94, 506, 21, 33, 35—38, 66).

TURNU SEVERIN. **Ş.m. 1.** Cl. VIII. **Cartianu Ion** (E: 1902, 05, 07, 08, 10—15, 17, 18, 20—22, 23—32, 34—37, 39—48, 50; 5490, 517, 59, 60, 66, 91, 600, 04, 08, 19, 24, 29, 44, 46, 47, 56), Clenciu Mioara (E: 1913, 16, 17, 20, 26, 34, 39; 5517, 63), Mazilu Ion (E: 1894, 95, 98, 99, 904, 06—08, 11—14), Raţă Delia (E: 1907, 08, 10—14, 18, 21—23, 31), Stapan Aurora (E: 1941,

44, 48, 50), Teodorescu Călin (E: 1907, 09, 10, 12—14, 17—19, 21, 22, 25, 26; 5508, 17, 60), Trușcă Silviu (E: 1907, 10, 12, 16, 17, 20, 22, 25, 28, 34, 39; 5566). Cl. IX. Popescu Eleodor (5482, 88, 90, 91, 94—96, 512, 13, 17, 20, 32, 35, 36, 60), Vicea Florina (5482, 88, 90, 91, 94—96, 506, 17, 32, 36, 60). Cl. X. Scorțaru Petre (5512, 21, 32, 36, 52, 60, 62, 91, 604, 12, 17, 19), Tudor Nicolae (5512, 21, 36, 37, 45, 52, 53, 60, 91, 604, 12, 17, 19, 24, 27, 29, 30, 43, 44, 46, 47, 52—54, 56, 59, 62). Ș.m. 2. Cl. VII. Gărgălie Silvestru (E: 1915, 21, 22, 30, 34, 36, 39, 41, 43, 45, 46, 48). Cl. X. Zaharia Eugenia (5477, 88, 91, 94, 96, 521, 36, 37, 45, 53, 59, 73). Cl. XI. Văcărescu Ion (5521, 31, 33, 35, 937, 53, 60, 66, 73, 76, 84, 90, 91, 600, 04, 12, 15, 17, 19). Ș.m. 3. Cl. XI. Chilim Sever (5477, 75, 78, 91, 95, 512, 32, 58, 59, 60, 66, 68, 84).

TÎRGOVIȘTE. Ș.m. 1. Cl. IX. Bratu Constantin (5512, 31—33, 36, 37, 65, 91, 604). Cl. XI. Biolan P. Mihai (5436—41, 46, 48, 51, 54—57, 60, 61, 63, 66, 73—75, 77—79, 81, 82, 84, 88, 90, 94—96, 501, 12, 17, 21, 31—38, 36—38, 40, P). Ș.m. 3. Cl. VIII. Zaharia Cristian (E: 1907, 10—14, 26, 31, 34, 35, 39; 5591). Cl. X. Bănoiu Stela (5512, 21, 32, 33, 36, 37, 65, 91, 604), Florea Rodica (5521, 51, 60, 62, 67, 91, 94, 98, 604, 15, 17, 19, 21), Ionescu Mircea (5477, 81, 82, 84, 88, 90, 91, 93—96, 98; 500, 05, 06, 12, 13, 20, 27, 31, 32, 34—37), Mazilu Gheorghe (5477, 82, 84, 88, 90, 91, 94—96, 505, 12, 20, 21, 33, 35—37). Șc. 8 ani. Cl. VI. Armencea Larisa (E: 1907, 10, 15, 19—21, 26—28, 34, 39).

TÎRGU CĂRBUNEȘTI (Oltenia). Ș.m. Cl. X. Bularda Justin (5541, 44, 51, 52, 59, 60, 91, 604, 17, 19, 24, 29, 31, 44, 46, 52, 65).

TÎRGU JIU. Ș.m. 1. Cl. VIII. Bănică Marian (E: 1907, 08, 10—15, 17—22, 5559, 66), Cherciu Carmen (E: 1894, 95, 99, 904, 07, 09—14, 18—22; 5563), Georgescu Luminița (E: 1894, 95, 907, 09—14, 18—22; 5563), Mariotti Răsvan (E: 1894—96, 98—900, 02, 03—07, 09—12, 14, 17—19, 21, 25; 5536), Petrescu Constantin (E: 1894—96, 98—914, Pîrvulescu Sevastița (E: 1895, 99, 901, 04, 07, 10—12, 15, 20—22). Ș.m. 2. Cl. VIII. Drulă Gheorghe (E: 1907, 10—15, 18, 19, 34, 39; 5559, 91). Cl. X. Văcaru Vasile (5470, 77, 78, 80—82, 90, 91, 94, 512, 31, 33, 35—37, 41, 52, 53, 59, 60, 65, 67, 73, 84, 88, 91, 600, 04, 09, 19, 21, 24, 29, 31, 43—48, 52, 56, 59, 60, 65).

TÎRGUL LAPUȘ. Ș.m. Cl. X. Cosma Constantin (5507, 08, 32—37, 41, 44, 51, 59, 60, 64, 66, 67, 69), Flore Ioan (5507, 32—37, 41, 44, 51, 55, 59, 60, 64, 66, 67, 91), Leșe Valer (5507, 32, 33, 35—37, 41, 44, 51, 59, 60, 64, 66, 67), Păscuț Constantin (5507 08, 32—37, 41, 44, 51, 59, 60, 64, 66, 67, 69).

TÎRGU MUREȘ. Ș.m. 4. Cl. IX. Csupor Ludovic (5522, 32, 35, 36, 52, 59, 60, 62, 66, 90, 91, 604).

TÎRGU NEAMȚ. Ș.m. Cl. X. Dascălu Ilie (5477, 82, 84, 88, 90, 94, 96, 507, 12, 17, 31, 36, 66), Simon Vasile (5477, 82, 84, 88, 90, 94, 96, 507, 12, 17, 31, 36, 66).

TÎRNĂVENI. Ș.m. 1. Cl. VIII. Petru Viorel (E: 1931, 34, 36, 39, 41, 43, 48).

U.R.S.S. Florești (Ucraina). Cl. X Ivanova Lealia (5590, 91, 93, 94, 600, 04).

URZICENI. Ș.m. Cl. X. Cuncev Ion (5477, 91, 96, 507, 23, 31, 36, 37, 51, 59, 60, 62).

VALEA REA (Ploiești). Șc. elem. Cl. VI. Cudalbu Vasile (E: 1882, 85, 90, 97, 99, 907, 10, 16, 20).

VALEA VOIEVOZILOR (Ploiești). Stanciu Virgil (E: 1926, 27, 31, 34, 35, 39; 5591, 604).

VASLUI. Ș.m. 1. Cl. VII. Stronciu Angela (E: 1904, 07, 09—14, 18, 22). Cl. X. Corcoțoi Ion (5507, 33, 37, 38, 41, 44, 51—53, 59, 65—67, 73, 84, 91, 600, 15, 17—19). Șc. 8 ani nr. 2. Cl. VII. Radu Daniela (E: 1901, 04, 10, 15, 17, 20—22, 26, 31).

VĂDENI (Galați). Șc. 8 ani Cl. VII. Mocanu Iordana (E: 1911—14, 18, 20, 21, 34, 39).

VĂLENII DE MUNTE (Ploiești). Ș.m. Cl. IX. Alexe Constantin (5552, 59, 64, 66, 67, 91, 600, 04, 17, 24, 29, 47).

VEDEA (Argeș). Ș.m. Cl. VIII. Giju Gheorghe (E: 1894, 99, 904, 06, 07, 09—14, 18, 20—22, 26, 28, 31, 34, 39; 5488, 604), Mihăilescu Iliuța (E: 1907, 09, 11—13, 18, 20, 21, 26, 28, 31, 34, 39), Preda Florea (E: 1907, 09—13, 18, 20, 22, 26, 28, 31, 34, 39; 5559, 604), Vulpe Gh. (E: 1907, 09—12, 14, 18, 20, 22, 26, 28, 31, 39). Cl. X. Matei Petrică (5481, 90, 95, 502, 08, 12, 17, 21, 23, 26, 33, 36, 37, 51, 53, 59, 62, 66, 91, 93, 604, 24, 29, 31, 46, 52).

VIDELE (București). Ș.m. Cl. VIII. Cojocaru Gheorghe (E: 1926, 28, 33, 34, 40, 41, 43, 48, 50; 5591, 604, 20).

VIDRA (Galați). Ș.m. Cl. VIII. Constantin Adrian (E: 1894, 95, 98, 99, 903—07, 09, 11—13). Șc. tehn. horticolă an. II. Biscoveanu Gh. (E: 1922, 26, 28, 34, 36, 39, 41, 48).

ORSZÁGOS MŰSZAKI KÖNYVTÁR ÉS DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT 1883

CĂTRE REZOLVITORII DE PROBLEME

Corespondenții care ne trimit probleme rezolvate trebuie să redacteze fiecare problemă separat, însoțind-o de toate calculele necesare și de figuri desenate cu îngrijire. Nu se vor trimite soluțiile mai multor probleme pe aceeași foaie.

Se primesc lunar într-un plic soluții numai la problemele și exercițiile din ultimele trei numere apărute. Pe plic se va scrie localitatea și școala pe care o urmează rezolvitorul pentru a se evita confuzii la întocmirea rubricii rezolvitorilor de probleme și a listei celor evidențiați. *Evidențiații trebuie să aibă cel puțin 36 soluții bune.*

Problemele care se propun de către colaboratorii revistei să fie clar alcătuite și însoțite de soluții, să fie personale, iar nu luate din cărți sau reviste. Elevii sînt sfătuiți să înceapă a propune probleme numai după ce au rezolvat un număr destul de mare de exerciții și probleme. Problemele propuse, dar necorespunzătoare, nu se pot publica. Dacă un corespondent constată că unele probleme propuse au fost publicate în cărți sau reviste, este rugat să arate precis volumul și pagina unde a mai apărut enunțul sau soluția problemei respective. Solicităm probleme interesante, legate de practică.

Corespondentul nostru care a citit și a înțeles deplin multe din soluțiile publicate, a rezolvat multe din problemele propuse, poate și este îndemnat să încerce, să schițeze cîte o notă rezultată dintr-o observație făcută cu ocazia rezolvării unei chestiuni mai grele. Aceste note să fie *revăzute de mai multe ori înainte de a fi trimise*, pentru ca redactarea lor să fie *cît mai clară și concisă*. Figurile să fie făcute separat. În redactare se vor evita prescurtările. Nu se va scrie: $\parallel$ =; $\sim$; $\triangleq$; $\perp$; $\parallel$; Tr., etc., iar trecerea de la un calcul la altul să fie explicată pentru a putea urmări ușor desfășurarea unei demonstrații. Manuscrisele nepublicate nu se înapoiază.

La publicarea problemelor rezolvate se vor menționa rezolvitorii care au dat o bună redactare și o soluție interesantă, sau mai multe metode de rezolvare.

Elevii claselor IX—XI sau studenții vor trimite soluții la problemele propuse pentru clasele VIII—XI. Problemele rezolvate trebuie să fie din ultimele trei numere apărute în G.M.F.-B sau M.F.L. Problemele rezolvate de matematică și fizică vor fi expediate o dată în cursul unei luni într-un singur plic și vor fi însoțite de un borderou cu numărul problemelor, scrise în ordine crescîndă. Pe plic se va scrie școala, clasa și localitatea rezolvitorului. Problemele propuse vor fi scrise pe foi separate.

Elevii claselor V—VII vor fi anunțați la rubrica rezolvitorilor de probleme dacă trimit cel puțin 7 probleme bine rezolvate, iar elevii claselor VIII—XI, pentru cel puțin 12 probleme bine rezolvate. Elevii din clasa VIII pot trimite soluții și la E: V—VIII.

Autorii sînt rugați să semneze clar la sfîrșitul lucrării personale pe care o trimit pentru publicat și adresa lor exactă.

* * *

— Majoritatea cărților apărute în Biblioteca Societății de științe matematice și fizice sînt epuizate; iar cele ce sînt mai recente se pot procura numai din librării, deoarece S.S.M.F. sau redacția G.M.F.-B nu se ocupă cu vînzarea de cărți și nici cu abonamente care se pot face prin orice oficiu poștal.

— Valoarea revistelor vechi se poate trimite anticipat, prin mandat poștal pe adresa S.S.M.F., București la Casa raională C.E.C., V. I. Lenin, cont 220.

CĂRŢI DIN BIBLIOTECA SOCIETĂŢII DE ŞTIINŢE MATEMATICE ŞI FIZICE DIN R.P.R.

GH. ŢIŢEICA	Culegere de probleme de geometrie, ed. IV-a (revăzută şi completată de G. D. SIMIONESCU).
C. BORŞ	Noţiuni de geometrie proiectivă.
M. HEROVANU	Introducere în fizica atmosferei.
H. STEINHAUS	Caleidoscop matematic.
C. POPOVICI	Stelele, date fizice, structura, originea şi evoluţia lor.
C. DRÎMBĂ	Elemente de mecanică cerească.
C. IONESCU-BUJOR	Elemente de transformări geometrice (I).
C. IONESCU-BUJOR	Elemente de transformări geometrice (II).
A. I. MARKUŞEVICI	Numere complexe şi reprezentări conforme.
I. S. GRADSTEIN	Teorema directă şi reciprocă.
V. G. BOLTEANSKI	Ce este derivata?
G. N. BERMAN	Despre numere şi studiul numerelor.
A. IAGLOM şi I. IAGLOM	Probleme neelementare tratate elementar.
CIUCU şi SIMBOANU	Culegere de probleme de calculul probabilităţilor şi statistică.
N. D. FEDOROV	Ciclotronul.
O. SACTER	Elemente de teoria ecuaţiilor algebrice şi transcendente.
V. ATANASIU	Noţiuni de fizică generală. Vol. I
C. BORŞ şi D. BORŞ	Numere complexe.
M. BAK şi I. ROMANOV	Neutronul.
D. RIMER	Noţiuni de teoria mulţimilor.
* * *	Probleme actuale de matematică (conferinţe ţinute la Cursurile de vară de la Piatra-Neamţ).
M. GHERMĂNESCU	Aplicaţii ale trigonometriei

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ

pentru elevii şcolilor medii, profesionale, pedagogice şi tehnice de maiştri, din anul 1963.

— etapa finală 26—28 mai 1963.

— Fiecare abonat este rugat să facă cunoscută G.M.F.-B şi altor colegi, pentru a face abonamentele din vreme în vederea planificării tirajului lunar.

Tirajul fiind limitat revistele se trimit mai întîi abonaţilor şi de aceea rugăm colaboratorii G.M.F.-B. să se aboneze de îndată pentru restul numerelor (6—12). Costul este de 1,50 lei exemplarul.

— *Abonamentele se pot face individual sau colectiv prin oficiile poştale locale sau prin factorii poştali.*

Intreprinderea Poligrafică nr. 6 — c. 536; Index 41601. Lei 1.50

E 1426

KAT

SOCIETATEA DE ȘTIINȚE MATEMATICE ȘI FIZICE
DIN R.P.R.

GAZETA MATEMATICĂ ȘI FIZICĂ

(SERIA B)

PUBLICAȚIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Anul XIV iunie 1963

6

GAZETA MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ

(SERIA B)

Anul XIV, nr. 6 — iunie 1963

SUMARUL

		pag.
1.	Matematica şi aspiraţiile tineretului de Acad. N. Teodorescu	321
2.	Aplicaţii ale principiului omogenităţii în geometria sintetică de E. Şerban, Braşov	326
3.	Frédéric Joliot Curie de Ţibu Margareta Iaşi	334
4.	Notă matematică de Corneliu Georgescu, Craiova	339
5.	Caleidoscop fizic de T. Cosma, Galaţi	341
6.	Probleme rezolvate (5413, 5415, 5416, 5425, 5446, 5524, 5527, 5528, 5543, 5561, 5563)	343
7.	Chestiuni de examen (5814—5823)	357
8.	Probleme propuse (5824—5849)	359
9.	Exerciţii şi probleme propuse pentru clasele V—VIII (E: 1990—2000)	363
10.	Cărţi noi	365
11.	Poşta redacţiei	366
12.	Rubrica rezolvitorilor de probleme	367

ANUL XIV 6 IUNIE

COMITETUL DE REDACŢIE

Ailincăi M., profesoară; *Atanasiu V.*, conf. univ., redactor pentru fizică; *Cristea I.*, asistent; *Ionescu-Bujor C.*, prof. univ.; *Ionescu-Ţiu C.*, profesor, redactor pentru matematică; *Kiss E.*, conf. univ.; *Koch Fr.*, lector; *Kovacs K.*, conf. univ.; *Lèvai Şt.*, asistent; *Muşat I.*, profesor; *Petrovanu A.*, profesor; *Sacter O.*, conf. univ., redactor şef; *Simionescu D. Gh.*, conf. univ.

REDACŢIA: Str. Academiei, 14 — Tel. 14.46.53 — Bucureşti 1

Articolele, notele, recenziile, problemele propuse sau rezolvate, corespondenţa privitoare la activitatea matematică şi fizică a şcolilor, precum şi orice material informativ care ar putea interesa redacţia noastră se vor trimite pe adresa de mai sus.

GAZETA MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ

(SERIA B)

PUBLICAŢIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Anul XIV, nr. 6 Iunie 1963

MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA KÖNYVTÁRA DOKUMENTÁCIÓS OSZTÁLY 1963

MATEMATICA ŞI ASPIRAŢIILE TINERETULUI

Acad. *N. TEODORESCU*

Decanul facultăţii de matematică şi mecanică a Universităţii din Bucureşti

Matematica şi cariera de matematician. În preajma alegerii carierei orice tînăr sau tînără este turburat de gînduri şi îndoieli, preocupat de problema drumului pe care se va îndrepta, drum pe care adesea nici nu-l poate intui destul de limpede pentru a putea păşi spre el. În ţara noastră, ca în toate ţările care construiesc socialismul şi comunismul, orice carieră este utilă, orice carieră asigură existenţa şi posibilităţi de dezvoltare ulterioară. Totuşi, în interesul atît al fiecăruia, cît şi al societăţii socialiste însăşi, este necesar ca cel ce porneşte în viaţă să cunoască perspectivele ce i se deschid pentru ca fructificîndu-şi aptitudinile şi muncind cu drag, cu pricepere şi cu avînt, să aibă satisfacţia muncii sale, conştiinţa de a se găsi pe locul cel mai potrivit cu năzuinţele sale. De aceea considerăm ca o datorie patriotică şi în acelaşi timp, ca un îndemn lăuntric pentru toţi factorii de răspundere din toate sectoarele muncii să lumineze tineretului căile pe care acesta urmează să se îndrepte în clipa alegerii carierii.

Numeroşi elevi din clasa a XI-a s-au adresat în acest an, ziarului „Scînteia tineretului" punînd întrebări legate de cariera de matematician. Ei vor să ştie de exemplu, de ce marii noştri matematicieni şi profesori au ales matematica, ce perspective deschide tineretului însuşirea ştiinţelor matematice, unde vor lucra tinerii după absolvirea facultăţii, amănunte asupra disciplinelor ce se predau în facultăţile de matematică şi mecanică, ce condiţii de studiu şi de viaţă oferă facultăţile studenţilor, informaţii despre personalitatea profesorilor, care este viitorul matematicii. Toate aceste întrebări ca şi altele, poate neformulate, necesită pe lîngă răspunsurile variate date de diversele personalităţi cărora le-au fost solicitate, un răspuns de sinteză, pe care ne propunem să-l înfăţişăm în cele ce urmează.

Epoca noastră este puternic marcată de progresul impresionant al cercetării ştiinţifice legate din ce în ce mai esenţial de viaţa socială prin aplicaţiile sale prodigioase în tehnică, economie şi cultură. În mersul avîntat al ştiinţei actuale, matematica joacă un rol de prim plan, afirmîndu-se cu tărie ca un instrument din cele mai fine, mai ascuţite şi mai revelatoare, atît în cercetarea şi rezolvarea problemelor sale specifice, cît şi în sprijinul cercetării în celelalte ştiinţe. Matematica pătrunde creator în numeroase sectoare ale ştiinţei, tehnicii, economiei şi culturii afirmîndu-se ca un factor esenţial al dezvoltării lor actuale şi viitoare.

Acest proces de pătrundere, consecință inevitabilă a interconexiunii diverselor științe în procesul uriaș și permanent de cunoaștere a naturii și de folosire a cunoștințelor, astfel obținute, în viața practică, a căpătat în prezent o amploare nebănuită în trecut. Matematica și-a cîștigat un prestigiu și o popularitate care au depășit cu mult cercurile specialiștilor și au astăzi o răspîndire de masă.

În societatea socialistă matematica este un factor important al construcției socialiste și comuniste, în care construcție ea are sarcini de onoare. Documentele celui de-al III-lea Congres al P.M.R. au pus într-o lumină vie aceste sarcini și au stimulat o nouă dezvoltare, un nou avînt al învățămîntului și al cercetării matematice, în care tineretul are de jucat un rol de seamă. Țara noastră are nevoie de un mare număr de matematicieni cu înalt nivel de calificare ca cercetători, cadre didactice pentru învățămîntul superior și mediu, specialiști utilizabili în instituții cu diverse profile.

Perspectivele deschise tineretului prin însușirea matematicii și viitorul acestei științe. Pentru a da o imagină sumară a necesităților de matematicieni în alte domenii decît cercetarea sau învățămîntul strict matematic este suficient să enumerăm cîteva sectoare ale științei, tehnicii, economiei și culturii care fac apel la metodele și instrumentele matematice.

Automatizarea, sub toate aspectele sale, unul din sectoarele cele mai de seamă ale tehnicii actuale, folosește matematica pe o scară foarte largă. Teorii cu un înalt grad de abstracțiune ca logica matematică, algebra abstractă, teoria calitativă a ecuațiilor diferențiale, intervin substanțial în reglarea și telecomanda sistemelor automate complexe. Chimia fizică în toate sectoarele sale, în special în studiul macromoleculelor, fundamental pentru crearea maselor plastice, folosește metode și instrumente matematice delicate. Biologia și medicina fac eforturi considerabile de matematizare. Ele folosesc, de exemplu, statistica matematică în studiul eficacității medicamentelor, în agrotehnică, în zootehnie, în studiul proceselor de ereditate etc. Mașinile moderne de calcul, teoria informațiilor, teoria probabilităților intervin în prezent în cercetările asupra diagnosticelor și asupra pronosticului evoluției boalelor. Metodele statisticii matematice și ale teoriei probabilităților contribuie cu mult succes la rezolvarea problemelor economiei, în planificare, în repartizarea optimă a mijloacelor de mecanizare, de transport, a resurselor de muncă etc. În domeniul lingvisticii metodele matematice de analiză a structurii limbilor a căpătat o mare dezvoltare în ultimii ani conducînd la traducerile automate și la descifrarea unor texte hieroglifice. Nu putem lăsa nerelevate două domenii fundamentale în care matematica s-a dovedit esențială: fizica clasică și modernă, în special fizica atomică și nucleară, precum și tehnica zborurilor cosmice ale rachetelor și sateliților artificiali. Acestea pun în joc capitole dintre cele mai importante ale matematicii moderne ca analiza funcțională, teoria ecuațiilor cu derivate parțiale, teoria grupurilor, analiza numerică, precum și teorii mecanice delicate.

Din această fugară trecere în revistă se desprind ușor perspectivele minunate pe care matematica le deschide tineretului studios. Țara noastră are nevoie de cît mai mulți matematicieni cu pregătire superioară.

An cu an cîmpul aplicațiilor matematicii se lărgește și absolvenții facultăților noastre de matematică și mecanică sînt ceruți ca specialiști matematicieni atît în institutele de cercetare, cît și în instituțiile cu caracter tehnic economic. De asemenea învățămîntul superior și mediu solicită matematicieni pe o scară din ce în ce mai largă. De aceea, învățămîntul în facultățile de matematică și mecanică a fost restructurat creîndu-se numeroase secții de specializare în care sînt aprofundate direcțiile cele mai moderne, atît teoretice cît și aplicative.

Viitorul matematicii și mecanicii este plin de încîntare pentru tineretul care dorește să-și realizeze avînturile, cîmpul său de aplicație fiind practic, nelimitat. Construcția socialistă cere o tehnică desăvîrșită și o economie științifică din ce în ce mai complexă. Ea este în mod esențial bazată pe o dezvoltare măreață și impetuoasă a științei, iar aceasta este condiționată de ajutorul substanțial al metodelor și instrumentelor matematice moderne. Iată de ce se poate afirma incontestabil că viitorul matematicii în întreaga lume și în primul rînd în țările socialiste este strălucit și încîntător.

Pregătirea cadrelor de matematicieni și mecanicieni. Rolul atît de important al matematicii și mecanicii în viața socială impune în primul rînd, atragerea spre studiul acestor științe a elementelor înzestrate cu aptitudini și dornice de a deveni matematicieni și mecanicieni cu o înaltă calificare. Această sarcină revine învățămîntului mediu, profesorilor care trebuie să descopere talentele, să le stimuleze și să le fructifice aspirațiile și aptitudinile. Acești profesori trebuie să fie ei înșiși bine pregătiți și însuflețiți de dorința de a cultiva în elevii lor pasiunea pentru studiul matematicii, de a-i stimula, de a le arăta perspectivele minunate ce le stau în față, de a-i îndruma spre facultățile de specialitate, spre carierile de matematician și mecanician.

Pregătirea specialiștilor revine facultăților de matematică și mecanică. În această privință, mai stăruie încă, unele nedumeriri, unele ezitări, unele lipsuri de orientare atît în rîndurile elevilor cît și în cele ale părinților. Experiența multor ani ne-a arătat că numeroși absolvenți ai învățămîntului mediu, talentați pentru matematică, fizică, mecanică, după multe ezitări și lupte lăuntrice s-au îndreptat spre învățămîntul tehnic superior, alegînd cariera de inginer, deși ar fi dorit să devină matematicieni, mecanicieni sau fizicieni. Unii dintre aceștia au încercat ulterior să revină, transferîndu-se în facultățile de matematică și mecanică sau de fizică. Alții, după terminarea studiilor tehnice cer să urmeze una din facultățile noastre deoarece, spun ei, simt chemarea spre matematică, spre mecanică, sau spre fizică mai puternică chiar decît înainte.

Departe de noi intenția, mărturisită sau măcar ascunsă, de a insinua că științele tehnice n-ar fructifica aptitudinile spre cercetarea matematică, mecanică sau fizică. Dimpotrivă, fără o pregătire extrem de serioasă, fără o stăpînire sigură și adîncă a matematicii, mecanicii și fizicii nu poate fi conceput un inginer în zilele noastre. Este însă vorba despre altceva : interdependența diverselor sectoare ale științei impune o colaborare atît de complexă încît are loc un imens proces de întrepătrundere a diferitelor discipline, proces în care intervin cu necesitate, munca și realizările oamenilor de știință cu specializări diferite. Așa, de exemplu, studiul corpurilor cu proprietăți vîsco-elastice, al plăcilor vîsco-elastice,

al mișcărilor firelor extensibile are aplicații industriale de seamă în proiectarea instalațiilor de laminare, forjare, poansonare, în rezistența materialelor. Aceste studii constituie în partea lor teoretică, obiectul de cercetare nu al inginerilor care le vor folosi, ci al mecanicienilor, specialiști în elasticitate și plasticitate. Aceștia sînt formații în facultățile de matematică și mecanică și nu în institutele tehnice superioare, deși teoria elasticității, a plasticității, rezistența materialelor constituie materii de bază pentru inginerii mecanici și constructori. Teoria algebrică a mecanismelor automate, de o importanță capitală în automatizare este aprofundată nu în facultățile tehnice, ci în cele de matematică și mecanică. Studiul teoretic al circuitelor cu tranzistori, al simplificării circuitelor, al automatelor cu structură grupală se face înainte de orice în secțiile de specializare din aceste facultăți, iar rezultatele cercetărilor sînt apoi transmise inginerilor pentru a le folosi în proiectarea mecanismelor automate.

Carierele tinerilor absolvenți ai facultăților de matematică și mecanică. Iată dece rolul facultăților de matematică și mecanică în formarea de specialiști a căpătat o importanță deosebită. Acolo este locul tînărului care aspiră să fructifice în știință, în tehnică, în economie pasiunea și aptitudinile sale pentru matematică. Tot aceste facultăți pregătesc cadrele de cercetare teoretică fundamentală matematică pentru institutele de cercetări ale Academiei R.P.R., cadre didactice pentru învățămîntul superior, viitorii profesori pentru învățămîntul mediu. În ceea ce privește pe acești profesori este important de subliniat că rolul lor în viața socială devine din ce în ce mai complex. În afară de pregătirea elevilor într-un domeniu esențial în cultura tuturor absolvenților învățămîntului mediu ei vor fi atrași pe o scară din ce în ce mai largă să colaboreze cu tehnica, industria și economia ca specialiști matematicieni sau mecanicieni, în rezolvarea diferitelor probleme specifice în care matematica are un cuvînt greu de spus. Iată, de exemplu, probleme ca cele de control statistic al producției, de realizarea unor planuri optime de transport, de repartiție, de consum ale producției, probleme industriale și agricole, pe plan local, necesită intervenția matematicienilor. Aceștia se vor găsi la fața locului și vor putea fi recrutați dintre profesorii de învățămînt mediu care vor fi chemați să-și lărgească în acest mod, considerabil, cîmpul lor de activitate.

Cererile de absolvenți, în special dintre cei ai secțiilor de mașini de calcul, teoria probabilităților și statistică matematică, specialiști pentru cercetare în alte domenii ale științei și tehnicii pentru institute industriale și economice, depășesc în prezent posibilitățile noastre de a le satisface. În ultima vreme sînt ceruți de asemenea, absolvenți ai secțiilor de elasticitate și plasticitate. Nu putem acoperi în suficientă măsură nici cererile de cadre de cercetare sau de învățămînt superior, iar aceste cereri cresc de la un an la altul întrucît matematica își găsește loc din ce în ce mai mult în pregătirea chimiștilor, geologilor, biologilor, medicilor, farmaciștilor și chiar a filologilor, fără a mai vorbi de cea a inginerilor.

Învățămîntul și condițiile de viață ale studenților facultăților de matematică și mecanică. Școala matematică romînească are o veche și frumoasă tradiție care i-a adus un mare prestigiu în lumea științifică internațională. Sub conducerea inimoasă, caldă și înțeleaptă a partidului și guvernului țării ea a căpătat în anii democrației populare o amploare

uimitoare, atît pe plan științific cît și pe plan didactic. În facultățile de matematică și mecanică învățămîntul este predat de personalități științifice de mare autoritate condus și orientat de membri ai Academiei R.P.R. și profesori cu mare renume. El este la nivelul cel mai înalt al științei actuale și se desfășoară pe numeroase și fundamentale direcții de cercetare. Specializarea se face în sectoarele cele mai esențiale ale matematicii și mecanicii moderne : algebra modernă cu multiplele sale aplicații, analiza matematică și teoria funcțiilor reale, teoria funcțiilor complexe, geometria și topologia, teoria ecuațiilor diferențiale și cu derivate parțiale cu aplicațiile ei în fizica matematică și în tehnica modernă, analiza funcțională, teoria probabilităților și statistica matematică, analiza numerică și mașinile electronice de calcul, mecanica teoretică, hidro- și aerodinamica, elasticitatea și plasticitatea, astronomia.

Dintre membrii Academiei R.P.R., la Universitatea din București predau ca profesori : acad. *M. Nicolescu,* acad. *Gr. C. Moisil,* acad. *Gh. Vrănceanu,* acad. *Al. Ghika,* acad. *Gh. Mihoc,* acad. *C. Iacob,* acad. *N. Teodorescu,* prof. univ. *C. Drîmbă,* prof. *G. Marinescu,* membri corespondenți ai academiei R.P.R. ; la Universitatea din Iași, acad. *M. Haimovici,* la Universitatea din Cluj acad. *T. Popovici* și acad. *Gh. Călugăreanu.* Acestora li se alătură multe cadre didactice cu frumos renume științific ca prof. *Al. Froda,* prof. *Gh. Galbură* (București), prof. *I. Creangă,* prof. *Gh. Gheorghiev,* prof. *A. Haimovici,* prof. *I. Popa* (Iași), prof. *D. V. Ionescu,* prof. *G. Pick* (Cluj), prof. *G. T. Gheorghiu,* prof. *I. Arghiriade,* prof. *I. Curea* (Timișoara), precum și numeroși alți profesori și conferențiari al căror nume este bine cunoscut atît în țară cît și peste hotare. Cadrele tinere, lectori și asistenți, formate în școala noastră matematică sub regimul democrat-popular și-au cîștigat locuri de seamă în lumea științifică prin lucrările lor și constituie schimbul de mîine al cadrelor vîrstnice pe care le secundează și le vor înlocui cu cinste. Acest corp didactic și științific din universitățile noastre constituie garanția unui învățămînt de un înalt nivel, de care putem fi, pe bună dreptate, mîndri.

Studenții facultăților de matematică și mecanică au la dispoziție biblioteci bine înzestrate cu tratate și cursuri de specialitate, săli de lectură și sprijinul permanent al cadrelor didactice în însușirea temeinică a cunoștințelor. Cercurile științifice studențești sînt adevărate pepiniere de viitori cercetători. Rezultatele sesiunilor lor științifice scot în evidență în fiecare an noi talente, noi aptitudini concretizate în lucrări cu caracter original care sînt publicate în revistele de specialitate.

Numărul mare de burse, căminele și cantinele bine organizate și bine utilate, asigură studenților condiții bune de viață și învățătură, pe care generațiile mai vechi ale părinților lor nu le-au avut nici pe departe.

Indemnuri pentru tineretul cu aptitudini matematice. Problema alegerii carierii a constituit și constituie permanent o preocupare tulburătoare pentru tineretul care pășește spre absolvirea învățămîntului mediu. Retrăind în minte epoca la care această problemă mi s-a pus și mie, îmi dau seama de importanța ei, de emoțiile încercate cînd m-am îndreptat spre cariera de matematician. Am ales-o deși perspectivele pe care mi le oferea erau foarte îndoielnice, după ce mă hotărîsem să devin inginer. Am făcut-o dintr-un îndemn lăuntric pentru că mă atrăgeau orizonturile

abia întrevăzute ale acestei științe cu adînci rădăcini în realitate și cu aripi neasemuite pentru sborul minunat spre adevărul și frumosul universal.

Pe atunci, hotărîrea de a deveni matematician era un act de curaj sau chiar de nesocotință. Astăzi este un act de chibzuință și înțelepciune matură pentru orice tînăr care simte chemarea către această știință, către multiplele și fecundele sale aplicații în celelalte științe, în tehnică, în cultură, în viața socială.

Această chemare nu-și poate găsi răspunsul decît în însușirea matematicii în facultățile de matematică și mecanică. Acolo, în ambianța de studiu și cercetare, alături de alți studenți însuflețiți de dorința de a pătrunde rapid și adînc în tainele îmbietoare ale nesfîrșitului univers matematic tînărul sau tînăra, dornici de a răspunde chemării lor se vor găsi într-o țară a minunilor, a unor minuni pe care își vor da seama că ar putea să le înfăptuiască ei înșiși.

APLICAȚII ALE PRINCIPIULUI OMOGENEITĂȚII IN GEOMETRIA SINTETICĂ

E. ȘERBAN, Brașov

Fără să ieșim din domeniul calculului elementar, ne propunem să arătăm avantajul ce se poate obține din principiul omogeneității la rezolvarea unor probleme de geometrie elementară. Vom ține seamă de simetrie care aduce în unele cazuri importante simplificări calculelor.

— Un polinom este omogen, dacă toți termenii săi au același grad, astfel polinomul:

$$P\ (a, b, c,) = \frac{a^2}{c} + \frac{b^2}{a^2} \cdot c$$

este omogen în a, b, c și de gradul întîi, iar polinomul:

$$Q\ (a, b, c) = a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$$

este omogen în a, b, c și de gradul al doilea.

— Uneori omogeneitatea se consideră numai în raport cu unele litere care pot avea un rol special într-o anumită problemă; polinomul

$$a^2x + b^2y - abz$$

este omogen și de gradul al doilea în literele a, b, omogen și de gradul întîi în literele x, y, z.

— Operațiile efectuate cu polinoame omogene dau rezultate omogene astfel în cazul sumei algebrice gradul rezultatului este același cu cel comun (dacă nu este identic nul), gradul produsului este egal cu suma gradelor factorilor, iar gradul cîtului cu diferența gradelor numărătorului și numitorului.

De aceea este posibil să se recunoască corectitudinea unei operații efectuate cu polinoame omogene, întrucît rezultatul obținut trebuie să fie omogen.

— O relație este omogenă cînd cei doi membri ai săi au același grad, sau cînd un membru este omogen, iar celălalt membru e nul.

Relația :

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$

este omogenă și de gradul al doilea în a, b, c, iar relația

$$b^2 - ac = 0$$

are primul membru omogen, al doilea nul.

Teoremele care urmează arată importanța în geometrie a relațiilor omogene :

Teorema 1. Orice relație omogenă între măsurile lungimilor unor linii ale unei figuri nu depinde de unitatea de lungime.

a) Fie o relație metrică omogenă și de gradul n

$$\varphi_n(a, b, c) = 0 \tag{1}$$

între lungimile a, b, c măsurate cu unitatea u și a', b', c' trei numere care măsoară aceeași lungime ale figurii cu o altă unitate u', vom avea :

$$\frac{a'}{a} = \frac{b'}{b} = \frac{c'}{c} = \frac{u}{u'} = \lambda \tag{2}$$

unde $\lambda = \frac{u}{u'}$, este valoarea ultimului raport.

Rezultă că putem scrie :

$$a' = \lambda a,\ b' = \lambda b,\ c' = \lambda c, \tag{2'}$$

iar cînd se înlocuiește a, b, c cu a', b', c' relația (1) devine

$$\varphi_n(a', b', c') = \lambda^n \varphi_n(a, b, c) = 0$$

și deoarece $\lambda > 0$ avem :

$$\varphi_n(a', b', c') = 0 \tag{3}$$

Rezultă că (1) rămîne adevărată oricare ar fi unitatea de lungime.

Reciproc. Orice relație geometrică între măsurile lungimilor unor linii ale unei figuri, dacă este independentă de unitatea de lungime, este omogenă.

Exemplu 1. Dacă α și β sînt numerele care măsoară catetele triunghiului dreptunghic, ipotenuza fiind aleasă ca unitate, vom avea relația neomogenă :

$$\alpha^2 + \beta^2 = 1$$

omogenitatea se va stabili luînd $\alpha = \frac{b}{a}$, $\beta = \frac{c}{a}$ și relația precedentă va deveni :

$$\frac{b^2}{a^2} + \frac{c^2}{a^2} = 1 \text{ sau } b^2 + c^2 = a^2$$

Observații

1°. Orice relație omogenă care exprimă o lungime în funcție de alte lungimi ale figurii este omogenă și de gradul întîi, relația $a = \sqrt{b^2 + c^2}$ este omogenă și de gradul întîi în a, b, c.

2°. Unitatea de arie fiind pătratul laturii construit pe unitatea de lungime, măsura S a suprafeței:

$$S = \varphi(a, b, c)$$

va fi înmulțită cu λ^2.

$$\varphi(a', b', c') = \lambda^2 \varphi(a, b, c)$$

adică $\varphi(a, b, c)$ va fi omogenă și de gradul al doilea.

Se reprezintă, în general, o suprafață dată prin pătratul lungimii unui segment, prin produsul lungimii a două segmente sau prin aria unui cerc de rază dată.

Analog, volumul în funcție de diferite lungimi va fi dat de o funcție $\varphi(a, b, c)$ omogenă și de gradul al treilea. Se reprezintă, în general, un volum prin cubul lungimii unui segment sau volumul unei sfere de rază dată.

5. Ținînd seama de cele expuse, unitățile de arie și de volum sînt unități derivate din unitatea de lungime.

Dacă L este măsura lungimii, atunci dimensiunea ariei este L^2, a volumului L^3. Măsurile lungimilor sînt înmulțite cu λ, ale suprafețelor cu λ^2 și ale volumelor cu λ^3.

Dacă se consideră o relație metrică între lungimile L_i, suprafețele S_i și volumele V_i unde $i = 1, 2, \ldots, n$, omogeneitatea sa nu se schimbă dacă se înmulțește fiecare literă cu puterea lui λ corespunzătoare din formula dimensiunii respective, adică spre a se evalua omogeneitatea trebuie să se atribuie fiecărei litere coeficientul marcat de exponentul lui L în formula dimensiunii sale. De exemplu: formula trunchiului de piramidă cu bazele B și b și înălțimea I.

$$V = \frac{I}{3}(B + b + \sqrt{Bb})$$

este omogenă cînd se atribuie lui I coeficientul 1 literelor B, b coeficientul 2 și lui V coeficientul 3.

Teorema 2. Dacă se dau două rapoarte egale, orice formă (funcție) omogenă de primul grad aplicată numărătorilor și aplicată numitorilor constituie un raport egal cu rapoartele date.

Fie rapoartele egale

$$\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{x}{c}$$

și $\varphi(x, y, z)$ un polinom omogen oarecare de gradul n, dacă λ e valoarea comună a rapoartelor, avem:

$$\frac{\varphi(x, y, z)}{\varphi(a, b, c)} = \lambda^n \tag{6}$$

Pentru $n=1$, este evident:

$$\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} = \frac{x + y + z}{a + b + c} = \frac{Ax + By + Cz}{Aa + Bb + Cc}$$

Pentru $n > 1$, avem:

$$\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{x}{c} = \frac{\sqrt[n]{\varphi(x, y, z)}}{\sqrt[n]{\varphi(a, b, c)}} = \lambda,$$

amîndoi termenii raportului sînt de primul grad, astfel putem scrie:

$$\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} = \frac{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \frac{\sqrt{xy + yz + zx}}{\sqrt{ab + bc + ca}} =$$

$$= \frac{\sqrt[3]{x^3 + y^3 + z^3}}{\sqrt[3]{a^3 + b^3 + c^3}} = \ldots = \frac{\sqrt[n]{x^n + y^n + z^n}}{\sqrt[n]{a^n + b^n + c^n}}$$

Teorema 3. Orice relație omogenă rămîne adevărată cînd se înlocuiesc literele cu valori, proporționale și reciproc.

Rezultă din demonstrația dată teoremei 1.

A verifica o relație omogenă în raport cu literele x, y, z e suficient să se verifice relația obținută înlocuind aceste litere cu numere proporționale.

Exemplul 2. Fiind dat șirul de rapoarte (1) $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$ să se arate că avem:

$$\sqrt{ax} + \sqrt{by} + \sqrt{cz} = \sqrt{(a + b + c)(x + y + z)} \qquad (2)$$

și reciproc, fiind dată relația (2), să se deducă (1).

Relația (2) este omogenă în x, y, z și de gradul $n = \frac{1}{2}$, deci este suficient să înlocuim x, y, z prin a, b, c

$$\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} + \sqrt{c^2} = \sqrt{(a + b + c)(a + b + c)}$$

și reciproc, din (2) se deduce:

$$(a + b + c)(x + y + z) - (\sqrt{ax} + \sqrt{by} + \sqrt{cz})^2 = 0$$

iar după identitatea lui Lagrange:

$$(\sqrt{ay} - \sqrt{bx})^2 + (\sqrt{bz} - \sqrt{cy})^2 + (\sqrt{cx} - \sqrt{az})^2 = 0$$

Relația va fi nulă cînd fiecare patrat în parte va fi nul, de unde

$$ay = bx, bz = cy, cx = az, \text{ sau } (1)\ \frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}.$$

Analog, din $\frac{x_1}{a_1} = \frac{x_2}{a_2} = \ldots = \frac{x_n}{a_n}$, se deduce:

$$\sqrt{a_1 x_1} + \sqrt{a_2 x_2} + \ldots + \sqrt{a_n x_n} = \sqrt{(x_1 + x_2 + \ldots + x_n)(a_1 + a_2 + \ldots + a_n)}$$

Aplicații : 1. Între laturile a, b, c ale unui triunghi oarecare și înălțimile corespunzătoare h_a, h_b, h_c, există relațiile :

$$ah_a = bh_b = ch_c \qquad \text{sau} \qquad \frac{a}{\frac{1}{h_a}} = \frac{b}{\frac{1}{h_b}} = \frac{c}{\frac{1}{h_c}} \tag{1}$$

Conform teoremei 3, deducem că la orice relație omogenă între a, b, c, va corespunde o relație între $\frac{1}{h_a}, \frac{1}{h_b}, \frac{1}{h_c}$ astfel :

a) Dacă triunghiul este dreptunghic, din $a^2 = b^2 + c^2$ se deduce :

$$\frac{1}{h_a^2} = \frac{1}{h_b^2} + \frac{1}{h_c^2} \tag{2}$$

sau

$$\frac{1}{h_a^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \tag{2'}$$

deoarece în triunghiul dreptunghic $h_b = c$ și $h_c = b$.

b) *Teorema 3. este adevărată și pentru inegalitățile numerice omogene între mărimi pozitive, astfel din inegalitățile dintre laturile*

$$|b - c| < a < b + c$$

deducem inegalitățile între înălțimile corespunzătoare :

$$\left|\frac{1}{h_b} - \frac{1}{h_c}\right| < \frac{1}{h_a} < \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c}$$

Observație. Cu relațiile (1) pe cale analogă se poate exprima aria unui triunghi în funcție de înălțimile sale.

2. Fie triunghiul ABC dreptunghic în A și AD înălțimea relativă la ipotenuză. Să se arate că între razele r_a, r_b, r_c, ale cercurilor înscrise în triunghiurile ABC, ABD, ACD, există relațiile :

$$r_a^2 = r_b^2 + r_c^2 \tag{1}$$

și

$$ar_a = br_b + cr_c \tag{2}$$

Cele trei triunghiuri fiind asemenea avem :

$$\frac{r_a}{a} = \frac{r_b}{b} = \frac{r_c}{c} \tag{3}$$

înlocuind în (1) și (2) razele r_a, r_b, r_c cu valorile proporționale din (3), conform teoremei a treia, obținem relația cunoscută :

$$a^2 = b^2 + c^2 \tag{4}$$

Observația 1. Dacă se înlocuiesc razele cercurilor cu alte linii omoloage cum sînt înălțimile, medianele, bisectoarele, perimetrele, ... se obține o altă serie de relații analoage.

Observația 2. Din aceleași triunghiuri dovedim și

$$ac = b \cdot AD + c \cdot BD \tag{5}$$

$$ab = b \cdot CD + c \cdot AD \tag{6}$$

întrucît din asemănare se pot scrie respectiv relațiile:

$$\frac{c}{a} = \frac{AD}{b} = \frac{BD}{c}; \quad \frac{b}{a} = \frac{CD}{b} = \frac{AD}{c}$$

cu care se obține (4) conform teoremei 3.

În general, fiind date două triunghiuri dreptunghice asemenea, cu laturile a, b, c și a', b', c', se poate dovedi (8) $aa' = bb' + cc'$.

Deoarece avem

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$$

aceasta devine:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

3. Proprietatea pătratului ipotenuzei triunghiului dreptunghic tridreptunghic (fig. 1).

Pătratul feței ipotenuzei este egal cu suma pătratelor celorlalte trei fețe:

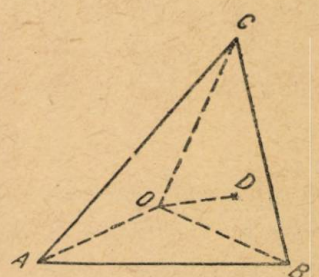


Fig. 1

$$ABC^2 = OBC^2 + OCA^2 + OAB^2, \quad (ABC, OBC, OCA, OAB \text{ sînt}$$

ariile triunghiurilor respective).

Notînd: $OA = a$, $OB = b$, $OC = c$, $OD = h$, avem:

$$ABC \cdot h = OBC \cdot a = OCA \cdot b = OAB \cdot c$$

de unde

$$\frac{ABC}{\frac{1}{h}} = \frac{OBC}{\frac{1}{a}} = \frac{OCA}{\frac{1}{b}} = \frac{OAB}{\frac{1}{c}} \tag{2}$$

și conform teoremei 3, relația (2) devine:

$$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \tag{2'}$$

4. *La orice relație omogenă între diferitele lungimi de pe aceeași dreaptă corespunde aceeași relație între proiecțiile lor ortogonale sau oblice, pe o axă sau pe un plan oarecare.*

Prin punctele $M, N, P, Q, \ldots$ ducem paralele la OY (fig. 2), care taie axa OX în $M', N', P', Q' \ldots\ldots$ Avem :

$$\frac{MN}{M'N'} = \frac{NP}{N'P'} = \frac{PQ}{P'Q'} = \ldots$$

și aplicăm teorema 3.

5. *La orice relație omogenă între ariile a două poligoane asemenea corespunde o relație între pătratele laturilor lor omoloage.*

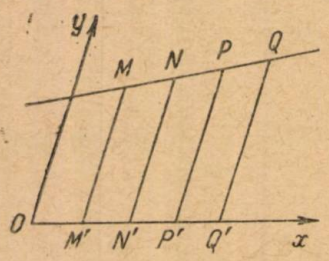


Fig. 2

a) Astfel, fiind date trei poligoane asemenea de arii A, B, C se poate construi un poligon asemenea de arie P, așa fel ca

$$P = lA + mB - nC,$$

unde l, m, n, sînt numere pozitive oarecare.

Notăm a, b, c laturile omoloage ale poligoanelor și x latura omoloagă a poligonului P, vom avea :

$$x^2 = la^2 + mb^2 - nc^2 .$$

b) Fiind date două poligoane asemenea de arii A și B, se poate construi un poligon P astfel ca aria sa P să fie medie geometrică între ariile poligoanelor date

$$P^2 = A \cdot B$$

Relația între segmentele omoloage se va scrie :

$$x^4 = a^2b^2 \text{ sau } x^2 = ab .$$

b. *Problemele plane de mai sus (5) au analoagele lor în spațiu cînd considerăm piramide, cilindri sau conuri asemenea, ale căror arii sînt proporționale cu pătratele liniilor lor omoloage.*

Fiind dat un trunchi de piramidă triunghiulară, cu bazele PQR, $P'Q'R'$ și cele două piramide $SPQR$ *și* $SP'Q'R'$, care se pot forma prin completarea trunchiului ; B și b fiind ariile bazelor, iar X aria secțiunii EFG paralelă cu bazele (fig. 3), avem relațiile :

$$\frac{SP}{\sqrt{B}} = \frac{SP'}{\sqrt{b}} = \frac{SE}{\sqrt{X}}$$

care ne dau mijlocul de transformare (conform teoremei 3) a oricărei relații omogene în B, b, X într-o relație SP, SP', SE și reciproc.

a) Fie $SE = \sqrt{SP \cdot SP'}$, deducem $X = \sqrt{B \cdot b}$ secțiunea va fi medie geometrică între cele două baze B și b.

b) Se evaluează arie X a secțiunii EFG, presupusă echidistantă de cele două baze, prin:

$$SE = \frac{SP + SP'}{2}$$

la care corespunde:

$$\sqrt{X} = \frac{\sqrt{B} + \sqrt{b}}{2}$$

$$X = \frac{B + b + 2\sqrt{B \cdot b}}{4}$$

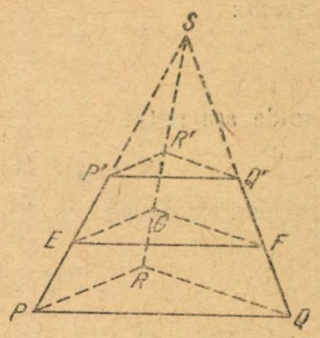


Fig. 3

Observație. Prin acest calcul se poate compara volumul trunchiului de piramidă:

$$V = \frac{h}{3}(B + b + \sqrt{Bb})$$

cu volumul V' a unei prisme de aceiași înălțime, avînd ca bază secțiunea echidistântă de bazele trunchiului.

$$V' = \frac{h}{4}(B + b + 2\sqrt{Bb})$$

Se calculează diferența:

$$V - V' = \frac{h}{12}(\sqrt{B} - \sqrt{b})^2$$

care arată că $V > V'$, ceea ce e suficient pentru $B = b$, și trunchiul este o prismă.

De asemenea, se poate deduce volumul trunchiului de piramidă din formula celor trei nivele.

7. Volumul trunchiului de piramidă poligonală se deduce cu ajutorul volumului trunchiului de piramidă triunghiulară dat:

Fie B, b, bazele trunchiului de piramidă poligonală și h înălțimea sa. Descompunînd trunchiul de piramidă dat într-o sumă de trunchiuri de piramide triunghiulare de baze:

$B_1, B_2, \ldots, B_n, b_1, b_2, \ldots, b_n$, volumul căutat se va scrie:

$$V = \frac{h}{3}(B_1 + b_1 + \sqrt{B_1 b_1}) + \frac{h}{3}(B_2 + b_2 + \sqrt{B_2 b_2}) + \ldots$$

$$V = \frac{h}{3}(B_1 + B_2 + \ldots + B_n + b_1 + b_2 + \ldots + b_n + \sqrt{B_1 b_1} + \sqrt{B_2 b_2} + \ldots + \sqrt{B_n \cdot b_n})$$

$$V = \frac{h}{3}(B + b + \sqrt{B_1 b_1} + \sqrt{B_2 b_2} + \ldots + \sqrt{B_n b_n})$$

și ținînd seama de teorema 3 și de exemplul 2:

$$\sqrt{B_1 b_1} + \sqrt{B_2 b_2} + \ldots + \sqrt{B_n b_n} = \sqrt{(B_1 + B_2 + \ldots B_n)(b_1 + b_2 + \ldots b_n)}$$

avem:

$$V = \frac{h}{3}(B + b + \sqrt{Bb})$$

unde am notat

$$B = B_1 + B_2 + \ldots + B_n, \qquad b = b_1 + b_2 + \ldots + b_n$$

se deduce de aici egalitatea rapoartelor:

$$\frac{b_1}{B_1} = \frac{b_2}{B_2} = \frac{b_3}{B_3} = \ldots = \frac{H'^2}{H^2}$$

unde H' și H sînt înălțimile piramidelor a căror diferență este trunchiul considerat.

FRÉDÉRIC JOLIOT-CURIE

savant și luptător activ pentru pace (1900—1958)

de *MARGARETA ȚIBU*, lector universitar, Iași

Frédéric Joliot-Curie s-a născut la Paris la 19 martie 1900. Tatăl său, Henri Joliot, a luptat în tinerețe, în rîndurile eroicilor apărători ai Comunei din Paris. Mama sa s-a născut dintr-o familie care a luptat contra dominației prusace; a întreținut toată viața sa spiritul revoluționar în familia lui Frédéric Joliot-Curie.

Alegînd cariera de inginer, *Frédéric Joliot* s-a înscris la Școala Municipală de Fizică și Chimie din Paris, unde a studiat sub conducerea celebrului fizician *Paul Langevin*, care i-a fost profesor încă din primul an de școală și a exercitat asupra lui o influență hotărîtoare. În anul 1923, terminînd Școala de Fizică și Chimie cu gradul „major" obține titlul de inginer; iar în 1925, după recomandarea lui *Paul Langevin* intră ca preparator la Institutul de Radiu condus de *Marie Curie*. Avînd posibilitatea să-și facă ucenicia de cercetător într-un domeniu atît de atractiv al științei se dedică cu toată energia și elanul tineresc cercetării științifice. *Frédéric Joliot* se distinge în scurt timp, prin deosebite calități de experimentator. Obține între timp licența în fizică, și ulterior, titlul de doctor în științe. În 1932 este numit asistent al *Mariei Curie*, pentru ca un an mai tîrziu, la recomandarea profesorului *Jean Perrin* să devină maestru de cercetări și director la Centrul Național de Cercetări Științifice. În 1935 lucrează în calitate de conferențiar, la Sorbona.

Doi ani mai tîrziu (1937), *Frédéric Joliot-Curie* este numit profesor la Collège de France, la catedra de chimie nucleară, devenind apoi director al Laboratorului de sinteze nucleare de la Yvry. Aici desfășoară paralel

cu activitatea didactică, o bogată activitate științifică pînă la sfîrșitul vieții sale. El moare la 13 august 1958.

Frédéric Joliot-Curie și-a desfășurat activitatea științifică în două laboratoare mari. Între anii 1927—37 el lucrează la Institutul de Radiu din Paris. Aici are mai întîi, preocupări în legătură cu proprietățile electrice ale păturilor metalice subțiri, preparate prin evaporare termică și pulverizare catodică, precum și în legătură cu electrochimia radioelementelor. În

acest domeniu el își susține teza de doctorat. După aceea își orientează cercetările în direcția studiului radioactivității. Studiază ionizarea produsă de particulele α în hidrogen pur, precum și ionizarea aerului de către particulele α, aceasta din urmă în colaborare cu *Irène Joliot-Curie*, soția sa ; folosid o nouă metodă de mare precizie, determină perioada *RaC'* prin metoda *Jacobsen*.

Un moment important în activitatea lui științifică este realizarea unui nou aparat Wilson, care permite detente la presiuni joase. Camera de detentă conținînd practic, doar vapori de apă și presiunea fiind de 1 cm coloană de *Hg*, la sfîrșitul detentei parcursurile particulelor sînt de 76 ori mai lungi decît la presiunea atmosferică. Cu această cameră a putut să observe dezintegrări ale atomilor izolați și să studieze în detaliu fenomenele asociate trecerii particulelor α prin substanță (atomii de recul). El a studiat pentru prima dată comportarea atomilor grei și foarte rapizi într-un gaz constituit din atomi mult mai ușori. Aceste experiențe au dus la rezultate importante în ceea ce privește procesul dezintegrării propriuzise și i-au permis să aprecieze mai corect, procesul de frînare a particulelor nucleare de recul în substanța străbătută. În acest fel a putut să elaboreze mai tîrziu o metodă experimentală simplă, care furniza proba fizică a fisiunii uraniului și toriului sub acțiunea neutronilor și să pună la punct un procedeu fizic practic de separare a fragmentelor de fisiune de masa din care proveneau.

Frédéric Joliot-Curie, împreună cu *Irène Curie*, au făcut studii detaliate asupra radiației puternic absorbante care însoțește dezintegrarea α a poloniului. Lucrări mai vechi admiteau că poloniul emite în afară de particule α, o radiație γ foarte puțin penetrantă. Ei au stabilit că o astfel de radiație nu există și că efectele observate se datorau atomilor de hidrogen proveniți din transmutația azotului care înconjura sursa de particule.

Un rol deosebit îl prezintă lucrările lui *Frédéric Joliot-Curie* și *Irène Curie* care au contribuit la descoperirea neutronului. Ei au reluat experiențele lui *Bothe* și *Becker* la Institutul de Radiu din Paris și folosind o cameră de ionizare prevăzută cu un electrometru foarte sensibil, precum și camera Wilson construită de ei, au putut pune în evidență o proprietate fundamentală a radiației lui *Bothe* și *Becker* și anume, aceea de a proiecta cu viteze mari nucleele atomilor constitutivi ai substanței străbătute. *J. Chadwich* bazîndu-se pe aceste lucrări și folosind o tehnică încă neintrodusă la Institutul de Radiu din Paris, a putut să demonstreze în scurt timp, că radiația care proiectează nucleele trebuie să fie constituită din particule de masă foarte apropiată de aceea a protonului. Parcursul lung pe care îl aveau aceste particule dovedea neutralitatea lor electrică. El le-a dat numele de neutroni. Aceste particule apăreau în urma reacției:

$$_5B^{11} + {}_2He^4 = {}_7N^{14} + {}_0n^1.$$

În timpul acestor lucrări, observă în camera Wilson, pe lîngă traiectoriile dese și rectilinii ale nucleelor proiectate și un mare număr de traiectorii ale unor electroni de energie înaltă.

Frédéric Joliot-Curie a întreprins o serie de cercetări importante și asupra electronului pozitiv, demonstrînd că o radiație formată din fotoni este capabilă să provoace emisia electronilor pozitivi în timpul traversării substanței. Prin metoda Wilson a obținut un clișeu pe care era înregistrată pentru prima oară, apariția în gaz a unui electron negativ și a unuia pozitiv, care plecau din același punct. Din această fotografie și din valorile numerice ale energiei cinetice ale electronilor rezultă că un foton de energie $h\nu$ trecînd prin cîmpul unui nucleu se transformă în doi electroni de sarcini contrare (transformarea reciprocă a radiației în substanță). Această transformare necesită 1,022 *MeV*, surplusul de energie a fotonului fiind comunicat celor doi electroni sub formă de energie cinetică. Au pus de asemenea în evidență și transformarea a doi electroni de sarcini contrare, în doi fotoni de 0,5 *MeV*.

Descoperirea radioactivității artificiale este lucrarea pentru care le-au fost atribuit soților *Joliot-Curie*, premiul Nobel în 1935. După ce au arătat că unele transmutații ca de exemplu cele ale B^{10}, *F*, *Na*, *Al* sub acțiunea particulelor α ale poloniului dădeau naștere unei emisii de neutroni și de pozitroni au cercetat dacă emisia neutronilor continuă și după îndepărtarea sursei α (cu care se iradia), această emisie avînd caracteristici analoage cu cele ale radioactivității β naturale. Au admis că borul iradiat dă naștere izotopului 13 al azotului, aluminiul izotopului 30 al fosforului, magneziul izotopului 27 al siliciului și izotopului 28 al aluminiului. Ei au identificat și separat chimic elementele formate în cazul borului și al aluminiului.

Era vorba în adevăr, de azot și fosfor. Aceste experiențe constituie prima probă chimică a transmutațiilor provocate. Elementele au fost denumite radioazot, radiofosfor, radiosiliciu și radioaluminiu. În același timp au sugerat că s-ar putea obține și alte radioelemente noi prin iradierea cu particule α sau cu alte particule care dau naștere la transmutații: protoni, deutroni, neutroni etc.

Cu scopul de a obține cantități mai mari de radioelemente pentru aplicații, *Frédéric Joliot-Curie* a construit un generator de tensiune de 1,2 milioane volți, de tip *Van de Graaf*, precum și un accelerator de tip *Lauritsen*. Pe de altă parte a contribuit la amenajarea generatorului de impulsuri al laboratorului *Ampère* pentru accelerarea ionilor și electronilor sub 2 *MeV*. Aceste instalații permiteau prepararea de radioelemente în cantități de aproximativ 100 de ori mai mari decît cele obținute pînă atunci la Institutul de Radiu cu ajutorul surselor naturale.

Începînd din anul 1937, *Frédéric Joliot-Curie* își desfășoară activitatea științifică în al doilea laborator de cercetări, la Collège de France, unde fusese numit profesor. El organizează aici un centru de cercetări de fizică și chimie nucleară, confecționînd aparatura necesară și începînd lucrările pentru construirea unui ciclotron de 7 *MeV*. Paralel se ocupă de înființarea laboratorului de sinteză atomică al Centrului Național de Cercetare Științifică.

În această perioadă își orientează cercetarea științifică spre probleme noi și în special se preocupă de fisiunea nucleară. În prima sa notă asupra acestui fenomen el a arătat că fisiunea trebuie să fie însoțită de neutroni, uraniul conținînd un exces de neutroni față de numărul de protoni, mai mare decît cel care există pentru elementele stabile care rezultă din fisiune. În colaborare cu *Halban* și *Kovarski* a pus în evidență emisia acestor neutroni, arătînd că, cu ocazia unui act de fisiune a uraniului trebuie să fie emiși apriximativ trei neutroni și indică apoi, posibilitatea provocării reacției în lanț divergente, prin utilizarea ca moderator a unor elemente care absorb foarte puțin neutronii (apa grea, grafitul) răspîndite eterogen în uraniu sub formă de oxid. În același timp ei au prevăzut un sistem de control pentru reacția în lanț prin introducerea unor buni absorbanți pentru neutroni, cum ar fi cadmiul.

Concomitent cu cercetările efectuate în problema fisiunii nucleare, *Frédéric Joliot-Curie* se preocupă de unele probleme de biologie, cercetările făcîndu-le cu ajutorul radioelementelor artificiale. Aceste cercetări de biologie au arătat cît de necesară este colaborarea strînsă a cercetărilor aparținînd unor discipline diferite, care însă se completează reciproc.

Ca o consecință firească a unei bogate activități științifice care a dus la descoperiri fundamentale în fizică, Academia de Științe din Paris și Academia Franceză de Medicină îl aleg în 1943 printre membrii lor, iar imediat după război, nenumărate Academii, printre care Academia de Științe a Uniunii Sovietice și Academia R.P.R. îl numesc membru corespondent sau onorific. El a fost „doctor honoris causa" a opt universități, printre care și aceea din București care i-a decernat titlul în 1945, o dată cu cel acordat soției sale *Irène Joliot-Curie*.

Frédéric Joliot-Curie a fost nu numai un mare savant, care a contribuit la înfăptuirea măreței descoperiri științifice — eliberarea energiei atomice —, ci a fost omul care a știut să îmbine înaltele sale calități științifice cu activitatea de luptător neînfricat pentru progres, liberatate și pace. *Frédéric Joliot-Curie* este primul dintre marii oameni de știință din țările capitaliste care a avut curajul și integritatea morală de a se încadra fără nici o rezervă în uriașa luptă a omenirii iubitoare de pace pentru ca energia atomică eliberată, să fie utilizată pentru binele oamenilor, pentru viață și nu pentru distrugerea ei.

O dată cu ocuparea Franței, el trece în mișcarea de rezistență. În 1941 face parte dintre fondatorii Frontului Național Universitar și devine președintele Frontului Național de Luptă pentru Eliberarea și independența Franței ; iar în 1942, în unul din momentele cele mai critice ale situației de pe front, cere admiterea sa în rîndurile Partidului Comunist Francez.

Patriotismul lui *Frédéric Joliot-Curie* în timpul războiului este legendar. El a fost acela care împreună cu colaboratorii săi a reușit să salveze stocul de apă grea de care dispuneau, pentru a nu ajunge în mîna dușmanilor. El pune cunoștințele sale în slujba mișcării de rezistență, participă activ la insurecția Parisului organizînd rezistența la Collège de France și fabricînd în laboratoarele sale, cu mijloace modeste, armament.

După eliberarea Parisului, în august 1944, *Frédéric Joliot-Curie* în calitate de director al Centrului Național de Cercetări Științifice, luptă pentru refacerea lui. În 18 octombrie 1945 este numit înalt comisar pentru energia atomică și în această calitate reușește într-un timp extrem de scurt, să redreseze oarecum situația din Franța în acest domeniu. La 15 decembrie 1945, Comisariatul pentru Energia Atomică a anunțat lumii punerea în funcțiune a primei pile franceze, pila „*ZOE*“ cu oxid de uraniu și apă grea, primul pas spre aplicațiile pașnice în serviciul omului și progresului, ale energiei atomice.

În 1950, la 28 aprilie, *Frédéric Joliot-Curie* a fost revocat de guvernul francez din funcția de înalt comisar pentru energia atomică, fiindcă atitudinea lui democratică producea neliniște elementelor reacționare din guvern. Împotriva acestor măsuri a protestat întreaga lume, care a înțeles opera de covîrșitoare importanță întreprinsă de el pentru apărarea omenirii și pericolul războiului atomic.

Paralel cu activitatea sa științifică atît de strălucită el nu a uitat nici o clipă lupta pentru marele ideal al păcii și libertății popoarelor. Întregul lui talent științific și l-a pus cu pasiune în slujba adevărului, deschizînd căi esențiale pentru era atomică, neuitînd nici un moment datoria lui de cetățean al Franței și al lumii întregi.

Imediat după eliberare el și-a împărțit timpul cu aceeași pasiune între viața de laborator și cea socială. Devine astfel președinte al asociației prieteniei franco-poloneze, al Asociației Franța-Uniunea Sovietică și în sfîrșit, președinte al Consiliului Mondial al Partizanilor Păcii, căruia îi consacră o activitate neobosită.

Prin exemplul vieții sale, *Frédéric Joliot-Curie,* intelectual comunist, mare om de știință și de acțiune a arătat că în epoca noastră, poporul poate și trebuie să-și ia destinul în propriile sale mîini.

GENERALIZAREA PROBLEMEI 5459

1. *Se consideră poligonul* $A_1A_2A_3\ldots A_n$ *circumscris unui cerc. Un alt cerc* (γ) *concentric cu cel dintîi poate avea pe el o mulțime* M_1 *de puncte situate în interiorul sau pe perimetrul poligonului și o mulțime* M_2 *de puncte situate în exteriorul poligonului. Fie* $T_1, T_2, \ldots, T_n$ *punctele de contact ale primului cerc cu laturile* $A_1A_2, A_2A_3, \ldots, A_nA_1$ *și* $l_1, l_2, \ldots, l_n$ *distanțele unui punct* P *de pe* (γ), *la* $T_1, T_2, \ldots, T_n$.

$$\text{Să se arate că: a) } A_1A_2 \cdot l_1^2 + A_2A_3 \cdot l_2^2 + \ldots + A_nA_1 \cdot l_n^2 \qquad (1)$$

este constantă pentru $P \in M_1$;

b) *Cînd* $P \in M_2$, *unii termeni din (1) sînt precedați de semnul minus, iar constanta este alta (enunț generalizat).*

Soluție. a) Folosim egalitatea:

$$\text{aria } (P_1A_1A_2) + \text{aria } (P_1A_2A_3) + \ldots + \text{aria } (P_1A_nA_1) = \text{aria poligonului } (A_1A_2\ldots A_n) = S$$

valabilă pentru cazul cînd P_1 se află în interiorul poligonului sau pe una din laturi. Coborîm din P_1 perpendiculara P_1H_1 pe A_1A_2; aria $(P_1A_1A_2) = \frac{A_1A_2 \cdot P_1H_1}{2}$. Fie L_1 intersecția dreptei P_1T_1 cu cercul înscris; ducem IN_1 perpendiculară pe L_1T_1 și din triunghiurile dreptunghice asemenea IN_1T_1 și $P_1T_1H_1$ avem: $\frac{IT_1}{P_1T_1} = \frac{N_1T_1}{P_1H_1}$, dar $IT_1 = r \neq$ raza cercului înscris, $N_1T_1 = \frac{L_1T_1}{2} = \frac{P_1T_1 - P_1L_1}{2}$; înlocuim acest rezultat în proporția de mai sus și găsim:

$$P_1H_1 = \frac{P_1T_1(P_1T_1 - P_1L_1)}{2r} = \frac{l_1^2 - \varrho^2}{2r}$$

unde am pus, $P_1T_1 = l_1$ și $P_1T_1 \cdot P_1L = \varrho^2$ puterea punctului P_1 față de cercul înscris, care este constantă pentru orice punct de pe cercul (γ). Aria $(P_1A_1A_2)$ este deci:

$$\frac{A_1A_2(l_1^2 - \varrho^2)}{4r}.$$

La fel găsim aria $(P_1A_2A_3) = \frac{A_2A_3(l_2^2 - \varrho^2)}{4r} \ldots$

$$\ldots \text{aria } (P_1A_nA_1) = \frac{A_nA_1(l_n^2 - \varrho^2)}{4r}$$

Înlocuind în (1), obținem:

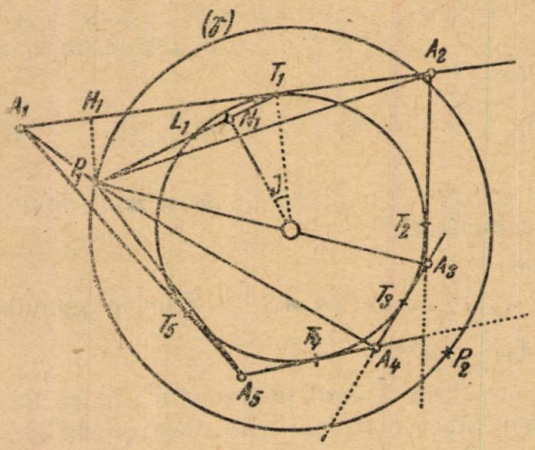
$$\frac{A_1A_2(l_1^2 - \varrho^2)}{4r} + \frac{A_2A_3(l_2^2 - \varrho^2)}{4r} + \ldots + \frac{A_nA_1(l_n^2 - \varrho^2)}{4r} = S$$

sau :

$$A_1A_2 \cdot l_1^2 + A_2A_3 \cdot l_2^2 + \ldots + A_nA_1 \cdot l_n^2 = 4rS + \varrho^2 P = \text{constant}$$

unde P este perimetrul poligonului.

b) Să considerăm punctul $P_2 \in M_2$ (fig. 1) Latura A_2A_3 lasă poligonul deoparte a ei și punctul P_2 de cealaltă parte ; la fel și laturile A_3A_4 și A_4A_5. În acest caz, folosim egalitatea:



$$\text{aria}\,(P_2A_1A_2) - \text{aria}\,(P_2A_2A_3) - \text{aria}(P_2A_3A_4) - \text{aria}\,(P_2A_4A_5) + \ldots + \text{aria}\,(P_2A_nA_1) = S$$

Ținînd seama de notațiile de mai sus avem :

$$A_1A_2\,(l_1^2 - \varrho^2) - A_2A_3\,(l_2^2 - \varrho^2) - A_3A_4(l_2^3 - \varrho^2) - A_4A_5\,(l_4^2 - \varrho^2) + \ldots + A_nA_1\,(l_n^2 - \varrho^2) = 4rS$$

sau :

$$A_1A_2 \cdot l_1^2 - A_2A_3 \cdot l_2^2 - A_3A_4 \cdot l_3^2 - A_4A_5 \cdot l_4^2 + \ldots + A_nA_1 \cdot l_n^2 =$$
$$= 4rS + \varrho^2 (A_1A_2 - A_2A_3 - A_3A_4 - A_4A_5 + \ldots + A_nA_1) = \text{constant}.$$

2. Generalizarea în spațiu are următorul enunț :

Un poliedru cu n fețe ale căror arii le notăm cu $s_1, s_2, \ldots, s_n$ este circumscris unei sfere cu centrul I și raza r. O altă sferă (ε) este concentrică cu prima sferă. Fie M_1, mulțimea punctelor de pe sfera (ε) situate în interiorul poliedrului sau pe una din fețele lui și M_2, mulțimea punctelor de pe (ε) situate în afara poliedrului. Notăm cu $T_1, T_2, T_3, \ldots, T_n$, punctele de contact ale primei sfere cu fețele poliedrului și cu $l_1, l_2, \ldots, l_n$ distanțele unui punct P de pe (ε) la punctele $T_1, T_2, \ldots, T_n$.

a) Să se arate că suma $s_1 \cdot l_1^2 + s_2 \cdot l_2^2 + \ldots + s_n \cdot l_n^2$ este constantă pentru orice $P \in M_1$.

b) că unii termeni ai sumei de mai sus sînt precedați de semnul minus, atunci cînd $P \in M_2$.

Soluție. a) Fie $v_1, v_2, \ldots, v_n$ volumele piramidelor cu vîrful comun în P și avînd ca baze, fețele poliedrului, ce au, respectiv, ariile $s_1, s_2, \ldots, s_n$ iar V = volumul poliedrului. Avem evident :

$$v_1 + v_2 + \ldots + v_n = V \qquad (2)$$

Fie $i_1, i_2, \ldots, i_n$ distanțele punctului P, la fețele poliedrului, egalitatea (2) devine :

$$s_2 \cdot i_1 + s_2 \cdot i_2 + \ldots + s_n \cdot i_n = 3V \qquad (3)$$

Ducem IQ_1 perpendiculară pe PT_1 și PL_1 perpendiculară pe fața care are aria s_1. Triunghiurile dreptunghice IT_1Q_1 și PT_1L_1 sînt asemenea și ne dau:

$$\frac{r}{PT_1} = \frac{Q_1T_1}{i_1} \tag{4}$$

Notăm cu N_1 punctul unde dreapta PT_1 intră în sfera înscrisă. Avem $Q_1T_1 = \frac{N_1T_1}{2}$. Din (4) avem:

$$i_1 = \frac{PT_1 \cdot N_1T_1}{2r} = \frac{PT_1 \cdot (PT_1 - PN_1)}{2r} = \frac{PT_1^2 - PT_1 \cdot PN_1}{2r}$$

Produsul $PT_1 \cdot PN_1$ este puterea punctului P față de sfera înscrisă și este constant; îl notăm cu ρ^2. Rezultă:

$$2r \cdot i_1 + \rho^2 = l_1^2$$

și înmulțind cu s_1:

$$2r \cdot s_1 \cdot i_1 + \rho^2 \cdot s_1 = l_1^2 \cdot s_1$$

analog avem:

$$2r \cdot s_2 \cdot i_2 + \rho^2 \cdot s_2 = l_2^2 \cdot s_2$$

. . . . . .

$$2r \cdot s_n \cdot i_n + \rho^2 \cdot s_n = l_n^2 \cdot s_n$$

Adunăm aceste egalități și găsim:

$$2r \cdot \sum_1^n s_j \cdot i_j + \rho^2 \cdot \sum_1^n s_j = \sum_1^n l_j^2 \cdot s_j$$

sau:

$$\sum s_j \cdot l_j^2 = 6r\,V + \rho^2 \cdot A_t = \text{constant}$$

(A_t = aria totală a poliedrului)

b) Dacă $P \in M_2$ și dacă planele unor fețe ale poliedrului lasă deoparte a lor poliedrul și de cealaltă parte punctul P, atunci volumele piramidelor cu vîrful în P și cu bazele fețele respective ale poliedrului, intră cu semnul minus în suma din enunțul problemei. Rezultatul este tot o constantă, valabilă numai pentru regiunea spațiului care îndeplinește condiția de poziție a punctului P în raport cu unele plane ale fețelor poliedrului.

Corneliu Georgescu, Craiova

CALEIDOSCOP FIZIC

1. *Ciocanul hidraulic.* Se știe că dacă o pîlnie îngustă este introdusă etanș, în gîtul unei sticle, apa din pîlnie nu va curge în sticlă, deoarece aerul existent în interiorul ei opune o rezistență apei.

Nu același lucru se întîmplă dacă în sticlă în loc de aer s-ar afla vapori saturanți. Să avem un aparat ca cel din figura 1, confecționat de

obicei, din sticlă. Se observă că este format dintr-un tub continuat cu un balon și apoi cu un alt balon în formă de pară. În aparat se găsește apă pînă la jumătate din tub și vapori de apă saturanți.

Dacă se întoarce aparatul cu tubul în sus, astfel ca apa să umple volumul în formă de pară, la o întoarcere bruscă a aparatului cu tubul în jos, apa va trece cu ușurință în tub.

Experiența ne arată că presiunea vaporilor de apă saturanți care umplu partea de jos a aparatului nu se mărește cînd volumul vaporilor se micșorează. Se observă de asemenea că vaporii saturanți nu vor opune o rezis-

Fig. 1

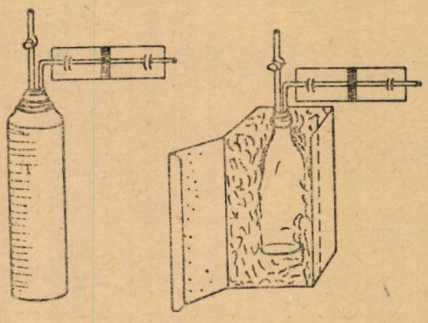


Fig. 2

tență și vor permite apei să treacă în tub prin gîtul îngust al balonului. La micșorarea volumului vaporilor de apă, aceștia se condensează repede, astfel că densitatea lor rămîne constantă, atunci cînd temperatura va rămîne neschimbată. Dacă aparatului i se imprimă o mișcare bruscă în sus, astfel ca și apa să se ridice în sus, în cădere apa produce un zgomot pe fundul tubului, amintind lovitura unui corp dur ce cade pe sticlă. De aici și denumirea aparatului — ciocanul hidraulic.

Fenomenul observat se explică în felul următor. Prin ridicarea apei, în partea inferioară a aparatului se formează un spațiu ocupat în întregime de vapori saturanți. În timpul căderii apei, vaporii se condensează brusc, iar apa cade, neopunîndu-i-se nici o rezistență și produce zgomotul amintit mai sus.

În locul aparatului descris se poate întrebuința o eprubetă mare cu un fund destul de rezistent. Se umple eprubeta cam jumătate cu apă, o astupăm etanș cu un dop de cauciuc și o încălzim. Cînd apa începe să fiarbă se deschide puțin eprubeta și se lasă să fiarbă așa încă vre-o zece secunde. Se astupă apoi, etanș eprubeta, se îndepărtează de la flacără și se lasă să se răcească pînă la temperatura camerei.

Experiența (producerea zgomotului) se face ca și cu ciocanul hidraulic propriu-zis.

În cazul cînd nu se obține zgomotul caracteristic toate operațiile se repetă străduindu-ne ca în timpul fierberii tot aerul din eprubetă să fie înlocuit cu vapori de apă, iar eprubeta să fie închisă la timp.

2. *Un altimetru sensibil.* În dotarea laboratorului de fizică să fie și aparatul numit altimetru.

Un altimetru simplu, dar destul de sensibil (fig. 2) poate fi construit din rezervorul unui termos, în felul următor. În dopul de cauciuc al termosului se fac două deschideri prin care vor trece două tuburi de sticlă cu diametrul interior de aproximativ 2 mm. Primul tub de lungime 150—180 mm se îndoaie în unghi drept, ultima parte avînd lungimea de 30 mm. Prin cealaltă deschidere se introduce un al doilea tub din sticlă care are un robinet cu dop bine șlefuit. Pentru a asigura etanșeitatea se va avea grijă ca ambele tuburi să fie introduse prin presare în termos, prin dopul de cauciuc.

De cotul orizontal al tubului îndoit se fixează cu ajutorul a două cleme, un ecran din carton alb de 120 mm × 30 mm dimensiune. Înainte de experiență, canalul tubului se spală cu grijă cu spirt și se introduce în el puțin mercur pentru a obține o coloană de 10—15 mm lungime.

În cazul cînd nu avem la îndemînă un termos, acesta poate fi înlocuit cu un balon de sticlă sau chiar cu o sticlă cu o capacitate de 1—2 litri. Balonul de sticlă se astupă ermetic cu un dop prin care trec un racord cu un robinet și un tub îndoit (fig. 2).

Pentru ca temperatura din balon să nu varieze o dată cu variația altitudinii, în jurul balonului se pune un strat gros de vată și totul se închide într-o cutie de carton. Se trece apoi, la etalonarea aparatului.

Pentru aceasta se deschide robinetul și se lasă cîteva secunde pînă cînd presiunea din interiorul balonului de sticlă va fi egală cu presiunea atmosferică exterioară.

Cunoscînd altitudinea locului se notează pe ecran poziția coloanei de mercur, de exemplu, capătul din stînga al coloanei, după care robinetul se închide. Ridicîndu-ne cu aparatul la diferite înălțimi, sa va nota prin linioare, pozițiile succesive ale coloanei de mercur pentru diferite înălțimi cunoscute. Se observă că, cu cît ne ridicăm mai sus, coloana de lichid se va deplasa spre capătul tubului, ceea ce ne arată o scădere a presiunii aerului.

Pe măsură ce coborîm aparatul coloana de mercur se apropie de termos, astfel ca atunci cînd aparatul va fi din nou pe sol, coloana de mercur va fi în poziția inițială.

Aparatul astfel etalonat poate servi la măsurarea diferitelor înălțimi mici și necunoscute. În timpul experienței se va avea grijă ca tubul cu coloana de mercur să rămînă totdeauna în poziție orizontală.

Asistent *Tudose Cosma*, Galați

PROBLEME REZOLVATE

Problema 5413

Se dă o prismă triunghiulară cu latura bazei l și cu înălțimea h. Notăm cu ABC și A'B'C' respectiv baza de sus și baza de jos. Prin A se duce un plan Q paralel cu latura opusă B'C'. El secționează prisma după un triunghi AMN (M pe BB' și N pe CC').

a) *Din A' se duce A'P perpendiculară pe planul Q. Să se arate că punctul P este situat pe înălțimea AI a triunghiului AMN.*

b) *Să se determine poziția planului Q cînd P este conjugat armonic cu centrul de greutate al triunghiului AMN în raport cu A și I. Discuție. Să se calculeze segmentul CN cînd problema este posibilă.*

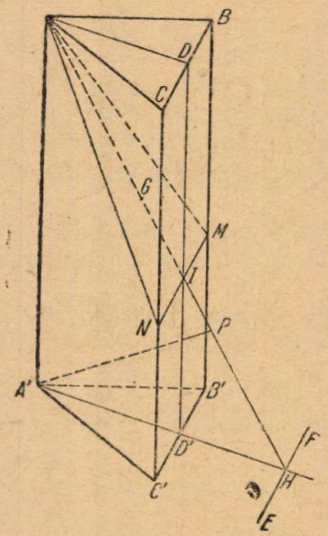
c) *În cazul cînd există două plane Q în condițiile punctului 2, presupunem că unul din planele Q face cu planul A'B'C' un unghi de 60°. Să se afle în acest caz, ce relație există între h și l și care este unghiul dintre cele două plane Q.*

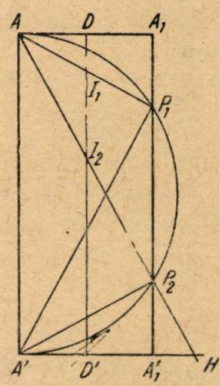
Anastasie Petrescu, Craiova

Soluția autorului. a) Pentru că *B'C'* și planul *Q* sînt paralele rezultă că *MN*, *B'C'* și *BC* sînt paralele. Apoi, *BM=CN*, *AM=AN*, deci triunghiul *AMN* este isoscel și înălțimea *AI* este și mediană.

Pentrucă *MN* este perpendiculară și pe *AI* și pe *AA'* rezultă că *MN* este perpendiculară pe planul *AA'I*. Urmează că planul *Q* conținînd pe *MN* este perpendicular pe planul *AA'I*, dreapta lor de intersecție fiind *AI*. În planul *AA'I*, din *A'* se duce *A'P* perpendiculară pe *AI*; rezultă că *A'P* este perpendiculară pe planul *Q* și că punctul *P* este situat pe înălțimea *AI* a triunghiului *AMN*.

b) *Determinarea planului Q*. Planul *AA'I* intersectează fața *BCB'C'* a prismei după dreapta *DD'* paralelă cu *BB'* și *CC'* și care împarte în cîte două părți egale pe *BC* și *B'C'*. Ca să determinăm o anumită poziție a planului *Q* este suficient să-l aflăm pe *DI=BM=CN*.





Pentru ca punctul *P* să fie conjugat armonic cu *G* față de *A* și *I*, trebuie ca $\frac{AP}{PI}=\frac{2}{1}$. De aci rezultă că *AI=IP*. În planul *AA'DD'*, cînd punctul *I* se mișcă, punctul *P* descrie o dreaptă paralelă cu *DD'* și la distanța $A_1D=AD=\frac{l\sqrt{3}}{2}$ de ea. Deci, punctul *P* se găsește pe dreapta A_1A_1' simetrică cu *AA'* față de *DD'*.

Cum $A'P$ este perpendiculară pe AP rezultă că punctul P se va găsi și pe cercul de diametru $AA'=h$. Deci, punctul P va fi la intersecția cercului de diametru AA' cu simetrica muchiei AA' față de DD'. Punctul P fiind determinat rezultă că și punctul I este determinat, deci și poziția planului Q.

Discuție. Ca să existe punctul P în condițiile cerute de problemă, trebuie ca cercul de diametru AA' să intersecteze dreapta $A_1'A_1$ simetrica muchiei AA' față de DD'. Deci, avem următoarele cazuri:

— Dacă $\frac{h}{2} > l\sqrt{3}$, cercul intersectează dreapta A_1A_1' în două puncte P_1 și P_2; deci, vor fi două plane Q_1 și Q_2 în condițiile cerute de problemă.

— Dacă $\frac{h}{2} = l\sqrt{3}$, dreapta A_1A_1' este tangenta cercului, se obține un singur punct P, deci un singur plan Q.

— Dacă $\frac{h}{2} < l\sqrt{3}$ cercul nu mai intersectează dreapta A_1A_1', deci nu mai există plane Q în condițiile cerute de problemă.

Observăm că $CN=BM=DI$; dar $DI=\frac{A_1P}{2}$.

În cazul $\frac{h}{2} > l\sqrt{3}$ există două plane Q_1 și Q_2 și două puncte P_1 și P_2. Aceste puncte sînt simetrice față de mediatoarea lui AA'; deci $A_1P_2=P_1A_1'$. Notînd $A_1P_1=x$ și $P_1A_1'=y$, din triunghiul AP_1A' obținem ecuațiile: $x+y=h$ și $xy=3l^2$.

Rezolvînd acest sistem se obține:

$$x=A_1P_1=\frac{h-\sqrt{h^2-12l^2}}{2},\quad y=P_1A_1'=A_1P_2=\frac{h+\sqrt{h^2-12l^2}}{2}$$

$$\text{Deci, } DI_1=\frac{h-\sqrt{h^2-12l^2}}{4},\quad DI_2=\frac{h+\sqrt{h^2-12l^2}}{4}$$

În cazul $\frac{h}{2}=l\sqrt{3}$ există un singur plan Q deci un singur punct P și $A_1P=\frac{h}{2}$, $DI=\frac{h}{4}=\frac{l\sqrt{3}}{2}$.

c) Relația dintre h și l — Presupunem că planul Q face cu planul $A'B'C'$ un unghi de 60°. Dreapta $B'C'$ fiind paralelă cu Q rezultă că planul $A'B'C'$ intersectează planul Q după o dreaptă EF paralelă cu $B'C'$. Unghiul format de cele două plane este $\sphericalangle AHA'$.

Unghiul HAA' este de 30°, deci coarda $A'P_2$ este latura exagonului regulat înscris, $A'P_2=\frac{h}{2}$.

De asemenea, unghiul $HA'P_2=30'$, deci în triunghiul $P_2A'A_1'$, $P_2A_1'=\frac{1}{2}A'P_2=\frac{h}{4}$.

În triunghiul $A'P_2A_1'$ avem : $\frac{h^2}{4} = 3l^2 + \frac{h^2}{16}$, din care rezultă $h=4l$.

Planele Q_1 și Q_2 fiind paralele cu $B'C'$ se intersectează după o dreaptă care trece prin A și este paralelă cu $B'C'$. Rezultă că dreptele AI_1 și AI_2 sînt perpendiculare pe dreapta de intersecție a planelor Q_1 și Q_2, deci unghiul acestor plane este I_1AI_2. Dar, arcul AP_1=arcul $A'P_2$=60°, deci arcul P_1P_2=60° și unghiul I_1AI_2=30°.

Problema 5415

Stația interplanetară sovietică a făcut înconjurul Lunei și a fotografiat partea invizibilă de la o distanță de 7500 km. Știind că raportul volumelor Lunei și Pămîntului este 0,02, raza Pămîntului 6400 km, iar masa Lunei $7{,}3 \cdot 10^{19}$ t și a Pămîntului $6 \cdot 10^{27}$ g, se cere : a) viteza de rotație a stației în jurul lunei ; b) de cîte ori este mai mare accelerația gravitațională a Pămîntului la înălțimea de 7500 km decît a Lunei la aceeași înălțime.

C. Dinulescu, profesor, Buzău

Soluția autorului. — a) $\frac{V_L}{V_p} = \frac{2}{100} = \frac{1}{50}$; $\frac{R_L^3}{R_L^3} = \frac{1}{50}$; $R_L^3 = \frac{R_p^3}{50}$;

$R_L = \frac{R_p}{\sqrt[3]{50}} = \frac{6400}{3{,}6} \approx 1777$ km.

$$v = \sqrt{\frac{K \cdot M_L}{R_L + h}} \text{ cm/sec} = \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot 73 \cdot 10^{25}}{(1777 + 7500) \cdot 10^5}} = \sqrt{\frac{49 \cdot 10^{17}}{9277 \cdot 10^5}} =$$

$$= \frac{7 \cdot 10^6}{96} \text{ cm/s} = 72916 \text{ cm/s} \approx 0{,}73 \frac{\text{Km}}{\text{s}}$$

b) $\frac{g_1}{g} = \frac{R^2}{(R+h)^2}$; pentru Pămînt $g_{1p} = g_p \frac{R_p^2}{(R_p + h)^2}$ sau, știind că $g_p = \frac{K \cdot M_p}{R_p^2}$ avem : $g_{1p} = \frac{K \cdot M_p}{(R_p + h)^2}$

Același raționament pe Lună :

$g_{1L} = \frac{K \cdot M_L}{(R_L + h)^2}$. Făcînd raportul avem $\frac{g_{1p}}{g_{1L}} = \frac{K \cdot M_p}{(R_p + h)^2} \cdot \frac{(R_L + h)^2}{K \cdot M_L} =$

$$= \frac{6 \cdot 10^{27}}{7{,}3 \cdot 10^{25}} \cdot \frac{(1777 + 7500)^2 \cdot 10^{10}}{(6400 + 7500)^2 \cdot 10^{10}} \cong 37\, g_{1L}$$

Problema 5416

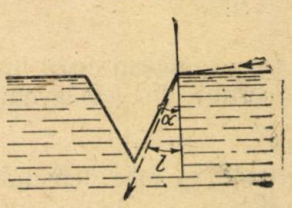
Un vas conic gol, fără capac, cu pereții de grosime neglijabilă, plutește cufundat pînă la deschiderea sa într-un lichid transparent. Știind că vasul a fost construit cît mai încăpător, dar astfel ca suprafața sa în contact cu lichidul să nu poată fi văzută din aer, iar densitatea superfi-

cială (în g/cm²) a pereților vasului este egală cu densitatea (în g/cm³) a lichidului, să se calculeze capacitatea vasului. (Vitezele luminii în aer și în lichid se iau respectiv 300 000 km s și 200 000 km/s, iar greutatea aerului din vas se neglijează).

Tudor Zamfirescu

Soluție. — Fie h înălțimea conului și α unghiul dintre axul și o generatoare a conului. Aria laterală este

$$A = 2\pi \cdot h \operatorname{tg}\alpha \cdot \frac{h}{\cos\alpha} \cdot \frac{1}{2} = \pi h^2 \frac{\sin\alpha}{\cos^2\alpha}$$



de unde $h = \cos\alpha \sqrt{\frac{A}{\pi \sin\alpha}}$, iar volumul este

$$V = \pi (h \operatorname{tg}\alpha)^2 \cdot h \cdot \frac{1}{3} = \frac{\pi}{3} h^3 \frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}$$

și înlocuind

$$V = \frac{\pi}{3}\left(\cos\alpha \sqrt{\frac{A}{\pi \sin\alpha}}\right)^3 \frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha} = \frac{A}{3}\sqrt{\frac{A}{\pi}} \cdot \cos\alpha \sqrt{\sin\alpha}$$

Să calculăm unghiul α, $\left(0 < \alpha < \frac{\pi}{2}\right)$, pentru care la aceeași arie A să corespundă volum maxim. Derivînd în raport cu α găsim,

$$V'(\alpha) = \frac{A}{3}\sqrt{\frac{A}{\pi}}\left(-\sin\alpha \sqrt{\sin\alpha} + \frac{\cos^2\alpha}{2\sqrt{\sin\alpha}}\right)$$

adică $V'(\alpha) = 0$ cînd

$$\frac{\cos^2\alpha}{2\sqrt{\sin\alpha}} = \sin\alpha \sqrt{\sin\alpha} \text{ sau : } \cos^2\alpha = 2\sin^2\alpha$$

adică pentru $\sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Se vede ușor că $\alpha = \operatorname{arc\,sin} \frac{1}{\sqrt{3}}$ e punctul de maxim, căci $V'(\alpha) > 0$ pentru $\alpha \in \left(0, \operatorname{arc\,sin} \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ și $V'(\alpha) < 0$ pentru $\alpha \in \left(\operatorname{arc\,sin} \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{\pi}{2}\right)$.

Unghiul de incidență limită l al lichidului față de aer este dat de formula

$$\sin l = \frac{v_1}{v_2}$$

unde v_1 și v_2 sînt respectiv vitezele luminii în lichid și în aer, deci,

$$\sin l = \frac{200\,000}{300\,000}$$

de unde $l = \operatorname{arc\,sin} \frac{2}{3}$.

Suprafața vasului în contact cu lichidul nu poate fi văzută din aer, deci, $\alpha \geqslant 1$. Cum $l \in \left(\text{arc sin } \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{\pi}{2}\right)$ căci $\frac{1}{\sqrt{3}} < \frac{2}{3} < l$ și $V(\alpha)$ e descrescătoare în acest interval, rezultă că, pentru ca vasul să fie cît mai încăpător, trebuie ca $\alpha = l$, adică

$$\sin \alpha = \frac{2}{3}.$$

Conform legii lui Arhimede și ținînd seama că neglijăm greutatea aerului din vas avem:

$$A \cdot \varrho_p = V \cdot \varrho_e$$

unde ϱ_p este densitatea superficială a pereților vasului, iar ϱ_e densitatea lichidului. Dar $\varrho_p = \varrho_e$, exprimîndu-le în g/cm² și respectiv g/cm³. Deci, $A = V$ exprimîndu-le în cm² și respectiv în cm³.

Înlocuim pe A și apoi pe sin α în

$$V = \frac{A}{3}\sqrt{\frac{A}{\pi}}\cos\alpha\sqrt{\sin\alpha}$$

avem

$$V = \frac{V}{3}\sqrt{\frac{V}{\pi}}\cos\alpha\sqrt{\sin\alpha}$$

de unde

$$V = 3^5\frac{\pi}{10} \approx 76{,}340 \text{ cm}^3.$$

Problema 5425

Printr-un fir de argint cu secțiunea de 0,03 mm² trece un curent de 0,1 A. Să se calculeze viteza de transport a electronilor și să se compare cu viteza medie patratică de agitație termică a electronilor, știind că firul se încălzește pînă la 40°C. Densitatea argintului este de 10,5 g/cm³, iar constanta lui Boltzman are valoarea 0,138 . 10⁻¹⁵ ergi.

Vasiliu Florian, elev, Bacău

Soluția autorului. Viteza medie de transport a electronilor e dată de relația $V = \frac{i}{n_0 e}$, unde $i = \frac{I}{S}$ este densitatea curentului, n_0, numărul de electroni liberi în unitatea de volum a metalului, iar e sarcina electronului.

În cazul nostru $i = 10^{12}\ \frac{\text{u.C.G.S}\ \varepsilon_0}{\text{cm}^2}$ și $v_0 = \frac{N}{\mu}\delta$, unde $N = 6.10^{23}$ este numărul lui Avogadro, $\mu = 108\ \frac{\text{gr}}{\text{mol}}$ este greutatea unui atomgram de argint, iar $\delta = 10{,}5\ \frac{g}{\text{cm}^3}$ este densitatea metalului. Pentru e avem valoarea $e = 4{,}8 \cdot 10^{-10}$ u.C.G.S ε_0.

Inlocuirea în formula de mai sus ne dă:

$$v = 0{,}035 \frac{\text{cm}}{\text{s}};$$

viteza medie patratică de agitație termică a electronilor se determină cu ajutorul relației $u = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$, unde k este constanta lui Boltzmann, T temperatura firului, iar m masa electronului. Înlocuind datele cunoscute în această formulă și efectuînd calculele obținem:

$$u = 12 \cdot 10 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

În cele două rezultate se observă că viteza medie patratică de agitație termică e mult mai mare decît viteza de transport, raportul celor două viteze fiind în cazul nostru: $\frac{u}{v} = \frac{1}{3} \cdot 10^9$.

Problema 5446

Să se arate că:

$$1 \cdot p + 2(p+1) + 3(p+2) + \ldots + n(n+p-1) = \frac{n(n+1)(2n+3p-2)}{6}$$

unde n și p sînt numere naturale.

A. Leonte, București

Soluție. Demonstrăm prin metoda inducției complete.
În cazul particular $p=1$ relația este adevărată.
Într-adevăr,

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + n^n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Presupunem că

$$1(p-1) + 2 \cdot p + 3(p+1) + \ldots + n(n+p-2) = \frac{n(n+1)(2n+3p-5)}{6}$$

să adunăm la primul termen *1*, la al doilea termen 2, la al treilea 3 ș.a.m.d. Obținem astfel:

$$1 \cdot p + 2(p+1) + 3(p+2) + \ldots + n(n+p-1) =$$
$$= \frac{n(n+1)(2n+3p-5)}{6} + \frac{n(n+1)}{2}$$

Dăm factor comun:

$$\frac{n(n+1)}{2}\left[\frac{2n+3p-5}{3} + 1\right] = \frac{n(n+1)(2n+3p-2)}{6}.$$

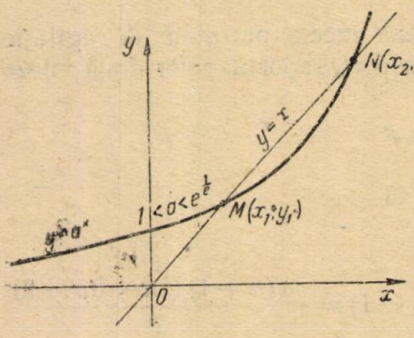
Problema 5524

Se dă funcția exponențială $y = a^x$ *cu* $a > 1$.

a) Să se determine a astfel încît curba exponențială să taie prima bisectoare; b) Să se determine a, astfel încît curba exponențială să fie tangentă la prima bisectoare.

Miron Oprea, Ploiești

Soluție. a) avem de rezolvat ecuația transcendentă $f(x) = a^x - x = 0$. Vom determina pe a cu ajutorul șirului lui Rolle și avem: $f'(x) = a^x \ln a - 1 = 0$, de unde $a^x = \frac{1}{\ln a}$ și $x = -\frac{\ln(\ln a)}{\ln a}$. Din figură se



constată imediat că $x \in (0, +\infty)$, și, $\frac{\ln(\ln a)}{\ln a} < 0$, adică $a \in (1, e)$.

Formăm acum șirul lui Rolle:

x	0	$-$	$\frac{\ln(\ln a)}{\ln a}$	$+\infty$
$f(x)$	1		$\frac{\ln(e \ln a)}{\ln a}$	$+\infty$

Pentru ca ecuația să aibă soluții reale, trebuie ca: $\ln(e \ln a) < 0$, de unde rezultă că $e \ln a < 1$ sau $\ln a < \frac{1}{e}$, deci $a < e^{\frac{1}{e}}$ De aci rezultă că: pentru ca curba $y = a^x$ să taie dreapta $y = x$ trebuie ca $a \in (1, e^{\frac{1}{e}})$.

b) Se constată imediat că dacă $a = e^{\frac{1}{e}}$, atunci funcția exponențială este tangentă la dreapta $y = x$ în punctul $x = e$, care e rădăcina ecuației $e^{\frac{x}{e}} - x = 0$.

Problema 5527

Dacă între laturile unui triunghi ABC există relația

$$b^2 + c^2 = a(b + c).$$

a) Să se exprime în numere întregi laturile unui astfel de triunghi, b) Să se arate că razele cercurilor exînscrise triunghiului sînt în progresie geometrică; c) Dacă între laturile triunghiului ABC mai există și relația $2a = (b + c)\sqrt{3}$, *triunghiul are un unghi de 30°.*

Gh. Popescu

Soluție. a) Relația dată se mai scrie:

$$(b + c)^2 - a(b + c) = 2bc; \quad (b + c)(b + c - a) = 2bc$$

Punem: $b + c = 2\lambda b$; $b + c - a = \frac{c}{\lambda}$, de unde $c = b\,(2\lambda - 1)$;

$$a = b.\frac{2\lambda^2 - 2\lambda + 1}{\lambda}$$

Luînd $b = \lambda$, obținem $a = 2\lambda^2 - 2\lambda + 1$; $c = \lambda\,(2\lambda - 1)$.

Scriind că $a + b > c$ și $a - b < c$, deducem $\lambda > \frac{1}{2}$, deci λ este număr natural.

b) Se cunosc relațiile:

$$r_a = p \cdot \operatorname{tg}\frac{A}{2}\ ;\ r_b = p \cdot \operatorname{tg}\frac{B}{2}\ ;\ r_c = p \cdot \operatorname{tg}\frac{C}{2}\ .$$

Dacă: $\operatorname{tg}^2\frac{A}{2} = \operatorname{tg}\frac{B}{2} \cdot \operatorname{tg}\frac{C}{2}$ atunci și $r_a^2 = r_b \cdot r_c$.

Relația din enunț se mai scrie:

$$(b + c)\,(b + c - a) = 2bc\ ;$$

$$(\sin B + \sin C)(\sin B + \sin C - \sin A) = 2 \sin B \cdot \sin C$$

$$\text{dar, } \sin B + \sin C - \sin A = 4 \sin\frac{B}{2} \cdot \sin\frac{C}{2} \cdot \cos\frac{A}{2}$$

$$\sin B + \sin C = 2 \sin\frac{B + C}{2} \cos\frac{B - C}{2} = 2 \cos\frac{A}{2} \cos\frac{B - C}{2}$$

$$\sin B = 2 \sin\frac{B}{2} \cos\frac{B}{2}\ ;\ \sin C = 2 \sin\frac{C}{2} \cos\frac{C}{2}\ .$$

Înlocuind avem:

$$\cos^2\frac{A}{2} = \frac{\cos\frac{B}{2} \cdot \cos\frac{C}{2}}{\cos\frac{B - C}{2}} \quad \text{sau:} \quad \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2\frac{A}{2}} = \frac{1}{1 + \operatorname{tg}\frac{B}{2} \cdot \operatorname{tg}\frac{C}{2}}$$

de unde:

$$\operatorname{tg}^2\frac{A}{2} = \operatorname{tg}\frac{B}{2} \cdot \operatorname{tg}\frac{C}{2}\ .$$

c) Relația $2a = (b + c)\sqrt{3}$ se mai scrie

$$\frac{2 \sin A}{\sin B + \sin C} = \sqrt{3}\ ;\quad \frac{4 \sin\frac{A}{2} \cdot \cos\frac{A}{2}}{2 \cos\frac{A}{2} \cdot \cos\frac{B - C}{2}} = \sqrt{3}\ ;\quad \frac{\cos\frac{B + C}{2}}{\cos\frac{B - C}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}\ ;$$

$$\frac{1 - \operatorname{tg}\frac{B}{2} \cdot \operatorname{tg}\frac{C}{2}}{1 + \operatorname{tg}\frac{B}{2} \cdot \operatorname{tg}\frac{C}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}\ ;\ \operatorname{tg}\frac{B}{2} \operatorname{tg}\frac{C}{2} = \frac{2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} = (2 - \sqrt{3})^2.$$

Dar, conform relației $b^2 + c^2 = a(b + c)$ avem:

$$\operatorname{tg}\frac{B}{2}\operatorname{tg}\frac{C}{2} = \operatorname{tg}^2\frac{A}{2}\text{; deci, } \operatorname{tg}^2\frac{A}{2} = (2-\sqrt{3})^2\text{; } \operatorname{tg}\frac{A}{2} = 2-\sqrt{3}$$

de unde: $A = 30°$.

Problema 5528

Se dă expresia:

$$N = 30xyz + 6xy + 10xz + 15yz + 2x + 3y + 5z + 1$$

unde $\{x, y, z\} \subset N$. *Să se determine cel mai mic cub cuprins în expresia dată.*

I. Mănescu, profesor, R. Vîlcea

Soluție. Avem $N = 5z(6xy + 2x + 3y) + (6xy + 2x + 3y) + (5z + 1)$ sau

$N = (6xy + 2x + 3y)(5z + 1) + (5z + 1)$; $N = (5z + 1)(2x + 1)(3y + 1)$.

Pentru a obține un cub trebuie să avem $2x + 1 = 3y + 1 = 5z + 1$ adică un sistem nedeterminat, cu soluții în N. Scriem în continuare:

$$2x + 1 = 3y + 1 \text{ sau } 2x = 3y \text{ sau } x = \frac{3y}{2}$$

$$2x + 1 = 5z + 1 \text{ sau } 2x = 5z \text{ sau } x = \frac{5z}{2}$$

$$3y + 1 = 5z + 1 \text{ sau } 3y = 5z \text{ sau } y = \frac{5z}{3}$$

Din egalitatea $y = \frac{5z}{3}$ deducem că z trebuie să primească valorile: 3, 6, 9, 12 etc. pentru ca $y \in N$. Dar valorile lui z trebuind să verifice ecuația $x = \frac{5z}{2}$, urmează că

$$z \in \{6, 12, 18, \ldots\}$$

Deci, pentru cel mai mic cub $z = 6$. Atunci $x = \frac{5 \cdot 6}{2} = 15$; $x = 15$

Din ecuația $x = \frac{3y}{2}$ deducem $30 = 3y$; $y = 10$. Cubul cel mai mic este

$$N = (2 \cdot 15 + 1)(3 \cdot 10 + 1)(5 \cdot 6 + 1) = 31^3.$$

Problema 5543

Să se demonstreze identitatea:

$$\frac{\sin a \cdot \operatorname{tg}^2 a}{\sin(b-a) \cdot \sin(c-a)} + \frac{\sin b \cdot \operatorname{tg}^2 b}{\sin(c-b) \cdot \sin(a-b)} + \frac{\sin c \cdot \operatorname{tg}^2 c}{\sin(a-c) \cdot \sin(b-c)} = \frac{\operatorname{tg} a + \operatorname{tg} b + \operatorname{tg} c}{\cos a \cdot \cos b \cdot \cos c}.$$

* * *

Soluție dată de *T. Anghelache,* elev Pitești. Fie determinantul:

$$\Delta = \begin{vmatrix} \operatorname{tg}^3 a & \operatorname{tg}^3 b & \operatorname{tg}^3 c \\ \operatorname{tg} a & \operatorname{tg} b & \operatorname{tg} c \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

care dezvoltat după prima linie dă:

$$\Delta = \operatorname{tg}^3 a\,(\operatorname{tg} b - \operatorname{tg} c) + \operatorname{tg}^3 b\,(\operatorname{tg} c - \operatorname{tg} a) + \operatorname{tg}^3 c\,(\operatorname{tg} a - \operatorname{tg} b). \quad (1)$$

Dacă dezvoltăm același determinant după ultima linie, după ce mai întîi scădem coloana întîia dintr-a doua și coloana a doua dintr-a treia, adică determinantul:

$$\Delta = \begin{vmatrix} \operatorname{tg}^3 a & \operatorname{tg}^3 b - \operatorname{tg}^3 a & \operatorname{tg}^3 c - \operatorname{tg}^3 b \\ \operatorname{tg} a & \operatorname{tg} b - \operatorname{tg} a & \operatorname{tg} c - \operatorname{tg} b \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

obținem:

$$\Delta = (\operatorname{tg}^3 b - \operatorname{tg}^3 a)(\operatorname{tg} c - \operatorname{tg} b) - (\operatorname{tg} b - \operatorname{tg} a)\,(\operatorname{tg}^3 c - \operatorname{tg}^3 b)$$

sau:

$$\Delta = (\operatorname{tg} b - \operatorname{tg} a)\,(\operatorname{tg} c - \operatorname{tg} b)\,(\operatorname{tg}^2 a + \operatorname{tg}^2 b + \operatorname{tg} a\ \operatorname{tg} b) -$$
$$-(\operatorname{tg} b - \operatorname{tg} a)\,(\operatorname{tg} c - \operatorname{tg} b)\,(\operatorname{tg}^2 b + \operatorname{tg}^2 c + \operatorname{tg} b\ \operatorname{tg} c)$$

sau:

$$\Delta = (\operatorname{tg} b - \operatorname{tg} a)\,(\operatorname{tg} c - \operatorname{tg} b)\,(\operatorname{tg}^2 a + \operatorname{tg}^2 b + \operatorname{tg} a\ \operatorname{tg} b -$$
$$-\operatorname{tg}^2 b - \operatorname{tg}^2 c - \operatorname{tg} b\ \operatorname{tg} c)$$

sau:

$$\Delta = (\operatorname{tg} b - \operatorname{tg} a)\,(\operatorname{tg} c - \operatorname{tg} b)\,[\operatorname{tg}^2 a - \operatorname{tg}^2 c + \operatorname{tg} b\,(\operatorname{tg} a - \operatorname{tg} c)]$$

sau:

$$\Delta = (\operatorname{tg} b - \operatorname{tg} a)\,(\operatorname{tg} c - \operatorname{tg} b)\,(\operatorname{tg} a - \operatorname{tg} c)\,(\operatorname{tg} a + \operatorname{tg} b + \operatorname{tg} c).$$

$$\Delta = -(\operatorname{tg} a - \operatorname{tg} b)\,(\operatorname{tg} b - \operatorname{tg} c)\,(\operatorname{tg} c - \operatorname{tg} a)\,(\operatorname{tg} a + \operatorname{tg} b + \operatorname{tg} c) \quad (2)$$

Egalînd 1) cu 2) obținem identitatea:

$$\operatorname{tg}^3 a\,(\operatorname{tg} b - \operatorname{tg} c) + \operatorname{tg}^3 b\,(\operatorname{tg} c - \operatorname{tg} a) + \operatorname{tg}^3 c\,(\operatorname{tg} a - \operatorname{tg} b) =$$
$$= -(\operatorname{tg} a - \operatorname{tg} b)\,(\operatorname{tg} b - \operatorname{tg} c)\,(\operatorname{tg} c - \operatorname{tg} a)\,(\operatorname{tg} a + \operatorname{tg} b + \operatorname{tg} c)$$

sau prin împărțire cu produsul:

$$(\operatorname{tg} a - \operatorname{tg} b)\,(\operatorname{tg} b - \operatorname{tg} c)\,(\operatorname{tg} c - \operatorname{tg} a)$$

obținem

$$\frac{\operatorname{tg}^3 a}{(\operatorname{tg} a - \operatorname{tg} b)(\operatorname{tg} c - \operatorname{tg} a)} + \frac{\operatorname{tg}^3 b}{(\operatorname{tg} a - \operatorname{tg} b)(\operatorname{tg} b - \operatorname{tg} c)} +$$
$$+ \frac{\operatorname{tg}^3 c}{(\operatorname{tg} b - \operatorname{tg} c)(\operatorname{tg} c - \operatorname{tg} a)} = -(\operatorname{tg} a + \operatorname{tg} b + \operatorname{tg} c)$$

sau:

$$\frac{\operatorname{tg}^3 a \cdot \cos^2 a \cdot \cos b \cdot \cos c}{\sin(a-b) \cdot \sin(c-a)} + \frac{\operatorname{tg}^3 b \cdot \cos^2 b \cdot \cos c \cdot \cos a}{\sin(a-b) \cdot \sin(b-c)} +$$

$$+ \frac{\operatorname{tg}^3 c \cdot \cos^2 c \cdot \cos a \cdot \cos b}{\sin(b-c) \cdot \sin(c-a)} = -(\operatorname{tg} a + \operatorname{tg} b + \operatorname{tg} c)$$

sau, după împărțire cu produsul $\cos a \cdot \cos b \cdot \cos c$ și înmulțire cu -1, obținem:

$$\frac{\operatorname{tg}^3 a \cdot \cos a}{\sin(b-a) \cdot \sin(c-a)} + \frac{\operatorname{tg}^3 b \cdot \cos b}{\sin(c-b) \cdot \sin(a-b)} +$$

$$+ \frac{\operatorname{tg}^3 c \cdot \cos c}{\sin(c-b) \cdot \sin(c-a)} = \frac{\operatorname{tg} a + \operatorname{tg} b + \operatorname{tg} c}{\cos a \cdot \cos b \cdot \cos c}.$$

Problema 5561

Se dau cercurile (C_1) $x^2 + y^2 - 2\lambda x = 0$ și

$$(C_2)\ 2(x^2 + y^2) - 2(1 + 2\lambda)x + (1 - 2\lambda)y + 4\lambda = 0,$$

λfiind un parametru.

a) *Să se arate că axa lor radicală trece printr-un punct fix;* b) *să se determine λ astfel încît ele să fie ortogonale;* c) *să se afle locul geometric al punctelor lor de intersecție cînd λ variază.*

V. Băghină, profesor, Breaza

Soluție. — a) Scriem cercul (C_2) sub forma normală:

$$(C_2)\ x^2 + y^2 - (1 + 2\lambda)x + (1 - 2\lambda)\frac{y}{2} + 2\lambda = 0$$

$$(C_1)\ x^2 + y^2 - 2\lambda x = 0.$$

Scăzînd pe (C_2) din (C_1) obținem $x - \frac{1-2\lambda}{2} y - 2\lambda = 0$, care reprezintă ecuația axei radicale a celor două cercuri. Se vede că această ecuație reprezintă un fascicol de drepte. Aducem ecuația la forma

$$2x - y + 2\lambda(y - 2) = 0.$$

Cele două drepte de bază sînt: $2x - y = 0$ și $y - 2 = 0$.

Rezolvînd acest sistem găsim: $y = 2$ și $x = 1$. Deci punctul fix prin care trece axul radical este V (1,2).

b) Condiția de ortogonalitate a două cercuri:

$$x^2 + y^2 + mx + ny + p = 0$$

$$x^2 + y^2 + m'x + n'y + p' = 0$$

este: $mm' + nn' = 2(p + p')$.

Înlocuind găsim :

$2\lambda(1+2\lambda) = 4\lambda$ sau : $4\lambda^2 - 2\lambda = 0$; $2\lambda(2\lambda - 1) = 0$; $\lambda_1 = 0$; $\lambda_2 = \frac{1}{2}$.

Dacă $\lambda = 0$ cercul (C_1) se reduce la un punct, origina. Excludem această valoare.

Pentru $\lambda = \frac{1}{2}$ cercurile vor avea următoarele ecuații :

$$(C_1)\ x^2 + y^2 - x = 0$$

$$(C_2)\ x^2 + y^2 - 2x + 1 = 0.$$

Deci cercul (C_2) se reduce la un punct. Prin urmare nu există cercuri reale care să fie ortogonale.

c) Pentru a afla locul geometric al punctelor lor de intersecție eliminăm pe λ între ecuația cercului (C_1) și ecuația axei radicale. Avem :

$$x^2 + y^2 - 2\lambda x = 0 \qquad (1)$$

$$x - \frac{1-2\lambda}{2} y - 2\lambda = 0. \qquad (2)$$

Din (1) găsim $2\lambda = \frac{x^2+y^2}{x}$.

Eliminăm numitorii în (2) și înlocuind pe 2λ scos din (1) găsim :

$$2x - \left(1 - \frac{x^2+y^2}{x}\right) y - 2\frac{x^2+y^2}{x} = 0$$

sau :

$$\frac{2x^2 - 2x^2 - 2y^2}{x} - \frac{x - x^2 - y^2}{x} y = 0$$

$$-\frac{2y^2}{x} - \frac{x - x^2 - y^2}{x} y = 0$$

$$\frac{y}{x}(x^2 + y^2 - x - 2y) = 0$$

de unde $y = 0$, adică unul din punctele de intersecție descrie axa xx' și $x^2 + y^2 - x - 2y = 0$, adică cel de-al doilea punct de intersecție descrie un cerc.

Problema 5563

Să se determine toate numerele de trei cifre distincte știind că atît ele cît și răsturnatele lor sînt divizibile cu 7.

V. Masgras, student București

Soluție. — Fie $N_1 = xyz$ numărul căutat, deci $x \neq y \neq z$. Avem $N_1 = 100x + 10y + z$ și răsturnatul lui N_1 va fi: $N_2 = 100z + 10y + x$.

Deoarece ni se dă că $N_1 = \mathfrak{M}\, 7$ și $N_2 = \mathfrak{M}\, 7$, rezultă că trebuie să avem și $N_1 + N_2 = \mathfrak{M}\, 7$, și $N_1 - N_2 = \mathfrak{M}\, 7$. Dar

$$N_1 + N_2 = 101x + 20y + 101z = \mathfrak{M}\, 7 \tag{1}$$

$$N_1 - N_2 = 99x - 99z = \mathfrak{M}\, 7 \tag{2}$$

Dar $101 = 98 + 3 = (14 \cdot 7 + 3)$; $20 = 21 - 1 = (3 \cdot 7 - 1)$ și deci, din (1) avem:

$$101x + 20y + 101z = 14 \cdot 7x + 3x + 3 \cdot 7y - y + 14 \cdot 7z + 3z = \mathfrak{M}\, 7$$

sau, trecînd toți multiplii de 7 în membrul doi:

$$3x - y + 3z = \mathfrak{M}\, 7 \tag{3}$$

Relația (2) se mai scrie: $99\,(x - z) = \mathfrak{M}\, 7$.

Deoarece 99 și 7 sînt numere prime între ele rezultă că $x - z = \mathfrak{M}\, 7$. Deoarece x și z sînt cifre mai mici sau cel mult egale cu 9 nu putem avea decît $x - z = 0$ și $x - z = 7$. Deoarece $x \neq z$, prima condiție cade și rămîne numai

$$x - z = 7 \tag{4}$$

Adunînd relația (3) cu relația (4) înmulțită cu 3 avem: $6x - y = \mathfrak{M}\, 7$; dar $6 = 7 - 1$, deci $7x - (x + y) = \mathfrak{M}\, 7$. De aici scoatem

$$x + y = \mathfrak{M}\, 7.$$

Dar, de asemenea nu putem avea decît $x + y = 7$ sau $x + y = 14$. Avem deci, de rezolvat sistemele:

$$x - z = 7;\ x + y = 7 \text{ și } x - z = 7;\ x + y = 14.$$

Primul sistem nu dă soluții acceptabile deoarece $x - z = 7 = x + y$, care duce la $y = -z$, deci la un rezultat absurd, deoarece y și z sînt cifre.

Rămîne să rezolvăm al doilea sistem. Din prima ecuația: $x = 7 + z$; din a doua ecuația: $y = 14 - x = 14 - 7 - z = 7 - z$, deci, $x = 7 + z$; $y = 7 - z$ reprezintă soluția sistemului, z fiind luat arbitrar.

În cazul problemei va trebui să avem:

$$7 \leqslant 7 + z \leqslant 9; \qquad 0 \leqslant z \leqslant 2,$$

$z = 0$ nu putem avea, căci atunci răsturnatul numărului xyz nu ar mai fi de trei cifre; rămîne deci, $z = 1$ și $z = 2$, pentru care avem:

I) $x = 7 + 1 = 8$; $y = 7 - 1 = 6$; $z = 1$, de unde $N_1 = 861$;

II) $x = 7 + 2 = 9$; $y = 7 - 2 = 5$; $z = 2$, de unde $N'_1 = 952$.

Deci, singurele numere de trei cifre care îndeplinesc condițiile problemei sînt: 168; 259; 861; 952, în care primele sînt tocmai răsturnatele celor două numere găsite.

CHESTIUNI DE EXAMEN *

Olimpiada de fizică 1963, etapa locală 17 februarie

5814. La capetele unei bare cu lungimea de 12 m se găsesc două corpuri cu greutățile: $G_1 = 50$ kgf și $G_2 = 70$ kgf. Corpurile se mișcă unul spre celălalt cu vitezele $v_1 = 2$ cm/s și $v_2 = 4$ cm/s. Neglijînd greutatea barei să se determine: a) Poziția centrului de greutate al sistemului la începutul mișcării; b) Poziția centrului de greutate în momentul întîlnirii corpurilor; c) Cu ce viteză s-a deplasat centrul de greutate între cele două poziții?

Lörincz Iosif și *Schwartz Ludovic* pentru cl. VIII, zi și seral

5815. Un vas de sticlă complet umplut cu mercur la 0° C conține 680 g mercur. Ce volum de mercur va ieși din vas dacă încălzim vasul cu mercur la 100°C. Se dau: coeficientul de dilatare al Hg de $18 \cdot 10^{-5}$ grad^{-1} coeficientul de dilatare al sticlei $26 \cdot 10^{-1}$ grad^{-1} și densitatea mercurului 13,6 g/cm^3.

Cl. X ș.m. și an III șc. pedagogice

5816. Un circuit este format dintr-o pilă (de t.e.m. 18 V și rezistență 2Ω), un fir de cupru de rezistența R_1 (cu rezistivitatea $\rho = 0{,}07$ Ω mm^2/m diametrul secțiunii 0,2 mm și lungimea de 6,28 m), un reostat variabil și un ampermetru de rezistență negligabilă, toate legate în serie. a) Care este diferența de potențial la bornele pilei, știind că ampermetrul indică 1 A? b) La bornele firului de cupru se leagă în paralel un al doilea fir de rezistență R_2 din același material ca primul, de aceiași lungime și cu secțiunea de două ori mai mare decît secțiunea primului fir. Ce valoare trebuie să dăm acum rezistenței variabile R, pentru ca ampermetrul să indice tot 1 A? c) Notăm cu M și N mijloacele firelor R_1, respectiv R_2. Ce va indica un volmetru legat între aceste două puncte?

Cl. X școli medii de zi și serale

5817. a) Să se determine ecuația de mișcare a unui corp cu masa de 2 g ce posedă o mișcare oscilatorie armonică, pornind din poziția de repaos. Pentru a îndepărta corpul din poziția de echilibru pînă într-un punct P situat la distanță maximă de poziție de echilibru se cheltuie un lucru mecanic de 230 600 ergi. În punctul P asupra corpului lucrează o forță de 115 300 dyne îndreptată spre poziția de echilibru.

b) Să se calculeze perioada mișcării.

Cl. XI școli medii de zi și serale

5818. Pentru ridicarea unei lăzi cu greutatea de 1 600 kgf la etajul întîi al unei școli, se folosește un plan înclinat lung de 8 m și înalt de 4 m.

a) Presupunînd că coeficientul de frecare între ladă și plan este 0,2 să se calculeze care este forța necesară ridicării lăzii pe planul înclinat.

b) Care este puterea necesară dacă lada este ridicată în patru minute.

An I școli profesionale

---

* La aceste probleme se primesc soluții pînă la 20 septembrie 1963.

5819. O pilă de tensiune electromotoare de 12 V și rezistență interioară 0,66 Ω alimentează un circuit format din două rezistențe R_1 și R_2 legate în paralel. Rezistența R_1 este formată dintr-un fir de cupru de rezistivitate 0,017 Ω mm²/m, diametrul secțiunii de 0,2 mm și lungimea de 62,8 m; R_2 este din același material de două ori mai mare decît secțiunea primului fir. a) Care sînt valorile rezistențelor R_1 și R_2? b) Care este intensitatea în circuitul principal? c) Care este valoarea intensității în fiecare din rezistențele R_1 și R_2.

Anul II școli profesionale

5820. Un areometru are tija cu lungimea de 11 cm și secțiunea de 1 cm². Volumul plutitorului de 20 cm³ și cîntărește fără lest (alice) 6g. În vederea gradării lui se întreabă: a) Cît se va scufunda tija areometrului într-un lichid cu densitatea 1,2 g/cm³, dacă masa de lest pusă în el face ca în apă distilată tija lui să rămînă afară 1 cm? b) S-a pus lest în areometru astfel încît într-un lichid cu densitate 0,9 g/cm³ tija acestuia rămîne afară 8 cm. Cît se va scufunda tija aerometrului în apă distilată?

Eugen Boia, pentru cl. IX școli medii de zi

5821. Un tren accelerat face o cursă de probă pe o distanță de 9 km. Pornind uniform accelerat atinge viteza de 90 km/h, într-un minut și 40 secunde. Apoi își continuă drumul cu viteza constantă. Cu 1100 m înainte de capătul distanței de probă trenul începe să frîneze pînă se oprește. a) Care este accelerația trenului pe prima porțiune de drum? b) Care este încetinirea pe porțiunea finală a cursei? c) Ce distanță a parcurs în mișcare uniform accelerată? d) Ce interval de timp a trecut din momentul începerii frînării și pînă la oprire? e) Să se construiască diagrama vitezei.

An I școli tehnice de maiștri

5822. Într-un circuit de curent alternativ de 50 Hz și intensitatea eficace de 0,1 *A* se intercalează o bobină cu rezistența ohmică de 10 ohmi și inductanța de $0{,}1/\pi$ henry. Să se calculeze: a) tensiunea eficace; b) decalajul dintre curent și tensiune.

Anul V școli pedagogice

5823. O lentilă convergentă L_1 dă pentru un obiect real o imagină egală cu obiectul pe un ecran plasat la 40 cm de obiect.

a) Să se calculeze distanța focală și convergența acestei lentile; b) Lipim de lentilă L_1 o lentilă divergentă L_2. Sistemul astfel obținut este echivalent cu o lentilă convergentă care dă pentru un obiect real o imagină reală de două ori mai mică decît obiectul, pe un ecran situat la 45 cm de sistemul celor două lentile. Care este distanța focală a sistemului? c) Care este distanța focală a lentilei L_2?

Anul VI școli pedagogice

PROBLEME PROPUSE *

5824. a) Să se construiască cu rigla și compasul un triunghi ABC, cunoscînd unghiurile formate de mediana din A respectiv cu laturile AB și AC, precum și raza cercului circumscris triunghiului ABC. b) Să se construiască latura triunghiului echilateral echivalent cu triunghiul ABC.

Caz particular : $\sphericalangle BAM = 30°$, $\sphericalangle MAC = 45°$, $R = 3$ cm.

C. Ionescu-Țiu

5825. Să se reprezinte grafic ecuațiile :

$$|x-a|+|x-b|+|y-c|+|y-d|=|a-b|+|c-d|$$

$$|x-1|+|x-3|+|y-2|+|y-4|=2(2+\sqrt{2})$$

* * *

5826. Fie trapezul dreptunghic $ABCD$ în care AB este înălțimea; I intersecția diagoanelor AC, BD, iar IF perpendiculara dusă din I pe AB. Să se arate că dreapta FI este bisectoarea unghiului DFC.

* * *

5827. Să se calculeze soluțiile raționale ale sistemului :

$$x+y+x^2y^2=21\,;\ x^2+y^2+xy=21.$$

Să se arate că ecuația

$$\frac{x-1}{y}+\frac{y-1}{x}=\frac{xy-1}{1}$$

este verificată de soluțiile sistemului dat.

Gh. Bazacov, Tr. Severin

5828. Fie unghiul xOy și un punc P fix pe bisectoarea interioară a acestui unghi. O secantă variabilă care trece prin P taie laturile Ox și Oy în M și N. Se duce prin P o paralelă la Oy care taie bisectoarea exterioară a unghiului xOy în Q.

a) Să se arate că Ox trece prin mijlocul segmentului PQ;

b) să se demonstreze relația

$$\frac{1}{OM}+\frac{1}{ON}=\frac{2}{PQ}=\text{constant}.$$

c) Să se construiască secanta MN astfel încît

$$\frac{1}{OM}-\frac{1}{ON}=\frac{1}{OP}.$$

Gh. Popescu, Lugoj

---

* VIII (5825, 5826, 5830, 5834, 5846) ; IX (5824, 5827, 5829, 5831, 5835, 5837, 5839, 5842) ; X (5832, 5833, 5836, 5841, 5848, 5849) ; XI (5838, 5840, 5843, 5844, 5845, 5847).

La aceste probleme se primesc soluții pînă la 20 septembrie 1963.

5829. Laturile a două triunghiuri sînt date în funcție de parametrul m de următoarele expresii: pentru primul triunghi: $-m+8$; $m+2$; $2m+1$; pentru triunghiul al doilea: $21m-18$; $22m-24$; $23m-30$. Pentru care valoare a lui m cele două triunghiuri sînt asemenea?

Kovacs Koloman, Cluj

5830. Să se simplifice fracția

$$\frac{(a^2-bc)^2+(b^2-ca)^2+(c^2-ab)^2+(ab+bc+ca)^2}{c^2b^2(a-b)^2+b^2c^2(b-c)^2+c^2a^2(c-a)^2+(a^3+b^3+c^3)^2}$$

Simon Petru, Tg. Mureș

5831. Se dă un cerc O și un diametru fix AB pe care se ia un segment mobil $MN=a$ de mărime constantă. Pe diametrul AB se ridică în M și N perpendiculare ce intersectează cercul în C. D și respectiv în E și F. Planul cercului se îndoaie în același sens după dreptele EF și CD, la unghiurile β și respectiv α față de planul cercului. Să se afle locul descris de arcul de cerc EBF, cînd MN parcurge AB. Să se facă o figură.

Grigorescu I. Șerban, elev, București

5832. Să se arate că dacă $m^2+n^2+p^2=1$, atunci avem:

$$-\sqrt{3}\leqslant m+n+p\leqslant\sqrt{3}.$$

* * *

5833. Să se arate că

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n-1}{2^n}=3.$$

D. M. Tomoioagă

5834. Turnarea unor bucșe de bronz se făcea în forme de pămînt, iar datorită nepreciziei acestui procedeu, bucșele erau prevăzute cu un adaos de prelucrare de k mm pe suprafețele laterale, exterioară și interioară. Înlocuindu-se turnarea în forme de pămînt printr-un procedeu de turnare de precizie s-a putut renunța la acest adaos de prelucrare. Notînd cu D și d diametrele bucșei, se cere să se scrie expresia raportului în care se reduce consumul de material.

* * *

5835. În triunghiul ABC se consideră cercul înscris I avînd ca puncte de tangență cu laturile BC, CA și AB ale triunghiului ABC respectiv punctele D,E,F. Fie M și N două puncte diametral opuse în cercul I, iar M_a, M_b, M_c și N_a, N_b, N_c proiecțiile lui M și N respectiv pe laturile BC, CA și AB ale triunghiului ABC. Dacă D_1, E_1 și F_1 sînt proiecțiile punctelor D,E,F, pe dreapta MN să se arate că:

$$M_aN_a+M_bN_b+M_cN_c=2(DD_1+EE_1+FF_1).$$

* * *

5836. Să se arate că în orice triunghi ABC, avem :

$$a\cos(B-C)+b\cos(C-A)+c\cos(A-B)=2(a\cos A+$$
$$+b\cos B+c\cos C)$$

$$4\cos A\sin\frac{A}{2}+\frac{\sin 4B+\sin 4C}{\sin B+\sin C}=0.$$

C. Ionescu-Țiu

5837. Fie M punctul de intersecție al diagonalelor patrulaterului inscriptibil $ABCD$. Cercurile ABM, ADM intersectează a doua oară laturile BC și CD în F și E. Să se arate că patrulaterele $CEAF$, $BEDF$ sînt inscriptibile. (În legătură cu problema 4552)

Sfetcu Ion, elev, Lugoj

5838. Să se arate că :

$$\sum_{k=0}^{n}(p+k)C_n^k=2^{n-1}(n+2p);$$

$$\sum_{k=0}^{n}(-1)^k(p+k)C_n^k=0.$$

Strătilă Șerban, Pitești

5839. Considerăm expresiile :

$$x'=\frac{b^2x-2aby+a^2z}{xz-y^2},\qquad y'=\frac{bcx-(b^2+ac)y+abz}{xz-y^2},$$
$$z'=\frac{c^2x-2bcy+b^2z}{xz-y^2}$$

a) Să se arate că aceste relații sînt echivalente cu relațiile simetrice

$$\frac{ay'-bx'}{ay-bx}=\frac{cy'-bz'}{cy-bz}=\frac{by'-az'}{cy-bz}=\frac{cx'-by'}{by-az}$$

b) Să se arate x, y, z se exprimă în x', y', z' prin relații de aceeași formă, adică

$$x=\frac{b^2x'-2aby'+a^2z'}{x'z'-y'^2}\text{ etc.}$$

c) Să se deducă relația :

$$(b^2x-2aby+a^2z)(c^2x-2bcy+b^2z)=$$
$$=(bcx-b^2y-acy+abz)^2+(xz-y^2)(ac-b^2)^2.$$

N. Mihăileanu

5840. a) Fie A și B punctele de intersecție a două cercuri egale. O secantă oarecare ce trece prin A taie cercurile în P și Q. Să se arate că triunghiul BPQ este isoscel. Reciproc : dacă în două cercuri egale care se

taie în A și B să considere coardele egale BP, BQ prima fiind într-un cerc, iar a doua în al doilea cerc, atunci punctele P, A, Q sînt colineare.

b) Fie Γ', Γ'', Γ''' simetricele cercului circumscris triunghiului ABC, în raport cu laturile BC, CA, AB ale triunghiului. Un punct oarecare A' al cercului Γ' se unește cu B și C. Dreapta $A'B$ taie cercul Γ''' în C', iar dreapta $A'C$ taie cercul Γ'' în punctul B'. Să se arate că punctele A, B', C' sînt colineare și că centrul cercului $A'B'C'$ este ortocentrul triunghiului ABC.

D. V. Ionescu

5841 Să se arate că expresia $E = 4^{4^n} - 3^{2^n} - 2^{3^n} + 1$ se divide cu 24 pentru orice „n" întreg și pozitiv.

Ilie Marinescu, prof. Pitești

5842. Să se rezolve sistemul de ecuații:

$$\frac{x}{z} + \frac{y}{z} = z - (x + y)$$

$$(y + z)^2 - xyz = x + z - y$$

$$(x + y)^2 + x + y + z = z^2$$

R. Bîrzan, Cluj

5843. Pe o elipsă de semiaxe a, b, să se determine un punct M astfel ca triunghiul $F_1 MF_2$ să fie dreptunghic în M.

Normala în punctul M întîlnește axa Ox în P. Să se deducă geometric relația:

$$\frac{2}{MP^2} = \frac{1}{PF_1^2} + \frac{1}{PF_2^2}$$

F_1 și F_2 fiind focarele elipsei.

Vodă Viorel, student, București

5844. Oricare ar fi valorile lui d, ecuația

$$x^3 - 3x + 2 \sin d = 0$$

are rădăcinile reale.

* * *

5845. O baterie de elemente este formată din patru ramuri legate în paralel, pe fiecare ramură fiind legate în serie n elemente, de tensiune 1,25 volți și rezistență internă 0,2 ohmi fiecare. Bateria alimentează 2 reostate legate în serie; primul reostat conține 10 lămpi cu incandescență montate în paralel, de tensiune nominală 100 volți și putere nominală 100 wați fiecare. Al doilea resort conține 10 lămpi montate în paralel, de tensiune nominală 100 volți și putere nominală 50 wați fiecare. Să se calculeze: Numărul de elemente pe ramură și valoarea rezistenței introdusă în circuit (se va indica și cum se montează) pentru ca lămpile să funcționeze la tensiune nominală.

* * *

5846. Un corp de greutate 20 kgf alunecă pe un plan înclinat de la înălțimea de 20 m, înclinarea planului fiind 30°. Corpul își continuă mișcarea și pe planul orizontal. Coeficientul de frecare de alunecare pe planul înclinat și pe planul orizontal fiind 1/17,3, să se calculeze distanța străbătută de corp, pe planul orizontal și timpul cît durează această mișcare.

* * *

5847. Un conductor liniar de lungime 2 m alunecă fără frecare pe două șine așezate vertical, ce se închid pe o rezistență de 0,2 ohmi. Conductorul este normal pe liniile de cîmp ale unui cîmp magnetic de inducție magnetică 2 Wb/m^2. Greutatea conductorului fiind 1 kgf, să se studieze mișcarea conductorului și să se determine viteza sa de deplasare de-a lungul șinelor.

* * *

5848. De la înălțimea h = 100 m se aruncă la același moment în sensuri opuse pe verticală două mobile. Primul mobil în mișcare ascendentă ajunge în punctul maxim în momentul cînd al doilea mobil, în cădere liberă, atinge solul. Să se determine înălțimea maximă la care ajunge primul mobil.

* * *

5849. O bilă de fier de masă 0,2 kg cade liber de la înălțimea de 10 m, atingînd solul bila intră în sol la adîncimea de 0,25 m, constatîndu-se și o încălzire a bilei de 20°C.

Să se calculeze forța de rezistență a solului și accelerația de frînare în sol.

* * *

EXERCIȚII ȘI PROBLEME PROPUSE PENTRU CLASELE V–VIII*)

E : 1990. Nava sovietică Vostok 3 a parcurs într-o rotație în jurul Pămîntului 40 625 km, iar Vostok 4 a parcurs 41 667 km. Cele două nave au făcut împreună 112 rotații în jurul Pămîntului, parcurgînd distanța de 4 600 016 km.

Să se afle cîte rotații în jurul Pămîntului a făcut fiecare navă.

G. Lohănel, profesor, Suceava

E : 1991. C.m.m.m.c. a două numere, le depășește respectiv cu 72 și 60 unități. Să se determine cele două numere.

Petre Silviu, profesor, Pucioasa

---

* V (E : 1990, 1991, 1995, 2000) ; VI (E : 1993, 1994, 1998) ; VII (E : 1992, 1996, 1997, 1999).

E : 1992. În 1965 se vor produce în țara noastră 800 000 aparate de radio, biciclete și frigidere. Să se afle cîte bucăți de fiecare fel se produc în anul 1965 dacă numărul bicicletelor va fi mai mare cu 150 000 decît al aparatelor de radio și de 9 ori mai mare decît al frigiderelor.

Știind că producția frigiderelor crește între 1959—65 de $13\frac{3}{19}$ ori să se afle numărul frigiderelor produse în 1965.

I. Șiclovan, Petroșeni

E : 1993. Ca urmare a trei reduceri consecutive de prețuri, prețul de cost al unui aparat de radio a scăzut de la 2000 lei la 1500 lei. Să se calculeze care a fost ritmul mediu de reducere al prețului de cost, procentul de reducere fiind constant.

Vodă Viorel, student, București

E : 1994. Pentru a trece peste un fluviu o greutate de 100 kgf se construiește o plută formată din scînduri lungi de 4 m cu lățimea de 25 cm și grosimea de 3 cm. Fluviul are o lățime de 100 m, iar viteza apei este de 1,8 km/oră. Persoana care transportă încărcătura are o greutate de 80 kgf și folosește pentru vîslire o lopată cu care realizează o viteză de 0,6 m. De cîte scînduri a fost nevoie pentru construirea plutei? Greutatea specifică a scîndurii este 0,5 kgf/dm^3.

* * *

E :1995. La o librărie s-au vîndut caiete cu 1,10 lei și maculatoare cu 0,65 lei și s-au încasat 243 lei. Cîte caiete și cîte maculatoare s-au vîndut știind că s-au vîndut în total 270 bucăți?

* * *

E : 1996. Să se arate că

$$\frac{x^8 - x^6 + 6x^4 + 4x^2 + 1}{x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 2x + 1} = x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 2x + 1$$

* * *

E : 1997. Să se arate că

$$x^8 + 3x^7 + 8x^6 + 21x^5 + 55x^4 + 21x^3 + 8x^2 + 3x + 1 =$$

$$= (x^4 - x^3 + 6x^2 + 4x + 1)(x^4 + 4x^3 + 6x^2 - x + 1) = \frac{x^{10} - 123x^5 + 1}{x^2 - 3x + 1}$$

* * *

E : 1998. O gospodărie agricolă colectivă a însămînțat cu grîu două parcele, de pe care s-a recoltat cantitatea de 91 vagoane cu greutatea hectolitrică medie 78 de pe una și cu 85 de pe cealaltă parcelă.

a) Să se afle ce cantitate s-a recoltat de pe fiecare parcelă, dacă amestecul celor două calități de grîu are greutatea hectolitrică medie de 81. b) Să se afle suprafața în hectare a fiecărei parcele, știind că a fost planificat 2000 kg la ha și că de pe prima parcelă s-a obținut în medie cît a fost planificat, iar de pe a doua cu 25% mai mult.

I. Candrea, profesor Sibiu

E : 1999. Să se arate că dacă $a \neq 1$ și notăm :

$$\frac{1-a}{1-\frac{1}{a}} = x, \quad 1-\frac{1}{x} = y, \quad 1-\frac{1-x}{y} = \frac{1}{A} \quad \text{și} \quad 1-\frac{y}{1-x} = \frac{1}{B},$$

atunci. $A + B = 1$

C. Ionescu-Țiu

E : 2000. Avem 3 cutii cu chibrituri, conținînd fiecare un număr de chibrituri cuprins între 20 și 50. Cu ajutorul tuturor chibriturilor din prima și a doua cutie se poate forma 5 grămezi, în fiecare grămadă numărul chibriturilor din aceeași cutie este același. La fel se poate forma din chibriturile cutiilor doi și trei, 6 grămezi. Din excesul de chibrituri al cutiei a treia față de prima și din cutiile doi și trei la un loc s-ar forma 11 grămezi. Cîte chibrituri avea fiecare cutie ? Verificare.

Dan Voiculescu, elev șc. m. 21 București

CĂRȚI NOI

1. *M. A. Bak. Iu. F. Romanov : „Neutronul"*, Editura tehnică, 1963. Biblioteca Societății de științe matematice și fizice din R.P.R. nr. 51.

In lucrare sînt tratate problemele principale referitoare la particula elementară „neutronul".

Cartea cuprinde : descoperirea neutronului, proprietățile neutronului și structura nucleelor atomice, surse de neutroni, interacțiunea neutronilor cu substanța, fisiunea nucleelor grele sub acțiunea neutronilor, detectarea neutronilor, obținerea neutronilor monoenergetici, antineutronul, dozimetria neutronilor, protecția împotriva neutronilor și folosirea neutronilor în știință și tehnică.

Lucrarea se adresează cititorilor cu pregătire medie, tehnicienilor, inginerilor și tuturor acestora care se interesează de una din cele mai importante particule elementare

2. *D. Rimer : „Noțiuni de teoria mulțimilor"*. Biblioteca Societății de științe matematice și fizcie din R.P.R., nr. 52, Editura didactică și pedagogică, 1963.

Lucrarea prezintă la nivelul de înțelegere a elevilor noțiuni de teoria mulțimilor. In primele patru capitole sînt expuse : proprietăți generale ale mulțimilor (I), puteri și numere cardinale (II), mulțimi numărabile și mulțimi de puterea continuului (III și IV). In următoarele trei capitole sînt date aplicații ale acestor noțiuni la studiul mulțimilor de puncte pe dreapta reală (V), în planul euclidian (VI) și la cunoașterea — la un nivel superior — a noțiunii de funcție (VII).

Conținutul lucrării va permite elevilor să-și reconsidere — în alt spirit — unele noțiuni care figurează în programa de matematică a școlii medii, precum și să-și lărgească cercul cunoștințelor lor.

3. * * * : „Probleme actuale de matematică" (conferințe ținute la Cursurile de vară pentru profesorii de matematică), Piatra Neamț 1961, Biblioteca Societății de științe matematce și fizice din R.P.R., nr. 53, Editura didactică și pedagogică, 1963.

Lucrarea conține conferințele ținute în vara anului 1961 între 17 iulie și 6 august la cursurile de vară de la Piatra-Neamț organizate de către Societatea de științe matematice și fizice din R.P.R. prin filiala ei din Iași.

Citățm din cuprins : „Despre noțiunea de limită și cîteva aplicații ale ei. Spații topologice" de prof. univ. A. Haimovici, „Elemente de teoria măsurii" de conf. univ. Olga Costinescu, „Asupra unor probleme de aproximare în spații Hilbert" de conf. univ. Olga Costinescu, „Elemente de calculul probabilităților și teoria informației" de lector Corina Haimovici, „Principiile programării la mașinile universale de calcul" de lector C. Cazacu, „Cîteva probleme de calcul numeric" de conf. univ. C. Corduneanu, „Calcule

numerice cu ajutorul nomogramelor" : de lector N. Gheorghiu, „Noțiunea de algebră generală" de prof. univ. Al. Climescu, „Matematica aplicată în economie" de prof. univ. M. Haimovici, „Despre grupuri geometrice și evoluția ideii de spațiu" de prof. univ Gh. Gheorghiev, „Din istoria învățămîntului matematic" de lector D. Rimer.

4. M. Ghermănescu : „Aplicațiile trigonometriei" Biblioteca Societății de științe matematice și fizice din R.P.R., nr. 54, Editura Tehnică 1963.

In lucrare sînt expuse aplicațiile trigonometriei în alte discipline, teoretice sau practice, nefiind necesare alte cunoștințe pentru înțelegerea ei, decît cele predate în școala medie. Ea conține : rezolvarea cîtorva cazuri speciale de triunghiuri, calculul trigonometric al elementelor remarcabile ale triunghiului, rezolvarea patrulaterelor, poligoanelor, rezolvarea ecuațiilor algebrice cu ajutorul trigonometriei, calcule de sume și produse, finite și infinite, operații cu funcții circulare inverse, funcții elementare de o variabilă complexă, aplicații în geometria în spațiu, în geometria analitică, în mecanică, în topografie, în geodezie și trigonometrie sferică (cu aplicații în astronomie).

De asemene ,cuprinde numeroase probleme din domenii variate și cu un conținut deosebit de inteereesant.

Se adresează elevilor din ultimele clase, candidaților la adunarea în învățămîntul superior, cadrelor din învățămîntul mediu, tehnicienilor etc.

POȘTA REDACȚIEI

— *Trandafir Cristofor.* Reclamația de neprimirea revistelor trebuie făcută mai întîi. Oficiului poștal din Dîrste, Brașov, unde ați făcut abonamentul.

— *Savinoiu Vasile* din Brăila, *Const. Săndulescu* din Bacău, *Deutsch Herbert* și *Marius Popescu* din București, *Spircu Tiberiu* din Arad, *Anonim* din Pucioasa și *alți corespondenți.* Am primit de la dv. sesizările făcute asupra problemelor propuse în G.M.F.-B care mai sînt publicate în reviste sau manuale. Rugăm și pe alți colaboratori să anunțe redacția îndată după ce constată că unele probleme propuse, note sau articole au mai fost publicate în cărți sau reviste, arătînd precis volumul și pagina unde a mai apărut, pentru a publica la timp acest fapt, stabilind prioritatea autorului.

— *Guleș Cornelia* din Bîrlad, *Amăriucăi Doina* din Galați. Anunțarea directă a rezolvitorilor despre primirea plicului cu soluții este practic greu de realizat. Primirea soluțiilor bine redactate se confirmă prin publicarea lor la „rubrica rezolvitorilor".

— *Panait Stăncuța,* cl. a IX-a Galați. Fiecare problemă se va scrie pe foaie separată și semnată citeț.

— *Năvală Marcel* și *Oprea Ștefan* din Giurgiu, *Friederic Ipsen* din Mediaș, *Vlaicu Ion* din Cîmpina, *Botez Mihai* din Galați, *Iancovici Leon* din Craiova, *Conț Mia, Leon Antaneta, Sîrbu Lidia, Grecu Georgeta, Dumitrescu Gisel* și *alți elevi* din Galați. Soluțiile problemelor trebuie să fie însoțite de enunț, să nu fie copiate după alți rezolvitori, fiecare rezolvitor trebuie să-și redacteze singur soluția pe care a dat-o problemei.

— *Sapșa Fredy* din București și altor elevi propunători de probleme care nu au fost încă evidențiați ca rezolvitori. Problemele și exercițiile pe care le-ați propus nu au fost înregistrate la „rubrica rezolvitorilor" nefiind corespunzătoare. Elevii sînt sfătuiți să înceapă a propune probleme numai după ce au rezolvat un număr destul de mare de probleme propuse de alții. Publicăm cu precădere probleme propuse de rezolvitori harnici care și-au formulat singuri enunțul precum și soluția. Problemele trebuie să aibă dificultăți, să fie interesante sau legate de practică.

— *Bălușiu Andrei,* Cugir. Pentru procurarea cărților cerute trebuie să vă adresați la librării.

— *Marinescu Oltea* din Năsăud, *Ciună Simion,* Caracal, *Mondica Gheorghe, Bendorin Lia, Amăriucăi Doina* din Galați, *Mihăilescu Decebal* din București și *Trautman Ludovic* din Lugoj. Pentru a se anunța probleme bine rezolvate este necesar ca numărul lor să fie de minimum 12 probleme pentru elevii claselor medii.

— *Rada C. Mircea* din Giurgiu și altor corespondenți. Borderoul cu soluțiile problemelor nu a corespuns cu cele trimise în plic. Problemele cu termenul de primire depășit nu mai pot fi luate în seamă, în afară de cazul cînd ele conțin generalizări, note interesante în legătură cu ele.

— *Stancu M. Ion*, student Bucureşti. Nu vă putem anunţa la rubrica rezolvitorilor de probleme cu probleme incomplet rezolvate, cu afirmaţii eronate sau fără soluţii.

— *Lucaci Pompiliu* şi *Lucaci Nicolae*, elevi Galaţi, alţi elevi din cl. VIII din Cîmpina, mai mulţi elevi din cl. XI şc. m. E. Racoviţă din Cluj, alţi elevi din cl. VII din Coroeşti. Soluţiile problemelor pe care le trimiteţi să fie redactate de fiecare elev, personal.

— *Avram Didi* din Buzău, *Zisu Tudor* din Bucureşti, *Văcaru Vasile* din Tg. Jiu, *Boboc Nistor* din Slănic, *Condrescu Victor* din Rădăuţi, *Neacşu Viorel*, *Constantinescu Anton* din Ploieşti şi alţi rezolvitori. Soluţiile problemelor propuse cu 6—8 luni în urmă şi chiar mai vechi: 5248;.... nu pot fi anunţate la rubrica rezolvitorilor şi de aceea nici nu aţi fost trecuţi ca evidenţiaţi. Clasificarea evidenţiaţilor se face ţinînd seama de mai mulţi factori, ca de exemplu: numărul soluţiilor bune primite, modul cum au fost rezolvate şi cum a fost redactate soluţiile, dacă s-au trimis soluţii la probleme mai grele (sau numai la cele uşoare) ş.a.

— *Vlase Aurelian* din Medgidia, *Giurcă Octavian* din Cluj şi altor corespondenţi Condiţiile în care se fac evidenţierile şi anunţarea soluţiilor bune primite de la elevi sînt arătate pe coperta III sau IV a revistei.

— *Suhaci Adrian* şi altor corespondenţi anonimi. Problemele rezolvate pe care le-aţi trimis nu pot fi anunţate la rubrica rezolvitorilor, pentru că unele nu au fost semnate, altele au fost semnate indiscifrabil, sau nu s-a trecut şcoala, clasa şi localitatea.

— *Gaiu Emanuel*, Iaşi. Problema trimisă de d-tră şi care a apărut cu nr. 5697 în G.M.F.-B este cunoscută, ea fiind enunţată în studiul asupra divizibilităţii publicat în Gazeta Matematică (Supliment), anul XIV, 1948 pagina 83. In acest articol semnat de V. Claudian, se mai află şi alte rezultate interesante.

RUBRICA REZOLVITORILOR DE PROBLEME

VINGA. Ş.m. Cl. VIII. Popovici Mircea (E: 1911, 13, 14, 20, 22).

VINJU MARE (Oltenia). Ş.m.m. Cl. VIII. Basica Marina (E: 1907, 10, 11, 13, 17, 18, 21, 22; 5482, 90, 96, 560), Bocică Const. (E: 1907, 11, 13, 14, 17—19, 21, 22, 26; 5482, 90, 560), Ciochină Sabin (E: 1897, 902, 07, 10, 14, 18, 19, 21, 22, 26; 5482, 90, 94, 96, 560), Ciochină Sebastian (E: 1882, 84—86, 88, 90, 91, 95, 99, 904, 06, 11), Drinceanu Gh. (E: 1897, 902, 07, 10, 11, 13, 14, 17—19, 22; 5482, 90, 96, 560, 91), Duţu Alex. (E: 1907, 10, 12—14, 17—19, 21, 22; 5482, 90, 94, 96, 560, 91), Matei Dan (E: 1907, 11, 13, 14, 17—19, 21, 22, 26; 5482, 90, 94, 560, 91), Mereanu Maria (E: 1897, 900, 02, 05, 07, 10, 11, 14, 18, 21; 5482, 90, 94, 560), Mihart Atena (E: 1897, 07, 10, 11, 13, 17, 18, 21, 22; 5482, 90, 96, 560), Moldoveanu Iulian (E: 1888, 90, 91, 99, 901, 02, 06, 07, 11, 14, 21, 5494), Stănciulescu C. (E: 1907, 10, 11, 13, 17—19, 21, 22, 26; 5490, 560), Ştefănescu Nicolae (E: 1907, 11, 13, 17—19, 21, 22, 26; 5482, 90, 94, 560, 91, 604), Tudor Maria (E: 1901, 02, 07, 10, 11, 13, 17, 18, 21, 22, 26; 5560, 98).

ZAVOI (Banat). Şc. 8 ani. Cl. VII. Daba Floarea (E: 1909—14, 26, 30, 31, 34).

ZLATNA (Hunedoara). Ş.m. Cl. XI. Sdirea Ioan (5533, 36, 37, 50, 51, 65, 66, 68, 84, 91, 602, 04, 09, 18).

EVIDENŢIAŢI

Pînă la 20 martie 1963 s-au mai evidenţiat ca rezolvitori de probleme din G.M.F.-B de la:

1. **Lustig Gheorghe** (cl. XI Ş.m. 5 Timişoara), 2. **Brînzănescu Vasile** (cl. XI Ş.m. 1 Constanţa), 3. **Toma Dragomir** (cl. XI Ş.m. 1 Oradea), 4. **Costea Viorel** (cl. XI Ş.m. Orăştie), 5. **Ionescu Dan** (cl. X Lic. milit. Cîmpulung-Moldovenesc), 6. **Simion Alexandru** (cl. XI Ş.m. 1 Bacău), 7. **Andreescu Liviu** (cl. IX Ş.m. 1 Buzău), 8. **Grigorescu I. Şerban** (cl. XI Ş.m. 1 Bucureşti), 9. **Rujan Octavian** (cl. XI Ş.m. 1 Timişoara), 10. **Perjeru Emil** (absolvent Lonea), 11. **Galeczki Gheorghe** (cl. XI Ş.m. 1 Lugoj), 12. **Ioniţă Maria** (cl. IX Ş.m. Predeal), 13. **Niculescu Gheorghe** (cl. XI Ş.m. Roman), 14. **Anca Dorinel** (cl. XI Ş.m. Pucioasa),

15. **Voiculescu Dan** (cl. VII, Ş.m. 21 Bucureşti), 16. **Stoicescu Marcel** (cl. XI Lic. milit. Cîmpulung-Moldovenesc), 17. **Stănescu Mihai** (cl. X Lic. milit. Cîmpulung-Moldovenesc), 18. **Rotaru Ion** (cl. IX Ş.m. Călăraşi), 19. **Baras Robert** (cl. XI Ş.m. 2 Botoşani), 20. **Zamfir Ion** (cl. XI Ş.m. Panciu), 21. **Stănescu Dan** (cl. VIII Ş.m. 1 Ploieşti), 22. **Bejancu Aurel** (cl. XI Ş.m. Novaci), 23. **Solomon Ludovig** (cl. VIII Ş.m. 5 Galaţi), 24. **Chisăliţa Adrian** (student Cluj), 25. **Taflaru Alexandru** (cl. XI Ş.m. 1 Bucureşti), 26. **Lucaci Nicolae** (cl. VIII Ş.m. 5 Galaţi), 27. **Popa I. Eugen** (cl. VII Ş.m. 3 Iaşi), 28. **Popescu Felicia** (cl. IX Ş.m. 1 Craiova), 29. **Ionescu Mihai** (cl. XI Ş.m. 1 Bucureşti), 30. **Ene Elena** (cl. X Ş.m. 1 Ploieşti), 31. **Pascale Doina** (cl. VIII Ş.m. Pucioasa), 32. **Wexler Wiki** (cl. XI Ş.m. 1 Botoşani), 33. **Zisu N. Ana** (cl. X Ş.m. 34 Bucureşti), 34. **Costea Daniel** (cl. X Lic. milit Cîmpulung-Moldovenesc), 35. **Groffer Mircea** (cl. X Ş.m. 2 Craiova), 36. **Anghel Petru** (cl. X Ş.m. Novaci), 37. **Rotaru Radu** (cl. VI Ş.m. Orăştie), 38. **Rechină Vasile** (cl. VIII Ş.m. 1 Ploieşti), 39. **Aldea Ioan** (cl. VIII Ş.m. Pucioasa), 40. **Stan Emil** (cl. VIII Ş.m. 2 Ploieşti), 41. **Rimbu Revişoara** (cl. XI Ş.m. Pucioasa), 42. **Andreescu Ion** (cl. VIII Ş.m. 2 Ploieşti), 43. **Popa Alexandru** (cl. XI Ş.m. Pucioasa), 44. **Cună Cornel** (absolvent Reşiţa), 45. **Orlov Zinaida** (cl. X Ş.m. Petroşani), 46. **Iacobovici Sorin** (cl. XI Ş.m. 3 Galaţi), 47. **Puică Ion** (cl. XI Lic. milit. Cîmpulung-Moldovenesc), 48. **Dacian Dan** (cl. XI Ş.m. 13 Bucureşti), 49. **Mericioiu Constantin** (cl. X Lic. milit. Breaza), 50. **Potcovaru Gheorghe** (student matematică Bucureşti), 51. **Maftei Nicolae** (cl. XI Lic. milit. Cîmpulung-Moldovenesc), 52. **Andrei Titus** (cl. IX Ş.m. Pătîrlagele (Ploieşti), 53. **Lăzărescu Anca** (cl. XI Ş.m. 2 Ploieşti), 54. **Tîrcă Mihail** (cl. X Ş.m. Pucioasa), 55. **Porumbescu Aurelia** (cl. XI Ş.m. 20 Bucureşti), 56. **Umbreş Alexandru** (cl. XI Ş.m. Baia de Aramă), 57. **Nicolaescu Constantin** (cl. VIII Ş.m. 3 Bucureşti), 58. **Berca Dorin** (cl. IX Ş.m. 1 Caransebeş), 59. **Benga Nicolae** (cl. XI Lic. milit. Cîmpulung-Moldovenesc), 60. **Cristescu Mărgărit** (cl. X Ş.m. 4 Craiova), 61. **Monta Ionel** (cl. VIII Ş.m. Ianca), 62. **Deda Gheorghe** (cl. X Lic. milit. Cîmpulung-Moldovenesc), 63. **Guţu Octavian** (cl. XI Ş.m. 10 Bucureşti), 64. **Brăteanu Gh.** (cl. XI Ş.m. Călăraşi), 65. **Moţoi Marin** (cl. VIII Ş.m. 22 Bucureşti), 66. **Reff Radu** (cl. X Ş.m. Aiud), 67. **Diaconu Nicolae** (cl. XI Ş.m. 1 Piteşti), 68. **Georgescu Marcel** (cl. VIII Ş.m. 2 Ploieşti), 69. **Teodorescu Voltaire** (cl. XI Ş.m. 1 Piteşti), 70. **Gusilcov Stelian** (cl. VIII Ş.m. 2 Ploieşti), 71. **Tofănel Gabriel** (cl. VIII Ş.m. Pucioasa), 72. **Steriu Dan** (cl. VIII Ş.m. 2 Ploieşti), 73. **Vlad Andrei** (cl. X, Ş.m. Pucioasa), 74. **Ştefănescu Florica** (cl. VIII Ş.m. 2 Floreşti), 75. **Niţescu Dan** (cl. IX Ş.m. Pucioasa), 76. **Stavru Cristina** (cl. XI Ş.m. 3 Ploieşti), 77. **Weinstein Jack** (cl. IX Ş.m. Rădăuţi), 78. **Papuc Ilie** (cl. X Ş.m. 4 Ploieşti), 79. **Bădulescu Nonu** (cl. XI Ş.m. 4 Ploieşti), 80. **Tănase Işic** (cl. XI Şm. Rm. Sărat), 81. **Dăncilă Ioan** (cl. IX Săveni), 82. **Măntăluţă Maria** (cl. XI Ş.m. Rm. Sărat), 83. **Galeriu Dan** (cl. IX Ş.m. 1 Sibiu), 84. **Birză Ilie** (cl. X Ş.m. Sibiu), 85. **Andrei Maria** (absolventă Sibiu), 86. **Oros Octavian** (cl. VIII Ş.m. 1 Sighişoara), 87. **Aldica Mircea** (cl. XI Ş.m. 1 Sighişoara), 88. **Rădan Sorin** (cl. XI Slănic-Ploieşti), 89. **Coifman Hardy** (cl. XI Suceava), 90. **Verciuc Nicolae** (cl. XI Suceava), 91. **Andru Dorina** (cl. XI Ş.m. 1 Timişoara), 92. **Lungu Mihai** (cl. XI Ş.m. Tecuci), 93. **Ionescu Barbu** (cl. XI Ş.m. 1 Bucureşti).

Pînă la 20 martie 1963 s-au mai primit soluţii bune la problemele propuse în G.M.F.-B de la:

AGNITA. Ş.m. Cl. XI. Szilagy Alexandru (5482, 90, 532—38, 41, 44, 45, 51, 53, 59, 60, 65—67).

AIUD. Şc. elem. nr. 1. Leţia Tiberiu (E: 1915, 20, 22, 27, 28, 34, 39, 41). Ş.m. Cl. X. Cîmp Doina (5552, 53, 66, 69, 77, 88, 91, 92, 600, 04, 08, 15, 17, 19, 22, 27, 29—31, 34, 36, 47, 58—60, 63, 64), Reff Radu (5541, 44, 51, 55, 58, 60, 64, 66, 67, 77, 84, 88, 91, 92, 94, 604, 09, 12, 13, 15, 17, 19, 24, 29, 31, 44—48, 51, 52, 56, 59, 60, 65). Cl. XI. Sîntu Ion (5550, 52, 65, 91, 95, 613, 16, 18, 21, 31, 39, 41).

ALBA IULIA. Ş.m. Horia, Cloşca şi Crişan. Cl. XI. Lazăr Marcel (5544, 50, 51, 58, 59, 66, 68, 73, 74, 84, 602, 04, 18, 39, 41, 56).

ARAD. Ş.m. Olga Bancic. Cl. VI. Biticiu Mihaela (E: 915, 20, 21, 34, 37, 39, 41). Ş.m. 4. Weisz Veronica (5552, 53, 91, 94, 604, 17, 19, 24, 27, 29, 44, 46, 60).

BACĂU. Ş.m. 1. Cl. XI. Simion I. Alexandru (5541, 44, 45, 48—50, 53, 54, 58, 61, 65—69, 71, 73, 76, 77, 79—81, 83—86, 88—92, 94, 95, 97—606, 08—13, 15—22, 24, 25, 27, 29—31, 33, 37—39, 41, 43, 44, 46, 47, 51—54, 57—60, 62—65).

BAIA DE ARAMĂ. Ş.m. Cl. VIII. Dumitrescu Mihai (E: 1927, 30, 31, 34, 43, 46, 48, 50; 5591, 604, 29, 46, 47). Cl. XI. Pandurită Titi (5560, 65, 91, 602, 04, 18, 19, 23, 24, 29, 39, 41, 47), Umbreş Alexandru (5544, 59, 60, 61, 65—67, 74, 84, 91, 601, 02, 04, 12, 13, 16—19, 23, 24, 29, 37, 39, 41, 43, 46—48, 51—53, 56, 60, 64, 65).

BAIA DE ARIEŞ. Ş.m. Cl. VIII. Narita Dorin (E: 1915, 17, 18, 20—22, 25, 27, 34, 39, 41, 45, 46, 48; 5591, 604, 29, 46).

BAIA MARE. Şc. elem. nr. 1. Cl. VII. Fried Zoltan (E: 1928, 30, 34—37, 39, 41, 43). Şc. elem. nr. 4 Cl. V. Sălăjan V. Nicolae (E: 1928, 35, 39, 43, 47, 48, 50). Ş.m. 3. Cl. VIII. Albu Nicolae (E: 1918, 22, 26, 30, 31, 34, 39; 5591, 604, 29, 44, 46).

BISTRIŢA. Şc. elem. Cl. V. Fucă Mihai (E: 1922, 26, 27, 34, 39, 41, 43, 47). Ş.m. Cl. VIII. Fucă Sergiu (E: 1917, 18, 22, 25, 30, 43—45, 48, 50; 5591, 624, 29, 44, 46), Mund Hary (E: 1926, 27, 30, 31, 34, 35, 39, 41, 46, 48; 5591, 608, 29, 44, 46). Cl. IX. Cojocaru Gheorghe (5541, 52, 59, 91, 94, 604, 24, 29, 44, 46—48, 53). Cl. X. Banu Sever (5507, 21, 32, 33, 36, 37, 41, 51, 59, 66, 91, 606, 21), Gherasim Victor (5551, 52, 60, 65, 90, 91, 604, 06, 09, 12, 24, 29, 46, 47, 52, 53), Holban Petru (5507, 21, 31, 33, 36, 37, 52, 64, 66, 91, 604, 18, 21), Rusu Alexandru (5507, 12, 32, 35—37, 41, 51, 52, 59, 66, 91). Cl. XI. Budușan Mircea (5565, 66, 68, 73, 74, 84, 88, 91, 602, 04, 10, 12, 13, 15, 17—22, 24, 29, 39, 41, 44, 46, 47, 52), Buta Adrian (5550—52, 65, 74, 84, 91, 602, 13, 17—19, 22, 24, 29, 39, 41, 46, 47, 52), Cudric Leon (5565, 66, 91, 602, 04, 12, 13, 19, 29, 39, 41, 44, 46, 52), Horvath Florin (5565, 66, 68, 74, 91, 602, 12, 13, 18, 27, 29, 31, 44, 46, 52), Pangrațiu Florin (5591, 604, 12, 13, 15, 17—20, 24, 29, 31, 39, 41), Puşcaru Anton (5541, 42, 50—52, 59, 60, 65, 66, 74, 84, 619).

BIRLAD. Complexul şcolar. Cl. VIII *). Badea Lori (E: 1927—39; 5591, 604, 08), Bîra Cornelia (E: 1919, 36, 39, 41, 43, 46—48, 50; 5591, 604, 29), Burcioagă Ion E: 1918, 19, 21, 22, 26, 31, 36, 39, 46; 5591, 604), Coatu Georgeta (E: 1907, 10—14, 17, 18, 20, 22, 25, 36, 30 31), Costin Veronica (E: 1918, 26, 29, 30—32, 35, 46, 47, 50; 5560, 604), Dănilă Ilinca (E: 1917, 23, 30, 32, 41, 44—48, 50; 5604, 27, 29, 46, 47), Dobrin Aurel (E: 1915, 17—20, 22, 36, 41, 43, 47, 48; 5629) (Lupu Rodica idem), Florea Maria (E: 1915, 17, 19, 20, 41, 43, 46—48, 50; 5591, 629), Giuşcă Maria (E: 1918, 20, 21, 26, 31, 34, 36, 39; 5604), Leibovici Didi (E: 1917, 22, 26, 31, 39, 41, 46, 50; 5591, 604, 29), Mihoci Rela (E: 1907, 11—14, 18—20, 22, 25, 26, 31), Pasat Rodica (E: 1915, 19, 20, 29, 30, 41, 43, 46—48, 50), Pascu Nicolae (E: 1918, 20—22, 31, 34, 39, 41, 48; 5591, 604), Surdeanu Doina (E: 1915, 19, 21, 26, 31, 34, 39, 46, 5560, 91, 604, 29), Vineş Geta (E: 1888, 94, 95, 99, 903, 04, 06, 09, 11, 12; 5456).

Cl. X. Armeanu Cornelia (5545, 51—53, 60, 66, 69, 76, 77, 79, 80, 91, 98, 604), Borzaşi Corneliu (5508, 17, 52, 53, 59, 77, 91, 93, 94, 604, 12, 15). Cl. XI. Danilov Teodoriana (5591, 602, 04, 19, 20, 24, 29, 31, 39, 41, 46). Ş.m. 2. Cl. VIII *). Blănaru Anica (E: 1918—21, 26, 31, 32, 34, 36; 5591, 95, 604) (idem: Bușilă Otilia şi Ionescu Rodica), Bolat Teodor (E: 1915, 17—22, 25, 26, 32, 34, 36, 39), Borzaşi Dan (E: 1916, 17, 19—21, 24—26, 32, 34, 36, 39; 5559, 91, 604), Ceucă Constanța (E: 1918—22, 25, 26, 32, 34, 36, 46, 48, 50; 5604) (idem Mîndru Evelina), Cristacea Gh. (E: 1907, 09—11, 13, 14, 18, 21, 22, 26, 34; 5604), Foia Elena (E: 1926, 31, 32, 34, 36, 39, 46, 48, 50; 5591, 604, 29, 47), Grigoriu Alexandra (E: 1919—22, 31, 32, 36, 38, 39; 5595, 604).

BLAJ. Ş.m. I. Mureşianu. Cl. X. Stremtean Nicolae (5591, 612, 13, 29, 44, 46—48, 51, 52, 56, 65).

BORCA (Bacău). Ş.m. M. Sadoveanu. Cl. VII. Dahon Ioan (E: 1907, 10—13, 17, 19, 20, 22).

BORŞA (Maramureş). Ş.m. 1. Cl. VIII. Bohoraşi Vasile (E: 1873, 80, 88, 90, 92—94, 99, 901, 02, 04, 06), Coman Ion (E: 1894—96, 900—02, 04—06, 16—18, 5536). Cl. IX. Juga Mihai (5591, 93, 600, 05, 10, 12, 14—16, 24, 28, 29, 45, 46—49, 53, 54, 60).

BOTOŞANI. Şc. elem. nr. 1. Cl. VI. Wagner Richard (E: 1907, 10—13, 15, 20, 21, 26, 28, 34, 39). Ş.m. 1. A. T. Laurian. Cl. VIII. Atodiresei Mariana (E: 1912, 17, 18, 20, 22, 36, 48; 5591, 629), Bucătaru Irina (E: 1917, 18, 20—22, 26, 48, 50; 5591, 629), Cozmonciuc Veronia (E: 1920, 26, 27, 33, 34, 37, 39, 46, 48, 50; 5563, 66, 629), Dănilă Lucia (E: 1934, 39, 43, 46, 48, 50, 62; 5629, 46), Droşcaru Alexandru (E:

*) Se constată că elevii acestei clase au soluții identice, fiind copiate una după alta).

1926, 29—31, 34, 36, 39, 46, 48, 50; 5591, 604, 29), Hobjilă Vasile (E: 1917, 18, 22, 26, 34, 36, 39, 46, 48, 50; 5591, 629), Luchian Tamara (E: 1915, 18, 26, 28, 34, 39, 43, 46, 48, 50; 5584), Matei Antonina (E: 1915, 19, 21, 22, 22, 31, 34, 36, 43, 46; 5563), Maxim Minodora (E: 1926, 30, 31, 36, 39, 46, 48, 50; 5591, 604, 29, 47), Neamţu Maria (E: 1926, 28, 31, 34, 39, 46, 48, 50; 5629), (Olaru N. idem), Petraru Florin (idem), Popescu Cornelia (E: 1911, 14, 26, 27, 29, 33, 34, 46, 48, 50; 5563, 66), Popovici Iulian (E: 1914, 15, 17, 19, 20, 26, 46, 48, 63), Rotaru Pamfil (idem), Strungaru Rodica (E: 1926, 28, 31, 34, 39, 46, 48, 50; 5591, 629), Ştefan Ortansa (E: 1915, 26, 29, 30, 34, 39, 46, 48, 50), Ştefan Nichita (idem), Văcărescu Raluca (E: 1920, 25, 28, 36, 45, 46, 48, 50; 5591, 629). Cl. XI. Segal Talic (5521, 31—33, 35, 59, 66, 68, 91, 612, 13, 17, 19, 24, 29, 52, 58), Wexler Wiki (5542, 61, 67, 69, 72, 74, 88, 90—94, 98, 600, 04, 06, 08, 09, 12, 13, 15, 17—19, 21, 22, 24, 27, 29—31, 37, 38, 43, 44, 46—48, 52—54, 56, 58, 59, 60, 63, 64).

Ş.m. 2. M. Eminescu. Cl. X. Albu Vasile (5551, 52, 59, 60, 63—66, 69, 90, 91, 94, 604, 08, 09, 21), Tenenhaus L. (5645, 51, 52, 59, 60, 63—66, 69, 77, 80, 81, 94; 604, 21). Cl. XI. Baras Robert (5601, 13, 15, 17—19, 24, 26, 29, 30, 37—39, 41, 43—48, 51—53, 55, 56, 58, 59, 61, 62, 63, 65—83, 88—90, 92, 97, 701, 07, 10), Witing Silviu (5521, 31, 34, 35, 50, 52, 53, 56, 60, 91, 604, 17, 19, P).

BOZOVICI. Ş.m. Cl. VIII. Bogoevici Viorica (E: 1929, 30, 36, 46, 48, 50; 5591, 604, 29, 44, 46—48), Lopăţică Tiberiu (E: 1927, 34, 36, 39, 46, 48, 50; 5604, 29, 44, 46, 48). Cl. IX. Ignea Alimpie (5508, 23, 30, 35, 41, 44, 51, 53, 94, 604, 08, 10, 717).

BRAD. Ş.m. Avram Iancu. Fornache Corneliu (E: 1927—39; 5591, 604, 08).

BRAŞOV. Şc. elem. nr. 4. Cl. VII. Bătătorescu Anton (E: 1915—22, 24, 25). Şc. elem. nr. 6. Cl. VII. Crăciun Rodica (E: 1915, 18—24). Şc. elem. nr. 13. Cl. VII. Luncă Gheorghe (E: 1894, 99, 904, 07, 12, 13, 28, 34), Sîrbu Carmen (E: 1894, 96, 99, 907, 09—13).

Ş.m. 1. Vătui Florin (E: 1907—25; 5508, 23, 58—60, 62, 63). Ş.m. 4. Ştefan Gheorghiu. Cl. VI. Albert Elisabeta (E: 1897, 901, 04, 07, 08, 10, 12, 13), Balea E. (E: 1894, 97, 99, 901, 04, 10—13), Calotescu Mircea (E: 1897, 99, 904, 07, 12, 13, 15, 21; 5496), Chira Liliana (E: 1894—96, 907, 11—13, 15), Cotîrlea Angela (E: 1897, 99, 901, 04, 07, 12, 21), Iosif Dan (E: 1907, 10, 12, 13, 17, 20, 34). Cl. VII. Fiser Margareta (E: 1890, 96, 904, 13, 28), Misică Gheorghe (E: 1885, 88, 90, 96—98, 904, 12, 13, 17), Mocanu Dorel (E: 1907, 10, 12, 13, 17, 20, 28, 34), Văduva Lidia (E: 1885, 90, 95—97, 904, 12, 13, 17). Cl. IX. Mirea Lucia (5536, 44, 52, 60, 64, 91, 94, 604, 08, 10, 29, 34, 44—46, 53).

BRĂILA. Şc. elem. nr. 1. Cl. VI. Pană Eugen (E: 1907, 10—13, 20, 26). Cl. VII. Cornea Corneliu (E: 1910, 19—22, 26, 28, 34), Frîncu Elena (E: 1913, 15, 17, 19—22). Ş.m. 3. Cl. VIII. Băiaşu Mariana (E: 1911, 15, 19, 21, 22, 26, 27, 30, 31, 34; 5535, 59, 608), Burlacu Vasilica (E: 1907, 11, 12, 15, 18, 19, 22, 26, 27, 30, 31, 34, 38; 5535, 608), Pavel Filofteia (idem), Moşescu Marian (E: 1911, 14, 22, 25, 30, 31, 34, 36, 37, 39; 5535, 91, 608). Cl. X. Lupu Elena (5508, 12, 32—37, 41, 44, 45, 51, 52, 59, 66, 67, 91, 604, 15). Cl. VIII. Abramovici Liviu (E: 1907, 08, 10—14, 18—20, 22; 5591), Aizer Emil (E: 1907—09, 11—14, 20, 22, 34; 5517, 91), Bărbulescu Victorina (E: 1914, 15, 17, 19—21, 26—28, 34, 39; 5508), Mihalcea Marinela (E: 1907, 08, 10, 15, 18—21, 25, 34, 35, 39). Cl. X. Vasiliu Ana (5512, 21, 35—37, 41, 52, 59, 91, 604, 15, 19). Ş.m. 4. Cl. VIII. Nicolau Marioara (E: 1893, 74, 84, 85, 90, 917, 18, 20, 25—27, 35, 39), Pîrvu Mioara (E: 1873, 74, 84, 85, 90, 917—20, 25, 31, 35).

BREAZA. Lic. mil. D. Cantemir. Cl. X *). Alexandrescu Grigore (5544, 51—56, 60, 62—64, 66, 91, 604, 09, 29, 46), Frateş Sorin (idem), Aldea Gh. (5551—53, 56, 60, 63, 65, 77, 91, 600, 04, 09, 24, 46), Anghel Gh. (idem), Dincă Nicolae (idem), Dumitrică Vasile (idem), Amza N. (5591, 94, 604, 09, 12, 24, 27, 29, 44, 46—48, 50, 52), Badea I. (idem), Araiman Mihai (5541, 53, 62, 612, 21, 24, 29, 41, 46, 47, 52, 63), Bilea N. (idem), Ardeleanu Ion (5545, 49, 52, 53, 56, 59, 91, 604, 09, 21, 24, 27, 44, 47, 52), Avram Trofin (5552—57, 60, 62, 63, 66, 91, 600, 04, 09, 24, 29, 46), Băduleţ D. (idem), Chiper Dan (idem), Grigore Nicolae (idem), Bădicioiu Nicolae (5545, 49, 52, 55, 59, 64, 66, 91, 600, 03, 04, 09, 24), Bragadireanu Ion (idem), Bereş Francisc (5545, 49, 52—56, 60, 62—66, 77, 90—93, 600, 03, 04, 09, 12, 15, 19, 21, 24, 27, 29, 43, 46, 47, 50, 53), Bîrtea Ion (5552, 91, 604, 09, 24, 29, 31, 43, 46, 52), Bîrză O.

(5552—56, 60, 62, 63, 77, 91, 600, 04, 09, 24, 29, 46), Ciubucă Ioan (idem), Constantinescu V. (idem), Iagovici E. (idem), Botezatu Valeriu (5545, 48, 52, 53, 56, 59, 60, 62—64, 66, 77, 624, 29), Bratu Dorel (idem), Cercel Ioan (5545, 49, 52, 53, 55, 56, 59, 62, 91, 609, 24, 29, 46, 47, 50, 52, 60), Cocoș Mugur (idem), Crîngaru Mihai (idem), Grecu Gh. (idem), Constantinescu Ion (5552, 53, 55, 62, 63, 66, 91, 600, 04, 09, 24, 29, 46, 50, 52), Corneliu Ștefan (idem), Dumitru Gh. (idem), Daminescu Ioan (5545, 49, 52, 56, 62, 63, 91, 604, 09, 21, 24, 46, 47), Filip Ion (idem), Gheorghe I. Gh. (idem), Ioan Marian (idem), Dinu Doru (5552, 53, 56, 60, 62, 64, 66, 91, 600, 03, 04, 09, 12, 29, 50, 52), Dragomir Ștefan (5545, 49, 52, 53, 55, 56, 59, 60, 62, 63, 66, 69, 77, 91, 604), Iavorski Iulian (idem), Ionescu Constantin (idem), Dumitrescu Nicolae (5545, 52—57, 62—64, 66, 90, 97, 612, 73, 84), Dumitru Ilie (5545, 52, 53, 55, 56, 59, 91, 604, 09, 11, 12, 29, 31, 46, 52), Ene Nicolae (5549, 59, 91, 93, 94, 604, 09, 21, 24, 29, 44, 46, 47, 50), Gagiu Remus (5552, 53, 55, 56, 60, 62—64, 66, 76, 91, 604, 09, 29), Gavrilă Nicolae (5541, 52, 53, 56, 62, 63, 91, 604, 09, 12, 24, 29, 46, 52), Ilie Marin (idem), Georgescu Lucian (5591—94, 604, 09, 12, 24, 29, 44, 46, 47, 50, 52), Gheorghe Anton (5556, 91, 617, 19, 24, 29, 44, 46, 52, 58, 60, 65), Gheorghe Ion (5551—56, 60, 62, 63, 66, 77, 91, 600, 04, 09, 24, 29, 46, 52), Grecu Ion (5545, 49, 52, 53, 56, 59, 63, 91, 604, 09, 19, 21, 24, 46, 47, 50), Hențiu Ioan (5552, 53, 55, 56, 59, 66, 91, 604, 24, 29, 46, 47, 51, 52), Hrudei Ioan (5545, 49, 59, 91, 604, 09, 21, 24, 29, 44, 46, 47, 50), Ionescu E. (idem), Hurgoi Gheorghe (5552, 53, 55, 66, 91, 604, 12, 24, 29, 31, 44, 46, 47, 52), Ilie P. Marin (5545, 49, 52—56, 59, 60, 62, 63, 66, 77, 91, 604), Ionescu Cornel (5541, 52, 53, 56, 62, 63, 66, 91, 604, 09, 12, 29, 46, 52), Ionescu Ionel (idem), Ionescu Stelian (5552—56, 59, 60, 63, 64, 66, 77, 83, 91, 93, 94, 604, 09, 15), Iorgu Sorin (5545, 49, 52, 53, 56, 59, 63, 77, 604, 09, 21, 24, 46, 47, 50), Ispas Gheorghe (5552, 49, 52, 53, 55, 56, 62, 94, 603, 04, 09, 24, 29, 46, 47, 50, 52), Kovacs F. (5591, 93, 94, 604, 09, 12, 24, 27, 29, 44, 47, 50, 52, 58), Kramer E. (5552—56, 60, 62, 63, 91, 600, 09, 24, 29, 46, 52), Ivan Mircea (5552, 53, 55, 56, 60, 62—64, 66, 604, 29), Lazăr Constantin (5545, 52, 53, 56, 59, 60, 91, 604, 09, 12, 29, 31, 46, 52), Lazăr Viorel (5552, 53, 56, 60, 62—64, 66, 91, 600, 04, 29, 46, 50, 52), Lepădatu Dan (5591, 93, 94, 604, 09, 12, 24, 29, 44, 46, 47, 50, 52), Lidian Tudor (5552—56, 60, 62, 63, 77, 91, 600, 04, 24, 29, 46, 52), Manea Gheorghe (5541, 45, 52, 53, 59, 60, 65, 66, 91, 600, 04, 09, 29, 46, 52), Mericioiu Constantin (5541, 45, 49, 51, 53—56, 58, 62—64, 66, 69, 77, 90—93, 98, 600, 03, 04, 09, 12, 15, 17, 19, 21, 24, 27, 29, 31, 43, 47, 50, 52, 53, 54, 65), Mihalache Drăgan (5551—56, 62, 63, 66, 91, 604, 09, 29, 46), Mihalache Gheorghe (5593, 94, 604, 09, 12, 24, 29, 44, 46, 47, 50, 52), Mihalache Victor (5591, 93, 94, 604, 09, 12, 24, 29, 44, 46—48, 50, 52), Mihalca Ilie (5552, 53, 56, 59, 61, 62, 64, 66, 91, 600, 03, 04, 09, 12, 29), Miron Alexandru (5545, 52—55, 59, 62, 63, 91, 604, 09, 19, 24, 29, 47), Miron Gheorghe (5552—56, 59, 60, 63, 64, 91, 94, 604, 15, 29, 46), Moșescu Constantin (5552, 55, 56, 66, 91, 604, 12, 24, 27, 29, 44, 46, 47, 52), Năstase Ion (5591, 92, 94, 604, 12, 24, 29, 44, 46—48, 50, 52), Neculae Carol (idem), Niță Daniel (5545, 49, 52—54, 59, 63, 77, 92, 604, 09, 21, 24, 46, 47, 50), Păduraru Mihai (5553, 55, 60, 62, 63, 65, 77, 91, 92, 600, 04, 09, 24, 29, 46), Pascu Doru (5549, 52, 53, 56, 59, 63, 77, 91, 604, 09, 21, 24, 29, 46, 47), Peșu Ion (5552, 53, 60, 62, 63, 65, 77, 91, 600, 04, 09, 24, 29), Petru Aron (5545, 49, 52—54, 56, 62, 63, 90, 91, 603, 04, 09, 19, 24, 29, 46, 47), Petru Pîrvu (5552—56, 60, 62, 63, 77, 91, 600, 04, 09, 24, 29, 46), Pop Mihai (5541, 45, 52, 53, 60, 63, 66, 91, 604, 09, 29, 46, 52), Popescu Lucian (5545, 49, 52, 53, 56, 59, 63, 77, 91, 604, 09, 19, 24, 46, 47, 50), Postole Ilie (5591, 93, 94, 604, 09, 12, 24, 29, 44, 46, 47, 50, 52), Răducanu Gheorghe (idem), Raicu Victor (5552, 53, 56, 59, 66, 91, 604, 24, 27, 31, 44, 47, 51, 52), Rus Traian (5545, 52, 53, 56, 59, 62, 63, 91, 92, 604, 09, 19, 21, 29, 46, 47, 49, 50, 52), Rusu Mircea (5551—56, 62, 63, 66, 91, 604, 09, 29, 46), Samoilă Ștefan (5545, 52, 53, 55, 56, 60, 62, 63, 91, 604, 09, 12, 24, 29, 46, 52), Savu Ion (5591, 93, 94, 604, 09, 12, 24, 27, 29, 44, 46, 47, 50, 52), Secăreanu Ion (idem), Segărceanu Traian (5552—56, 60, 63, 66, 77, 91, 604, 09, 15, 29, 46), Sîntion Filaret (5545, 49, 52, 53, 56, 59, 63, 77, 90, 91, 604, 09, 19, 24, 46, 47, 50), Smarand C. Leonard (5552, 53, 55, 56, 59, 66, 90, 91, 604, 09, 24, 27, 29, 31, 44, 46, 47, 51, 52), Soare Ale-

xandru (5551—56, 62, 63, 66, 91, 604, 09, 29, 46), Stan Ion (5541, 52, 53, 55, 56, 62, 63, 66, 77, 604, 09, 21, 29, 46, 52), Stan Victor (idem), Stanciu Alexandru (5552, 53, 55, 56, 66, 90, 91, 604, 12, 24, 27, 29, 31, 44, 46, 47, 51, 52), Stancu Victor (5541, 45, 52, 53, 56, 60, 66, 91, 604, 09, 21, 29, 44, 46, 52, 63), Stănculescu Costel (5545, 49, 52—55, 59, 60, 62, 64, 66, 69, 77, 609, 52), Tănase Ilie (5545, 49, 52, 53, 56, 59, 62—64, 91, 604, 09, 19, 27), Tănase Ion (5591, 94, 604, 09, 12, 24, 29, 44, 46, 47, 50, 52, 93), Toma Ion (5552, 53, 55, 56, 60, 62, 63, 66, 77, 91, 600, 04, 09, 24, 29, 46, 52), Toth Francisc (5544, 51—56, 60, 62, 63, 66, 91, 600, 04, 09), Totoi Dumitru (idem), Teczlescu Doru (5545, 46, 47, 52, 53, 56, 59, 63, 91, 604, 09, 21, 24, 50), Tolea Nicolae (5545, 49, 52, 53, 56, 59, 63, 91, 604, 09, 21, 24, 46, 47, 50), Vărzaru Iulian (5545, 49, 52—56, 59, 60, 62—64, 69, 77), Velea Vasile (5541, 52, 53, 56, 62, 63, 91, 604, 09, 12, 24, 29, 46, 52), Velicu Marian (5591, 93, 94, 604, 09, 12, 24, 29, 44, 46—48, 50, 52), Vlădulescu Gheorghe (5541, 45, 49, 52—56, 59, 60, 62, 63, 66, 77, 91, 94, 600, 03, 04, 09, 19, 21, 24, 29, 44, 46, 47, 50, 52), Voichița Ion (5545, 49, 52—56, 59, 60, 62, 63, 66, 69, 77, 91), Voinea Gheorghe (5552, 53, 55, 56, 60, 62, 63, 66, 91, 604, 09, 29, 46), Voștinar Constantin (5541, 52, 53, 56, 62, 91, 604, 09, 12, 29, 46, 52), Zamfirescu Constantin (5547, 49, 52, 53, 56, 59, 63, 91, 604, 09, 21, 24, 46, 47).

BUCUREȘTI. **Studenți: Potcovanu Gheorghe** (fac. mat.-mec.) (5508, 12—14, 17, 21, 24, 31—33, 36—38, 45, 50, 52, 55, 56, 61, 62, 65, 66, 68, 90, 91, 94, 95, 97, 98, 602—04, 12, 13, 16—20, 22), Soare Marian (IPB) (5472, 550, 51, 56, 61, 65—68, 84, 85, 91, 601, 02, 04, 08, 17—19, 22, 24, 29, 38, 39, 41, 43, 47, 52, P).

Șc. elem. nr. 23. Cl. VI. Petrescu Corneliu (E: 1926—28, 30, 32, 33, 35, 36, 39). **Șc. elem. nr. 26.** Cl. VI. Popescu Eugen (E: 1909, 15, 16, 19—22, 25, 26), Popescu Vladimir (E: 1915, 16, 19—22, 25, 27). **Șc. elem. nr. 95.** Cl. V. Pădureț G. Andrei (E: 1920, 21, 25—27, 34, 35, 37, 39).

Centrul șc. de construcții nr. 1. Anul I. Nanu Ion (E: 1918, 19, 21, 22, 26, 28, 35, 41, 44, 46, 48, 50).

Șc. de muzică nr. 1. Cl. VIII. Dobrescu Sorina (E: 1907—15, 17—25; 5508, 52).

Ș.m. 1 N. Bălcescu. Cl. VIII. Donciu Teodor (5630, 46, 88, 89, 710, E: 1946, 48, 49, 52, 53, 57, 61). Cl. IX. Agachi Șerban (5591, 94, 604, 10, 19, 24, 30, 53, 65, 74, 77, 79, 81, 85, 88, 89, 91, 710), Gălățeanu Lucian (5604, 24, 74, 76, 77, 79, 81, 88, 89, 91, 95, 706), Ionescu Liviu (5551—53, 60, 91, 93, 604, 29, 45, 46, 65, 619, 24, 69, 74, 76, 77, 79, 81, 83, 85, 88, 89, 91, 710), Lazăr Gh. (5490, 95, 96, 98, 591, 84, 17, 56, 60, 59, 55, 17, 19), Lazăr Ion (5518, 32, 33, 56, 59, 60, 62, 84, 604, 17, 19, 22, 69, 89, 91), Luca Nicolae (5544, 59, 91, 624, 29, 41, 43, 44, 46, 47, 74, 88, 70, 61, 10). Popa Mihaela (5591, 604, 24, 29, 74, 76, 77, 79, 81, 85, 88, 89, 710), Sgîndăr Magdalena (5591, 602, 29, 76, 77, 81, 83, 85, 89, 95, 701, 06), Weiss Rodica (5591, 604, 24, 29, 74, 76, 79, 81, 85, 88, 89, 710), Zavlovski Rodica (5669, 74, 76, 77, 78, 81, 83, 85, 89, 91, 701, 06). Cl. X. Cofaru Mihai (5590, 91, 609, 15, 24, 29, 31, 66, 81, 88, 89, 701), Ștefănescu Dan (5552, 53, 60, 66, 67, 91, 93, 604, 12, 15, 17, 19). Cl. XI. **Grigorescu I. Șerban** (5480, 83, 93, 510, 15, 18, 50, 52, 55, 61, 66, 76, 81, 90, 91, 93, 97, 600, 03, 04, 12, 13, 18, 19, 24—27, 29—31, 33, 35—39, 41, 44, 46, 47, 57, 66—75, 79—81, 84—86, 88, 89, 91, 96, 701, 02, 04, 05, 07, 10, 11, 12). **Ionescu Barbu** (5590, 91, 94, 98, 600, 01, 04, 12, 13, 15—20, 22, 24, 29, 31, 38, 39, 41, 43, 44, 46, 55, 58, 60, 63, 64, 66—75, 80, 81, 89, 91, 92, 702, 06, 07, 10), **Ionescu Mihai** (5434, 35, 38, 39, 41, 46—48, 51, 52, 55—57, 59—61, 63, 66, 70, 75, 77—79, 83, 84, 86, 90, 91, 93—96, 502, 05, 08, 10—13, 17, 20, 21, 23, 32—37), **Taflaru Alexandru** (5512, 24, 26, 34, 38, 40, 42, 45, 53, 61, 75, 85, 86, 89, 91, 94, 600—04, 13, 15, 17—22, 24, 27, 31, 39, 41, 43, 44, 46, 48, 52—54, 56, 57, 59, 60, 62, 64—67, 69, 70, 72—74, 76—83, 88, 701, 07). **Ș.m. 2 T. Vladimirescu.** Cl. X. Năstase Georgeta (5446, 47, 61, 66, 501, 99, 506, 07). **Ș.m. 3 Ion Neculce.** Cl. VIII. **Nicolaescu Corneliu** (E: 1907, 10—15, 18, 19, 21, 22, 26—35, 37, 39, 41, 43, 44, 46—48, 50, 508, 17, 91, 604, 08). Cl. IX. Culianu Andrei (5552, 63, 66, 91, 94, 604, 25, 27, 29, 30, 44, 46, 48, 52). **Ș.m. 4 Aurel Vlaicu.** Cl. VIII. Bucura Alexandru (E: 1918, 19, 21, 22, 24, 26—28, 34, 35, 44, 46, 48, 50), Țane Gabriel (E: 1917—20, 22, 25, 25, 34, 48; 5591, 604, 24, 44). Cl. X. Oros Justin (5479, 82, 84, 88, 90, 91, 94—96, 512, 21, 32, 35—37, 51, 52, 56, 59, 63). Cl. XI. Mușătescu Virgil (5552, 63, 66—70, 84, 86, 90, 91, 93, 94, 602, 04, 09, 12, 16—19,

24, 29, 35, 37, 39, 46), Ţane Virgil (5507, 15, 17, 31, 33, 35—37, 51, 66, 68, 74, 84, 88, 91, 604, 08, 09, 15, 17, 19, 24, 29, 44, 46, 48). Ş.m. 5 M. Sadoveanu. Cl. VIII. Kiss Andrei (E: 1917—19, 22, 25, 34, 35, 48; 5591, 629, 44, 46, 47). Ş.m. 7 I. L. Caragiale. Cl. VIII. Milea Dafin (E: 1926, 31, 34, 35, 37, 40—42, 47, 48; 5591, 604). Cl. IX. Corodeanu Dinu (5541, 51—53, 63, 64, 91, 93, 94, 604, 08, 21, 27, 29, 46, 48). Ş.m. 8 E. Racoviţă. Cl. Constantinescu B. Ion (5545, 50, 52, 53, 61, 65, 66, 68, 69, 73, 77, 81, 84, 91, 602, 17, 18, 20, 24, 29, 39, 41, 46, 60). Ş.m. 10. Cl. VI. Marin Gabriel (E: 1894, 98, 99, 904, 26—28, 33—35, 41). Cl. VIII. Ioniţă M. (E: 1925—33, 35, 36, 39—41, 43, 48, 50). Cl. IX. Mircea Ioniţă (5517, 32, 35, 36, 41, 44, 51, 66, 67, 73, 84, 91, 619), Surcel Anca (5461, 94, 552, 62, 64, 69, 76, 91, 604, 21, 24, 27, 46, 81, 88, 89, 91, 706). Cl. XI. Guţu Octavian (5531, 33—37, 41, 45, 51, 53, 58, 59, 67, 77, 88, 93, 94, 602, 07, 08, 10, 13, 18, 20, 21, 37, 39, 41, 48, 50, 53, 66, 67, 71, 74, 75). Ş.m. 11 D. Cantemir. Cl. VIII. Cecăreanu Ovidiu (E: 1915, 20, 22, 28, 34, 36, 39, 43, 48, 62, 63; 5552, 604, 44). Ş.m. 12. Cl. IX. Kevic Ileana (5551, 52, 59, 66, 91, 94, 624, 25, 27, 29, 30, 44, 47, 49, 53). Cl. X. Brovţin Viorica (5545, 52, 53, 62, 65, 66, 69, 591, 604, 12, 15, 24, 29, 47, 52, 58). Ş.m. 13 Mihai Viteazul. Cl. X. Cristea Valentin (5552, 59, 60, 65, 91, 604, 12, 15, 17, 24, 20, 44, 46, 47, 52, 53). Cl. XI. Dacian Dan (5475, 77, 78, 84, 95, 521, 31—33, 35—37, 53, 59, 65—68, 74, 84, 91, 601, 02, 04, 10, 15, 17—20, 22, 24, 29, 37—39, 41, 43, 44, 46—48), Pap Mircea (5550, 53, 56, 60, 64—66, 68, 84, 91, 604, 13, 17, 19). Ş.m. 17 Matei Basarab. Cl. VIII. Dorneanu Marius (E: 1915, 17—23, 25—28, 31, 35, 36; 5559), Suciu Paul (E: 1915, 18, 19, 22, 25—28, 31; 5591, 604, 08). Cl. IX. Abramovici Eugen (5523, 30—32, 35, 36, 51, 53, 59, 65, 91, 611, 15, 17, 19). Ş.m. 18 M. Eminescu. Cl. IX. Iordache Florin (5536, 52, 53, 59, 60, 63, 64, 91, 93, 94, 604). Ş.m. 19 Ion Creangă. Cl. VIII. Ilie Romeo (E: 1917, 18, 22, 24, 26, 34, 35, 41, 43—46, 48; 5559, 91, 608, 29, 44, 46, 47). Ş.m. 20 Gheorghe Şincai. Cl. X. Tevi Ionel (5570, 91, 92, 612, 13, 16—20, 23, 24, 29, 41, 43, 47, 62, P). Cl. XI. Porumbescu Aureliu (5542, 45, 50—53, 56, 59, 60—62, 65, 66, 68—70, 76, 78, 84—86, 90—92, 94, 604, 12, 13, 17—19, 24, 27, 29, 38, 39, 41, 46, 47). Ş.m. 21. Cl. VII. Voiculescu Dan (E: 1916—18, 20, 22, 25—27, 30, 31, 34, 35, 37—41, 44, 45, 47, 48, 50; 5669—71, 74, 79, 80, 89, 92, 93, 96—98, 701, 02, 04, 06—08, P,N), Dragu Alin (5501, 04—06, 07, 11—13, 17, 20, 21, 26, 27, 30, 31, 33—37). Ş.m. 22 Gheorghe Lazăr. Cl. VIII. Bădescu Aurel (E: 1918, 22, 26, 31, 34, 35, 41, 44, 46, 48, 50; 5591, 629, 46), Moţoi Marin (E: 1907, 10—14, 17—19, 22—25, 27, 29—32, 34, 36—38; 5508, 23, 52, 59, 60, 63, 91, 604, 08). Cl. IX. Ignea Silviu (5508, 12, 17, 23, 32, 35, 36, 52, 53, 59, 60, 63, 91, 94).

Ş.m. 23 D. Bolintineanu. Cl. VIII. Băluţă Tudor (E: 1926, 30, 34, 35, 39. 40, 43, 44, 48, 50; 5591, 604, P), Istvan Vasile (E: 1926—28, 31, 34, 37, 39, 41, 43, 44, 45, 47; 5591, 604, 29, 44, 46, 47), Moroiu Alexandru (E: 1916, 24, 26—28, 31, 32, 34—36, 39, 41, 43—48, 50; 5559, 63, 91, 604, 29, 46, 47). Ş.m. 28. Cl. VI. Mureşanu Mihaela (E: 1920, 21, 28, 37, 39, 41, 42), Vass Gheorghe (E: 1915, 20, 21, 28, 43, 47, 48). Ş.m. 30. Cl. X. Conache Petre (5588, 94, 604, 08—10, 18—20, 27, 29, 38, 39, 43, 44, 46, 51, 52, 56, 65, 66, 69, 70, 73—75, 77—83, 85, 89). Ş.m. 34. Cl. VIII. Grabovski Adrian (E: 1917, 18, 21, 22, 25, 28, 34—36, 39, 41, 43, 44, 46—48, 50). Cl. X. Zisu N. Ana (5508, 13, 15, 20, 23, 25, 29, 30, 38, 39, 41—45, 48—56, 58—60, 62—69, 77, 79, 80). Cl. XI. Zisu N. Tudor (5508, 13, 15, 20, 42, 51, 52, 53, 56—71, 73, 74, 77, 78, 80—82, 84—87). Ş.m. 36. Cl. X. Gabrielescu Horia (5552, 53, 56, 60, 62—64, 90, 91, 94, 95, 98, 600, 04, 12, 13). Cl. XI. Pănoiu V. Marian 5561, 88, 91, 600—02, 04, 12, 13, 27—29, 41, 43, 45—47, 52).

BUJOR (Galaţi). Absolvent Bejan Mircea (5507—09, 12, 21, 23, 31—33, 35—38).

BUŞTENI. Ş.m. Cl. XI. Ioniţă Mihai (5533, 35—37, 42, 65, 84, 91, 602, 04, 15, 17, 19).

BUTAN Şc. elem. Cl. VII. Costea Aurora (E: 1941, 43, 45—47).

BUZĂU. Ş.m. 1. E. P. Hajdeu. Cl. IX. Andreescu Liviu (E: 1900—07, 09—23, 26—32, 34—36, 38, 39, 41, 43, 46, 48; 5439, 61, 62, 70, 82, 90, 91, 96, 519, 31, 36, 41, 44, 51, 52, 59, 60, 65—67, 84, 91, 604, 15, 17, 19, 24, 29, 33, 44—48, 58, 60, 65).

BUZIAŞ. Ş.m. Cl. Aldan Ion (E: 1934, 39, 41, 43, 45, 48, 50).

CĂLĂRAŞI. Ş.m. N. Bălcescu. Cl. VIII. Constantin Dan (E: 1915—22, 24—27, 31, 32, 35, 46, 48, 50; 5624, 29, 46, 59, 66, 91), Lozeanu Gabriel (E: 1930,

41, 45—48, 50; 5629, 44, 46, 47, 56), Rotaru Ion (E: 1922—36, 38, 39, 41, 45—50; 5559, 60, 63, 66, 91, 604, 08, 15, 24, 29, 44, 46, 47, 56). Cl. IX. Brăteanu Constantin (5551, 54, 59, 90, 91, 94, 604, 09, 19, 24, 29, 44, 46—48). Cl. X. Mușat Const. (5508, 52, 53, 59, 60, 64, 66, 80, 604, 09, 17, 24, 27). Cl. XI *). Anghelescu Pompiliu (5559, 61, 66, 68, 84, 88, 91, 98, 604, 15, 19, 29, 39, 41, 44, 46, 47), Roșu Romulus (idem), Brăteanu Gheorghe (5544, 56, 60, 66, 68, 74, 84, 90, 91, 94, 602, 04, 06, 08, 13, 15, 17—19, 24, 29, 33, 37, 39, 41, 44—48, 51, 52, 60, 63, 64, 65), Ionescu Gh. (5551, 58—61, 66—68, 73, 74, 84, 88, 91, 604, 06, 07, 09, 12, 13, 17, 19, 21, 29, 44, 46, 51, 52, 56, 59), Margină Mihai (5559, 61, 66, 68, 84, 88, 91, 98, 604, 15, 19, 29, 39, 41, 44, 46, 47), Palanciuc Gh. (5594, 603, 13, 24, 29, 37, 44, 47, 53, 58, 64), Păunescu Florin (5559, 61, 66, 84, 98, 604, 15, 19, 29, 41, 44, 46, 47), Pleșoianu Horia (5544, 51, 56, 60, 68, 74, 84, 90, 91, 94, 602, 04, 06, 08, 13, 15, 17, 18, 629, 33, 37, 39, 41, 44—48, 51, 52, 60, 62, 64, 65), Tănase Nicolae (5559, 61, 66, 68, 84, 88, 91, 98, 604, 15, 19, 29, 37, 39, 41, 44, 46, 47, 58).

CARACAL. Ș.m. Cl. VIII. Stoiculescu Radu (E: 1918, 22, 46—48, 5559, 629, 46).

CARANSEBEȘ. Ș.m. 1. Cl. IX. Bena Dorin (5541, 44, 45, 51—53, 59, 60, 62—64, 66, 67, 69, 76, 80, 83, 90, 91, 93—95, 98, 604, 06, 08, 10, 12, 15, 17, 09, 22, 24, 29, 44, 46—48, 52, 59, 63, 65), Man Carol (5541, 44, 51, 52, 66, 67, 73, 84, 91, 94, 604, 24, 29, 46). Munteanu Eugenia (5544, 59, 91, 619, 24, 29, 44, 46, 59, 665, 67, 84, P). Cl. X. Bota Lucia (5552, 66, 69, 91, 93, 94, 604, 12, 17, 24, 29, 46). Ș.m. 2. Cl. VIII. Brebu Ion (E: 1919, 26, 29, 30, 32, 34, 36, 47, 48; 5591, 604). Cl. IX. Stepănescu Ion (5541, 51, 59, 64, 66, 91, 629, 43, 44, 47, 56, 65). Cl. X. Pădeanu Constantin (5541, 51, 59, 67, 91; 629, 43, 44, 47, 52, 62, 65).

CERNAVODĂ. Ș.m. A. Saligny. Cl. IX. Iordan Nicolae (5541, 59, 67, 91, 606, 08, 10, 24, 29, 44—48).

CIUREA (Iași). Șc. elem. Cl. VII. Ciapă Virginia (E: 1927, 34, 39, 41, 45, 46, 48).

CIMPINA. Ș.m. 1 N. Grigorescu. Cl. VII. Ivașcu Florin (E: 1862, 69—71, 72, 84, 85, 88, 90, 92, 907, 11—13, 19). Cl. VIII. Bîrsan Horia (E: 1926, 39, 40, 43, 46, 49; 5591, 629, 44, 46, 47), Boșilcă Gh. (E: 1929, 30, 36, 43, 45, 46, 48; 5591, 604, 24, 27, 29, 44, 47), Palade Mihai (idem), Chițu N. (E: 1848, 50; 5591, 604, 27, 29, 44, 46), Cucu Lucia (E: 1917, 18, 20—22, 36, 38; 5591, 604, 29, 44, 46), Piper Violeta (idem), Tănase Gabriela (idem), Matei Nicolae (E: 1921, 22, 26, 28, 39, 41, 43, 46, 48—50; 5591, 604, 29, 44, 46), Moldoveanu Adriana (E: 1922, 26, 39, 43, 48; 5547, 59, 91, 627, 29), Moldoveanu Florica (E: 1917, 20, 30, 36, 46; 5591, 604, 24, 27, 29, 44, 47), Nilă Elena (idem), Nedelcu Ioan (E: 1936, 43, 45, 46, 47; 5591, 604, 27, 29, 29, 44, 47), Olteanu Luminița (E: 1917, 18, 20—22, 46; 5591, 604, 29, 46), Ștefănescu Pompilia (E: 1926, 27, 32, 34, 38, 45, 46; 5604, 629).

CIMPULUNG MOLDOVENESC. Școala elem. nr. 2. Cl. VII. Popescu Ovidiu (E: 1915, 17—19, 21, 24, 41, 44, 47, 48, 50, P).

Liceul Dragoș Vodă. Cl. X. Chiriac Ana (5563, 90, 93, 621, 24, 45—48, 51, 52), Lateș Mihai (5541, 44, 53, 59, 63, 67, 84, 91, 606, 09, 21, 45, 52), Lotieș Ion (5541, 44, 51, 53, 59, 84, 88, 90, 91, 604, 09, 21), Rosner Sorina (5541, 59, 63, 84, 90, 93, 621, 29, 30, 46, 47), Weinger Harold (5535, 41, 44, 45, 51, 59, 604, 09, 21, 51, 52).

Lic. militar Ștefan-cel-Mare. Cl. IX *. Crăciun Alexandru (5541, 44, 51—53, 59, 91, 604, 10, 15, 17, 19, 24, 27, 29, 44, 46, 47, 53, 66), Ivanov Dumitru (5541, 44, 51—53, 59, 60, 66, 91, 604, 24, 29, 44—47), Mamo Cristian (5551—53, 66, 91, 604, 24, 27, 29, 44, 46, 47, 53), Mascan Marius (5551—53, 59, 60, 66, 91, 604, 17, 19, 24, 27, 29, 44, 46, 47, 53, 60), Muntoiu Alexandru (5541, 44, 51—53, 59, 66, 91, 604, 17, 24, 27, 29, 44, 46, 47), Ștefurac Mihai (idem), Timar Gh. (idem), Rudenco Cornel (5552, 53, 60, 66, 91, 604, 17, 19, 24, 27, 29, 44, 46, 47, 60). Cl. X. Aschenazi Max (5541, 51, 53, 62, 67, 84, 90—93, 619, 21, 24, 47, 48), Badea Gh. (5541, 42, 44, 45, 48, 50, 52, 53, 55, 59, 60, 61, 63, 88, 90—92, 94, 95, 600, 03, 04, 09, 12, 24, 27, 29, 30, 33, 52), Banet Ovidiu (5541, 44, 51, 52, 59, 60, 66, 67, 73, 84, 90, 91, 600, 04, 09, 12, 17—19, 21, 29, 39, 41, 43, 44, 46, 47, 51, 52, 60, 62, 65), Costea Daniel (5541, 42, 44, 45, 48, 51—54, 56, 59, 60, 62, 66, 73, 88, 90, 91, 601, 04, 06, 10, 12, 15, 19, 21, 24, 29, 30, 31, 43—47, 52—54, 660, 65), Deda Gh. (41, 44, 48, 50—53, 58—60, 62—67, 73, 84, 88, 90, 91, 94, 601, 04, 08—10, 12, 17, 19, 21, 24, 27, 29, 43, 46, 47, 52), Fazekas Francisc (5588, 90, 91, 600, 04, 05, 09—12, 19, 21, 24, 29, 31, 43—46,

52, 53), **Ionescu Dan** (5541, 42, 44, 45, 48—53, 56—59, 71—73, 77, 78, 81—88, 90—95, 98, 600—29, 30, 31, 33, 34, 36—48, 52, 54, 53, 55, 57, 59, 60, 62—65), Jeleru Gh. (5531, 41, 44, 45, 52, 53, 59, 60, 90, 93, 600, 01, 04, 06, 12, 14, 27, 29, 31, 33, 43, 46, 52, 54), Kovacs Gabriel (5541, 44, 51, 52, 63, 64, 78, 90, 91, 94, 601, 03, 04, 08, 29, 43, 47, 53), Lazăr Sergiu (5541, 44, 48, 52, 56, 59—61, 63, 90, 94, 603, 04, 12, 27, 29), Măiereanu Alex. (5548, 52, 53, 60—64, 66, 90, 91, 92, 94, 98, 601, 04, 17, 19, 27, 29—31, 38, 43, 44), Manea Roşi (5541, 44, 45, 51—53, 56, 59, 63, 90, 91, 95, 600, 04, 12, 24, 27, 29, 33, 38, 47), **Mihuţ Aurel** (5590, 91, 600, 04, 08, 09, 12, 19, 21, 27, 29, 43, 46), **Stănescu Mihai** (5541, 42, 44, 45, 48, 51—53, 56, 58—60, 62—66, 88, 90—95, 98, 600, 01, 03—06, 08—12, 14, 15, 17, 19, 24, 27, 29, 30, 33, 38, 39, 41, 43, 46, 47, 52, 53), Ţăranu Vasile (5553, 59, 66, 90, 93, 621, 24, 29—31, 41, 45—48, 52). Cl. XI. Amirţilă Ionel (5591, 600, 01, 04, 12, 13, 17, 19, 24, 29, 39, 41, 44, 47), Apăteanu Dumitru (5545, 90, 91, 601, 02, 04, 12, 18, 24, 29, 38, 41, 44, 46, 52), **Banga Nicolae** (5541, 45, 51, 53, 59, 62, 63, 65—67, 73, 74, 88, 90, 602, 09, 17—19, 21, 24, 29, 33, 35, 38, 39, 41, 43—48, 51—53, 56, 58, 59, 63, 65), Bîtlan Ştefan (5591, 601, 02, 04, 12, 13, 18, 19, 24, 29, 39, 41, 44, 46, 52), Bulea Teodor (5560, 61, 65, 66, 84, 91, 602, 04, 12, 24, 29, 39, 44, 46), Cantaragiu Marin (5552, 65, 91, 600, 02, 04, 09, 17, 18, 24, 29, 38, 39, 41, 43, 44, 46—48, 52, 53, 60, 62), Costinar Viorel (5551, 53, 59, 65, 73, 600, 17—19, 21, 24, 29, 43, 44, 45, 47, 52), Cristian Florea (5550, 51, 53, 59, 66, 68, 73, 74, 84, 91, 604, 18, 24, 29, 38, 39, 41, 44, 47), Dumitrescu Nicolae (5560, 61, 65, 66, 74, 84, 91, 602, 04, 12, 13, 17, 19, 21, 24, 29), Florea Ştefan (5560, 61, 73, 84, 88, 91, 602, 04, 12, 13, 19, 21, 24, 41, 43, 44, 46, 47), Fuerea Dumitru (5560, 61, 65, 66, 73, 74, 84, 88, 91, 602, 04, 12, 13, 17, 19, 21, 39, 41, 44, 45, 47), Găinuşe Anghel (5601, 02, 04, 12, 13, 18, 24, 29, 33, 39, 41, 44, 46, 47, 52), Gioară Vasile (5550, 51 59, 61, 63, 65, 66, 74, 84, 91, 92, 600, 02, 04, 13, 18, 19, 21, 24, 29, 33, 38, 39, 41, 44, 46, 47, 52, 58, 63), Ilie Aurel (5590, 600—02, 13, 17, 21, 24, 29, 38, 39, 41, 43, 44, 46—48, 51—53, 56, 59, 60, 65), Ilie Aurel (5590, 600—02, 13, 17, 21, 24, 29, 38, 39, 41, 43, 44, 46—48, 51—53, 56, 59, 60, 65), **Irimia Ioan** (5552, 65, 91, 600, 02, 07, 09, 17, 18, 24, 29, 39, 41, 43, 44, 46, 47, 52, 53, 62), Irimia V. (5550, 61, 65, 66, 74, 84, 91, 92, 95, 600, 01, 02, 04, 12, 13, 17—19, 24, 33, 38, 39, 41, 46, 52), Kacso Karoly (5550, 51, 59, 61, 63, 65, 66, 84, 91, 612, 13, 24, 29, 33, 39, 41, 46, 47, 63), **Maftei Nicolae** (5541, 45, 51, 53, 59, 62, 65, 67, 73, 74, 88, 90, 600, 02, 09, 13, 17—19, 21, 24, 27, 29, 33, 38, 39, 41, 43—48, 51—53, 56, 59, 63, 65), Matei Alexandru (5541, 45, 51, 53, 59, 65, 73, 74, 88, 90, 600, 18, 19, 21), Melinte Manea (5550, 91, 601, 02, 04, 12, 13, 18, 19, 24, 29, 38, 41, 44, 46, 52), Neguriţă Ioan (5556, 59, 60, 61, 65, 66, 67, 73, 74, 84, 91, 602, 04, 12, 13, 17, 19, 21, 29, 39, 41, 43, 44, 46, 47), Nicolescu Marian (5590, 600, 02, 17, 24, 29, 38, 39, 41, 43, 47, 51, 56, 60, 65), Păstinică Nicolae (5517, 21, 33, 35, 37, 65, 74, 84, 91, 600, 04, 12, 13), Popescu Ioan (5552, 65, 66, 84, 91, 602, 04, 12, 13, 17, 24, 29, 39, 41, 43, 44, 47), **Puică Ion** (5541, 45, 51, 53, 59, 61, 62, 65, 67, 73, 74, 88, 98, 600—02, 09, 17—19, 21, 22, 24, 29, 33, 37—39, 41, 43, 51—53, 56, 58, 59, 64, 65), Roşca Alexandru (5591, 602, 04, 18, 24, 29, 39, 41, 43, 44, 46, 47), Roman Victor (5541, 50, 56, 61, 63, 65, 66, 74, 84, 91, 92, 98, 600, 01, 02, 04, 12, 13, 15, 18—20, 24, 29, 31, 33, 38, 39, 41, 46, 52, 63, 64), Schnall Nicolae (5550, 52, 53, 74, 84, 90, 91, 604, 13, 24, 29, 43, 44, 46, 47, 53), **Stoicescu Marcel** (5541, 44, 45, 48, 50, 52, 53, 56, 59—63, 65—68, 70, 73, 74, 84, 88, 90—92, 94, 95, 98, 600—02, 04, 09, 12, 13, 15, 17—20, 24, 29—31, 33, 38, 39, 41, 44—46, 48, 52, 57, 58, 63, 64, 65), Văduva C. (5550, 51, 53, 59, 63, 66, 73, 74, 84, 91, 92, 600, 02, 04, 13, 18, 19, 21, 24, 29, 33, 38, 39, 41, 44, 46, 47, 52, 63), Varga Alexandru (5559, 60, 65—68, 74, 84, 91, 602, 04, 12, 13, 15, 17, 19, 21, 24, 29, 39, 41, 43, 44, 46, 47), Vlad Alexandru (5556, 59—61, 66, 68, 73, 74, 84, 88, 91, 602, 04, 12, 13, 15, 19, 21, 24, 29, 39, 41, 44, 46, 47), Zlotea Gh. (5541, 52, 91, 600, 01, 03, 24, 29, 39, 44—47).

CÎMPULUNG MUSCEL. **Ş.m. Dinicu Golescu.** Cl. X. Niţică Gh. (5552, 66, 90, 91, 604, 12, 19, 21, 29, 44, 51, 52), Ţăposu Iosif (5552, 59, 66, 90, 91, 94, 604, 05, 10, 12, 15, 19, 21, 29, 44, 46, 48, 52, 53).

CÎRLIGAŢI (Bucureşti). **Şc. elem.** Cl. VII. Matu C. (E: 1899, 904, 07, 10—13, 20—22).

CLUJ. Studenţi: **Chisliţă Adrian** (5539—605, 12, 13, 15—25, 27, 29—31, 33—42, 46, 53), **Frenţiu Militon** (5507, 12, 21, 26, 30—33), **Leţia Ion** (IPC) (5541, 42, 45, 50, 52, 53, 55, 56, 59—73, 76—78, 80, 82, 84—87). **Ş.m. 1 George Coşbuc.** Cl. VIII. Dumitreasa Liana (E: 1894, 95, 98, 99, 901, 03, 06, 15, 17—22, 24, 25, 5482).

Ş.m. 2 E. Racoviţă. Cl. XI. Flueraş Valeriu (5554, 65, 75, 91, 602, 04, 13, 18, 24, 39, 41, 44).

Ş.m. 6. Cl. VIII. Mecea Vasile (E: 1918, 20, 26—28, 30, 34, 39, 48, 50; 5591, 604, 29, 44, 46).

Ş.m. 8. Cl. V. Moina Ioan T. (E: 1907, 10—13, 20, 23), Popovici Doru (idem). Cl. IX. Weisz Gh. (5541, 44, 51, 59, 66, 67, 84, 90, 91, 94, 603, 14).

Ş.m. 13. Cl. VIII. Aciu Mihai (E: 1917—19, 21, 22, 26, 31, 34, 39; 5591, 604, 29, 44).

Ş.m. muzică. Cl. VIII. Farkas Petru (E: 1907—13, 5604).

CONSTANŢA. **Ş.m. 1 Mircea cel Bătrîn** Cl. VII. Odae Maria (E: 1926—30, 32, 35, 37, 39, 48), Dobrogeanu M. (idem), Rădăcină Petre (E: 1916, 17, 26—28, 35, 36, 38). Cl. VIII. Vătuş Anca (5545, 52, 54, 60, 62—64, 90, 91, 604, 24, 29). Cl. IX. Chircu Theodor (5541, 44, 51, 52, 59, 66, 69, 80, 91, 604, 15, 19, 22), Lischievici Paul (5531—33, 36, 94, 609, 19, 46, 56), Topală Gh. (5555, 64, 66, 68, 69, 74, 91, 619, 21, 24, 41, 44, 46). Cl. XI. **Brînzăneacu Vasile** (5507—10, 12—21, 23—27, 29—45, 48, 49, 50—57, 59, 61—87, 89, 90—98, 600—06, 08—10, 12, 13, 15—27, 29—31, 33, 36—41, 43—49, 52—86, 88—93, 97, 98, 701, 04—08, 10, P).

Ş.m. 2. Cl. VII. Gazibar Maria (E: 1848, 49, 946, 26, 28, 31, 39), Cl. X. Bendiu Ana (5552, 53, 56, 60, 65, 66, 90—95, 98, 600, 03—05, 12, 13, 17, 19, 22, P). **Ş.m. 3.** Cl. IX. Răduinea Nicolae (E: 1907, 09—14, 16—19, 21, 26, 34, 35, 39; 5513, 31, 32, 36, 52, 53, 60, 66, 90, 91, 94, 98, 604, 12, 17, 19, 22). **Ş.m. 5.** Cl. VIII. Cîmpeanu Neti (E: 1890, 91, 94, 99, 900, 02, 05, 08, 09, 11, 14, 22, 25).

CRAIOVA. **Ş.m. 1.** Cl. VIII. Vasilescu Ion (E: 1918, 26, 34, 39, 41, 44—48, 50; 5559, 91, 604, 29, 44, 47). Cl. IX. Abstender Mariana (5590, 91, 94, 600, 04, 12, 17, 22, 27, 29, 30, 46, 53), **Popescu Felicia,** (5549, 52, 53, 55, 56, 59, 60, 65, 67, 76, 80, 90, 91, 94, 600, 03, 04, 08, 10, 12, 13, 15, 17, 19, 22, 24, 25, 27, 29, 30, 36, 44—48, 53, 56, 59, 60, 62), Sandu Darius (5541, 51, 53, 59, 60, 66, 67, 91, 604, 06, 08, 10, 24, 29, 46), Stăncuţ Lucia (5529, 41, 60, 90, 91, 600, 04, 08, 17, 19, 24, 29, 44—47, 62). Cl. XI. Chiriac Adrian (5566, 604, 06, 17, 19, 24, 29, 37, 45, 46, 58, 64, 65), Turceanu Florin (5503, 13, 21, 23, 32, 33, 35—37, 40, 50, 66, 74, 91, 604), Zimmel Silviu (5559, 74, 604, 15, 29, 44, 45, 52, 58—60, 64, 65). **Ş.m. 2.** Cl. VIII. Dragotă Lavinia (E: 1917, 19, 20—22, 25, 26, 29, 34, 39, 48, 50; 5591, 604, 08, 29). Cl. X. Dragotă Georgel (5541, 49, 51—53, 59, 66, 67, 84, 91, 604, 09, 12, 21), Graffer Mircea (5541, 45, 48, 51, 52, 53, 59, 60, 62, 65—67, 69, 77, 79, 84, 90, 91, 93, 600, 02, 04, 09, 12, 13, 15, 17—19, 21, 24, 29, 31, 33, 39, 41, 44, 46, 47, 52, 53, 57, 60, 62). Cl. XI. Vasile Cornel (5509, 13, 17, 23, 43, 45, 50, 52, 53, 63, 69, 83, 90—93, 95, 98, 603, 04, 12, 13, 17, 19, 24, 30, 33, 46, 53, 55, 57). **Ş.m. 3.** Cl. VIII. Dimitriu Dan (E: 1918, 19, 21, 22, 25, 34, 36, 39, 41, 45, 46, 48; 5591, 604, 29, 46), Marinescu Mircea (E: 1923—25, 27, 29, 31, 35, 39, 41, 45, 48; 5563, 91, 604, 29, 44), Pop Liviu (E: 1917—18, 21, 22, 29, 32, 46; 5560, 91, 604, 29), Frăsie Nicoleta (E: 1918, 19, 22, 29, 32, 36, 38, 46, 48; 5629, 46), Vasilescu Cristina (E: 1919, 28, 31, 34, 35, 38, 41, 43, 45, 46, 48, 50; 5591, 629, 46). Cl. XI. Ghindeanu Şerban (5559, 65, 66, 68, 72, 84, 91, 94, 615, 52, 58, 59). **Ş.m. 4.** Cl. VIII. Gheorghe Cicel (E: M1924, 25, 27, 34, 37, 39, 41, 43, 46—48; 5604, 29), Făfăluţă Nicolae (E: 1915, 20, 24—27, 34, 37, 39, 41, 47, 48; 5604). Cl. X. Cristescu Mărgărit (5507, 21, 32, 34, 35, 51—53, 59, 62, 64, 66, 67, 69, 79, 84, 91, 98, 604, 12, 15, 17, 19, 24, 27, 29, 31, 43, 44, 46—48, 52, 54, 56, 60, 62).

CURTEA DE ARGEŞ. **Ş.m.** Cl. X. Miu Constantin (5482, 84, 88, 90, 93, 94, 96, 532, 35, 52, 60, 62).

DEJ. **Ş.m.** Cl. IX. Bercovits Elena (5584, 90, 91, 94, 604, 08, 29, 44, 46, 47), Chindriş Mircea (5552, 53, 60, 84, 91, 94, 604, 29, 44—47). Leahu Mariana (5544, 52, 53, 63, 65, 84, 90, 91, 604), Ohbaum Erica V. (5552, 53, 60, 63, 84, 90, 94, 600, 04, 44, 45, 47), Ştefănescu Dan (5590, 91, 94, 604, 08, 29, 44, 47, 60, 90, 91), Tună Gh. (5552, 53, 56, 63, 84, 90, 91, 94, 600, 04, 29, 44, 46, 47).

DETA (Banat). **Ş.m.** Cl. VIII. Banciov Ioan (E: 1928—30, 34, 36, 39, 43, 46, 48, 50; 5646, 47), Mişcov Dragomir (5559, 60, 66, 90, 91, 604, 15, 17, 24, 29, 31, 43, 44, 46, 53, 60).

DEVA. Ş.m. Decebal. Cl. IX. Răgălie Ştefan (5477, 88, 513, 26, 31, 32, 44, 52, 53, 59, 60, 91, 604, 17, 19, 24, 29).
EFORIE SUD. Ş.m. Cl. X. Petru Ionel (5552, 55, 66, 77, 91, 604, 10, 15, 21, 24, 29, 35, 44, 46).
FOCŞANI. Ş.m. Al. I. Cuza. Cl. X. Gheţi Luminiţa (5559, 60, 65, 84, 94, 604, 09, 12, 13, 15, 17, 19, 24, 52, 53).
GALAŢI. Şc. elem. nr. 10. Cl. VII. Grecu Georgeta (E: 1917, 18, 21—23, 25, 26, 28, 32, 43), Stamatoiu L. (idem), Miron Melania (E: 1917, 18, 21—23, 25, 26, 28, 32, 43, 45), Mitrea Elena (E: 1917, 18, 22, 24—26, 28). Şc. elem. nr. 20. Cl. VII. Constantin Ştefăniţă (E: 1919, 20, 25, 26, 30, 35, 44), Diaconu Ştefan (E: 1917, 19, 20, 22, 43, 45, 48), Dima Steluţa (E: 1920, 25, 31, 35, 37, 44), Dumitru Gabriela (E: 1917—19, 22, 25, 26, 28, 30, 31, 36, 39, 44), Gherghişan Vasilica (E: 1925, 26, 28, 30, 31, 34, 35, 37), Horceag Ecaterina (E: 1917, 19, 26, 28, 30, 31, 35, 39), Vasiliu Niculina (E: 1917, 19, 26, 28, 30, 31, 39). Şc. elem. nr. 21. Cl. VI. Carabăţ Cornelia (E: 1915, 17, 19, 20, 22, 25, 34, 48), Pătru Mioara (idem), Carabogdan E. (E: 1915, 17, 21, 25—27, 37, 41, 43), Caraghiaur Angela (E: 1915, 17, 19, 20, 22, 28, 34, 43, 48), Voicu Elena (idem), Vătafu Dorinela (E: 1915, 17, 21, 22, 26, 35, 41), Tudose Aurel (E: 1915, 17, 19, 22, 25, 28, 43, 47). Cl. VII. Caminski Nedelia (E: 1915, 23, 26, 34; 5552, 66, 604), Mocanu Mariana (E: 1907, 08, 10, 13, 14, 17, 18, 21, 22, 26; 5604). Şc. elem. nr. 22. Cl. VII. Donose Angela (E: 1910, 17, 20—22, 25, 34), Mistrianu Gheorghe (E: 1907, 10—13, 22, 25), Opincaru Ecaterina (E: 1907, 11, 12, 17, 20, 22, 25), Osanu Georgeta (E: 1907, 08, 10, 11, 13, 15, 17, 22). Şc. elem. nr. 23. Cl. VI. Arhire Eugen (E: 1915, 20, 26, 34, 37, 39), Carşoti Stela (E: 1920, 25, 26, 34, 37, 39, 44), Crăciunescu Mihai (E: 1915, 17—19, 22, 28, 34), Drăgan Georgeta (E: 1920, 25, 34, 37, 39, 43, 44), Gaiţă Paul (E: 1915, 16, 20, 21, 25, 26, 28, 34), Olaru R. (E: 1920, 25, 34, 37, 41, 43, 48), Thiel Victor (E: 1915, 26, 39, 41, 43). Cl. VII. Bejan Ortansa (E: 1907, 12, 13, 21, 30, 36, 39), Botez Mihai (E: 1915, 17—19, 21, 22, 26, 27, 28, 34, 35, 39, 41, 43, 44, 46), Călin Adriana (E: 1920, 25, 30, 34, 35, 44), Cămîrzan Romeo (E: 1914, 18, 20, 26, 28, 30, 35, 36, 39, 43, 45, 46), Drăgan Ilie (E: 1917, 18, 20, 25, 34, 35, 39, 44), Dragomirescu D. (E: 1917, 18, 22, 26, 27, 34, 47, 48), Lupoaie Marian (E: 1918, 20, 26, 27, 34, 47, 48). Şc. elem. nr. 24. Cl. VII. Eisemberg Ludovic (E: 1909, 12—15, 17—19, 21, 22). Şc. elem. nr. 25. Cl. VII. Stoica Corina (E: 1914, 18, 22, 26, 29, 30; 5583, 609).
Ş.m. 2. Cl. VIII. Fluture Marin (E: 1907, 09, 11, 13, 14, 18, 23, 24, 28, 31, 34, 39; 5591), Lefterescu Marcela (E: 1907, 13, 14, 18, 22, 26, 29, 30, 35; 5559, 84, 609), Mocanu Marian (E: 1928, 32, 34, 41, 43, 45—50; 5591), Pascu Constantin (E: 1907, 09, 11, 13, 14, 18, 22—24, 26, 28, 30, 39; 5591). Cl. X. Marin Marusina (5550, 52, 53, 66, 88, 604, 09, 24, 29, 31, 46, 65), Stanciu Magdalena (5509, 12, 20, 21, 31, 32, 35—37, 42, 59, 66, 84, 91, 604, 12, 13, 19). Cl. XI. Cahane Mendi (5508, 13, 23, 34, 53, 56, 74, 91, 600, 04, 08, 13, 15, 19), Constantinescu Elena (5484, 88, 506, 09, 12, 20, 31—33, 37, 50, 52, 66, 84, 91, 94, 619). Ş.m. 3. Cl. VIII. Jora Miron (E: 1917, 22, 26, 27, 34, 36, 39, 43, 48; 5591, 604, 29), Lucaci P. (5423, 512, 36, 51—53, 59, 60, 84). Cl. XI. Balman Alexandru (5513, 56, 59, 63, 68, 74, 84, 91, 600, 04, 08, 13, 15, 19, 24, 29, 44, 46, 52), Iacobovici Sorin (5508, 12, 13, 17, 20, 21, 30, 41—43, 45, 50—53, 56, 59—64, 66—69, 73, 74, 77, 84, 88, 91, 94, 600—02, 04, 09, 12, 13, 19, P), Palic Teodor (5512, 15, 16, 53, 62, 66—68, 73, 84, 613, 24), Rosner Sally (5550, 52, 59, 60, 65, 68, 84, 91, 94, 604, 13, 17, 24, 29, 39, 44, 46, 47, 58, 60, 64). Cl. VII. Buruiană Elena (E: 1917, 18, 26—28, 31, 34, 39), Buruiană Rodica (E: 1914, 17, 18, 20—22, 25—27), Istrate Loretta (E: 1914, 15, 17—20, 26—28), Onose Elena (E: 1918, 20, 21, 26, 27, 31, 32), Sternatis Cornel (E: 1915, 18, 19, 21, 22, 25, 26). Cl. IX. Ariton Constantin (5541, 44, 52, 53, 59, 63, 64, 69, 76, 91, 93, 94, 604), Ene Adrian (5541, 44, 51—54, 59, 60, 63, 69, 76, 91, 93, 604), Petrescu Victor (5541, 52, 53, 59, 63, 64, 69, 76, 91, 93, 94, 604). Ş.m. 5. Cl. VIII. Mogoş Emilia (E: 1907—15, 17—19, 22), Robea Şăndel (E: 1907—15, 17, 19, 22). Cl. IX. Colibaş Argentina (5552, 54, 56, 64, 91, 604, 24, 29, 46, 53), Mihalache Anica (E: 1894, 99, 901, 04, 06; 5508, 51—53, 604, 29, 46, 47, 53), Sarivan Ioana (5552, 53, 91, 604, 24, 28, 29, 39, 46, 47, 53). Cl. XI. Creţu Eugen (5305, 34, 37, 43, 45, 427, 36, 38, 47, 63, 72, 75, 77, 82, 88, 90, 93, 501, 05, 08, 36, 37, 44, 51, 52, 59, 84), Lucaci Nicolae (5353, 54, 59, 60, 68, 69, 77, 78, 84, 88, 90, 94, 405, 07, 17, 19, 23, 25, 28, 34, 37, 38, 42, 53, 54, 58, 60, 62, 73, 75,

77, 79, 81, 83, 87, 91, 93, 99, 501, 03, 05, 13, 19, 21, 27, 31, 33, 35, 37), Năstase Costică (5438, 47, 63, 72, 75, 93, 501, 05, 08, 36, 37, 51), Solomon Ludwig (5410, 11, 22, 30, 52, 56, 60, 61, 63, 66—69, 71—73, 75, 76, 83, 92, 93, 96, 99, 501, 05, 08, 13, 19, 20—22, 27, 28, 32, 36, 57, 65, 66, 90).

GHEORGHIENI. Ş.m. Cl. VIII. Moldovean Emil (E: 1926, 27, 31, 34, 39, 41, 48, 50; 5644, 47).

GIURGIU. Ş.m. Cl. IX. Rabîncă Emil (5532, 52, 59, 63, 90, 91, 606, 19, 24, 47), Rada Mircea (5552, 53, 91, 93, 604, 19, 24, 29, 46, 47, 53, 60). Cl. X. Vlad Paul (5566, 91, 94, 604, 15, 24, 29, 44, 46, 47, 51, 52).

GRĂDINARI. Şc. elem. Cl. VII. Ene Nicolae (E: 1894, 95, 99, 904, 11, 13, 14).

GURA HUMORULUI. Ş.m. Cl. IX. Pralici Carol (5553, 59, 60, 62, 66, 91, 604, 24, 29, 44, 46, 48).

HALEŞ. Şc. elem. Cl. V. Bratoşin Angela (E: 1915, 20—22, 25, 26, 28), Dogaru Vasilica (E: 1915, 17, 18, 20—22, 26, 28), Jantea Elena (E: 1915, 17, 18, 20—22, 26, 39), Petre I. (E: 1915, 17, 20—22, 26, 28, 39). Cl. VI. Grigorescu Carmen (E: 1921, 26, 28, 34, 39, 41, 43), Marinescu Maria (E: 1915, 20—22, 25—28). Cl. VII. Voicilă Ion (E: 1915, 17, 20—22, 26, 28, 39).

HAŢEG. Ş.m. Cl. X. Petriu Emil (5541, 43—45, 51—53, 58, 59, 64, 66, 69, 77).

HÎRLĂU. Ş.m. Cl. VII. Solomon Ady (E: 1907, 10, 13, 16, 28, 31, 34, 39, P).

HOREZU (Argeş). Ş.m. Cl. VII. Ganea Elena (E: 1907, 09—15, 18—21, 26, 39; 5559).

HUEDIN (Cluj). Ş.m. Cl. VIII. Constantin Dan (E: 1915, 17—26, 31, 47, 49), Voiculescu Emil (E: 1926, 27, 29, 34, 35, 39, 48; 5591, 629, 46, 47).

IANCA. Ş.m. Cl. VIII. Monta Ionel (E: 1915, 16, 18—22, 26—37, 39, 41, 43, 45—48, 50; 5559, 62, 63, 91, 604, 29, 46, 47). Cl. X. Belciug Adrian (5565, 91, 604, 09, 21, 29, 31, 43, 44, 46—48, 53).

IAŞI. Ş.m. 1 M. Sadoveanu. Cl. VIII. Hanganu Ecaterina (E: 1915, 18—22, 26, 29—31, 48; 5591, 29), Stănică Dumitru (E: 1915, 18, 19, 21, 22, 26, 27, 29, 36, 39; 5560, 91, 604, 29). Cl. XI. Drăgan Gheorghe (5543, 53, 63, 67, 73, 77, 83, 84, 91, 641, P). Ş.m. 2. Cl. VII. Iancu Judith (E: 1911, 20, 22, 26, 34, 35, 39), Leizer Marica (E: 1912, 16, 17, 20, 21, 26, 39). Ş.m. 3 C. Negruzzi. Cl. VII. Popa Eugen (5560, 66, 69—71, 74, 79, 81, 88, 89, 93, 638, 39, 41, 701, 06, 07, 10, 13, 15, 20, 24—31, 33, 36, 37, 40, 42, 45, 46, 53, E: 1951, 55—62, 64, 66—71, 73, 75, P). Cl. X. Pîrvu Sorin (5552, 53, 60, 62, 77, 91, 94, 600, 04, 12, 17, 19, 22, 29, 46). Ş.m. 4 G. Ibrăileanu. Cl. VI. Banu Tudor (E: 1920, 21, 25, 26, 37, 40, 45, 48). Benchea N. (E: 1926—28, 34, 35, 37, 39). Cl. VII. Banu Irina (E: 1918, 23, 29—31, 36, 44, 46, 48, 50), Şerban Elena (E: 1940—50). Cl. IX. Berechelea Dumitru (5552, 53, 60, 62, 64, 91, 93, 94, 604, 24, 29, 30, 44, 46). Cl. X. Georgescu Marieta (5512, 13, 17, 21, 31—34, 36, 37, 91, 612). Ş.m. 7 Al. I. Cuza. Cl. VIII. Ciolan Irina (E: 1917, 18, 39, 45, 46, 48, 50; 5591, 604, 29), Cojocaru Cecilia (E: 1907, 12—14, 18, 19, 22, 29, 30; 5563). Cl. IX. Florescu Liviu (5544, 51, 53, 60, 66, 67, 69, 91, 94, 604, 15, 19, 24, 29, P), Ignat Bogdan (5591, 93, 600, 04, 17, 19, 24, 29, 45, 46), Tebeanu Teodor (5521, 23, 91, 94, 95, 604, 17, 19, 24, 25, 29, 44—48, 53, 55, 59).

LONEA. Absolvent Perjeru Emil (5472—75, 77, 79, 82—84, 86, 88, 90, 91, 94—97, 500, 01, 03, 05—10, 12—16, 18, 20, 21, 26, 30—33, 36—40, 42, 45, 49—53, 55, 56, 60—66, 68—72, 77, 78, 80—83, 85, 86).

LUGOJ. Şc. elem. Cl. VII. Nuta Letiţia (E: 1915, 20, 21, 25, 34, 39, 41), Curiţă Lucia (E: 1918, 20, 26, 34, 36, 48, 50), Jivan Doina (E: 1915, 20, 25, 26, 34, 48, 50), Micniună Stela (E: 1915, 18, 20, 25, 26, 34, 48, 50), Orbulov Petru (E: 1918, 41, 47, 48, 50; 5604, 44), Popişstaş Rodica (E: 1915, 20, 21, 25, 26, 39, 41, 48), Puiu Pestemia (E: 1915, 20, 25, 26, 34, 39, 48), Sîrbu Dan (E: 1910, 33, 34, 39, 41, 47, 48, 50). Şc. elem. nr. 5. Cl. VI. Streian Virgil (E: 1921, 22, 26, 35, 45, 48, 50). Cl. VII. Daba Valerian (E: 1915, 17, 20, 21, 25, 28, 34, 48—50).

S.m. 1. Cl. VIII. Bacău Ioan (E: 1915, 17—22, 25, 26, 30, 31, 37—39), Bogdănescu Mircea (E: 1915, 16, 19—21, 26, 27, 30, 34, 36, 39; 5591, 604), Botiţ Elisabeta (E: 1926, 29, 30, 34, 36, 39, 46; 5591, 604, 24, 29, 47), Brînda Ioan (E: 1920, 28—31, 34, 39, 44, 46, 48, 50; 5591, 604), Ciolacu Nicolae (E: 1917, 18, 22, 25, 26, 29, 31, 34, 36, 39, 48; 5591, 604), Cristea Ionana (E: 1918, 24, 26, 30, 34, 36, 39, 45, 48, 50; 5604), Daminescu Constantin (E: 1915, 18—21, 26—28, 30, 34, 36, 39; 5591, 604), Frenti Elena (E: 1918, 26, 31, 34, 37, 41, 47, 48, 50; 5591, 604), Georgescu Ion (E: 1915, 18—22, 26, 30, 34, 36, 39, 48; 5591, 604), Halas Dumitru (E: 1926, 29—31, 34, 36, 39, 46, 48; 5591,

604, 29, 46), Jurca Maria (E: 1926, 29, 34, 39, 41, 46, 48, 50; 5591, 604, 24, 29), Madina Pavel (E: 1915, 19—22, 26, 30, 34, 36, 39, 43, 46, 50; 5559, 604), Niţoiu Radu (E: 1930, 32, 34—36, 39, 43, 45; 5591, 604, 24, 29, 44, 46), Popescu A. Ioan (E: 1918, 20, 23, 25, 28—30, 34, 36, 39, 43; 5591, 604, 29), Popişteanu Delia (E: 1915, 18, 19, 21, 26, 30, 34—36; 5591, 604), Racoviţan Vasile (E: 1915, 16, 19—21, 26, 27, 30, 34, 36, 39; 5591, 604), Trautman Ludovic (E: 1918, 20, 22, 24—26, 29, 30, 34, 36, 39, 43; 5559, 91, 604, 29). Voina Elena (E: 1915, 18—20, 26, 28, 30, 34, 36, 39; 5591, 604). Cl. IX. Jurcă Ioan (5554, 58, 90, 91, 94, 604, 08, 10, 12, 17, 19, 24, 27, 29, 43—48, 59, 60, 65). Cl. X. Boldureanu Elena (5566, 90—94, 98, 604, 15, 17, 19, 22). Cl. XI. Galeczki Gheorghe (5474, 550, 85—88, 90, 91, 95, 600—02, 04, 06, 09, 13, 15—25, 29—31, 35, 37—41, 44—48, 52—65), Milici Constantin (5557, 78, 81, 601, 18, 19, 24, 29, 37—39, 41, 47, 50, 63).

LUNCA MUREŞULUI. Absolvent Ştefan I. Ştefan (5515, 23, 35, 53, 59, 60, 65, 66, 68, 72, 76, 77, 90, 91, 95, 600, 02, 04).

MĂRĂŞEŞTI. Ş.m. Cl. XI. Mincinopski Gh. (5400, 03, 07, 08, 10, 12, 19, 23, 26, 36, 37, 46, 47, 50, 72—74, 79, 80, 91, 505, 06, 08, 17, 21—33, 36, 37, 42, 44, 51—53, 56, 59—61, 65—68, 73, 74, 81, 84—87, 90, 91, 93, 97, 600, 02, 04, 06, 12, 13, 15—20, 24, 29, 37, 39, 41, 43—47, 52, 60, 63, 65, P).

MEDIAŞ. Ş.m. Cl. VII. Brădişteanu Smarand (E: 1915, 17, 18, 21—23, 25, 29—32, 35—37, 39).

MEREI. Şc. elem. Cl. VI. Jipa Mircea (E: 1911, 14, 15, 17, 18, 21, 22, 25, 26).

MOINEŞTI. Prof. Parascan Ilie (P).

MOLDOVA NOUĂ. Ş.m. Cl. VIII. Iancovici Elena (E: 1926, 31, 36, 38, 46, 50; 5604, 08, 48).

MORENI. Absolvent Moraru I. Ion (5519, 32, 33, 35—38, 42, 50, 52, 61, 65, 66, 68, 71, 72, 85). Ş.m. Cl. VIII. Comeagă Ilie (E: 1917—26, 28, 29, 34—36, 39, 41, 43—48, 50; 5591, 604, 29, 46, 47), Vîlcereanu Ştefan (E: 1915, 26, 33, 34, 36, 39, 46, 48; 5560, 66, 91, 604, 29). Cl. IX. Niţă Traian (5461, 91, 94, 96, 98, 99, 506, 26, 31, 32, 36, 67).

NĂSĂUD. Ş.m. George Coşbuc. Cl. X. Coliş Stoian (5541, 60, 63, 66, 91, 604, 24, 29, 44, 46, 47, 52), Domide Marius (idem), Prilopan Ovidiu (idem), Mesaroş Cecilia (5591, 600, 04, 09, 24, 29, 43, 46, 47, 51, 52, 65), Tomi Dumitru (idem).

NOVACI (Oltenia). Ş.m. Cl. VIII. Tomescu Ion (E: 1917—22, 26, 36, 39, 45, 46, 48; 5591, 603, 29). Cl. X. Anghel Petre (5541, 45, 49, 52, 53, 58—60, 62—64, 66, 83, 90, 91, 98—600, 04, 06, 08, 15, 17, 19, 21, 22, 24, 26, 27, 29, 33, 35, 43, 44, 46, 47, 52, 53, 59, 60, 63, P), Uţu Ion (5545, 52, 53, 60, 62, 64—66, 88, 91, 98—600, 04, 06, 08, 17, 19, 21, 22, 24, 26, 29, 33—35, 43, 44, 46, 47, 52, 53, 59, 60, 62). Cl. XI. Bejancu Aurel (5436, 37, 62, 74, 502, 03, 38, 41—45, 48, 50, 51—53, 56—69, 71—76, 79, 82—84, P).

OBIRŞIA (Oltenia). Şc. 8 ani, Cl. VII. Florescu Veronica (E: 1917—22, 24—28, 35, 41, 44, 48, 50, 52, 57, 58, 61).

ODOBEŞTI (Galaţi). Ş.m. Cl. IX. Mîrza Sava (5517, 41, 52, 53, 91, 604, 17, 19, 29, 44—46, 65), Păncescu Adriana (5541, 52, 65, 91, 94, 604, 15, 24, 29, 44—48, 53, 59, 60). Cl. XI. Brusalis Theodor (5541, 42, 45, 52, 53, 58, 59, 61, 66—68, 70, 73, 74, 81, 84, 91, 601).

ONEŞTI (Bacău). Ş.m. Cl. VIII. Ciobanu Mihai (E: 1915—22; 5559, 60, 63, 629, 44, 47). Cl. XI. Grădinaru Gigi (5508, 12, 21, 33, 36—38, 44, 53, 60, 65, 68, 83, 84, 91, 604, 19), Prună Victor (5550, 52, 56, 60, 61, 64—66, 70, 80, 81, 83, 84).

ORADEA. Ş.m. 1. Cl. IX. Popescu Dumitru (5512, 19, 29, 31, 35, 36, 44, 45, 51—54, 60, 65—68, 91, 600, 04, 06, 12—15, 17—19, 22). Cl. X. Jedliska Francisc (5541, 45, 51, 52, 59, 60, 64, 90, 91, 94, 604, 09, 12, 19, 21), Neumann Vera (5591, 604, 24, 29, 46, 52, 66, 78, 81, 83, 89, 701, 06). Cl. XI. Toma Dragomir (5540, 45, 56, 61, 65, 68, 70, 71, 75, 77—82, 88, 89, 92, 94, 97, 98, 600—02, 06, 11, 16, 18, 22, 24, 25, 29—31, 33, 35, 37—39, 41, 43—60, 62—89, 91—93, 95, 97, 701, 02, 04—08, 10, P). Ş.m. 4. Cl. X. Berger Gavril (5507, 11, 12, 21, 30, 33, 36, 37, 65, 91, 604, 12).

ORAVIŢA. Ş.m. Cl. XI. Guleşiu Adrian (5552, 59, 66—68, 73, 74, 91, 600, 13, 15, 17, 19), Schweiger Gabriel (5561, 66, 68, 91, 615, 17, 19, 29, 37, 44, 46, 47).

ORĂŞTIE. Ş.m. Cl. X. Ursu Ioan (5541, 44, 51, 62, 63, 64, 69, 77, 89, 94, 612, 15, 17, 19, 24, 27, 29, 44, 46, 52, 53, 56, 59, 62, 65). Cl. XI. Borza Ioan (5541, 45, 50—53, 56, 59—70, 73—75, 77, 81, 83, 84, 91, 604, 12, 13, 15, 17—19, 21, 22), Costea Viorel (5472—74, 78, 80, 99, 500, 03, 04, 09, 13,

15, 20, 26, 30—32, 34, 35, 40, 41, 45, 50—53, 56, 59—70, 73—76, 81, 83, 84, 91, 94, 97, 600, 01, 04, 10, 12, 13, 15—19, 22, 24, 27, 29, 37—41, 43, 44, 46, 47, 52, 53, 56, 58—65), **Rotaru Radu** (5507, 35, 37, 42, 50, 56, 58, 59, 66—68, 73—77, 84, 88, 91, 604, 06, 15, 17—19, 21, 24, 26, 29, 37, 39, 41, 44, 46, 52, 56, 58—60, 64, 65), Frîntu Floarea (E: 1926—28, 31, 34—36, 39, 48, 50; 5591, 604, 29, 44, 46), Frumosu Nicolae (E: 1926—28, 36, 41, 48, 50; 5591, 604, 24, 27, 29, 44, 46—48), Iliescu Ion (E: 1926, 34, 39, 41, 43, 44, 48, 50—55, 57—59, 61; 5591, 604, 29, 44, 46—48, 88, 89, 706, 08, 10), Jarcu Gheorghe (E: 1926—28, 31, 34—36, 39, 41, 43, 48, 50; 5591, 604, 29, 44), Jucu Matilda (E: 1926—28, 31, 34, 35, 39, 41, 48, 50; 5591, 604, 28, 44), Letiuca Margareta (E: 1927, 31, 34, 35, 39, 48, 50; 5604, 24, 29, 46, 47), Lupşescu Nicolae (E: 1926—28, 31, 34—36, 39, 41, 43, 46, 48, 50; 5591, 629), Murariu Ion (E: 1926—28, 41, 48, 50; 5591, 604, 29, 44, 46—48), Popescu Ana (E: 1927, 31, 34, 35, 39, 48, 50; 5591, 604, 24, 29, 46, 47), Radu Alexandru (E: 1926—28, 31, 41, 48, 50; 5604, 29, 47), Sanda Ionelia (E: 1915, 19, 22, 27, 28, 31, 34, 35, 39, 50), Suru Mihai (E: 1926—28, 31, 34—36, 39, 41, 48, 50; 5604, 29, 44).

ORŞOVA. **Ş.m.** Cl. VIII. Blidariu Ion (E: 1926, 36, 48, 50; 5591, 629, 46, 47), Blidariu Stana (E: 1926, 27, 31, 34, 39, 48, 50; 5591, 604, 24, 29, 46), Broşteanu Romeo (E: 1926, 28, 36, 41, 48, 50; 5604, 24, 29, 44, 46—48), Cazanegrea Marusia (E: 1926, 27, 31, 34, 39, 48, 50; 5591, 604, 24, 29, 46), Cercel Remus (E: 1927, 28, 31, 36, 41, 48, 50; 5629, 47), Chiriac Dumitru (E: 1926—28, 34, 36, 39, 41, 43, 48, 50; 5591, 604, 29, 44), Costescu Ion (E: 1927, 36, 41, 48, 50; 5591, 604, 27, 29, 44, 47, 48), Craiciu Dan (E: 1926, 34, 39, 41, 44, 48, 50—55, 58, 59, 61; 5591, 604, 24, 29, 44, 46—48, 88, 89, 706), Creţoiu Mircea (E: 1926, 29, 38, 41, 46, 48, 50; 5591, 604, 29, 44, 46—48), Feneşan Maria (E: 1926—28, 31, 34—36, 39, 48, 50; 5591, 629), Suvăgan Gheorghe (E: 1926—28, 31, 34, 35, 39; 5591, 604, 29, 41, 43, 44, 46, 48, 50), Vişinescu Elena (E: 1926—28, 31, 34—36, 39, 48, 50; 5591, 604, 29, 44, 46), Zărescu Ilie (E: 1926—28, 31, 34—36, 39, 41, 46, 48, 50; 5604, 29, 44).

OŢELUL ROŞU (Banat). **Ş.m.m.** Cl. VIII. Carelli Georgeta (E: 1917—22, 26, 28, 30, 32, 38, 48, 50; 5604), Tîrziu Valeria (E: 1919—22, 25, 28, 30, 32, 38, 41, 48, 50; 5604). Cl. X. Popescu Lia (5553, 60, 91, 600, 04, 09, 29, 46, 50—53).

PANCIU (Galaţi). **Ş.m.** Cl. IX. Nedelcu Gheorghe (5591, 94, 600, 04, 08, 17, 19, 22, 24, 29, 44, 46—48, 74, 81, 89, 706). Cl. XI. **Zamfir Ion** (5541, 43—45, 48, 50—54, 56—75, 77—87, 91, 93—95, 97, 600, 01—04, 08, 09, 12, 13, 15—23).

PĂTÎRLAGELE (Ploieşti). **Ş.m.** Cl. VIII. Popa Dumitru (E: 1941—44, 46—48, 50; 5629, 46). Cl. IX. **Andrei Titus** (5541, 44, 49, 51, 52, 55, 59, 60, 62—64, 66, 67, 69, 84, 91, 601, 04, 08, 12, 17, 19, 24, 27, 29, 30, 34, 35, 38, 44—48, 51, 56, 60, 62, 65). Cl. X. Creangă Mihai (5551, 52, 56, 59, 60, 63, 624, 29, 41, 44—47), Enăcescu Dumitru (5555, 62, 66, 67), Rotaru Victor (5544, 45, 49, 51, 52, 55, 62, 67, 69, 84, 601, 08, 15, 17, 24, 27, 30, 35, 38, 44, 45, 47, 48, 51, 56, 62, 65).

PĂUNEŞTI (Bacău). **Şc. de 8 ani.** Cl. VI. Banciu Virginica (E: 1926, 28, 34, 39, 41, 43, 53, 55). Idem, alţi 14 colegi de clasă. Cl. VII. Apostu Gheorghe (E: 1910, 12, 15—18, 20—22, 24—26, 28, 29, 31, 33, 34, 37—39; 54, 55, 58, 5591, 612, 53). Idem alţi 9 colegi de clasă. Bostan Maria (E: 1907, 10, 11, 13, 14, 17, 20, 22, 25), Dodu Marioara (E: 1910, 11, 17, 20, 22, 25, 34, 37, 41, 43, 48, 50, 53, 55, 58), Duman Florica (E: 1926, 28, 34, 41, 48, 50, 55, 61, 63), Dumitru Aurel (E: 1926, 28, 41, 43, 45, 46, 48, 50; 5706), Pintilie Angela (E: 1910, 12, 14, 15, 17, 20, 22, 24, 25), Ranţă Elena (E: 1920, 26, 37, 48, 53, 55, 58, 61), Rogozan Ileana (E: 1926, 28, 34, 41, 43, 48, 50, 53).

PETRIŞ (Banat). **Şc. 8 ani.** Cl. VII. Beangă Mariana (E: 1926, 28, 30, 31, 33, 34, 37—41, 43—48, 50), Jancu Mariana (E: 1940, 41, 43—48, 50).

PETROŞENI. **Ş.m.m.** Cl. VIII. Bredan Silvia (E: 1936, 39, 41, 43, 48; 5591, 624, 27, 29, 46, 47), Bodoc Iudita (E: 1936, 46, 48, 50; 5591, 604, 08, 29, 44, 46, 48), Bunea Elena (E: 1918, 22, 34, 43, 46—48; 5559, 66, 91, 629, 46), Firescu Maria (E: 1917, 22, 34, 36, 46; 5566, 91, 604, 29, 46), Jurca Ion (E: 1943, 47, 52, 53, 58; 5624, 44, 47, 51, 78, 83, 708), Moraru Cornelia (E: 1934, 39, 41, 44, 47, 48, 50; 5591, 604, 24, 27, 29), Munteanu Constanţa (E: 1918, 22, 34, 39, 43, 47, 48, 50; 5591, 604, 29, 46), Pătru Marin (E: 1917, 18, 20, 22, 25, 26, 29, 46; 5563, 91, 604, 29), Seiler Rosina (E: 1915, 17—21, 27, 28, 39, 41, 43, 48, 50; 5566, 604, 29), State Mariana (E: 1917, 22, 34, 36, 46; 5566, 91, 604, 29, 46), Onciu Teodora (E:

1926, 30, 46, 48, 50; 5591, 604, 08, 29, 44, 46, 48), Tănase Maria (E: 1928, 29, 30, 36, 48, 50; 5591, 604, 24, 29, 46, 62), Toma Ion (E: 1917—19, 21, 22, 24, 26, 35, 41, 48, 50; 5566, 624, 29). Cl. X. Goldstein Benjamin (5590—92, 94, 98, 604, 13, 17, 19, 22, 24, 29, 46, 47, 53, 54, 57, 60), **Orlov Zinaida** (5545, 56, 59, 60, 64, 66, 69, 76, 77, 79, 80, 88, 90—95, 98, 604, 05, 09, 12, 13, 15, 17, 19, 22, 24, 25, 27, 29, 30, 46, 52—54, 57, 59, 63).

PITEȘTI. Șm.. 1. Cl. VI. Cernătescu Carmen (E: 1916, 21, 26—28, 34, 39, 41, 43, 44, 48). Cl. X. Cîrstea Marian (5591, 93, 99, 602, 04, 15, 29, 31—33, 38, 39, 41, 46, 47, 58, 66, 69, 73, 75, 76, 81, 88, 89, 91, 701, 06, 10), Petre Maria (5541, 49, 80, 84, 91, 604, 09, 24, 29, 44, 46, 47, 52, 62, 65).

Ș.m. 2. Cl. VIII. Badea Gheorghe (E: 1926, 29, 31, 41, 43, 45—48, 50; 5591, 629, 46), Braniște Dumitru (E: 1926, 29, 31, 45, 47, 48, 50, 57, 61; 5591, 629, 46), Bucur Ecaterina (E: 1926, 29—31, 36, 41, 43, 45—48, 50; 5591, 629), Clita Ana (E: 1926, 29, 31, 36, 40, 41, 43, 45, 48, 50; 5591, 629), Debreczeny Amelia (E: 1926, 29, 31, 41, 43, 45, 47, 48, 50; 5591, 629, 46), Joana Daniela (E: 1926, 29—31, 36, 41, 43, 45, 46, 48, 50; 5529, 91), Mihai Alina (E: 1926, 29—31, 36, 43, 45, 46, 48, 50; 5591, 629), Neacșu Florea (E: 1926, 29, 31, 41, 43, 45—48, 50; 5591, 629, 46), Pencu Octavian (E: 1926, 29, 31, 41, 43, 45, 47, 48, 50; 5591, 629, 46), Pietreanu Cristian (E: 1921, 26, 41, 45, 46, 48, 50; 5591, 604, 29, 44, 46), Rusoiu Florin (E: 1926, 40; 5606, 44, 46, 47), Șerban Gabriela (E: 1926, 29, 31, 43, 45—48, 50; 5591, 629), Șerban Mihai (E: 1926, 29, 31, 41, 43, 45—48, 50; 5591, 629, 46), Stănescu Valeria (E: 1926, 29, 31, 32, 41, 43, 45—48, 50; 5591, 629, 46), Vergea Marin (E: 1926, 29, 31, 41, 45, 47, 48, 50, 63; 5591, 629, 46, 48). Cl. XI. **Diaconu Nicolae** (5590, 94, 603, 04, 12, 66—83, 85, 88—93, 96, 701, 05—07, 10—12), **Teodorescu Voltaire** (5624, 29, 31, 37—39, 41, 44, 46, 52, 58, 60, 64—83, 88, 701, 02, 05).

PLOIEȘTI. Șm.. 1. Cl. V. Gafițeanu Liliana (E: 1915, 21, 26—28, 33, 34, 37, 39, 43). Cl. VI. Gafițeanu Carmen (E: 1926—28, 33—35, 37, 39, 43), Iordache Sorin (E: 1926—28, 34, 39, 41, 43, 61). Cl. VII. Bretcan Sabina (E: 1915, 16, 19—22, 24). Cl. VIII. Alboteanu Radu (E: 1915, 17—24, 26—32, 34—37, 39—41, 43—50; 5559, 91, 629, 47, 48), Alecu Georgeta (E: 1922, 26—29, 31, 34, 36, 41, 48, 50; 5604), Alexandrescu Maria (E: 1917—22, 25, 26, 28, 29, 39, 48, 50), Andreescu Nicoleta (E: 1915, 17—22, 25, 26, 29, 30, 31, 34—36; 5591, 604), Andrei Constantin (E: 1926—28, 34, 35, 39, 41, 44, 47, 48, 50; 5644), Chiru Dorian (E: 1915, 18, 20, 34, 39, 41, 48, 50; 5591, 608, 29, 44), Dima Ștefan (E: 1926, 27, 34, 41, 50, 52—54, 58; 5591, 644, 46), Dumitrescu Elena (E: 1918—22, 25, 26, 30, 32, 39, 48, 50; 5604), Nnășescu Silvia (E: 1917—19, 22, 23, 26, 31, 32, 34, 36, 48; 5629, 46), Grigorescu Cornelia (E: 1922, 26, 28, 29, 31, 32, 36, 37, 39, 41, 43, 44, 48, 50; 5591, 604, 24, 29, 46, 47), Grigorescu Mariana (idem), Ionaș Tudor (E: 1915, 19, 21, 22, 26, 31, 34—36, 43, 46, 50; 5591, 604, 29, 46), Ionescu Constantin (E: 1917—22, 26, 36, 39, 41, 43, 44, 48, 50), Ionescu Gabriela (E: 1918, 20—22, 26, 31, 34, 36, 37, 39, 40, 46, 48, 50; 5591, 604, 24, 29, 46, 47), Ionescu Radu (E: 1917—20, 22, 26, 30, 32, 36, 39, 47, 50; 5591, 604), Lică Irimia (E: 1917—20, 22, 26, 30, 32, 36, 39, 41, 43, 44, 48, 50; 5604, 46), Mamulea Doru (E: 1920, 22, 26, 27, 30—32, 34, 36, 37, 39, 43, 46, 48, 50; 5604, 24, 46, 47), Mihai Dan (E: 1918—22, 26, 30, 31, 34, 36, 39, 41, 46—48, 50; 5559, 91, 604, 29, 46, 48), Nicolaescu Cristina (E: 1922, 24, 26, 28, 29, 31, 32, 34, 36, 39, 41—45, 48, 50; 5591, 604, 29, 46, 47), Petrescu Cornelia (E: 1926, 36, 43, 46, 48, 50, 51, 58; 5591, 624, 29, 46, 88, 89, 706), Popescu Cristian (E: 1917—22, 26, 34, 39, 41, 43, 44, 48, 50), Popescu Lidia (E: 1926, 29, 31, 34, 36, 41, 48, 50; 5604), Popescu Ortensia (E: 1918, 20—22, 26, 31, 34, 37, 39—41, 46—48, 50; 5591, 604, 24, 29, 46, 47), Predescu Elena (E: 1922, 26, 30, 32, 39, 40, 43, 48, 50; 5604), Puia Rodica (E: 1906, 15, 17—20, 22, 28, 31, 34, 36, 37, 50; 5624, 29, 44, 46, 47), Rădulescu Natalia (E: 1917—19, 21, 22, 26, 28, 36, 39, 41, 47, 48, 50; 5559), **Rechină Vasile** (E: 1915, 17—32, 34—39, 41—48, 50; 5560, 91, 604, 24, 29, 44, 46, 47), Silvestru Ștefan, (E: 1922, 30, 41, 42, 45, 46, 48, 50), Stanciu Grigore (E: 1926—28, 30, 31, 34—37, 41, 45, 46, 48, 50; 5591, 604, 24, 29, 44, 46—48), Solovăstru Violeta (E: 1922, 26, 30, 32, 39, 40, 43, 47, 50; 5604), **Stănescu Dan** (E: 1926—48, 50—52, 55—63; 5591, 604, 08, 24, 27, 29, 43, 46—48, 87—89), Sainer Silviu (E: 1918, 20, 22, 26, 31, 34, 36, 39, 46, 48, 50), Ștefănescu Elena (E: 1917—22, 25—27, 39, 48, 50), Vatanu Rodica (E: 1906, 15, 17—20, 22, 28, 31, 34, 36, 37, 50; 5624, 29, 44,

46, 47), Vădăreanu Anela (E: 1918, 22, 23, 26, 28, 29, 31, 32, 34, 36, 41—43, 46, 48, 50; 5604, 29, 46), Vişan Nicolae (E: 1917—22, 26, 34, 39, 41, 43, 44, 48, 50), Vişoianu Mihai (E: 1917—22, M26, 31, 34, 39, 41, 46—48, 50; 5559, 91, 604, 29, 46, 48), Cl. IX. Alexandru Eugenia (5549, 91, 604, 29, 44), Anghel Maria (5544, 49, 60, 91, 602, 04, 29), Ciolac Mariana (5488, 506, 44, 49, 610, 17), Constantinescu Florin (5544, 49, 60, 91, 604, 15, 29, 46, 47), Cordună Georgeta (5544, 49, 60, 91, 604), Crăiniceanu Constanţa (5591, 604, 29, 44, 49), Dascăl Hary (5560, 604, 29, 46), Davidescu Radu (5544, 51, 59, 63, 64, 66, 67, 83, 84, 604, 15, 19), Diaconescu Amelia (5591, 604, 24, 29, 44, 46, 47), Dumitrescu Gabriel (5591, 604, 19, 22, 24, 27, 29, 46), Ionescu Octavian (5560, 91, 604, 29, 46), Mihai Olga (5544, 49; 629), Neacşu Mihaela (5527, 30, 31, 34, 36, 44, 51, 59, 65—67, 84, 604, 29, 59), Popescu Mihail (5544, 48, 51, 53, 59, 60, 91, M604, 46), Radu Constantin (5560, 91, 604, 17, 19, 24, 29, 46, 47, 62, 69, 74, 83, 88, 89, 706, 10), Simbotin Adrian (5561, 74, 90, 601, 24, 29, 38, 41, 44, 46, 47, 51, 52), Stoicescu Maria (5544, 49, 51, 60, 91, 604, 29, 46), Ştefănescu Viorel (5517, 31, 34, 44, 52, 59, 63, 64, 67, 83, 84, 91, 604, 15, 17, 19), Toader Gheorghe (5541, 44, 51—53, 58—60, 66, 67). Cl. X. Darie XConstantin (5553, 59, 63, 91, 604, 09, 24, 29, 46, 47, 52), Drăgoi Victor (5553, 66, 91, 604, 609, 24, 29, 46, 47, 52, 53, 59, 63, 64), Ene Elena (5479, 91, 96, 508, 09, 11, 13, 22, 33, 35—37, 48, 52, 53, 56, 58—60, 83, 90, 91, 93—95, 98; 5553, 59, 63, 66, 91, 600, 09, 12, 13, 15, 17, 19, 24, 29, 46, 47, 52), Filip Elena (5553, 59, 63, 91, 604, 09, 24, 29, 46, 47, 52, 53, 66), Iliescu Virgil (5545, 52, 53, 59, 63, 66, 91, 604, 09, 15, 24, 29, 31, 36, 37, 52, 53), Mihai Vasile (5553, 59, 63, 66, 91, 604, 09, 24, 29, 43, 46, 47, 52, 53), Nacu Maria (5545, 53, 91, 603, 09, 24, 46, 47, 52, 53, 56), Niculescu Gabriel (355, 432, 553, 94, 604, 09, 24, 29, 46, 47, 52, 53), Popescu Corneliu (5591, 93, 600, 04, 12, 13, 15, 17, 19, 24, 27, 29, 46, 53), Ştefan Grigore (5545, 53, 59, 63, 66, 91, 604, 09, 24, 29, 46, 47, 52, 53), Vasilescu Adrian (5544, 45, 51, 55, 60, 90, 91, 94, 604, 12, 29, 46, 52). Cl. XI. Cosmoiu Gheorghe (5550, 65, 66, 68, 84, 91, 94, 600, 02, 04, 12, 13, 15—19, 22, 24, 29, 35, 38, 39, 41, 46, 47, 52, 53, 58, 60, 63,64), Costache Mircea (5544, 45, 61, 62, 74, 90, 604, 15, 17, 24, 29, 39, 41, 43, 44, 46, 67, 50—53), Diaconescu Octav (5566, 68, 91, 601, 09, 13, 15, 16, 20, 24, 41, 44, 46, 56), Roşu Anton (5590, 91, 94, 604, 12, 17, 19, 38, 66, 67, 69—721 74—76, 79—84, 88, 89, 707), Weissmann M. (5574, 609, 16, 21, 24, 29, 31, 37, 39, 41, 44—46, 52).

Ş.m. 2. Cl. VI. Cătuneanu Irina (E: 1927, 28, 34, 39, 41, 44, 48, 53, 54), Cătuneanu Radu (E: 1927, 28, 34, 39, 41, 44, 48, 53, 54, 59). Cl. VIII. Andreescu Ion (E: 1917—22, 24, 25, 27—29, 31, 33—41, 46—48, 50; 5545, 59, 60, 63, 66, 91, 604, 24, 27, 29, 44, 46, 47, 56), Botescu Ioan (E: 1918, 22, 26, 28—30, 32, 36, 46, 48; 5559, 63, 64), Buduroui Doina (E: 1915, 18, 20—22, 25—27, 46, 50; 5591,629), Călin Alexandru (E: 1915, 18, 20, 22, 26; 5545, 59, 63, 47), Erhan Liliana (E: 1919, 29, 30, 31, 37, 40; 5545, 59, 60, 63, 91, 604, 24, 27), Georgescu Marcel (E: 1915, 17—22, 24—27, 30, 31, 33, 33, 34, 36—40, 43, 46, 48, 50; 5545, 59, 63, 66, 91, 604, 24, 27, 29, 44, 46, 47, 56), Gusilcov Stelian (E: 1915—20, 22, 24—27, 29—31, 33, 34, 36—41, 43, 46, 48, 50; 5545, 59, 63, 91, 604, 24, 27, 29, 44, 46, 47, 56), Ionescu Dan (E: 1915, 17—27, 29, 31, 34, 36—39, 45; 5559, 63), Manolescu Cristina (E: 1915, 17, 18, 20—22, 25, 26, 27, 46, 50; 5591, 629), Mihalache Ion (E: 1915, 17—20, 22, 26—28, 31, 32, 43; 5545, 59, 63, 91, 629, 47), Mignea Arminius (E: 1914, 15, 17—22, 24—28, 31, 34, 35, 37, 38, 39; 5591), Moisescu Ana (E: 1915, 17, 18, 22, 25—27, 44, 50; 5591, 624, 29, 47), Moldoveanu Amelia (E: 1915, 17, 18, 22, 26, 34, 39, 41, 48, 50; 5559, 604), Moraru Anton (E: 1919, 20, 22, 24—29, 31, 34, 36, 37, 39; 5591, 604), Neagu Lucia (E: 1920—22, 26, 31, 33, 36, 37, 39, 48, 50; 5591, 604), Negoiţă Alexandrina (E: 1915, 17, 19, 20, 22, 26, 28; 5545, 59, 63), Steriu Dan (E: 1915—22, 24—27, 29—32, 35, 36, 39, 41, 43, 46, 48, 50; 5559, 60, 63, 66, 91, 604, 08, 15, 29, 46—48), Stan Emil (E: 1915—17, 19, 20, 23—28, 30—32, 35—37, 40, 41, 43—48, 50; 5550, 60, 63, 66, 91, 604, 08, 15, 24, 29, 44, 46—48, 56, 59), Stănescu Liviu (E: 1915, 17—20, 22, 24—27, 29, 31, 33—39, 46, 48; 5559, 91, 629, 44, 46), Ştefănescu Florica (E: 1915, 17—20, 22, 24—31, 33—40, 48, 50; 5545, 59, 63, 91, 604, 24, 27, 29, 44, 46, 47, 56), Tudor Matilda (E: 1918—22, 26, 31, 33—41, 46, 48, 49, 52, 57, 61; 5591, 604, 24, 27, 29, 88), Vasilescu Eugenia (E: 1915, 17—22, 24—29, 31, 33, 34, 36—40, 48, 50; 5545, 59, 63, 91, 604,

24, 27, 29, 44), Vişan Valentina (E: 1918, 22, 26, 31, 33—35, 37, 40, 41, 43, 46, 48; 5627, 47). Cl. IX. Căpuz Elena (5559, 90, 91, 94, 600, 04, 24, 29, 46, 53, 60, 62, 81), Radu Dorel (5541, 51, 73, 83, 84, 600, 12, 17, 22, 24, 29, 38, 46, 47), Radu Vasile (5590, 608, 10, 14, 35, 43, 44, 48, 53, 59, 60, 74, 88, 704), Tonoiu Nausica (5593, 604, 08, 24, 25, 29, 43, 44, 56, 59, 77, 710). Cl. X. Buda Liliana (5591, 93, 94, 98, 604, 12, 24, 27, 29, 43, 44, 46, 47, 57), Caproiu Miron (5591, 93, 94, 6004, 04, 12, 19, 24, 29, 43, 44, 46, 47, 52, 60), Forşnit Marga (5591, 93, 94, 98, 600, 04, 12, 13, 19, 24, 27, 29, 43, 44, 46, 47, 52), Sucher Solomon (5591, 93, 94, 600, 04, 12, 19, 24, 29, 43, 44, 46, 47, 52, 60), Stanca Sonia (5552, 53, 59, 60, 62, 66, 91, 604, 24, 29, 46, 52). Cl. XI. Anghel Mariana (5550, 61, 65, 66, 91, 604, 13, 17—19, 24, 29, 39, 41, 46), Capuz Maria (5559, 90, 91, 93, 94, 600, 01, 02, 04, 15, 18, 29, 37, 39, 41, 46, 53, 54), Ciucu Gabriela (5550, 61, 65, 66, 91, 604, 13, 17, 18, 19, 24, 29, 39, 41, 46), Iavarski Ioana (5550, 61, 66, 91, 604, 13, 19, 24, 29, 39, 41, 46), Lăzărescu Anca (5542, 50—53, 56, 61, 63, 65, 66, 68, 84, 91, 97, 601, 02, 04, 12, 13, 15, 17—20, 24, 27, 29, 31, 38, 39, 41, 46—48, 52—55, 57), Săvulescu Alexandru (5541, 44, 51, 52, 56, 64, 65, 94, 602, 04, 07, 12, 13, 15, 17—22).

Ş.m. 3. Cl. VI. Antonescu Adrian (E: 1927, 34, 39, 48, 50), Cardaş George (E: 1917, 20, 39, 41, 43, 47, 48), Dorneanu Dan (E: 1920, 26, 27, 34, 37, 39), Găuran Dan (E: 1915, 20, 26, 27, 34, 37, 43, 47, 50, 53—55, 59, 61), Popescu Cornelia (E: 1926, 28, 39, 41, 43—45), Cl. VIII. Dorneanu Augustin (E: 1915, 17—22, 26, 27, 30, 31, 35; 5591), Dîmboviceanu Marinela (E: 1943, 46, 47, 50, 58; 5629, 46—48, 88, 706), Georgescu Virginia (E: 1951—55, 58, 59, 61, 63, 76, 81, 88, 89), Horescu Lacian (E: 1917, 19, 21, 22, 24—26, 39, 41, 43, 48, 50; 5566, 47), Manoliu Costel (E: 1926, 29, 30, 33, 36, 46, 50; 5629), Popescu Silviu (E: 1917, 20, 25, 41, 43, 50), Preda Ion (E: 1918, 19, 26—28, 34, 35, 41, 46; 5604, 27, 44). Cl. X. Profeta Lazăr (5591, 604, 24, 29, 69, 74, 78, 79, 83, 88, 89, 706). Cl. XI. Stăvaru Cristina (5542, 45, 50—53, 56, 60, 61, 63, 66—68, 73, 84, 91, 94, 602, 04, 12, 13, 17—20, 22, 24, 27, 29, 39, 41, 46, 4, 573, 57, 63).

Ş.m. 4. Cl. V. Grigore Rodica (E: 1915, 20, 21). Cl. VIII. Sachelarie Dan (E: 1941, 46—48, 50, 52, 55, 59, 61; 5604, 29, 88, 706). Cl. X. Buturugă Petre (5591, 604, 09, 24, 29, 44, 47, 52, 65, 66, 77, 78, 83), Florea Florin (5551, 59, 66, 91, 604, 09, 15, 21, 24, 29, 44, 46, 47, 51—53), Papuc Ilie (5439, 46, 57, 61, 66, 81, 82, 90, 91, 94, 502, 36, 62, 606, 10, 17, 21, 56, 59—61, 66, 91, 604, 09, 12, 15, 19, 21, 24, 29, 43, 44, 46, 47, 51—53), Pavelescu Vasile (5591, 604, 09, 10, 15, 19, 24, 28, 44, 46, 47, 52). Cl. XI. Bădulescu Nonu (5544, 45, 51—53, 59, 60, 62, 64, 66, 68, 73, 74, 84, 91, 604, 06, 08, 09, 12, 15, 17, 19, 21, 24, 29, 39, 41, 44, 46, 47, 50, 52, 56, 62), Beta Lucian (5591, 602, 04, 06, 13, 15, 18, 29, 39, 41, 48, 64, 66, 75, 80), Grecu Letiţia (5591, 604, 18, 24, 29, 39, 41, 46, 53, 70, 73, 75, 80), Vasiu Vasile (5550, 51, 65, 66, 68, 73, 74, 76, 84, 91, 601, 04, 15, 17—21).

.m. 6. ClŞ. VIII. Caraghiaur Radu (E: 1917, 18, 22, 28—30, 32, 36, 46; 5591, 604, 46), Petrescu Dan (E: 1917, 18, 20—22, 25, 26, 34—36, 39; 5591, 604, 29, 44).

Şc. 8 ani nr. 2. Cl. VI. Georgescu Maria (E: 1926, 35, 41, 43, 44, 48, 50), Ghiţă Amelia (E: 1926, 35, 41, 43, 44, 48, 50), Ionescu Mariana (E: 1926, 35, 41, 43, 44, 48, 50), Oprina Veronica (E: 1926, 33, 35, 41, 43, 44, 48, 50), Popescu Niculina (E: 1926, 35, 41, 43, 44, 48, 50), Radu Elena (E: 1926, 35, 41, 45, 44, 48, 50), Tegler Rodica (E: 1926, 33, 35, 41—44, 48, 50), Vasile Florica (E: 1926, 35, 41, 43, 44, 48, 50). Cl. VII. Frîncu Victoria (E: 1920, 26, 27, 34, 39, 41, 43, 46, 48), Gavrilescu Ana (E: 1920, 27, 34, 39, 41, 43, 46, 48, 62), Iacov Maria (E: 1920, 27, 28, 34, 41, 43, 46, 48), Ion Maria (E: 1920,27, 28, 34, 41, 43, 46, 47). De la alţi 9 elevi soluţii identice.

Ş.m. 4. Georgescu Cecilia (E: 1915, 17, 18, 20, 21, 34, 36, 46, 48).

Ş.m. 14. Cărbunescu Violeta (E: 1920, 21, 25—27, 46, 50).

Absolvent Minculescu Gheorghe (5591, 93, 604, 12, 13, 15, 17, 19, 29, 31, 38, 43, 44, 46, 53, 54, 60, 62, 63—65).

POTCOAVA (Argeş). Ş.m. Cl. VIII. Bălănescu Tudor (E: 1926, 30, 31, 36, 39—41, 43, 46, 48, 50; 5591, 604, 29), Dobrescu Constantin (E: 1926, 27, 30, 31, 33—35, 37, 39, 41, 43, 48, 50).

PREDEAL. Ş.m. Cl. IX. Ioniţă Maria (5503, 23, 32, 41, 44, 51—53, 58—60, 67, 91, 94, 604, 08, 10, 19, 21, 24, 27, 29, 44, 46—48, 51—53, 56, 59, 60, 62, 65, 69, 74, 76—79, 81, 83, 88, 89, 91, 703, 05, 06, 13, 15—17, 24—27).

PUCHENI (Ploieşti). Şc. 8 ani. Cl. VII. Manta Ion (E: 1907, 13, 17, 25, 30, 31, 36, 37), Mîndrilă Dumitru (E: 1915, 23, 40, 41, 43, 44, 46—48, 50).

PUCIOASA (Ploieşti). Ş.m. Cl. V. Niţescu Mircea (E: 1926, 28, 30, 34, 35, 37, 48, 50). Cl. VIII. Aldea Ion (E: 1917, 18, 20, 21, 22, 26, 28—32, 34—37, 39—50; 5549, 59, 60, 91, 604, 21, 24, 27, 29, 44, 46, 47, 52), Cismaru Tiberiu (E: 1920, 22, 26, 31, 37, 41, 43, 44, 47, 48, 50; 5604, 44), Cristodorescu Gilda (E: 1917, 18, 22, 23, 26, 27, 37, 39, 41, 43, 46, 48, 50; 5559, 91, 604, 27, 29, 44, 47), Dragomir Elena (E: 1849, 21, 22, 26, 28, 34, 36, 37, 39, 42—48, 50; 5545, 59, 60, 61, 604, 24, 27, 29, 44, 46, 47), Dumitrache Viorica (E: 1848, 18, 21, 22, 26, 29, 35, 39—41, 43, 44, 46, 48, 50; 5591, 604, 24, 25, 44, 46—48, 52), Grigore Mariana (E: 1921, 22, 26, 46, 48, 50; 5560, 604, 24, 27, 29, 44, 46, 47), Grigoriu Constantin (E: 1920, 22, 26, 28, 31, 37, 40, 44, 48, 50; 5591, 604, 24, 44, 47, 48, 62), Mărculescu Cornel (E: 1849, 918, 21—23, 26, 30—32, 34, 37, 39, 40, 43, 47, 48, 50; 5559, 91, 99, 604, 12, 27, 29, 44, 46, 47, 52, 62), Mihalache Maria (E: 1926, 32, 34, 37, 39, 40, 48, 50; 5591, 604, 24, 27, 29, 44, 46, 47, 52), Mircea Elena (E: 1918, 22, 29, 48, 50; 5591, 604, 27, 29, 37, 39, 43, 46—48), Regulescu Rodica (E: 1917, 18, 22, 23, 26, 27, 29, 37, 40, 41, 43, 46, 48, 50; 5559, 91, 604, 27, 29, 47), Pantea Victor (E: 1926, 36, 37, 40, 41, 43, 44, 46, 48, 50; 5629, 44, 46—48), Pascale Doina, (E: 1849, 915, 17, 21, 22, 26—28, 30—32, 34—37, 39—41, 43, 46, 48, 50; 5545, 49, 52, 53, 59, 60, 90, 91, 600, 04, 09, 12, 24, 27, 29, 31, 44, 47, 48, 52, 62), Păduraru Dan (E: 1922, 26, 40, 43, 48, 50; 5591, 624, 27, 29, 44, 46—48), Pălăngeanu Dumitru (E: 1926, 27, 30, 31, 33—37, 39, 41, 43, 48, 50), Rizescu Nicolae (E: 1918, 21—23, 39, 43, 47, 50; 5549, 59, 91, 600, 04, 24, 27, 29, 46, 47), Rîmnu Nicolae (E: 1907, 14, 18, 20—22, 26, 30, 41, 48, 50; 5559, 91, 604, 24, 27, 29, 44, 46, 52), Sănduleanu Gheorghe (E: 1849, 915, 17, 21, 22, 26, 31, 34, 37, 40, 48; 5559, 91, 94, 604, 26, 27, 29, 47, 52), Stoica Cecilia (E: 1817—19, 22, 23, 26—28, 37, 39, 40, 41, 43, 46, 48, 50; 5559, 91, 604, 24, 27, 29, 44, 47, 48), Tofănel Gabriela (E: 1915—18, 21, 22, 26—28, 30—32, 34—41, 43, 46, 48—50; 5559, 91, 94, 604, 24, 27, 29, 44, 47, 48, 52, 58, 62), Tîrcă Mihail (E: 1928, 37, 40—50, 52, 58, 59, 61; 558, 90, 94, 609, 12, 21, 24, 27, 29, 44—47, 52, 76, 78, 81, 83, 88, 89, 706, 10), Vlad Andrei (E: 1926—28, 30, 31, 34—44, 46—50; 5543, 53, 60, 62, 90, 91, 604, 09, 12, 26, 27, 29, 44, 46—48), Weil Marian (E: 1922, 26, 39, 40, 41, 43, 46, 48—50; 5627, 44, 46, 47, 52). Cl. IX. Niţescu Dan (5544, 45, 49, 53, 60, 65, 90, 91, 602, 04, 06, 10, 15, 17—19, 24, 26, 27, 29, 36, 38, 39, 41, 44—48, 51, 52, 56—60, 62, 65), Oancea Maria (5591, 600, 04, 21, 24, 29, 47, 69, 78, 81, 701, 10), Popa Maria (5590, 91, 600, 04, 06, 15, 17, 19, 22, 24, 27, 29, 44, 47, 48, 62), Vasilescu Iana (5552, 59, 91, 604, 22—24, 27, 29, 44, 46—48). Cl. X. Caloianu Gabriela (5545, 49, 50, 59, 60, 62, 65—67; 90, 91, 600, 04, 09, 12, 15, 19, 21, 24, 27, 29, 31, 38, 44, 46—48, 52, 53, 60, 62), Pascale Luminiţa (5545, 49, 91, 600, 04, 09, 24, 27, 29, 31, 44, 47, 48, 52, 62), Rizescu Silvia (5533, 45, 49, 59, 67, 90, 91, 600, 04, 09, 12, 17, 19, 21, 24, 27, 29, 31, 38, 44, 46, 47, 52, 60, 62), Ruxăndoiu Aurel (5545, 49, 50, 52, 53, 59, 60, 62, 65—67, 77, 88, 90, 91, 600, 04, 06, 09, 12, 15, 17, 19, 21, 22). Cl. XI. Anca Dorinel (5473, 76, 508, 09, 12—15, 17, 28, 32, 34, 41, 48, 49, 50, 52, 53, 56, 58—62, 64—68, 72—75, 81, 84, 91, 93, 94, 602, 04, 13, 15—19, 21, 24, 27, 29, 39, 41, 44, 45—47, 59, 63), Bălăşescu Gabriela (5508, 09, 12, 21, 31, 35—38, 49, 61, 68, 77, 84, 91, 602, 04, 12, 13, 15), Bălăşescu Magdalena (5508, 09, 12, 21, 35, 37, 38, 61, 74, 90, 91, 602, 04, 09, 12, 13, 17, 18), Levitchi Cezarina (5508, 21, 31, 33, 35—37, 50, 52, 59, 61, 65, 66, 68, 74, 90, 91, 613), Măntescu Maria (5533, 59, 61, 67, 74, 90, 604, 09, 17, 21, 24, 29, 41, 46, 47, 60, 62), Popa Alexandru (5507, 11, 12, 14, 24, 28, 30—32, 36—38, 41, 49, 52, 56, 60, 67, 84, 90, 91, 93, 600, 04, 12, 13, 17, 19, 21, 24, 29, 31, 46, 47, 52, 53), Rîmbu Revişoara (5474, 79—81, 507, 08, 12, 38, 51, 53, 58, 59, 61, 67, 72, 74, 81, 90, 91, 600, 01, 04, 09, 12, 13, 15, 17—20, 22, 24, 29, 38, 39, 41, 44, 46, 47, 52, 60), Savu Livia (5508, 09, 21, 31, 35—37, 49, 50, 61, 84, 91, 604, 12, 13).

PINCOTA. Ş.m. Cl. VII. Ghebeleu Petre (E: 1939, 41, 43, 48, 50).

ORSZÁGOS MŰSZAKI KÖNYVTÁR ÉS DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT 1883

CĂTRE REZOLVITORII DE PROBLEME

Corespondenții care ne trimit probleme rezolvate trebuie să redacteze fiecare problemă separat, însoțind-o de toate calculele necesare și de figuri desenate cu îngrijire. Nu se vor trimite soluțiile mai multor probleme pe aceeași foaie.

Se primesc lunar într-un plic soluții numai la problemele și exercițiile din ultimele trei numere apărute. Pe plic se va scrie localitatea și școala pe care o urmează rezolvitorul pentru a se evita confuzii la întocmirea rubricii rezolvitorilor de probleme și a listei celor evidențiați. *Evidențiații trebuie să aibă cel puțin 36 soluții bune.*

Problemele care se propun de către colaboratorii revistei să fie clar alcătuite și însoțite de soluții, să fie personale, iar nu luate din cărți sau reviste. Elevii sînt sfătuiți să înceapă a propune probleme numai după ce au rezolvat un număr destul de mare de exerciții și probleme. Problemele propuse, dar necorespunzătoare, nu se pot publica. Dacă un corespondent constată că unele probleme propuse au fost publicate în cărți sau reviste, este rugat să arate precis volumul și pagina unde a mai apărut enunțul sau soluția problemei respective. Solicităm probleme interesante, legate de practică.

Corespondentul nostru care a citit și a înțeles deplin multe din soluțiile publicate, a rezolvat multe din problemele propuse, poate și este îndemnat să încerce, să schițeze cîte o notă rezultată dintr-o observație făcută cu ocazia rezolvării unei chestiuni mai grele. Aceste note să fie *făcute de mai multe ori înainte de a fi trimise*, pentru ca redactarea lor să fie *cît mai clară și concisă*. Figurile să fie făcute separat. În redactare se vor evita prescurtările. Nu se va scrie: $\| = ! \sim ; \ast \ast \ast ; \perp ; \|$: Tr., etc. iar trecerea de la un calcul la altul să fie explicată pentru a putea urmări ușor desfășurarea unei demonstrații. Manuscrisele nepublicate nu se înapoiază.

La publicarea problemelor rezolvate se vor menționa rezolvitorii care au dat o bună redactare și o soluție interesantă, sau mai multe metode de rezolvare.

Elevii claselor IX—XI sau studenții vor trimite soluții la problemele propuse pentru clasele VIII—XI. Problemele rezolvate trebuie să fie din ultimele trei numere apărute în G.M.F.—B sau M.F.L. Problemele rezolvate de matematică și fizică vor fi expediate o dată în cursul unei luni într-un singur plic și vor fi însoțite de un borderou cu numărul problemelor, scrise în ordine crescîndă. Pe plic se va scrie școala, clasa și localitatea rezolvitorului. Problemele propuse vor fi scrise pe foi separate.

Elevii claselor V—VII vor fi anunțați la rubrica rezolvitorilor de probleme dacă trimit cel puțin 7 probleme bine rezolvate, iar elevii claselor VIII—XI, pentru cel puțin 12 probleme bine rezolvate. Elevii din clasa VIII pot trimite soluții și la E : V—VIII.

Autorii sînt rugați să semneze clar la sfîrșitul lucrării personale pe care o trimit pentru publicat și adresa lor exactă.

— Majoritatea cărților apărute în Biblioteca Societății de științe matematice și fizice sînt epuizate; iar cele ce sînt mai recente se pot procura numai din librării, deoarece S.S.M.F. sau redacția G.M.F.-B nu se ocupă cu vînzarea de cărți și nici cu abonamente care se pot face prin orice oficiu poștal.

— Valoarea revistelor vechi se poate trimite anticipat, prin mandat poștal pe adresa S.S.M.F., București la Casa raională C.E.C., V. I. Lenin, cont 220.

ERATĂ. — La problema 5772 după MA se va adăuga $= 4R^2$,

— Fiecare abonat este rugat să facă cunoscută G.M.F.-B și altor colegi, pentru a face abonamentele din vreme în vederea planificării tirajului lunar.

Tirajul fiind limitat revistele se trimit mai întîi abonaților și de aceea rugăm colaboratorii G.M.F.-B, să se aboneze de îndată pentru restul numerelor (7—12). Costul este de 1,50 lei exemplarul.

— Abonamentele se pot face individual sau colectiv prin oficiile poștale locale sau prin factorii poștali.

BIBLIOTECA SOCIETĂȚII DE ȘTIINȚE MATEMATICE ȘI FIZICE DIN R.P.R.

E. RUSU	Bazele teoriei numerelor
A. I. MARKUȘEVICI	Șiruri recurente.
N. N. VOROBIEV	Numerele lui Fibonacci.
I. S. SOMINSKI	Metoda inducției matematice.
GH. MIHOC	Elemente de calculul probabilităților.
H. IONESCU	Calcule numerice.
A. I. MARKUȘEVICI	Arii și logaritmi.
A. I. GHELFOND	Rezolvarea ecuațiilor în numere întregi.
O. SACTER	Despre conice și alte curbe.
ION IONESCU	Maxime și minime geometrice.
F. I. ZIGHEL	Cometele.
S. SKLOVSKI	Radioastronomia.
V. ATANASIU	Structura materiei.
V. V. SARONOV	Soarele și observarea lui.
O. KREINDLER	Elemente de calcul vectorial.
B. B. KUDRIAVȚEV	Experiențe simple cu ultrasunete.
M. V. PENTKOVSKI	Nomograme.
GH. ȚIȚEICA	Culegere de probleme de geometrie, ed. IV-a (revăzută și completată de G. D. SIMIONESCU).
V. SERGIESCU	Introducere în fizica solidului.
C. N. BERMAN	Cicloida.
C. BORȘ	Noțiuni de geometrie proiectivă.
AL. SANIELEVICI	Introducere în radioactivitate.
M. HEROVANU	Introducere în fizica atmosferei.
C. G. BEDREAG	Blibliografia fizicii romîne.
I. S. DUBNOV	Erori în demonstrațiile geometrice.
H. STEINHAUS	Caleidoscop matematic.
C. POPOVICI	Stelele, date fizice, originea și evoluția lor.
C. DRIMBĂ	Elemente de mecanică cerească.
C. IONESCU-BUJOR	Elemente de transformări geometrice (I).
NICOLAE MILEA	Elemente de geomagnetism.
GH. A. CHIȚEI	Metode pentru rezolvarea problemelor de aritmetică.
G. PETRESCU	Cutremure de pămînt.
C. IONESCU-BUJOR	Elemente de transformări geometrice (II).
O. SACTER	Olimpiade matematice.
A. I. MARKUȘEVICI	Numere complexe și reprezentări conforme.
I. S. GRADSTEIN	Teorema directă și reciprocă.
A. I. HINCIN	Fracții continue.
V. A. USPENSKI	Unele aplicații ale mecanicii în matematică.
V. G. BOLTEANSKI	Ce este derivarea?
G. N. BERMAN	Despre numere și studiul numerelor.
A. IAGLOM și I. IAGLOM	Probleme neelementare tratate elementar.
CIUCU și SIMBOANU	Probleme de calculul probabilităților și statistică matematică.
N. D. FEODOROV	Ciclotronul.
O. SACTER	Elemente de teoria ecuațiilor algebrice și transcendente.
V. ATANASIU	Noțiuni de fizică generală, Vol. I.
C. BORȘ și D. BORȘ	Numere complexe.
M. A. BAK și Iu. F. ROMANOV	Neutronul.
D. RIMER	Noțiuni de teoria mulțimilor.
* * *	Probleme actuale de matematică (conferințe ținute la cursurile de vară de la Piatra-Neamț).
M. GHERMĂNESCU	Aplicații ale trigonometriei.

Întreprinderea Poligrafică Nr. 6 — c. 924; Index 41601.

Lei 1,50

E 1126

KAT

SOCIETATEA DE ȘTIINȚE MATEMATICE ȘI FIZICE
DIN R. P. R.

GAZETA MATEMATICĂ ȘI FIZICĂ

(SERIA B)

PUBLICAȚIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Anul XIV iulie 1963

7

GAZETA MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ

(SERIA B)

Anul XIV, nr. 7 — iulie 1963

SUMARUL

pag.

1. Construcţii clasice de cercuri de Petru Simon, Tg. Mureş 385
2. Acceleratorii de particule elementare de Jánosy Béla, Tg. Mureş 390
3. Şiruri aritmetice de ordin superior de Kiss Elemer, Tg. Mureş 399
4. Studiul unei rachete mici de Al. Toth, Tg. Mureş 402
5. Numere amiabile de Gh. Fărcaş, Tg. Mureş . . 408
6. Probleme rezolvate (5304, 5321, 5327, 5328, 5366, 5370, 5422, 5483, 5487, 5492, 5538, M.F.L: 854, 856, 857) 411
7. Chestiuni de examen (5850—5871) 423
8. Probleme propuse (5872—5897) 427
9. Exerciţii şi probleme propuse pentru clasele V—VIII (E: 2001—2012) 431
10. Evidenţiaţii olimpiadei de matematică şi fizică 1963 . 433
11. Cărţi noi 434
12. Rubrica rezolvitorilor de probleme 435

ANUL XIV | 7 | IULIE

O parte din materialele publicate în acest număr a fost asigurată de către filiala Tg. Mureş a Societăţii de ştiinţe matematice şi fizice din R.P.R.

COMITETUL DE REDACŢIE

Ailincăi M., profesoară; **Atanasiu V.**, conf. univ., redactor pentru fizică; **Cristea I.**, asistent; **Ionescu-Bujor C.**, prof. univ.; **Ionescu-Ţiu C.**, profesor, redactor pentru matematică; **Kiss E.**, conf. univ.; **Koch Fr.**, lector; **Kovacs K.**, conf. univ.; **Lèvai Şt.**, asistent; **Muşat I.**, profesor; **Petrovanu A.**, profesor; **Sacter O.**, conf. univ., redactor şef; **Simionescu D. Gh.**, conf. univ.

REDACŢIA: Str. Academiei, 14 — Tel. 14.46.53 — Bucureşti I

Articolele, notele, recenziile, problemele propuse sau rezolvate, corespondenţa privitoare la activitatea matematică şi fizică a şcolilor, precum şi orice material informativ care ar putea interesa redacţia noastră se vor trimite pe adresa de mai sus

GAZETA MATEMATICĂ ȘI FIZICĂ
PUBLICAȚIE LUNARĂ PENTRU TINERET
(SERIA B)
Anul XIV, nr. 7 iulie 1963

ORSZÁGOS MŰSZAKI KÖNYVTÁR ÉS DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT 53

CONSTRUCTII CLASICE DE CERCURI

de *PETRU SIMON*, Tg. Mureș

În articolul de față vom da cîteva moduri de a construi un cerc supus la anumite condiții. Aceste construcții au constituit preocuparea matematicienilor din cele mai vechi timpuri dintre care cel mai însemnat a fost geometrul grec Appolonius. De atunci și pînă acum, ele au fost mereu cizelate ajungînd azi la noi, sub o formă mai elegantă la care a contribuit în special matematicianul francez Gergonne.

Cîteva din aceste construcții se găsesc în manualele școlare. Le vom expune și pe acestea pentru ca subiectul de față să aibă o oarecare întregire.

1. *Construcția unui cerc care trece prin trei puncte necolineare.*

Fie O centrul cercului (Γ) care trece prin punctele necolineare date A, B, C. Atunci $OA = OB = OC$. Deci O se află pe mediatoarea segmentului AB și pe mediatoarea segmentului BC; în consecință și pe mediatoarea segmentului AC. Deci, problema se reduce la construcția mediatoarelor a două din laturile triunghiului ABC. Intersecția acestora este centrul cercului cerut (Γ), iar raza lui este OA (sau OB sau OC).

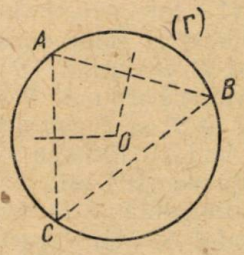


Fig. 1

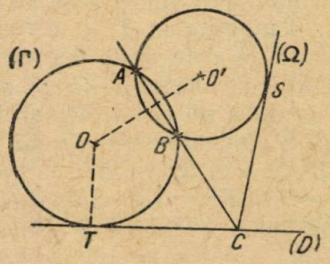


Fig. 2

2. *Construcția unui cerc care trece prin două puncte și e tangent la o dreaptă dată.*

Centrul O al cercului cerut (Γ) se află pe mediatoarea segmentului de dreaptă AB determinat de punctele date A, B și pe perpendiculara în T, punctul de tangență al cercului (Γ) cu dreapta dată (D) pe dreapta dată. Rămîne de determinat punctul T.

Se duce un cerc arbitrar (Ω) care să treacă prin A și B, (AB) taie pe (D) în C. Fie CS o tangentă la cercul (Ω) dusă din C. Avem față de cercul (Ω), $CA \cdot CB = CS^2$ și față de cercul (Γ), $CA \cdot CB = CT^2$. Deci $CT = CS$ (CS este bine determinat). De aici se vede cum se poate construi punctul Γ. Se ia pe (D) deoparte și de alta a lui C segmentele $CT = CT' = CS$. Deci, problema are două soluții.

3. *Construcția unui cerc care trece prin două puncte și e tangent la un cerc dat.*

Fie A, B punctele date și (Ω) cercul dat de centrul C, iar (Γ) cercul căutat și O centrul lui. Fie T punctul de tangență al lui (Γ) cu (Ω). O se

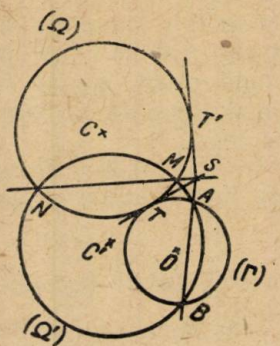


Fig. 3

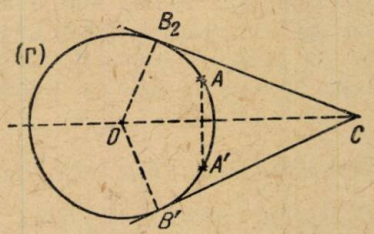


Fig. 4

află pe mediatoarea lui AB și pe dreapta CT. Rămîne deci, de construit punctul T. Tangenta în T la cercurile (Ω) și (Γ) taie pe AB în S. Dar tangenta în T la cele două cercuri este axul ridicat al celor două cercuri Deci S se află pe dreapta AB și pe axul radical al cercurilor (Γ) și (Ω). De aceea se duce un cerc (Ω') arbitrar care să treacă prin A, B și să taie cercul (Ω). Să presupunem că (Ω') taie pe (Ω) în M și N, iar (MN) taie pe (AB) în S. Fie ST și ST' tangentele din S la (Ω). Puterea lui S față de (Ω) este $ST^2 = SM \cdot SN$. Puterea lui S față de (Ω') este $SM \cdot SN = SA \cdot SB$ deci, $ST^2 = SA \cdot SB$, deci ST este tangentă și la cercul (Γ).

Pînă aici am văzut cum se poate găsi punctul S. Mai departe se duc tangentele ST și ST' la cercul (Ω), care taie mediatoarea lui AB să zicem în O și O', centrele cercurilor căutate. Razele acestor cercuri sînt respectiv OA și $O'A$. Problema are deci două soluții.

4. *Construcția unui cerc care trece printr-un punct dat și este tangent la două drepte date.*

Fie A punctul dat, iar (D_1) și (D_2) dreptele date. Fie (Γ) cercul căutat, iar O centrul său și B_1, B_2 punctele de tangență ale cercului (Γ) cu cele două drepte date. Avem $OB_1 = OB_2$ deci O se află pe bisectoarea unghiului determinat de dreptele (D_1) și (D_2). Această bisectoare este axă de simetrie pentru cerc și tangentele la acest cerc (D_1), (D_2). Deci, cercul (Γ) trece prin A' simetricul lui A față de bisectoarea unghiului determinat

de dreptele (D_1) și (D_2). Prin urmare, problema se reduce la construcția unui cerc care trece prin două puncte (A, A') și este tangent la o dreaptă dată (D_1) sau (D_2). Problema are două soluții; construcția se poate face numai cu unghiul determinat de (D_1) și (D_2) în care se află punctul A.

5. *Construcția unui cerc care trece printr-un punct dat, este tangent la o dreaptă dată și la un cerc dat.*

Fie A punctul dat, (D) dreapta dată și (Ω) cercul dat cu centrul în I. Fie (Γ) cercul căutat și centrul său O, S punctul de tangență al lui (Γ) cu (Ω), iar T punctul de tangență al lui (Γ) cu (D). Perpendiculara din I pe (D) taie cercul (Ω) în B, C și pe (D) în E. (BS) taie cercul (Γ)

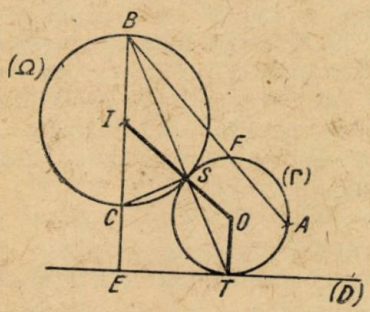


Fig. 5

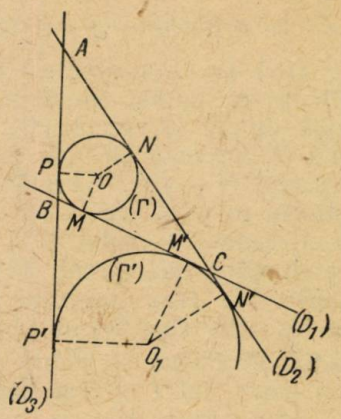


Fig. 6

în T'. Triunghiurile OST' și BIS fiind isoscele rezultă că $\sphericalangle OT'S = \sphericalangle IBS$, astfel că OT' este paralelă cu BE, iar OT' este perpendiculară pe (D) în T'; deci $T' \equiv T$. Triunghiul BCS este asemenea cu triunghiul BET, deci $\frac{BC}{BT} = \frac{BS}{BE}$, de unde $BC \cdot BE = BS \cdot BT$.

Puterea lui B față de (Γ) este $BS \cdot BT = BA \cdot BF$, unde F este punctul în care BA retaie cercul (Ω). Comparînd ultimele egalități avem $BC \cdot BE = BA \cdot BF$, relație care ne permite $\left(\frac{BC}{BA} = \frac{BF}{BE}\right)$, să construim segmentul BF și în consecință, să determinăm punctul F. În felul acesta problema se reduce la construcția unui cerc care trece prin două puncte (A, F) și tangent fie la o dreaptă dată (D), fie la un cerc dat (cercul Ω).

Problema poate avea patru soluții, pentrucă segmentul BF se poate lua pe (BA) de o parte și de alta lui B.

6. *Construcția unui cerc tangent la trei drepte oarecare date.*

Fie (D_1), (D_2), (D_3) cele trei drepte date și A, B, C, intersecțiile a două cîte două. Fie (Γ) cercul căutat, O centru său și M, N, P, punctele de tangență ale lui (Γ) cu cele trei drepte date. Avem $OM = ON = OP$

deci O este punctul de concurență al bisectoarelor interioare ale triunghiului ABC. Cercul (Γ) este cercul înscris triunghiului ABC.

Perpendicularele din O pe cele trei drepte ne dau punctele M, N, P, prin care trece (Γ). Problema se reduce deci, fie la construcția unui cerc ce trece prin trei puncte, fie la construcția unui cerc ce trece prin două puncte și tangent la o dreaptă dată, fie la construcția unui cerc ce trece printr-un punct și e tangent la o dreaptă dată.

În afară de punctul O se mai găsesc încă trei puncte O_1, O_2, O_3, egal depărtate de cele trei drepte și anume, intersecțiile bisectoarelor exterioare triunghiului ABC, două cîte două. Prin urmare, problema poate avea patru soluții: cercul înscris triungiului ABC și exînscrise acestui triunghi.

7. *Construcția unui cerc tangent la două drepte date și la un cerc dat.*

Fie (D_1) și (D_2) dreptele date, (Ω) cercul dat, iar I centrul său. Fie (Γ) cercul căutat cu centru O și A, B, C punctele de tangentă cu cele două drepte și cercul (Ω). Problema se reduce la aflarea poziției punctului O. Dreapta OI taie cercul (Ω) în C astfel încît, cunoaștem și raza cercului (Γ), OC. Să mărim raza cercului (Γ) pînă ce ea devine OI. Obținem în felul acesta un cerc (Γ') care trece prin I, concentric cu (Γ). Deci, centrul cercului (Γ') este centrul cercului (Γ). Dreptele OA și OB prelungite, taie cercul (Γ') în A', B'. Pe figură se observă ușor că $AA' = BB' = CI$ (raza cercului (Ω)). Tangentele în A', B' la (Γ') sînt paralele respectiv cu (D_1) și (D_2); fie ele (D'_1) și (D'_2) De aci se vede construcția. Problema se reduce la construcția unui cerc (Γ') care trece printr-un punct dat I și este tangent la două drepte date (D'_1) și (D'_2). Dreptele (D'_1), (D'_2) sînt paralele respectiv cu (D_1) și cu (D_2) la distanța CI de acestea. Aceste paralele se pot lua de o parte și de alta a dreptelor date, deci problema comportă $4 \cdot 2 = 8$ soluții.

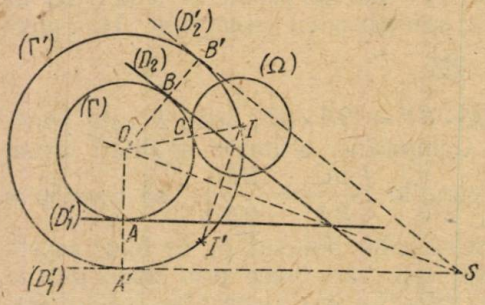


Fig. 7.

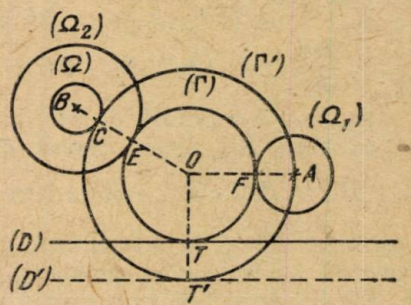


Fig. 8

8. *Construcția unui cerc tangent la o dreaptă dată și la două* cercuri date.

Fie (D) dreapta dată, (Ω_1) și (Ω_2) cercurile date cu centrele respectiv în A, B. Fie (Γ), O, respectiv cercul și centrul cercului căutat; F, E, T punctele de tangență a lui (Γ) cu cercurile date și dreapta dată.

Fie (Γ') un cerc concentric cu (Γ), care trece prin A. Dreapta OT taie cercul (Γ') în T', iar pe OB în C. Fie (Ω) un cerc concentric cu (Ω_2) de rază $BC = BE - CE = BE - AF$, adică diferența razelor cercurilor (Ω_2) și (Ω_1).

Tangenta în T' la (Γ') este o paralelă la (D) la distanța $TT' = AF$ (raza cercului (Ω_1)). Deci, problema se reduce la contsruirea unui cerc care trece printr-un punct dat, punctul A, tangent la o dreaptă dată dreapta (D') paralelă cu (D) la distanța AF și la un cerc dat, cercul (Ω). Cum (D') poate fi luată de o parte și de alta lui (D), problema poate avea $2 \cdot 4 = 8$ soluții.

9. *Construcția unui cerc care trece printr-un punct dat și e tangent la două cercuri date.*

Fie P punctul dat, (Ω_1), (Ω_2), A, B cercurile date cu centrele lor respectiv. Fie (Γ) cercul căutat și O centrul lui. Tangenta T_1T_2 exterioară cercurilor date taie linia centrelor în S (centrul exterior de similitudine). Dreapta CD care unește punctele de tangență ale lui (Γ) cu (Ω_1) și (Ω_2) taie linia centrelor în S', iar cercurile date le mai taie odată respectiv în E și F. Dreapta SP mai taie cercul (Γ) în P'.

Unghiurile de pe figură însemnate cu cîte un arc fiind egale, rezultă că AE este paralelă cu BD, iar AC este paralelă cu BF, deci se poate scrie că

$$\frac{S'A}{S'B} = \frac{S'E}{S'D} = \frac{AE}{BD} \text{ și } \frac{S'A}{S'B} = \frac{S'C}{S'F} = \frac{AC}{BF}$$

$$\text{de unde } \frac{S'E}{S'D} = \frac{S'C}{S'F}$$

$$\text{sau: } S'E \cdot S'F = S'C \cdot S'D.$$

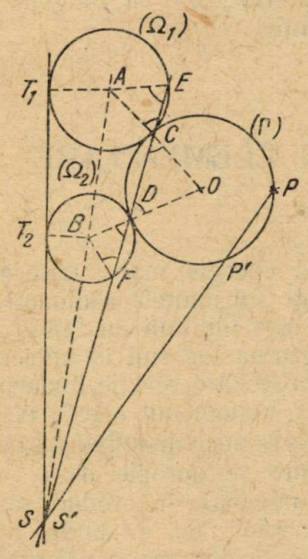


Fig. 9

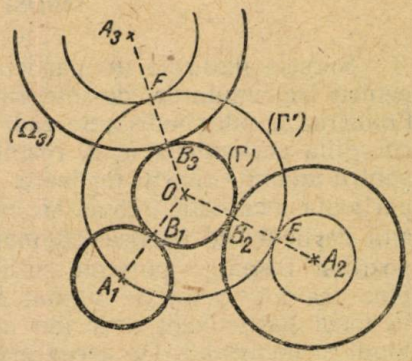


Fig. 10

Din asemănarea triunghiurilor SAT_1 și SBT_2 avem:

$$\frac{SA}{SB} = \frac{ST_1}{ST_2} = \frac{AT_1}{BT_2} = \frac{AE}{BD} \text{ deci, } \frac{SA}{SB} = \frac{S'A}{S'B}$$

adică S' coincide cu S și atunci avem $SE \cdot SF = SC \cdot SD$.

Puterea lui S față de (Ω_1) este $ST_1^2 = SE \cdot SC$; puterea lui S față de (Ω_2) este $ST_2^2 = SD \cdot SF$ și puterea lui S față de (Γ) este $SC \cdot SD = SP \cdot SP'$. De aci rezultă:

$$ST_1^2 \cdot ST_2^2 = SE \cdot SC \cdot SD \cdot SF = (SC \cdot SE)^2,$$

adică $$ST_1 \cdot ST_2 = SC \cdot SD = SP \cdot SP'.$$

ST_1, ST_2 și SP se cunosc, deci se poate construi SP' (a patra proporțională) și deci se poate determina P'.

Problema se reduce la a construi un cerc care trece prin două puncte P, P' și tangent la un cerc dat (Ω_1 sau Ω_2).

Luîndu-se în considerație și centrul interior de similitudine a celor două cercuri date, problema poate avea $2 \cdot 2 = 4$ soluții.

10. *Construcția unui cerc tangent la trei cercuri date.*

Fie (Ω_1), (Ω_2), (Ω_3) cele trei cercuri date și A_1, A_2, A_3 respectiv centrele lor. Fie (Γ) cercul căutat și O centrul lui. Fie B_1, B_2, B_3 punctele de tangență a lui (Γ) cu cercurile date. Fie (Γ') un cerc concentric cu (Γ) care trece spre exemplu, prin A_1 observăm că; OA_2 și OA_3 taie cercul (Γ') în E și F respectiv. Cercurile concentrice cu (Ω_2) și (Ω_3) respectiv de raze $A_2E = A_2B_2 - B_2E = A_2B_2 - A_1B_1$ și $A_3F = A_3B_3 - FB_3 = A_3B_3 - A_1B_1$ sînt tangente cercului (Γ'). Deci, problema se reduce la construcția unui cerc (Γ') care să treacă printr-un punct dat și tangent la două cercuri date. Problema poate avea opt soluții.

ACCELERATORII DE PARTICULE ELEMENTARE

JÁNOSY BÉLA, Tg. Mureș

Sursele naturale de particule elementare cu energie mare, necesară pentru transmutarea, dezintegrarea nucleelor, sînt substanțele radioactive. Folosirea acestor substanțe radioactive naturale este limitată de faptul că energiile particulelor α, β, rezultate din dezintegrarea lor sînt insuficiente pentru anumite reacții nucleare. Pentru a putea provoca o reacție nucleară, particula încărcată trebuie să pătrundă în nucleu. Fenomenul acesta necesită particule cu energie cît mai mare. Într-adevăr, nucleul avînd sarcină pozitivă respinge puternic particula pozitivă care se apropie de el. În plus era interesant de studiat ce fel de reacții nucleare se produc, dacă în locul particulelor α se iau alte particule elementare, ca de pildă, protonul și deutronul. De aceea elaborarea metodelor de obținere a diferitelor particule încărcate cu energii mari de cîteva milioane de electronvolți a fost o problemă experimentală importantă a fizicii nucleare. Fizica modernă a și creat metodele și aparatele necesare pentru obținerea unor asemenea particule cu energii foarte mari.

Metodele de accelerare artificială a particulelor permit dezintegrarea nucleelor, nu numai cu ajutorul nucleelor de heliu (particule α), dar și cu ajutorul protonilor și deutronilor rapizi.

Accelerarea artificială a particulelor încărcate se realizează cu ajutorul acceleratorilor de particule. În acceleratori, accelerarea particulelor încărcate este realizată, în cele mai multe cazuri, de un cîmp electric de mare intensitate. Sînt însă și acceleratori în care, pentru mărirea energiei particulelor se folosesc cîmpuri magnetice cu intensitate variabilă.

Dezvoltarea construcției acceleratorilor a făcut posibilă obținerea particulelor cu energii de ordinul 1 000 MeV. În prezent, particulele cu cea mai mare energie sînt obținute în U.R.S.S. la Institutul Unificat de Cercetări Nucleare de lîngă Moscova, Dubna.

Acceleratorii, după modul de funcționare se pot clasifica în felul următor :

I. acceleratori statici, la care accelerarea particulelor este realizată de un cîmp electrostatic de mare intensitate,

II. acceleratori liniari, la care accelerarea particulelor se realizează prin aplicarea succesivă în drumul particulelor ce se acelerează, a unor diferențe de potențial nu prea mari,

III. acceleratori ciclici, la care accelerarea particulelor se realizează ca și la acceleratorii liniari, dar pe o traiectorie circulară cu raza mereu crescîndă.

I. Acceleratorii statici

Din punct de vedere istoric, prima reacție nucleară realizată cu ajutorul protonilor accelerați artificial este reacția de dezintegrare a litiului. Aceasta a fost realizată în 1930 de către colaboratorii lui Rutherford, J. D. Cockroft și Walton, care au utilizat pentru aceclerarea protonilor (nuclee de hidrogen obișnuit) o instalație în care, cu ajutorul unui transformator se creează o diferență de potențial mare redresată cu ajutorul tuburilor electronice și multiplicată apoi, cu condensatori în serie și în paralel.

Instalația cea mai simplă (electrostatică) pentru obținerea particulelor rapide este generatorul electrostatic, inventat de Van de Graaff în 1931.

Mașinile de acest tip se bazează pe o cunoscută experiență electrostatică. Dacă în interiorul unei sfere metalice, goale se introduce cu un mîner izolat, o mică bilă încărcată cu sarcini electrice și se atinge suprafața interioară a sferei, atunci bila, cedează sferei întreaga ei sarcină, care se deplasează pe partea exterioară a sferei. Repetînd această operație, noi efectuăm de fiecare dată un lucru mecanic contra forțelor cîmpului și putem astfel, cel puțin teoretic, să ridicăm potențialul sferei pînă la o limită determinată de scurgerile de sarcină (efect Corona).

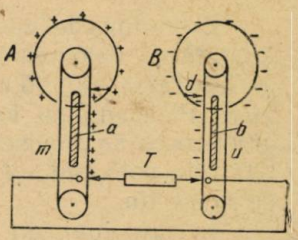


Fig. 1

Această idee este realizată din punct de vedere tehnic, în generatorul electrostatic, în următorul mod foarte practic. *A* și *B* sînt două sfere metalice goale, instalate pe două coloane înalte *a* și *b*, din material izolant (fig. 1).

Sarcinile sînt transmise sferelor cu ajutorul a două benzi de transmisie *m* și *n*, care circulă în mod continuu pe două valțuri metalice, fiind puse în mișcare de un motor. Benzile de transmisie sînt făcute

dintr-un material izolant (mătase) și sînt încărcate cu ajutorul unui transformator T de 10—20 kV prevăzut cu un redresor pentru redresarea tensiunii. Aceste benzi transportă sarcinile căpătate în interiorul cîte unei sfere care se încarcă prin influență cu ajutorul colectorilor *c* și *d*, după cum se arată în figură. Între cele două sfere încărcate cu sarcini de semne contrarii se stabilește astfel, o diferență de potențial, adică un cîmp electric, iar particulele sînt accelerate prin deplasarea lor în acest cîmp. Sferele nu se pot încărca nelimitat; la un moment dat, între ele încep să apară fenomene de descărcare electrică. Descărcarea este condiționată de potențialul de străpungere * a gazului înconjurător. Cea mai mare tensiune atinsă cu un asemenea generator a fost realizată înainte de război, în Institutul Fizico-Tehnic din Harcov: generatorul construit de Walter și Sinelnikov a dat 4000 kV. Astăzi se obțin tensiuni pînă la 8000 kV, închizînd generatorul într-un cazan cu azot sau cu așa-zisul „elegaz" (hexaflorură de sulf SF_6) sub o presiune de cîteva atmosfere, ceea ce ridică tensiunea de străpungere. Accelerarea particulelor se realizează cu ajutorul tuburilor accelératoare (fig. 2), care sînt secționate în mai multe elemente, fiecare conținînd cîte un electrod mecanic. Diferența de potențial electric poate fi astfel distribuită uniform în lungul tubului. În partea de sus a tubului, situată în interiorul sferei cu sarcini pozitive se găsește izvorul de ioni pozitivi. În partea opusă a tubului spre sfera cu sarcini negative, se montează „ținta", care conține substanța ce urmează a fi bombardată. În tub se menține un vid înaintat, de ordinul 10^{-5} — 10^{-6} mm de mercur.

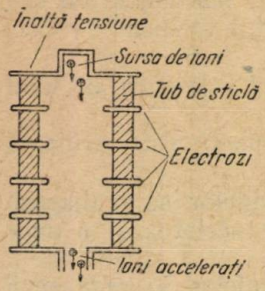


Fig. 2

Deși generatorul electrostatic rămîne mult în urmă față de acceleratorii descriși mai jos, el rămîne totuși, o mașină auxiliară prețioasă pentru cercetările nucleare. Principalul lui avantaj constă în posibilitatea de a obține un fascicul de particule cu o energie bine determinată și constantă în timp, ceea ce este foarte important în studiul reacțiilor nucleare.

II. Acceleratorii liniari

Este limpede că atîta timp cît energia dată de un accelerator este limitată de valoarea maximă a diferenței de potențial ce poate fi obținută în laborator, nu vom putea accelera particule încărcate pînă la energii mari. Fizicienii au fost nevoiți și au reușit să găsească metode în care accelerarea se realizează prin traversarea de mai multe ori a unei diferențe de potențial nu prea mari. Acceleratorii liniari sînt primele aparate de acest tip.

În principiu, un accelerator liniar este alcătuit din sursa de particule S (fig. 3), dintr-o serie de cilindri metalici D_1, D_2, ... cu un canal în lungul axei, care alcătuiesc electrozii între care se aplică diferențele de potențial ce produc accelerarea particulelor provenite de la sursă. Electrozii cilindrici sînt introduși într-un tub cu vid înaintat. Electrozii

* Prin potențial de străpungere se înțelege potențialul maxim pentru care gazul dintre electrozi (în cazul nostru, dintre cele două sfere) se comportă ca un izolator.

de ordin par sînt legați între ei și la fel, electrozii de ordin impar, cele două grupe de electrozi fiind legate la bornele unui generator de înaltă frecvență F*. Diferențele de potențial dintre doi electrozi vecini nu acționează asupra unei particule decît atunci cînd aceasta se găsește în spațiul dintre ei. Lungimea diferiților electrozi este calculată astfel, încît particula (a cărei viteză crește pe măsură ce străbate spațiul dintre doi

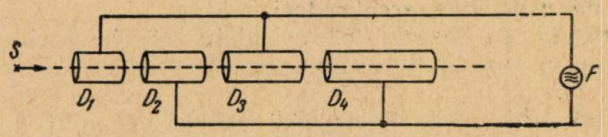


Fig. 3

electrozi din ce în ce mai depărtați de sursa de particule) să ajungă în fiecare dintre spațiile dintre doi electrozi, atunci cînd sensul diferenței de potențial este cel necesar accelerării. În interiorul fiecărui electrod cîmpul electric fiind nul, particula se mișcă cu viteză constantă.

Într-un astfel de accelerator de 30 m lungime și cu 30 electrozi se obțineau ioni de mercur cu energii de 1,26 MeV.

Pentru a obține energii mai mari este nevoie de un mare număr de trepte de accelerare, ceea ce mărește foarte mult lungimea aparatului. Astfel, acceleratorul cu care au fost obținuți electronii de 350 MeV are 28 metri lungime. Au fost construiți și acceleratori cu lungime pînă la 70 metri.

La început, acești acceleratori nu au avut o răspîndire prea largă, în special din cauză că lipseau generatorii de înaltă frecvență de lungime de undă scurtă și ultrascurtă și de mare putere. Între timp, datorită mai ales progreselor radiolocației, tehnica frecvențelor înalte și supraînalte a făcut progrese uriașe. Din această cauză acceleratorii liniari sînt din nou utilizați. În prezent, există acceleratori liniari cu energii de zeci și sute de MeV. Lungimea lor depășește 100 metri.

Pentru micșorarea lungimii acceleratorului se construiesc în prezent, acceleratori la care fiecare electrod cilindric are un oscilator propriu. Frecvența oscilatorilor se mărește cu creșterea vitezei particulelor accelerate și în felul acesta nu este ncesară mărirea lungimii electrozilor cilindrici. Unul dintre acceleratorii moderni de acest tip, are lungimea de 24 metri. Energia electronilor și protonilor accelerați cu acceleratorii liniari este de circa 600 MeV. În prezent, la Stanford se construiește un accelerator liniar pentru accelerarea electronilor pînă la 1 BeV. În acest accelerator, accelerarea electronilor se realizează cu ajutorul undelor electromagnetice. Lungimea acestui accelerator este de 60 m.

Marele avantaj constructiv al acceleratorilor liniari este absența electromagneților enormi care sînt necesari la acceleratorii ciclici, tratați mai departe. Și din punct de vedere economic acceleratorii liniari prezintă avantaje mari față de cei ciclici; costul lor este aproximativ proporțional cu energia, pe cînd costul acceleratorilor ciclici este proporțional cu pătratul sau chiar cu puterea a treia a energiei.

---

* Generatorul de înaltă frecvență este de fapt, un generator de curent alternativ cu frecvență mare.

III. Acceleratori ciclici

Dezavantajele acceleratorilor liniari, care nu au fost înlăturate integral nici pînă în prezent, au făcut necesară construirea unor alte tipuri de acceleratori de particule, în care drumul parcurs de particule este ciclic. Acești acceleratori se numesc ciclici. Mai jos vom trata cele mai importante tipuri de asemenea acceleratori.

1. *Ciclotronul*, se bazează pe principiul acceleratorilor liniari, adică pe accelerarea în mai multe trepte a particulelor, dar pe o traiectorie circulară.

Ciclotronul este construit din doi electrozi numiți duanți D_1 și D_2 (fig. 4) formați din cele două jumătăți depărtate puțin una de alta, ale unei cutii cilindrice turtite, tăiată în lungul unui plan perpendicular pe planele bazelor și care trece printr-unul din diametrele bazei. Duanții sînt introduși între polii unui electromagnet M, care creează un cîmp magnetic perpendicular pe planul bazelor duanților. În mijlocul intervalului dintre cei doi duanți se găsește sursa de particule încărcate, S. Între cei doi duanți se aplică o diferență de potențial alternativă de la un generator de înaltă frecvență F (10 000—100 000 V).

Să presupunem că la un moment dat, în intervalul dintre cei doi duanți se găsește un ion pozitiv. Dacă în acest moment duantul din stînga este încărcat pînă la potențialul negativ maxim, atunci ionul pozitiv va fi atras spre stînga și va nimeri în interiorul duantului, unde cîmpul electric lipsește, dar există un cîmp magnetic transversal. Sub acțiunea cîmpului magnetic ionul descrie un semicerc.

Dacă în timpul necesar pentru parcurgerea semicercului polaritatea (semnul potențialelor duanților) s-a schimbat (duantul din dreapta este încărcat la potențialul negativ maxim), ionul suferă o nouă accelerare spre duantul din dreapta și continuă drumul în interiorul acestuia, cu o viteză mai mare, pe un semicerc de rază mărită.

Evident, dacă se poate realiza un sincronism între intervalul de timp necesar ionului pentru a parcurge drumul în interiorul duantului și perioada generatorului, atunci ionul va fi accelerat de fiecare dată cînd nimerește în fanta dintre duanți. Această posibilitate există datorită faptului că timpul necesar pentru parcurgerea semicercului nu depinde nici de raza semicercului, nici de viteza particulei, după cum arată un calcul simplu.

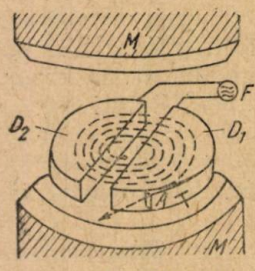


Fig. 4

Scriind egalitatea dintre forța centrifugă și forța datorită cîmpului magnetic care acționează asupra particulei obținem:

$$\frac{mv^2}{R} = q \cdot v \cdot H. \qquad (1)$$

unde H este intensitatea cîmpului magnetic, m este masa, v viteza și q sarcina particulei, iar R este raza semicercului. Timpul t, necesar pentru parcurgerea semicercului este:

$$t = \frac{\pi R}{v} \qquad (2)$$

sau, introducînd valoarea vitezei dedusă din relația (1):

$$t = \frac{\pi m}{Hq}. \tag{3}$$

Se observă deci, că pentru energii nu prea mari, acest timp nu depinde nici de raza semicercului, nici de viteza particulei. Cu alte cuvinte, atît timp cît poate fi neglijată corecția de relativitate asupra masei particulei, particula parcurge oricare traiectorie semicirculară în același timp. La terminarea parcursului lor în ciclotron (traiectoria rezultantă a particulei este o spirală), particulele accelerate sînt deviate din drum de către un electrod suplimentar, ies printr-o deschidere A și sînt trimise asupra „țintei" care trebuie să fie bombardată.

Frecvența generatorului de curent la care este legat ciclotronul este dată de $\nu = 1/T$, în care $T = 2t$ este perioada generatorului. Se obține astfel:

$$\nu = \frac{Hq}{2\pi m} \tag{4}$$

Se vede că valoarea frecvenței depinde de intensitatea cîmpului magnetic, de masa și sarcina particulei. În general, la ciclotroanele pentru cîmpurile magnetice folosite de obicei (de cîteva mii de oerstezi), frecvența este de ordinul cîtorva megahertzi sau zeci de megahertzi.

În prezent, cu cilotronul putem atinge o energie de 10—15 MeV la protoni și 30 MeV la particule α.

Pentru obținerea energiilor mari, atît dimensiunile cît și greutatea ciclotronului sînt mari. Există ciclotroane cu diametrul de 5 m și cu masa electromagnetului de 5 000 tone.

În țara noastră a intrat în funcțiune în anul 1957, un ciclotron modern produs în U.R.S.S. Acest accelerator permite accelerarea deutronilor pînă la 12 MeV. Cu ajutorul lui se fac cercetări de fizică nucleară și se produc anumiți izotopi radioactivi.

Ciclotronul nu poate fi folosit pentru accelerarea prea mare a particulelor. Într-adevăr, conform teoriei relativității, masa unui corp depinde de viteza cu care se mișcă acel corp, după relația:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \tag{5}$$

în care v este viteza corpului, c viteza luminii în vid, iar m, o mărime numită masa de repaus a corpului, adică masa pe care ar avea-o corpul dacă viteza lui ar tinde către zero. Comparînd relațiile (4) și (5) observăm că la viteze mari se poate întîmpla ca, folosind un generator de curent cu frecvență constantă, schimbarea polarității duanților să se facă în contratimp cu mișcarea particulelor, așa încît o particulă să ajungă în spațiul dintre cei doi duanți în momentul în care duantul din față capătă același

semn ca și propria sarcină a particulei și aceasta în loc să fie accelerată este frînată.

2. *Betatronul.* Din relația (4) se vede că ciclotronul nu poate fi folosit pentru accelerarea electronilor. Într-adevăr, masa unui electron fiind de 1840 ori mai mică decît aceea a unui proton, generatorul de curent electric care ar trebui să alimenteze un ciclotron, pentru accelerarea electronilor, ar trebui să aibă o frecvență de 1840 de ori mai mare decît același ciclotron folosit pentru proton. Asemenea frecvențe foarte înalte se obțin însă greu. Pe de altă parte, și mai important este faptul că variația relativistă a masei cu viteza este mult mai mare la particule atît de ușoare cum sînt electronii. În anul 1927, Wideroe a emis ideea de a folosi inducția electro-magnetică pentru a obține electrozi rapizi. Totuși, din cauza deficiențelor proiectului lui Wideroe, nu s-a reușit să se construiască un model de instalație care să funcționeze. Ulterior, ideea de a folosi inducția electro-magnetică pentru accelerarea electronilor a fost dezvoltată de fizicianul sovietic I. P. Terleţki. În anul 1941, Kerst a construit un accelerator cu inducție, care a primit denumirea de betatron.

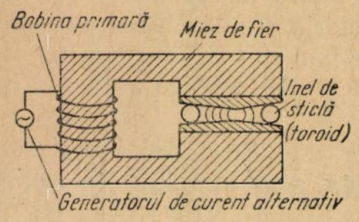


Fig. 5

Betatronul este de fapt, o modificare a transformatorului (fig. 5) la care, cînd prin primar trece un curent alternativ, în secundar se induce un curent alternativ. Putem însă înlocui secundarul cu un tub de sticlă din care am scos aerul și în care bineînțeles, am introdus un izvor de electroni (de exemplu, un fir metalic incandescent). Electronii vor fi accelerați datorită fluxului magnetic variabil produs de primar și mărit cu ajutorul unui miez de fier (ca și la transformator, bobina primară este alimentată cu tensiune alternativă.

Kerst a construit cîteva betatroane dintre care cel mai mare dădea electroni cu o energie de 100 MeV. Cu betatroanele moderne se obțin electroni cu o energie pînă la 300 MeV. Extragerea electronilor din inelul de sticlă în care sînt accelerați este o problemă destul de complicată. De aceea, în majoritatea cazurilor, la sfîrșitul ciclului de accelerare, electronii izbesc o țintă metalică situată tot în interiorul tubului de accelerare. Aici electronii dau naștere unor raze X de mare energie, care sînt folosite la diferite experiențe nucleare.

Din păcate dimensiunile betatronului și pierderile de energie *) cresc foarte repede, o dată cu energia electronului.

3. *Sincrotronul.* Problema accelerării particulelor relativiste (accelerarea particulelor cu energii mari) a fost rezolvată de V. I. Vexler, profesor la Universitatea din Moscova (Independent, ceva mai tîrziu, o propunere analoagă a fost făcută de E. M. Mac Millan).

Din relația (3), de mai înainte reiese că timpul necesar efectuării unei rotații (perioada) este direct proporțional cu masa particulei și invers

*) La energii mari energia electronilor este iradiată sub formă de unde electromagnetice.

proporțional cu intensitatea cîmpului magnetic. Creșterea relativistă a masei cu viteza atrage după sine creșterea corespunzătoare a perioadei, adică particula întîrzie față de tensiunea acceleratoare de înaltă frecvență. Acest defect poate fi însă remediat, făcînd să crească în același timp și intensitatea cîmpului magnetic astfel, încît cîmpul magnetic să crească corespunzător cu creșterea masei, raportul lor rămînînd constant. În aceste condiții și perioada de rotație rămîne constantă, ceea ce permite accelerarea prin rezonanță a particulei, ca în cazul ciclotronului.

Un astfel de accelerator, cu cîmp magnetic variabil este foarte potrivit pentru accelerarea electronilor și poartă numele de sincrotron. Electronii sînt accelerați pe o orbită circulară cu rază constantă, situată în interiorul unui inel de sticlă. Ca și betatronul, sincrotronul este întrebuințat practic, la producerea razelor X de mare energie. Au fost construite multe asemenea sincrotroane cu energii pînă la 1 BeV.

4. *Sincrociclotronul (fazotron).* O altă metodă pentru rezolvarea problemei ciclotronului a fost propusă tot de V. I. Vexler și de E. M. Mac Millan. Această metodă se folosește îndeosebi, pentru accelerarea protonilor și în general, pentru particulele grele.

Particula este accelerată într-un ciclotron, cu cîmp magnetic constant; compensarea creșterii perioadei de rotație se face printr-o scădere corespunzătoare a frecvenței tensiunii acceleratoare aplicate pe duranți. Un asemenea accelerator este sincrociclotronul (fazotron). Cel mai mare sincrociclotron din lume, cu o energie de 680 MeV se găsește la Institutul Unificat de Cercetări Nucleare de lîngă Moscova (Dubna). Sincrociclotronul este un accelerator relativ simplu și economic, totuși nu este convenabil la energii mari (1 BeV) în special din cauza dimensiunilor gigantice ale magnetului.

5. *Microtronul* este un accelerator asemănător sincrociclotronului. Deosebirea constă în forma traiectoriei particulelor. Principiul microtronului a fost imaginat de V. I. Vexler și de Schwinger.

Să observăm schema (fig. 6) în care particulele dintr-un cîmp electric accelerator ajung într-un cîmp magnetic, sub acțiunea căruia se reîntorc în cîmpul electric pe o traiectorie circulară. În cîmpul electric particulele primind din nou energie se vor reîntoarce pe o traiectorie circulară cu raza mărită. În felul acesta particulele capătă cantități de energie din ce în ce mai mari, descriind traiectorii cu raze crescînde. La ciclotron timpul necesar pentru parcurgerea unei traiectorii circulare a fost constant (la energii nu prea mari). Aici însă, timpul variază după raza cercului descris de particulă; cu cît este mai mare cercul respectiv, cu atît mai mare este și timpul necesar pentru parcurgerea traiectoriei circulare respective. Este ușor de determinat și diferența de timp dintre cele două traiectorii circulare. Dacă frecvența generatorului variază astfel încît să fie în fază cu mișcarea particulelor, atunci particula va fi accelerată de fiecare dată, energia ei crescînd mereu.

6. *Spiratronul.* O metodă ingenioasă pentru accelerarea particulelor relativiste este aplicată în spiratron la propunerea indianului Y. P. Varșhni. În spiratron accelerarea particulelor relativiste se realizează în cîmp magnetic constant, fără variația frecvenței generatorului de înaltă

frecvență, cu ajutorul deformării fantei de accelerare în formă de spirală (fig. 7). Cu alte cuvinte, în loc de duanții obișnuiți se folosesc doi electrozi în formă de spirală, în așa fel încît momentul reintrării particulei în spațiul dintre cei doi electrozi să corespundă vitezei descrescînde a particulelor. Traiectoria particulei este trasată pe figură cu linie punctată. În mijlocul spiratronului se găsește sursa de particule. Forma exactă a spiralei este calculată după ecuațiile care descriu mișcarea particulei.

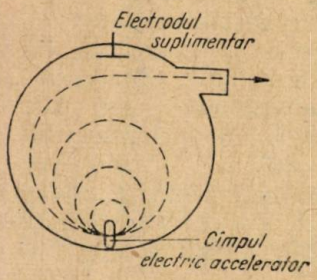


Fig. 6

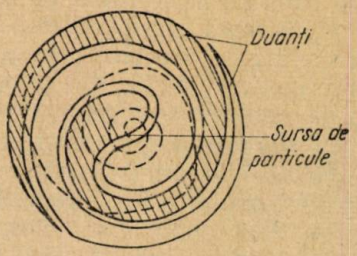


Fig. 7

7. *Sincrofazotronul* (bevatron, cosmotron). La energii foarte mari este convenabilă folosirea unui accelerator de tipul sincrotronului în care particulele se mișcă pe o orbită cu rază constantă. Aceasta permite micșorarea electromagnetului, care capătă formă inelară. Ca și în cazul sincrotronului, cîmpul magnetic este variabil în timp. Sincronismul între mișcarea particulei și oscilațiile de înaltă frecvență nu poate fi totuși realizat decît dacă și această frecvență variază în timp, ca la fazotron.

Acest accelerator, care combină principiile sincrotronului și fazotronului, poartă numele de sincrofazotron. Tot la Institutul Unificat de Cercetări Nucleare de la Dubna se găsește un gigantic sincrofazotron de 10 BeV construit sub conducerea profesorului V. I. Vexler. Diametrul orbitei sale este de 60 m, iar greutatea electromagnetului este de 36 0000 tone. Particulele intră în sincrofazotron după o accelerare prealabilă.

La Geneva funcționează un sincrofazotron de 30 BeV.

Astăzi în U.R.S.S. este în construcție un accelerator similar care va da protoni de 50 BeV. De astădată, orbita va avea un diametru de 400 m. Acceleratori analogi, însă ceva mai mici, sînt în construcție în S.U.A.

★

Iată o „cursă a acceleratorilor" din care, fără discuție, omenirea poate profita. Cît timp vor continua fizicienii să perfecționeze artileria antinucleară? Greu de răspuns. De altfel, profesorul Vernov povestea o dată, în glumă, că s-a apucat să calculeze ce energie ar putea da un sincrofazotron care ar înconjura pămîntul pe la ecuator. Rezultatul l

10 000 000 000 000 MeV.

Este greu de crezut că oamenii de știință nu vor reuși să depășească și această limită. Istoria de pînă acum a fizicii, ne predispune la optimism.

ŞIRURI ARITMETICE DE ORDIN SUPERIOR

KISS ELEMER, Tg. Mureş

I. Fie

$$a_0;\ a_1;\ a_2;\ \ldots\ a_k;\ \ldots \tag{1}$$

un şir dat, unde $a_0, a_1, a_2, \ldots a_k, \ldots$ sînt numere reale. Vom defini diferenţele de ordinul întîi ale termenilor şirului (1) prin relaţia $\Delta a_k = a_{k+1} - a_k$ obţinînd astfel şirul acestor diferenţe [1]).

$$\Delta a_0 = a_1 - a_0;\ \Delta a_1 = a_2 - a_1;\ \ldots;\ \Delta a_k = a_{k+1} - a_k;\ \ldots \tag{2}$$

Diferenţele termenilor acestui nou şir

$$\Delta a_1 - \Delta a_0;\ \Delta a_2 - \Delta a_1;\ \ldots;\ \Delta a_{k+1} - \Delta a_k;\ \ldots$$

le vom numi diferenţe de ordinul al doilea ale termenilor primului şir şi le vom nota

$$\Delta^2 a_0;\ \Delta^2 a_1;\ \Delta^2 a_2;\ \ldots;\ \Delta^2 a_k \tag{3}$$

unde

$$\Delta^2 a_k = \Delta(\Delta a_k) = \Delta a_{k+1} - \Delta a_k$$

Din aproape în aproape definim diferenţele de ordin întreg şi pozitiv şi ale termenilor şirului (1)

$$\Delta^n a_0;\ \Delta^n a_1;\ \ldots;\ \Delta^n a_k \tag{4}$$

unde

$$\Delta^n a_k = \Delta(\Delta^{n-1} a_k) = \Delta^{n-1} a_{k+1} - \Delta^{n-1} a_k$$

Diferenţele diferenţelor de ordinul $(n-1)$ se numesc *diferenţe de ordinul n*, iar şirul (4) se numeşte *şirul diferenţelor de ordinul n al şirului (1)*.

Definiţie. Un şir se numeşte *progresie aritmetică de ordinul n* dacă termenii şirului diferenţelor de ordinul n ale şirului dat sînt egali între ei.

Exemple. a) Fie (1) o progresie aritmetică obişnuită cu termeni diferiţi. În acest caz termenii şirului (2) sînt egali între ei, adică şirul (1) este o progresie aritmetică de ordinul întîi.

b) Dacă fiecare termen al şirului (2) este egal cu zero, atunci termenii şirului (1) sînt egali între ei. Şirul (1) în acest caz este o progresie aritmetică de ordinul zero.

De acum înainte vom numi progresia aritmetică obişnuită progresie aritmetică de ordinul zero sau unu, dacă raţia ei este egală sau diferită de zero. Prin definiţia introdusă, deci, am generalizat noţiunea cunoscută de progresie aritmetică.

c) Să considerăm şirul cuburilor numerelor naturale

$$1^3, 2^3, 3^3, \ldots, k^3, \ldots \tag{5}$$

---

[1]) Vezi „Calculul cu diferenţe" de O. Sacter, în G.M.F.-B, nr. 6, iunie 1961.

Pornind de la acest șir să formăm șirurile de diferențe:

$$\begin{array}{lllllllll} a_0 = 1; & 8 & 27 & 64 & 125 & 216 & 343 & 512 \\ \Delta a_0 = 7; & 19 & 37 & 61 & 91 & 127 & 169 & (6) \\ \Delta^2 a_0 = 12; & 18 & 24 & 30 & 36 & 42 & & \\ \Delta^3 a_0 = 6; & 6 & 6 & 6 & 6 & & & \end{array}$$

Să arătăm că șirul (5) este o progresie aritmetică de ordinul al treilea. Deoarece $a_k = k^3$

$$\Delta a_k = (k+1)^3 - k^3 = 3k^2 + 3k + 1$$

$$\Delta^2 a_k = 3(k+1)^2 + 3(k+1) + 1 - (3k^2 + 3k + 1) = 6k + 6$$

$$\Delta^3 a_k = 6(k+1) + 6 - (6k + 6) = 6$$

d) În mod analog se poate arăta că șirul cu termenul general

$$a_k = b_n k^n + b_{n-1} k^{n-1} + \ldots + b_1 k + b_0 \qquad (7)$$

unde $b_n \neq 0$ este o progresie aritmetică de ordinul n.

e) Șirul

$$1^n,\ 2^n,\ 3^n, \ldots, k^n, \ldots \qquad (8)$$

care se obține din (7) punînd $b_n = 1$ și $b_{n+1} = b_{n+2} = \ldots = b_1 = b_0 = 0$, este o progresie aritmetică de ordin n.

În cele ce urmează vom stabili formulele pentru termenul general și suma unei progresii aritmetice de ordinul n.

II. Să notăm termenul general al șirului (1) cu $\Delta^0 a$ și să construim un tabel analog cu tabelul (6) pornind de la șirul (1):

$$\begin{array}{l} \Delta^0 a_0,\ \Delta^0 a_1,\ \Delta^0 a_2, \ldots, \Delta^0 a_{k-1},\ \Delta^0 a_k,\ \Delta^0 a_{k+1}, \ldots \\ \Delta a_0,\ \Delta a_1,\ \Delta a_2, \ldots, \Delta a_{k-1},\ \Delta a_k, \ldots \\ \Delta^2 a_0,\ \Delta^2 a_1,\ \Delta^2 a_2, \ldots, \Delta^2 a_{k-1},\ \Delta^2 a_k, \ldots \qquad (9) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \Delta^{n-1} a_0,\ \Delta^{n-1} a_1,\ \Delta^{n-1} a_2, \ldots, \Delta^{n-1} a_{k-1},\ \Delta^{n-1} a_k,\ \Delta^{n-1} a_{k+1}, \ldots \\ \Delta^n a_0,\ \Delta^n a_1,\ \Delta^n a_2, \ldots, \Delta^n a_{k-1},\ \Delta^n a_k, \ldots \end{array}$$

Evident că în cazul cînd (1) este o progresie aritmetică de ordinul n, rîndul $(n+1)$ din acest tabel va fi format din termeni egali (din termenii unei progresii aritmetice de ordinul zero), iar rîndul n din termenii unei progresii aritmetice de ordinul întîi, etc.

Din tabelul (9) se poate vedea că o progresie aritmetică de ordinul n este cunoscută dacă sînt date numerele

$$\Delta^0 a_0,\ \Delta a_0,\ \Delta^2 a_0, \ldots, \Delta^{n-1} a_0,\ \Delta^n a_0, \qquad (10)$$

Într-adevăr, termenii rîndului $(n+1)$ din tabelul (9) sînt egali între ei, iar, deoarece $\Delta^n a_0 = \Delta^{n-1} a_1 - \Delta^{n-1} a_0$ rezultă

$$\Delta^{n-1} a_1 = \Delta^n a_0 + \Delta^{n-1} a_0$$

La fel găsim și pe $\Delta^{n-1}a_2$, $\Delta^{n-1}a_3$, etc., adică obținem termenii din rîndul n din tabelul (9). După ce am găsit acești termeni putem calcula termenii rîndului $(n-1)$ și așa mai departe, pînă cînd obținem progresia aritmetică de ordinul n propriuzisă. Din cele spuse mai înainte rezultă:

a) Formula care ne dă termenii rîndului $(n+1)$ din tabelul (9) adică termenii progresiei aritmetice de ordinul zero este

$$\Delta^n a_k = \Delta^n a_0, \quad (k = 0, 1, 2, 3, \ldots) \tag{11}$$

b) Termenul general al progresiei aritmetice de ordinul întîi din rîndul n al tabelului (9) este dat de formula

$$\Delta^{n-1}a_k = \Delta^{n-1}a_0 + k\Delta^n a_0 = C_k^0\Delta^{n-1}a_0 + C_k^1\Delta^n a_0, \quad (k = 0, 1, 2, \ldots) \tag{12}$$

deoarece rația progresiei este tocmai $\Delta^n a_0$.

Afirmăm că termenul general al progresiei aritmice de ordinul n din rîndul $(n-r+1)$ al tabelului (9) este dat de formula:

$$\Delta^{n-r}a_k = C_k^0\Delta^{n-r}a_0 + C_k^1\Delta^{n-r-1}a_0 + \ldots + C_k^r a^n a_0 \tag{13}$$

Relațiile (11) și (12) ne arată că această formulă este adevărată dacă $r = 0$ și $r = 1$, pentru orice k. Vom arăta prin *metoda inducției complete* că (13) este adevărată și pentru orice r. Presupunem deci, că (13) este adevărată pentru un r, pentru orice k.

Dacă în locul lui k punem $(k-1)$ în formula (13) avem:

$$\Delta^{n-r}a_{k-1} = C_{k-1}^0\Delta^{n-r}a_0 + C_{k-1}^1\Delta^{n-r+1}a_0 + \ldots + C_{k-1}^r\Delta^n a_0 \tag{14}$$

Acum vom demonstra că (13) este adevărată și pentru $(r+1)$ adică, vom demonstra că avem pentru orice k

$$\Delta^{n-r-1}a_k = C_k^0\Delta^{n-r-1}a_0 + C_k^1\Delta^{n-r}a_0 + \ldots + C_k^{k+1}\Delta^n a_0 \tag{15}$$

Observăm că (15) este adevărată pentru $k = 0$ (deoarece $C_m^n = 0$ dacă $0 \leqslant m < n$), deci pentru demonstrarea ei putem aplica metoda inducției complete relativ la k. Presupunem că (15) este adevărată pentru $(k-1)$, adică avem:

$$\Delta^{n-r-1}a_{k-1} = C_{k-1}^0\Delta^{n-r-1}a_0 + C_{k-1}^1\Delta^{n-r}a_0 + \ldots + C_{k-1}^{k+1}\Delta^n a_0 \tag{16}$$

Deoarece $\Delta^{n-r}a_{k-1} = \Delta^{n-r-1}a_k - \Delta^{n-r-1}a_{k-1}$, rezultă $\Delta^{n-r-1}a_k = \Delta^{n-r-1}a_{k-1} + \Delta^{n-r}a_{k-1}$.

Ținînd seama de (14) și (16) avem:

$$\Delta^{n-r-1}a_k = C_{k-1}^0\Delta^{n-r-1}a_0 + C_{k-1}^1\Delta^{n-r}a_0 + C_{k-1}^2\Delta^{n-r+1}a_0 + \ldots +$$
$$+ C_{k-1}^{r+1}\Delta^n a_0 + C_{k-1}^0\Delta^{n-r}a_0 + C_{k-1}^1\Delta^{n-r+1}a_0 + \ldots + C_{k-1}^r\Delta^n a_0 =$$
$$= C_k^0\Delta^{n-r-1}a_0 + C_k^1\Delta^{n-r}a_0 + C_k^2\Delta^{n-r+1}a_0 + \ldots + C_k^{r+1}\Delta^n a_0$$

adică tocmai (15). Am folosit relațiile $C_n^k = C_{n-1}^{k-1} + C_{n-1}^k$ și $C_{k-1}^0 = C_k^0 = 1$.

Deci, (13) este adevărată pentru orice r. Dacă în (13) punem $r = n$ găsim formula care ne dă *termenul general al progresiei aritmetice de ordinul n:*

$$a_k = C_k^0 a_0 + C_k^1\Delta a_0 + C_k^2\Delta^2 a_0 + \ldots + C_k^n\Delta^n a_0. \tag{17}$$

Aplicație. — Să calculăm termenul general al șirului (5).

Din tabela (6) găsim $a_0 = 1$, $\Delta a_0 = 7$, $\Delta^2 a_0 = 12$, $\Delta^3 a_0 = 6$. Înlocuim aceste valori în (17) și găsim:

$$a_k = 1 + 7\,C_k^1 + 12\,C_k^2 + 6\,C_k^3 = 1 + 7k + 6k(k-1) + k\,(k-1)\,(k-2) = \\ = (k+1)^3.$$

III. Vom stabili acum, formula care ne dă *suma primilor m termeni ai progresiei aritmetice de ordinul n* (1). Notăm această sumă

$$s_m = a_0 + a_1 + a_2 + \ldots + a_{m-1} \tag{18}$$

cu convenția $s_0 = 0$. Putem scrie:

$$\Delta s_k = s_{k+1} - s_k = a_k. \tag{19}$$

Această egalitate este adevărată pentru orice k, adică șirul diferențelor de ordinul întîi ale termenilor șirului

$$s_0,\ s_1,\ s_2,\ \ldots \tag{20}$$

este tocmai șirul (1). Dacă șirul (1) este o progresie aritmetică de ordinul n, atunci șirul (20) este o progresie aritmetică de ordinul $(n+1)$. Termenii din (10) în acest loc sînt:

$$\Delta^0 s_0 = 0,\ \Delta^1 s_0 = a_0,\ \Delta^2 s_0 = \Delta a_0, \ldots, \Delta^{n-1} s_0 = \Delta^n a_0 \tag{21}$$

Termenul general al șirului (20) se poate scrie cu ajutorul formulei (17). Avem, luînd în considerare și (21):

$$s_m = C_m^1 a_0 + C_m^2 \Delta a_0 + C_m^3 \Delta^2 a_0 + \ldots + C_m^{n+1} \Delta^n a_0 \tag{22}$$

formulă care ne dă suma *primilor m termeni ai progresiei aritmetice de ordinul n.*

Aplicație. Să calculăm suma primilor m termeni ai șirului (5). Deoarece $a_0 = 1$, $\Delta a_0 = 7$, $\Delta^2 a_0 = 12$, $\Delta^3 a_0 = 6$ formula (22) ne dă:

$$s_m = \sum_{k=1}^{m} k^3 = C_m^1 + 7\,C_m^2 + 12\,C_m^3 + C_m^4 = \frac{m^2(m+1)^2}{4}.$$

PENTRU CERCURILE DE FIZICĂ

STUDIUL UNEI RACHETE MICI

TOTH ALEXANDRU, Tg. Mureș

În ultimii ani, importanța motoarelor de rachetă a crescut considerabil. Motivul constă în faptul că rachetele sînt utilizate pe scară largă în mai multe domenii cu mare însemnătate ca: plasarea pe orbită a navelor cosmice și a sateliților artificiali, cercetarea straturilor superioare ale atmosferei, construcția liniilor electrice de transmisiune, decolarea avioanelor cu ajutorul rachetelor auxiliare etc.

În cercetarea spațiului cosmic rachetele stau mai presus de orice alt mijloc. Ele transportă în spații necunoscute, cosmonauți curajoși, lansează pe orbită stațiile interplanetare care transmit informații de neprețuit asupra planetelor vecine.

Ne propunem aici, să construim o rachetă mică, să-i măsurăm mărimile caracteristice și să efectuăm calcule pe baza formulelor rachetodinamicii. Rezultatele obținute de noi, rămîn valabile și în cazul rachetelor mari, iar cunoștințele cîștigate alcătuiesc o bază de plecare pentru studiile din viitor, mai aprofundate.

Construcția rachetei.

Pentru evitarea exploziei, corpul rachetei poate fi confecționat numai din carton. De la țesătorii se pot procura cu ușurință, mosoare cu calibru de 1,2 cm, din care se taie bucăți cu lungimea de 7 cm. Acestea vor servi la construirea corpului. Din cauza temperaturii înalte însă, trebuie în prealabil impregnate. Tuburile sînt înmuiate într-o soluție de alaun de 65%, uscate, apoi introduse într-o soluție de sulfat de amoniu 50%, în care sînt lăsate timp de 6—8 ore, după care se usucă din nou. Corpul *C* (fig. 1) se închide la un capăt cu un dop de plută *D*. În atelierul școlii executăm la strung, un ajutaj *A* din oțel, cu forma indicată în figură. Diametrul ajutajului, *S*, este de 1/3 din a corpului, adică de 0,4 cm, iar capătul mai larg trebuie să se aplice perfect peste tubul impregnat și uscat.

Timpul de ardere al combustibilului trebuie să fie relativ mare, ca pe de o parte să poată fi bine măsurat, iar pe de altă parte, din motive de siguranță. În acest scop este foarte convenabilă așa-numită „ploaie de aur", însă aceasta nu poate fi preparată în cantitate mai mare de 100 g și trebuie ținută în sticlă bine închisă. O cantitate de 100 g se prepară prin amestecarea a 51,2 g azotat de potasiu, 20,8 g sulf, 8,0 g cărbune de lemn și 20,0 g pilitură de fier. Substanțele amestecate se așază într-o piuliță, se zdrobesc în pulbere fină care se cerne prin tifon și se pun într-o sticlă.

La umplerea rachetei trebuie să avem grijăj să presăm uniform combustibilul, în caz contrar, arderea nu va fi uniformă, ceea ce deranjează măsurătorile.

Pulberea se toarnă de pe o hîrtie îndoită în tub, iar cînd acesta s-a umplut se îndeasă cu ajutorul unui cui. Operația se repetă pînă la umplerea completă a corpului. După aceasta se aplică ajutajul la capătul deschis al tubului, în caz de nevoie se bate cu un ciocan de lemn, combustibilul nefiind sensibil la lovituri. În mod asemănător se umple pînă la refuz și ajutajul, presînd și în acest caz combustibilul cu un cui corespunzător.

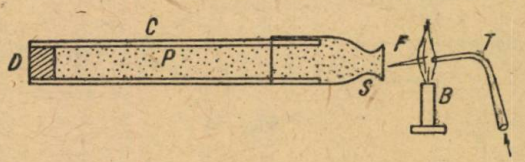


Fig. 1

Avem nevoie și de un dispozitiv de amorsare. Acesta poate consta dintr-un bec Bunsen *B* și un tub conic *T* îndoit, din metal sau sticlă, cu ajutorul căruia suflăm o flacără ascuțită *F* în gura ajutajului, combustibilul aprinzîndu-se în cîteva secunde.

Să nu fim însă, nerăbdători; deocamdată nu are nici un rost să pornim racheta. Aceasta nu este capabilă să zboare, combustibilul fiind prea slab ca să învingă greutatea de 20 gf a rachetei umplute.

Trebuie să elucidăm relațiile de bază pentru a afla, ce avem de măsurat.

Motorul de rachetă este o mașină termică cu ardere internă, care are două părți principale: camera de ardere și ajutajul. În cazul rachetelor cu combustibil solid, camera de ardere se confundă cu corpul rachetei. Combustibilul se compune din carburant și substanță oxidantă. În cazul combustibilului nostru, carburanții sînt cărbunele și sulful, iar substanța oxidantă este azotatul de potasiu. La arderea acestui amestec în camera de ardere se formează gaze la presiune înaltă, care se scurg cu mare viteză prin ajutaj. De aici rezultă că motorul de rachetă este totodată, un motor propulsor.

Formarea forței de propulsie se explică în felul următor: în camera de ardere a rachetei expansiunea gazelor nu este îngrădită decît doar în direcția ajutajului; în toate celelalte direcții reacția pereților camerei compensează forțele de presiune (fig. 2). Variația în unitate de timp a impulsului gazelor dă naștere unei forțe de acțiune *Pa*, a cărei direcție coincide cu axul de simetrie comun al camerei de ardere și al ajutajului, iar sensul ei este comun cu sensul vitezei *W* a gazelor eliminate. Acestei forțe de acțiune îi corespunde pe baza legii a III-a a lui Newton, o forță de aceiași mărime și de sens contrar care se numește forță de propulsie *P*. Forța de propulsie este deci, de sens contrar față de sensul vitezei de scurgere a gazelor. Această forță pune în mișcare camera de ardere și bineînțeles, întregul corp al rachetei.

Rachetele efectuează mișcările lor pe baza teoremei canservării impulsului. În consecință, numai ele se potrivesc pentru zborurile cosmice, prin spațiul interstelar, care este în mod practic, vid. Întrucît forța de propulsie accelerează în mod treptat racheta, aceasta poate atinge viteze finale foarte mari, fără ca suprasolicitarea care acționează asupra cosmonautului să fie insuportabilă.

Formula referitoare la viteza rachetelor studiată în clasa a VIII-a, nu este precisă, din motivul că la deducerea ei nu s-a ținut seama de faptul că, în timpul mișcării racheta pierde o parte considerabilă, mai mult decît jumătate, din masa sa proprie. Dacă ținem seamă de faptul că forța de propulsie *P*, de mărime constantă, pune în mișcare un corp cu masa în continuă descreștere, devine imediat limpede că viteza corpului crește mai repede decît în cazul mișcării uniform accelerate.

Fig. 2

Racheta trebuie considerată ca un punct de masă variabilă. Descrierea mișcării punctului de masă variabilă depășește cadrul mecanicii clasice, newtoniene.

Legile care descriu mișcarea rachetelor se obțin pe baza dinamicii punctului de masă variabilă elaborată de fizicianul rus I. V. Meșcerski în anul 1897.

Fondatorul teoriei zborului cu rachetă și făuritorul școlii sovietice de rachetodinamică este Constantin Eduardovici Țiolkovski (1857—1935). Formulele deduse de el le prezentăm în cele ce urmează; deducerea acestora depășește cunoștințele noastre.

Prima formulă, ecuația de bază a rachetodinamicii sau formula lui Țiolkovski este următoarea:

$$V_{max} = W \cdot \ln \frac{m(0)}{m(t)} \tag{1}$$

unde V_{max} din formulă este viteza maximă a rachetei sau viteza de stingere, W viteza de scurgere a gazelor, $m(0)$ — masa inițială a rachetei, $m(t)$ — masa finală a rachetei, $\frac{m(0)}{m(t)}$ raportul de masă al rachetei, $\ln \frac{m(0)}{m(t)}$ este logaritmul natural al raportului de masă.

Formula (1) este valabilă numai în cazul în care racheta se mișcă în spațiul lipsit de gravitație și rezistență, precum și dacă viteza de scurgere a gazelor $W = \text{const}$. Presupunerea din urmă este ipoteza lui Țiolkovski.

Întrucît $\ln x = 2{,}3 \log x$, formula (1) se poate scrie sub forma

$$V_{max} = 2{,}3 \cdot W \cdot \log \frac{m(0)}{m(t)}. \tag{2}$$

Am trecut la logaritmul zecimal din motivul că în mod obișnuit posedăm astfel de tabele.

Mărimea forței de propulsie se poate calcula cu ajutorul formulei:

$$P = k \cdot W \tag{3}$$

în care k este cantitatea de gaze evacuate în unitate de timp (debitul de scurgere).

Dacă combustibilul este eliminat uniform, masa finală a rachetei poate fi calculată din formula:

$$m(t) = m(0) - kt, \tag{4}$$

unde t este timpul necesar arderii combustibilului (timpul de scurgere).

Din formula (4) se poate exprima k:

$$k = \frac{m(0) - m(t)}{t} \tag{5}$$

În sfîrșit, drumul parcurs de către rachetă în cursul timpului de stingere în spațiul lipsit de gravitație și rezistență:

$$s(t) = W \cdot t - \frac{m(t) \cdot V_{max}}{k} \tag{6}$$

În formulele (2), (3) și (4) figurează mărimi care pot fi măsurate cu ușurință. Așa de exemplu, masa inițială $m(o)$ se obține cîntărind racheta umplută. Apoi, aprinzînd combustibilul am putea determina timpul

de stingere cu ajutorul unui cronometru, iar masa finală, de asemenea prin cîntărire.

Pe baza formulei (5), ar putea fi calculată valoarea lui k și am putea înlocui raportul de masă în formula (2). Valoarea lui W însă nu o cunoaștem; trebuie deci, să întrerupem deocamdată, calculele. Mai trebuie măsurată încă o mărime.

Dacă am reuși să măsurăm forța de propulsie P a rachetei, greutățile ar fi rezolvate, deoarece k este cunoscută și din formula (3)

$$W = \frac{P}{k} \tag{7}$$

și fiind cunoscute toate valorile care figurează în partea dreaptă a ecuației (2) am putea calcula viteza de stingere și în sfîrșit, drumul parcurs în timpul de stingere din formula (5).

Dar, prin ce și cum am putea măsura forța de propulsie?

Trebuie construit un aparat pentru măsurarea acestei forțe.

Balanța de torsiune din figura 3 corespunde pentru măsurarea unor forțe de propulsie de circa ½—1gf. Balanța de torsiune este așezată pe o bază masivă *B*. Axul orizontal al balanței este atașat cu ajutorul unei bucele și unui resort spiral *Sp*, de axul vertical în jurul căruia se învîrtește pe o bilă de oțel așezată în bucea. Bila este necesară pentru micșorarea forței de frecare. La un capăt al axului se montează racheta, iar la celălalt o greutate care o contrabalansează *G*. Pe axul vertical se aplică un fir de plumb pentru verificarea poziției orizontale a brațului. Tot pe axul vertical este montată scala reglabilă *S*, în fața căreia se mișcă indicatorul *I*, montat la bucea, care indică unghiul de torsiune în grade.

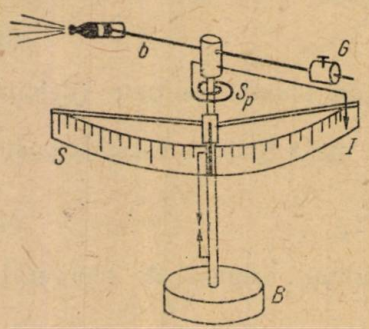


Fig. 3

Balanța de torsiune construită joacă în fond, rolul unui banc de probă; ea trebuie etalonată. Etalonarea se face pe baza următorului raționament:

Momentul forței de propulsie P este în echilibru cu momentul de torsiune al resortului în momentul devierii maxime:

$$M_p = M_{sp}. \tag{8}$$

Înlocuind valorile momentelor obținem:

$$P\,b = \alpha D. \tag{9}$$

În formula (9), P este forța de propulsie a rachetei, care la etalonare este înlocuită cu un dinamometru, b este distanța dintre direcția forței P și punctul de rotație (brațul forței P), α este unghiul de torsiune, iar D este momentul director al resortului spiral.

Valoarea momentului director D se poate determina cel mai ușor, prin metoda statică. La o oarecare distanță d de la punctul de rotație, circa 4—5 cm, se fixează un dinamometru, se deplasează brațul cu unghiurile $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$, se citesc pe dinamometru valorile corespunzătoare $P_1, P_2, \ldots, P_n$ în gf, care se transformă în dyne.

După aceasta, calculăm valorile :

$$D_i = \frac{P_i d}{\alpha_i} \quad (i = 1, 2, \ldots, n) \tag{10}$$

valori a căror medie reprezintă momentul director D :

$$D = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} D_i \tag{11}$$

Valoarea D a balanței de torsiune construită în atelierul didactic al Institutului Pedagogic de 3 ani din Tîrgu Mureș este :

$$D = 12 \cdot 486 \, \frac{\text{dyn} \cdot \text{cm}}{\text{rad}}.$$

În acest caz însă, unghiul de torsiune obținut trebuie exprimat în radiani. Cunoscînd că $\alpha(\text{grad}) = 0{,}0174\ \alpha(\text{rad})$ forța de propulsie poate fi exprimată astfel :

$$P = 12 \cdot 486 \cdot 0{,}0174 \frac{\alpha}{b} = 217 \frac{\alpha}{b}. \tag{12}$$

Pentru ușurarea calculelor valoarea lui b a fost aleasă în așa fel, încît coeficientul lui α să fie număr întreg. Dacă $b = 18{,}1$ cm formula (12) primește forma de :

$$P = \frac{217}{18{,}1} \alpha = 12\alpha \, [\text{dyn}]. \tag{13}$$

În mod asemănător se poate etalona orice balanță de torsiune. O astfel de balanță se poate construi în timp de cîteva ședințe ale cercului.

Acum putem efectua măsurătorile. Înainte de a începe măsurarea, chibzuim bine mărimile ce trebuie măsurate și în ce ordine anume și în sfîrșit, care sînt mărimile pe care vrem să le calculăm cu ajutorul datelor obținute. Este indicată alcătuirea unui tabel care conține cantitățile în ordinea măsurătorilor.

TABEL

$m(0)$	b	α	t	$m(t)$	$P = 12\alpha$	$k = \frac{m(0) - m(t)}{t}$	$W = \frac{P}{k} \frac{m(0)}{m(t)}$	$V_{max} = 2{,}3\ W \log \frac{m(0)}{m(t)}$	$s(t) = W - \frac{m(t) V_{max}}{k}$
g	cm	grad	s	g	dyn	$g \cdot s^{-1}$	$m \cdot s^{-1}$	—	$m \cdot s^{-1}$	m
20,5	18,1	0 49	35,5	11,53	588,0	0,24	24,5	1,73	13,42	225,45

Efectuăm măsurătorile pe baza tabelului : măsurăm cu o balanță, masa inițială $m(o)$ a rachetei umplute în mod uniform. După aceasta ne îngrijim ca brațul forței de propulsie să corespundă valorii fixate. Așezăm racheta pe balanța de torsiune și o echilibrăm, controlînd în același timp,

orizontalitatea brațului. Înaintea aprinderii să punem neapărat ochelari de protecție. Suflăm flacăra în gura ajutajului. În momentul aprinderii pornim cronometrul. Citim valoarea unghiului maxim de torsiune α. În momentul dispariției jetului de scîntei, se oprește cronometrul și se citește timpul de stingere. După răcirea ajutajului încins racheta se demontează și se măsoară masa ei finală $m(t)$.

Cu aceasta am terminat măsurătorile, urmează calculele pe baza tabelului, în ordinea indicată, neglijînd erorile ce intervin în măsurători.

Pentru orientare am prezentat datele obținute la o rachetă cu caracteristici medii. Viteza de scurgere a combustibilului din mica noastră rachetă a fost de 88,2 km pe oră, iar viteza maximă pe care ar fi atins-o în spațiul fără gravitație și rezistență a mediului 48,31 km/oră, viteză cu care s-ar mișca în continuare cu mișcare rectilinie uniformă și după stingere. Spațiul parcurs în timpul de stingere ar fi 225,45 m. Drumul parcurs după stingere poate fi calculat cu formula dată în cazul mișcării rectilinii uniforme.

Încheiere. Dacă am determinat caracteristicile unei mici rachete ca: forța de propulsie, raportul de masă, debitul de scurgere, viteza de scurgere a gazelor eliminate, viteza maximă, sîntem în posesia unei baze sigure pentru a putea discuta pe baza formulei lui Țiolkovski de ce pot fi atinse vitezele cosmice numai cu ajutorul unor rachete multietajate.

Această discuție, precum și problemele rachetelor multietajate formează însă, subiectul unui alt articol.

PENTRU CERCURILE DE ELEVI

NUMERE AMIABILE

de *FĂRCAȘ GHEORGHE*, Tg. Mureș

Definiție. Spunem despre două numere întregi N_1 și N_2 că sînt amiabile, dacă suma divizorilor lui N_1, exceptînd pe el însuși este egală cu N_2; și reciproc, suma divizorilor lui N_2 exceptînd pe N_2, este egală cu N_1.

Exemplu. Numerele $2620 = 2^2 \cdot 5 \cdot 131$ și $2924 = 2^2 \cdot 17 \cdot 43$ sînt amiabile pentrucă:

$$2620 = 1+2+4+17+34+43+68+86+172+731+1462$$

care este suma divizorilor lui 2924, în afară de 2924, iar

$$2924 = 1+2+4+5+10+20+131+262+524+655+1310$$

care este suma divizorilor lui 2620, în afară de 2620.

Să tratăm acum problema în general. Pentru aceasta fie N_1 și N_2 două numere întregi oarecari descompuse în factori primi:

$$N_1 = p_1^{\alpha_1} \cdot p_2^{\alpha_2} \dots p_k^{\alpha_k}$$

$$N_2 = q_1^{\beta_1} \cdot q_2^{\beta_2} \dots q_r^{\beta_r}$$

Notînd cu S_1 și S_2 suma divizorilor lui N_1, respectiv N_2, anume:

$$S_1 = \frac{p_1^{\alpha_1+1}-1}{p_1-1} \cdot \frac{p_2^{\alpha_2+1}-1}{p_2-1} \cdots \frac{p_k^{\alpha_k+1}-1}{p_k-1}$$
$$S_2 = \frac{q_1^{\beta_1+1}-1}{q_1-1} \cdot \frac{q_2^{\beta_2+1}-1}{q_2-1} \cdots \frac{q_r^{\beta_r+1}-1}{q_r-1} \qquad (1)$$

(vezi E. Rusu: Aritmetica și teoria numerelor, *I*, p. 101).

Condițiile ca numerele N_1 și N_2 să fie amiabile se scriu:

$$S_1 - N_1 = N_2\,;\quad S_2 - N_2 = N_1 \quad \text{sau} \quad [S_1 = N_1 + N_2\,;\quad S_2 = N_1 + N_2$$

de unde rezultă:

$$S_1 = S_2 = N_1 + N_2 \qquad (2)$$

adică:

$$\frac{p_1^{\alpha_1+1}-1}{p_1-1} \cdot \frac{q_2^{\alpha_2+1}-1}{p_2-1} \cdots \frac{p_k^{\alpha_k+1}-1}{p_k-1} = \frac{q_1^{\beta_1+1}-1}{q_1-1} \cdot \frac{q_2^{\beta_2+1}-1}{q_2-1} \cdots \frac{q_r^{\beta_r+1}-1}{q_r-1}$$

Această relație este extrem de generală, fiind vorba de o problemă nedeterminată. Din ea însă, se pot deduce formule particulare din care apoi să scoatem perechi de numere amiabile.

Așa, de pildă, să considerăm cazul cînd numerele N_1 și N_2 au formele:

$$N_1 = 2^n \cdot p\ ;\quad N_2 = 2^n \cdot q_1 \cdot q_2$$

unde p, q_1 și q_2 sînt numere prime diferite.

În acest caz, condiția ca numerele N_1 și N_2 să fie amiabile se scrie:

$$(2^{n+1}-1)\,(p+1) = (2^{n+1}-1)\,(q_1+1)\,(q_2+1) \qquad (3)$$

Dar, conform relației (2) avem:

$$(2^{n+1}-1)\,(p+1) = 2^n(p+q_1q_2) \qquad (4)$$
$$(2^{n+1}-1)\,(q_1+1)\,(q_2+1) = 2^n(p+q_1q_2)$$

Din relația (3) deducem:

$$p+1 = (q_1+1)\,(q_2+1) = q_1q_2 + q_1 + q_2 + 1 \qquad (5)$$

și înlocuind pe $p+1$ în prima din relațiile (4) obținem

$$(2^{n+1}-1)\,(q_1q_2 + q_1 + q_2 + 1) = 2^n(2q_1q_2 + q_1 + q_2)$$

Efectuînd calculele, obținem:

$$q_1q_2 - 2^n q_1 - 2^n q_2 + q_1 + q_2 - 2^{n+1} + 1 = 0,$$

care se mai poate scrie:

$$q_1q_2 - 2^n q_1 + q_1 - 2^n q_2 + 2^{2n} - 2^n + q_2 - 2^n + 1 - 2^{2n} = 0$$

sau

$$q_1(q_2 - 2^n + 1) - 2^n(q_2 - 2^n + 1) + (q_2 - 2^n + 1) = 2^{2n}$$

adică :

$$(q_1 - 2^n + 1)(q_2 - 2^n + 1) = 2^{2n} = 2^{n+\alpha} \cdot 2^{n-\alpha}, \text{ unde } \alpha \leqslant n.$$

Punînd

$$q_1 = 2^n - 1 + 2^{n-\alpha} \quad \text{și} \quad q_2 = 2^n - 1 + 2^{n+\alpha}$$

obținem din (5) pentru p, valoarea $p = (2^\alpha + 1)^2 \cdot 2^{2n-\alpha} - 1$.
Deci, ordonînd avem :

$$\begin{aligned} p &= (2^\alpha + 1)^2 \cdot 2^{2n-\alpha} - 1 \\ q_1 &= 2^n - 1 + 2^{n-\alpha} \\ q_2 &= 2^n - 1 + 2^{n+\alpha} \end{aligned} \tag{6}$$

Evident, vom accepta numai acele valori ale lui p, q_1 și q_2 date de formulele (6), care sînt numere prime. De la început se vede că α poate lua numai valori impare, în caz contrar p ar fi un număr compus. În adevăr, dacă α este un număr par, $\alpha = 2k$ avem :

$$p = (2^\alpha + 1)^2 \cdot 2^{2n-2k} - 1 = [(2^\alpha + 1) \cdot 2^{n-k}]^2 - 1 =$$
$$= [(2^\alpha + 1) \cdot 2^{n-k} - 1] \cdot [(2^\alpha + 1) \cdot 2^{n-k} + 1]$$

deci, un număr neprim.

Să considerăm atunci pe $\alpha = 1$; avem

$$\begin{cases} p = 3^2 \cdot 2^{2n-1} - 1 \\ q_1 = 3 \cdot 2^{n-1} - 1 \\ q_2 = 3 \cdot 2^n - 1 \end{cases} \tag{7}$$

Pentru a determina numerele p, q_1 și q_2 dăm lui n valorile succesive 2, 3, 4, ... dar evident, vom păstra numai pe acelea pentru care p, q_1 și q_2 sînt prime.

Iată un tabel cu cîteva perechi de numere amiabile obținute în acest mod.

n	p	q_1	q_2	N_1	N_2
2	71	5	11	284	220
4	1151	23	47	18416	17296
7	73727	191	383	9437056	9363584

Observație. — Pentru $n = 3$ din formulele (7) se obține pentru p valoarea $p = 287 = 41 \cdot 7$; pentru $n = 5$, $p = 4\,607 = 271 \cdot 17$; iar pentru $n = 6$, $p = 18\,431 = 2633 \cdot 7$ deci, numere neprime.

Rămîne de studiat cazurile $n = 8, 9, 10, \ldots$ care conduc la valori foarte mari pentru p, q_1 și q_2.

În formulele (6) nu putem lua $\alpha = 3$, deoarece unul din numerele q_1 sau q_2 ar fi compuse. În adevăr, în acest caz avem:

$$q_1 = 2^n + 2^{n-3} - 1 = 2^3 \cdot 2^{n-3} + 2^{n-3} - 1 = 2^{n-3} \cdot 3^2 - 1$$

care pentru n impar, $n = 2k + 1$ devine:

$$q_1 = 2^{2k-2} \cdot 3^2 - 1 = 2^{2(k-1)} \cdot 3^2 - 1 = (2^{k-1} \cdot 3)^2 - 1 =$$

$$= (2^{k-1} \cdot 3 - 1)(2^{k-1} \cdot 3 + 1)$$

iar

$$q_2 = 2^n + 2^{n+3} - 1 = 2^n \cdot 3^2 - 1$$

care pentru n par, $n = 2k$ devine

$$q_2 = 2^{2k} \cdot 3^2 - 1 = (2^k \cdot 3 - 1)(2^k \cdot 3 + 1)$$

adică, q_1 sau q_2 sînt numere compuse.

Cazurile $\alpha = 5, 6, 7, \ldots$ sînt greu de studiat cu mijloace elementare.

În încheiere mai dăm cîteva perechi de numere amiabile:

$$\begin{cases} 6232 = 2^3 \cdot 19 \cdot 41 \\ 6368 = 2^5 \cdot 199 \end{cases} \qquad \begin{cases} 69\,615 = 3^2 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 5 \cdot 17 \\ 87\,633 = 3^2 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 107 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 17\,296 = 2^4 \cdot 23 \cdot 47 \\ 18\,416 = 2^4 \cdot 1151 \end{cases} \qquad \begin{cases} 171\,856 = 2^4 \cdot 23 \cdot 467 \\ 176\,336 = 2^4 \cdot 103 \cdot 107 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 66\,928 = 2^4 \cdot 47 \cdot 89 \\ 66\,992 = 2^4 \cdot 53 \cdot 79 \end{cases} \qquad \begin{cases} 437\,456 = 2^4 \cdot 19 \cdot 1439 \\ 455\,344 = 2^4 \cdot 149 \cdot 191 \end{cases}$$

PROBLEME REZOLVATE

Problema 5304

Se dă elipsa cu axa mare $AA' = 2a$ și axa mică $BB' = 2b$.

a) *Prin vîrful B se duce o secantă variabilă, care taie din nou elipsa în D și dreapta AA' în E.*

Să se afle locul geometric al punctului I de intersecție al tangentei în D la elipsă cu paralela dusă prin E la BB'.

b) *Pe tangenta în B' se dă un punct fix P. Fie M un punct luminos în planul elipsei și Q, R extremitățile umbrei aruncată de elipsă pe tangenta în B'. Să se afle locul geometric al punctului luminos astfel ca mijlocul umbrei QR să fie în punctul P.*

Gh. D. Simionescu

Soluție. Secanta AD are ecuația $y - b = \lambda x$ și elipsa $b^2x^2 + a^2y^2 - a^2b^2 = 0$.

Din ecuația dreptei avem $y = b + \lambda x$, care introdus în ecuația elipsei ne dă

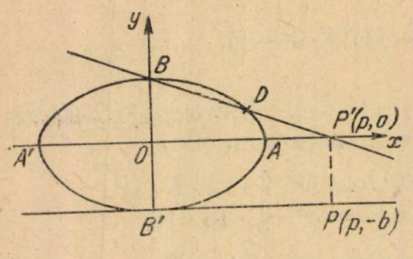
$$(a^2\lambda^2 + b^2)x^2 + 2a^2b\lambda x = 0, \quad \text{deci } x = 0 \text{ și } x = -\frac{2a^2b\lambda}{a^2\lambda^2 + b^2}$$

la care corespunde $y = b\,\dfrac{b^2 - a^2\lambda^2}{a^2\lambda^2 + b^2}$; coordonatele lui E sînt imediate $E\left(-\dfrac{b}{\lambda}, 0\right)$.

Tangenta în D, la elipsă este:

$$-\frac{x}{a^2}\cdot\frac{2a^2b\lambda}{a^2\lambda^2+b^2}+\frac{y}{b^2}\cdot b\,\frac{b^2-a^2\lambda^2}{a^2\lambda^2+b^2}-1=0 \quad \text{sau}$$

$2b^2\lambda x - (b^2 - a^2\lambda^2)\,y + b\,(a^2\lambda^2 + b^2) = 0$ la care i se alătură ecuația paralelei la oy prin E; $x = -\dfrac{b}{\lambda}$.



Se elimină λ între cele două ecuații și avem $\lambda = -\dfrac{b}{x}$, care dus în ecuația tangentei ne dă:

$$(x^2 - a^2)\,(y + b) = 0,$$

care se desface în $x = \pm a$ și $y = -b$.

Locul veritabil este $y = -b$, adică tangenta în B' la elipsă. Dreptele $x = \pm a$ rezultă din faptul că atunci cînd secanta devine BA sau BA', tangenta la elipsă și paralela la Oy se confundă, deci toate punctele sînt comune. Aceste două drepte apar ca locuri rezultate din nedeterminarea intersecției.

b) Fie $M\,(x_0, y_0)$. Tangenta la elipsă $y = mx \pm \sqrt{a^2m^2 + b^2}$ trebuie să treacă prin M deci

$(y_0 - mx_0)^2 = a^2m^2 + b^2$ de unde ecuația

$(x_0^2 - a^2)\,m^2 - 2x_0y_0m + y_0^2 - b^2 = 0$ cu rădăcinile m_1, m_2.

Tangentele din M la elipsă sînt

$y - y_0 = m_1\,(x - x_0)$ și $y - y_0 = m_2\,(x - x_0)$ de unde coordonatele punctelor Q și R situate pe $y = -b$:

$$Q\begin{cases} x_1 = x_0 - \dfrac{b + y_0}{m_1} \\ y_1 = -b \end{cases} \qquad R\begin{cases} x_2 = x_0 - \dfrac{b + y_0}{m_2} \\ y_2 = -b \end{cases}$$

Condiția este ca mijlocul lui QR să fie $P(p, -b)$, deci

$$\frac{x_1 + x_2}{2} = p \quad \text{sau} \quad x_1 + x_2 = 2p$$

$$2x_0 - (b + y_0)\left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}\right) = 2p \quad \text{sau} \quad 2x_0 - (b + y_0)\,\frac{m_1 + m_2}{m_1m_2} = 2p.$$

Însă din ecuația în m rezultă imediat $\frac{m_1+m_2}{m_1 m_2}=\frac{2x_0y_0}{y_0^2-b^2}$

astfel că

$$2x_0-\frac{2x_0y_0(y_0+b)}{y_0^2-b^2}=2p.$$

Înlăturînd soluția $y_0=b$, care nu interesează rămîne

$$x_0-\frac{x_0y_0}{y_0-b}=p \quad \text{sau} \quad \frac{x_0}{p}+\frac{y_0}{b}-1=0.$$

Locul este dreapta care trece prin vîrful B și prin proiecția P' a lui P pe axa mare a elipsei.

Să se observe însă că fiind vorba de umbra aruncată de elipsă pe tangenta în B', punctul M nu se poate afla decît deasupra tangentei din B, deci locul este numai semidreapta din stînga lui B.

Între B și D nu avem tangente reale, iar de la D către P' nu mai aruncă o umbră finită.

Problema 5321

Considerăm triunghiul ABC. Cercul care trece prin vîrful B și este tangent în A laturii, retaie latura BC în punctul D. Cercul care trece prin C și este tangent în A laturii AB, retaie latura BC în punctul E. Să se arate că

a) $BC^2=AB^2+AC^2\pm BC\cdot DE$

b) $AD^2=AE^2=DC\cdot BE$

N. Mihăileanu

Soluție dată de *Gh. Lustig*, elev Timișoara.

a) Scriem puterea lui B față de cercul AEC și puterea lui C față de cercul ABD ; $AB^2=BE\cdot BC$, (1) și $AC^2=CB\cdot CD$; (2)

$$BC^2-AB^2-AC^2=BC^2-BC\cdot BE-BC\cdot CD=$$

$$=BC(BC-BE-CD)=BC(\pm DE)=\pm BC\cdot DE$$

De unde $BC^2=AB^2+AC^2\pm BC\cdot DE$

b) Triunghiul ABE și ABC sînt asemenea avînd unghiurile respectiv egale. Rezultă

$$\frac{AE}{AC}=\frac{AB}{BC} \text{ sau } AE=\frac{AB\cdot AC}{BC}\cdot \text{ Analog } AD=\frac{AB\cdot AC}{BC}$$

Înmulțind relațiile (1), (2), rezultă $AB^2\cdot AC^2=BC^2\cdot DC\cdot BE$ sau $\sqrt{BE\cdot DC}=\frac{AB\cdot AC}{BC}$, rezultă

$$AE=AD=\sqrt{BE\cdot DC} \text{ sau } AE^2=AD^2=BE\cdot DC.$$

Problema 5327

Se dă un triunghi ABC dreptunghic în A. Pe catetele AB, AC se construiesc în exterior patratele ABDE și ACFG ale căror centre se notează cu O, respectiv O'. Perpendiculara lui A pe EG intersectează BC în L. Proiecțiile punctului L pe AB și AC se notează respectiv, cu M și N. Să se arate că: a) *patrulaterul BCGE este trapez isoscel,* b) *dreptele LM și LN trec respectiv, prin O și O';* c) *dreptele DB și FC se întîlnesc într-un punct P situat pe cercul circumscris triunghiului ABC;* d) *dacă* $ACB = 30°$ *atunci LE este bisectoarea unghiului ALM.*

Soluție. — a) Deoarece *ABDE, ACFG* sînt pătrate, rezultă $AB = AE$, $AC = AG$. Deci, triunghiurile *AEG* și *ABC* sînt egale, rezultînd $BC = EG$ și *BE* este paralelă cu *CG*, astfel că *BCGE* este trapez isoscel.

b) Din egalitatea triunghiurilor *AEG* și *ABC* mai rezultă:

$$\sphericalangle C_2 = \sphericalangle G_1 = \sphericalangle A_4 = \sphericalangle A_2$$

deci, triunghiul *CLA* este isoscel și $AL = LC$. Cum triunghiul *ALB* este isoscel, iar *LM* este înălțimea bazei *AB* rezultă că *LM* este mediatoarea segmentului *AB*, deci va trece prin *O*.

Analog se demonstrează că *LN* trece prin *O'*.

c) Patrulaterul *ABPC* este un dreptunghi, încît *P* este situat pe cercul circumscris triunghiului *ABC*.

d) Prelungim pe *LM* pînă ce intersectează pe *DE* în *M'*. Se observă că $M'E = \frac{DE}{2}$. Cum $\sphericalangle C_2 = \sphericalangle A_4$ rezultă că $\sphericalangle A_4 = 30°$.

În triunghiul *AHE* dreptunghic în *H*, cateta *EH* opunîndu-se unghiului de 30° va fi jumătate din ipotenuză și deci $EH = EM'$ $M'E$ și *EH* reprezentînd distanțele punctului *E* la laturile *LH* și *M'L* ale unghiului *HLM'* rezultă că *LE* este bisectoarea unghiului *HLM* adică, bisectoarea unghiului *ALM*.

Problema 5328

Știind că $\frac{\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b}}{\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b}} = k$, *să se calculeze în funcție de k expresiile:*

$$E_1 \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} \quad \text{și} \quad E_2 \frac{\sqrt[8]{a}-m\sqrt[8]{b}}{\sqrt[8]{a}+n\sqrt[8]{b}}$$

Corneliu Georgescu

Soluție. — Din prima relație deducem:

$$(1)\ \sqrt[4]{\frac{a}{b}} = \frac{1+k}{1-k} \text{ de unde: } \sqrt{\frac{a}{b}} = \left(\frac{1+k}{1-k}\right)^2 \text{ și deci:}$$

$$E_1 = \frac{\sqrt{\frac{a}{b}}-1}{\sqrt{\frac{a}{b}}+1} = \frac{\left(\frac{1+k}{1-k}\right)^2-1}{\left(\frac{1+k}{1-k}\right)^2+1} = \frac{2k}{1+k^2}$$

Din (1) scoatem că: $\sqrt[8]{\frac{a}{b}} = \sqrt[8]{\frac{1+k}{1-k}}$ astfel că pentru $-1 < k < 1$

$$E_2 = \frac{\sqrt[8]{\frac{a}{b}} - m}{\sqrt[8]{\frac{1+k}{1-k}} + n} = \frac{\sqrt[8]{\frac{1+k}{1-k}} - m}{\sqrt[8]{\frac{1+k}{1-k}} + n} = \frac{\sqrt[8]{1+k} - m\sqrt[8]{1-k}}{\sqrt[8]{1+k} + n\sqrt[8]{1-k}}$$

Problema 5366

Să se calculeze volumul unui tetraedru VABC cunoscînd laturile triunghiului ABC și unghiurile α, β, γ *făcute de planele V BC, V AC și V AB cu planul ABC.*

* * *

Soluție dată de elevul *Grigorescu I. Șerban*, cl. XI s.m. 1 N. Bălcescu, București. Avem: $V = \frac{1}{3} S \cdot h$, unde S este aria triunghiului ABC și h înălțimea tetraedrului.

$S = \frac{1}{2}(a \cdot OA' + b \cdot OB' + c \cdot OC')$ unde $OA' = h \cdot \operatorname{cotg}\alpha$, $OB' = h \cdot \operatorname{cotg}\beta$ și $OC' = h \cdot \operatorname{cotg}\gamma$. Prin urmare, $2S = h\,(a \cdot \operatorname{cotg}\alpha + b \operatorname{cotg}\beta + c \operatorname{cotg}\gamma)$, deci:

$$h = \frac{2S}{a \cdot \operatorname{cotg}\alpha + b \cdot \operatorname{cotg}\beta + c \cdot \operatorname{cotg}\gamma}$$

Știind că $S^2 = p(p-a)\,(p-b)\,(p-c)$, rezultă

$$V = \frac{2}{3} \frac{\sqrt{p\,(p-a)\,(p-b)\,(p-c)}}{a \cdot \operatorname{cotg}\alpha + b \cdot \operatorname{cotg}\beta + c \cdot \operatorname{cotg}\gamma}$$

Problema 5370

Să se afle limita fracției: $\dfrac{(a^x - 1)\,x^2}{\operatorname{tg}\left(x + \frac{x^3}{3}\right) - \sin\left(x + \frac{x^2}{3}\right)}$ *cînd x tinde către zero.*

Boletin Matematico (A. Gloden)

Soluție dată de *Dalyai Pal*, elev Tg. Mureș. — Folosim formule cunoscute:

$$\lim_{x \to 0} \frac{(a^x - 1)\,x^2}{\operatorname{tg}\frac{3x + x^3}{3} - \sin\frac{3x + x^3}{3}} = \lim_{x \to 0} \frac{(a^x - 1)\,x^2}{\sin\frac{3x + x^3}{3} \cdot \frac{1 - \cos\frac{3x + x^3}{3}}{\cos\frac{3x + x^3}{3}}} =$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{\cos \frac{3x+x^3}{3} \cdot (a^x -) x^2}{2 \sin \frac{3x+x^3}{3} \cdot \sin^2 \frac{3x+x^2}{6}} =$$

$$= \frac{1}{2} \lim_{x\to 0} \frac{(a^x - 1) \cdot x^2}{\sin \frac{(3+x^2)x}{3} \cdot \sin^2 \frac{(3+x^2) \cdot x}{6}} =$$

$$= \frac{1}{2} \lim_{x\to 0} \left[\frac{\frac{(3+x^2)x}{3}}{\sin \frac{(3+x^2)x}{3}} \cdot \frac{\frac{(3+x^2)^2 \cdot x^2}{36}}{\sin^2 \frac{(3+x^2)x}{6}} \cdot \frac{(a^x - 1) \cdot x^2}{(3+x^2)^3 \cdot x^3} \right] =$$

$$= \frac{1}{2} \lim_{x\to 0} \left[\frac{3 \cdot 36}{(3+x^2)^2} \cdot \frac{a^x - 1}{x} \right] = \frac{1}{2} \lim_{x\to 0} \left[\frac{3^3 \cdot 4}{(3+x^2)^3} \cdot \frac{a^x - 1}{x} \right] =$$

$$= 2 \lim_{x\to 0} \frac{a^x - 1}{x}.$$

Pentru aflarea limitei trebuie să calculăm $\lim_{x\to 0} \frac{a^x - 1}{x}$; fie $a^x - 1 = y$, dacă $x \to 0$ şi $y \to 0$; de aici $a^x = y + 1$; adică $x = \frac{\ln (y+1)}{\ln a}$.

Astfel: $\lim_{x\to 0} \frac{a^x - 1}{x} = \lim_{y\to 0} \frac{y}{\frac{\ln (y+1)}{\ln a}} = \lim_{y\to} \frac{y}{\ln (y+1)} \cdot \ln a =$

$$= \ln a \cdot \lim_{y\to 0} \frac{1}{\ln (y+1)^{\frac{1}{y}}} = \ln a \frac{1}{\ln e} = \ln a.$$

Problema 5422

Să se arate că dacă $x + y + z = 1$, atunci:

$$x^3 + y^3 + z^3 + xy + xz + yz = x^2 + y^2 + z^2 + 3xyz.$$

* * *

Soluţie. Din relaţia de condiţie avem succesiv:

$$x + y = 1 - z;\ x + z = 1 - y;\ y + z = 1 - x$$

relaţii care ridicate la cub dau:

$$x^3 + y^3 + z^3 = 1 - 3z + 3z^2 - 3xy(x + y)$$
$$x^3 + y^3 + z^3 = 1 - 3y + 3y^2 - 3xz(x + z)$$
$$x^3 + y^3 + z^3 = 1 - 3x + 3x^2 - 3yz(y + z)$$

acestea adunate, membru cu membru, dau:

$$x^3+y^3+z^3=1-(x+y+z)+x^2+y^2+z^2-xy(1-z)-$$
$$-xz(1-y)-yz(1-x)$$

sau:

$$x^3+y^3+z^3+xy+yz+xz=x^2+y^2+z^2+3xyz.$$

Problema 5483

Fie un punct O pe linia mijlocie corespunzătoare laturii BC a triunghiului ABC. Dreptele BO și CO taie laturile AC și AB în B' și C'. Să se arate că aria B'AC' = 2 aria B'OC'.

Strătescu Ion student București

Soluție dată de elevul *Grigorescu I. Șerban*, s.m. 1. N. Bălcescu, București. Conform unor teoreme cunoscute avem:

$$\frac{\text{aria } AB'C'}{\text{aria } ABC}=\frac{AB'\cdot AC'}{AB\cdot AC} \quad \text{și} \quad \frac{\text{aria } B'OC'}{\text{aria } BOC}=\frac{B'O\cdot C'O}{BO\cdot CO}$$

Cum: aria $BOC=\frac{1}{2}$ aria ABC rămîne, pentru a demonstra relația cerută, să arătăm că:

$$\frac{BB'\cdot AC'}{AB\cdot AC}=\frac{B'O\cdot C'O}{BO\cdot CO} \tag{1}$$

Scriem relația lui Menelaus pentru triunghiul ACC' și transversala BOB':

$$\frac{C'O}{CO}\cdot\frac{B'C}{AB'}\cdot\frac{AB}{BC'}=1$$

Aplicînd teorema lui *Menelaus* pentru triunghiul ABB' și transversalei COC', avem:

$$\frac{B'O}{BO}\cdot\frac{B'C}{AC'}\cdot\frac{AC}{B'C}=1 \tag{3}$$

Prin înmulțirea relațiilor (2) și (3) obținem tocmai relația (1) și deci, implicit avem: aria $AB'C'=2$ aria $B'OC'$.

Problema 5487

În triunghiul ABC notăm cu B_1 și C_1 picioarele înălțimilor din B și C, iar cu B' și C' proiecțiile lui A pe BO și CO, O fiind centrul cercului circumscris triunghiului ABC. Cu centrul în O descriem două cercuri de raze OB' și OC' care taie pe OC și OB în punctele C_2 și B_2. Să se arate că $C_1B_1B_2C_2$ este paralelogram.

Ion Strătescu, student

Soluție. — Avem evident : $OC' = OA \cos AOC'$, dar $\sphericalangle AOC' = 180^0 - 2B$, deci $OC' = -R \cos 2B$. Prin construcție $OC' = OB_2$, adică $OB_2 = -R \cos 2B$ (1) și analog, $OC_2 = -R \cos 2C$ (2).

Teorema cosinusului aplicată în triunghiul B_2OC_2 relativ la B_2C_2 dă :

$$B_2C_2^2 = OB_2^2 + OC_2^2 - 2OB_2 \cdot OC_2 \cdot \cos(B_2OC_2),$$

dar : $\sphericalangle B_2OC_2 = \sphericalangle BOC = 2\sphericalangle A$, și ținînd seama de (1) și (2), avem :

$$B_2C_2^2 = R^2 \cdot (\cos^2 2B + \cos^2 2C - 2\cos 2A \cdot \cos 2B \cdot \cos 2C) =$$
$$= R^2 \cdot (2 - \sin^2 2B - \sin^2 2C - 2\cos 2A \cdot \cos 2B \cdot \cos 2C) =$$
$$= R^2 \cdot \sin^2 2A, \text{ căci} \cdot \Sigma \sin^2 2A = 2 - 2\cos 2A \cdot \cos 2B \cdot \cos 2C$$

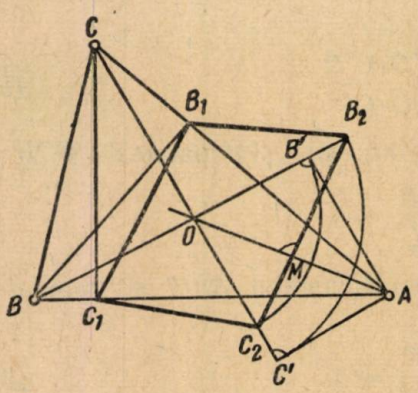
Rezultă :

$$B_2C_2 = R \cdot \sin 2A = 2R \cdot \sin A \cdot \cos A = a \cdot \cos A \qquad (3)$$

Teorema sinusului în triunghiul B_2OC_2, dă : $\dfrac{B_2C_2}{\sin(B_2OC_2)} = \dfrac{C_2O}{\sin(C_2B_2O}$,

și ținînd seama de (2) și (3) obținem :

$$\sin(C_2B_2O) = \cos 2C, \quad \text{sau} \quad \sphericalangle C_2B_2O = 90° - 2\sphericalangle C.$$



Fie punctul M (AO, B_2C_2) Evident că :

$$\sphericalangle B_2MO = 180° - \sphericalangle C_2B_2O - \sphericalangle AOB = 90°$$

deci, B_2C_2 este perpendiculară pe AO.

Conform teoremei lui Nagel B_1C_1 este perpendiculară pe AO, deci B_1C_1 și B_2C_2 sînt paralele. Se știe însă că $B_1C_1 = a \cos A$ și ținînd seama de (3) rezultă că $B_1C_1 = B_2C_2$, deci, $C_1B_1B_2C_2$ este paralelogram.

Observare. Soluții pur geometrice au dat *Lt. maj. Pupăzan Nicolae* din Lugoj și *Vătui Florin*, elev Brașov.

Problema 5492

Intr-o instalație se arde piatră de var care conține 85% $CaCO_3$ și se obține var nestins cu 90% CaO, 2% CO_2 (din $CaCO_3$ care nu s-a descompus) și 8% impurități. Care este consumul specific de piatră de var pentru a obține o tonă de var cu compoziția de mai sus și care este gradul de ardere al pietrei de var? (Se dau greutățile moleculare : $CaCO_3 = 100$, $CaO = 56$, $CO_2 = 40$).

* * *

Soluție dată de elevul *Vătui Florin*, elev Brașov. — La 100 părți $GuGO_3$ corespund 56 părți GaO. Deci, pentru a obține 0,90 tone CaO dintr-o tonă de var nestins sînt necesare $\frac{100}{56} \cdot 0{,}90 = 1{,}607$ tone $CaCo_3$.

In varul nestins se mai află $CaCO_3$ sub formă de CO_2 din cauza arderii incomplete: $\frac{100}{40} \cdot 0{,}02 = 0{,}05$ tone $CaCO_3$.

Pentru a obține deci, o tonă de var nestins sînt necesare $1{,}607 + 0{,}05 = 1{,}657$ tone $CaCO_3$. In această cantitate de var nestins se află deci:

$$\frac{1{,}657}{0{,}85} = 1{,}941 \text{ tone piatră de var cu } 85\% \ CaCO_3.$$

Gradul de ardere al pietrei de var este $\frac{1{,}607}{1{,}657} = 0{,}97$ sau în procente, 97%.

Problema 5538

Se dă trapezul ABCD dreptunghic în A și B, astfel ca $AB = 4a$, $BC = a$, $AD = 3a$. *Se consideră M un punct pe segmentul AB, se notează* $AM = x$, *iar unghiurile AMD, CMB și DMC respectiv prin u, v și* θ.

a) *Să se calculeze tg u, tg v, tg* θ *în funcție de a și x. Să se deducă valorile lui x pentru care unghiul* θ *este determinat pentru fiecare din aceste valori.*

b) *Să se calculeze în funcție de x valoarea y a raportului* $\frac{\operatorname{tg} u}{\operatorname{tg} v}$. *Să se studieze variația lui y cînd M se deplasează în lungul segmentului AB. Să se traseze într-un sistem de axe ortogonale curba reprezentativă pentru* $a = 1$.

Bacalaureat Guineea, 1962

Soluție dată de elevul *Grigorescu I. Șerban*, cl XI s.m. 1. N. Bălcescu, București. — a) $\operatorname{tg} u = \frac{3a}{x}$; $\operatorname{tg} v = \frac{a}{4a - x}$

$$\operatorname{tg}(u + v) = \frac{\operatorname{tg} u + \operatorname{tg} v}{1 - \operatorname{tg} u \cdot \operatorname{tg} v} = \frac{\frac{3a}{x} + \frac{a}{4a - x}}{1 - \frac{3a}{x} \cdot \frac{a}{4a - x}}$$

$$\operatorname{tg}(u + v) = \frac{12a^2 - 2ax}{-x^2 + 4ax - 3a^2}.$$

Dar, cum $u + v + \theta = 180°$, avem: $\operatorname{tg} \theta = -\operatorname{tg}(u + v) = \frac{12a^2 - 2ax}{x^2 - 4ax + 3a^2}$.

Trebuie să avem: $x^2 - 4ax + 3a^2 \neq 0$.

$$x \neq 3a \ ; \ x \neq a.$$

În punctele $x = a$; $x = 3a$, $\operatorname{tg}\theta$ și implicit θ nu sînt determinate.

b) $y = \frac{\operatorname{tg} a}{\operatorname{tg} v} = \frac{3a}{x} \cdot \frac{4a - x}{a} = \frac{12a - 3x}{x}$. Funcția e definită pentru $x \in (0; 4a)$; $f(4a) = 0$, $y' = \frac{-3x - 12a + 3x}{x^2} = -\frac{12a}{x^2}$; $y'' = \frac{12a \cdot 2x}{x^4} = \frac{24a}{x^2}$.

Pe intervalul dat, întrucît și $a > 0$, funcția este descrescătoare.

Pentru $a = 1$ tabloul de variație arată astfel:

x	0		1		2		3		4
$f'(x)$	—	—		—	—		—	—	—
$f(x)$	∞	↘	9	↘	3	↘	1	↘	0

de unde rezultă și graficul corespunzător.

Problema 854 (M.F.L.)

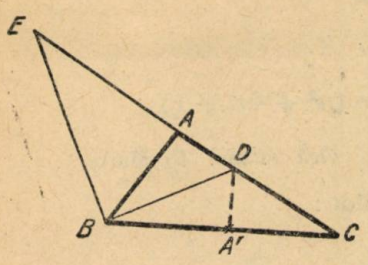
Într-un triunghi oarecare ABC pe bisectoarea interioară BD în punctul B ducem o perpendiculară care taie latura AC în punctul E. Segmentul EA cu 5 cm este mai mare decît suma laturilor AB și BC și latura AC este egală cu 10 cm. Să se calculeze lungimile segmentelor de pe latura AC determinate de punctul D, laturile triunghiului și lungimea segmentului AE, dacă știm că unul dintre segmentele determinate pe latura AC este egal cu una dintre laturile AB sau BC.

Balog László, Tg.-Mureș

Soluție dată de elevul *Zsidó László*, școala medie nr. 5 „Unirea" din Brașov. Vom demonstra că $BC > AB$. Într-adevăr, dacă am avea $BC \leqslant AB$, atunci ar rezulta că $\sphericalangle BAC \leqslant \sphericalangle ACB$ de unde am avea $\sphericalangle BAC + \sphericalangle DBA \leqslant \sphericalangle ACB + \sphericalangle CBD$ și astfel $\sphericalangle ADB \geqslant \sphericalangle BDC$. Deoarece $\sphericalangle ADB + \sphericalangle BDC = 180°$, unghiul ADB nu poate să fie ascuțit, ceea ce contrazice că triunghiul EBD este dreptunghic. Deci într-adevăr $BC > AB$.

Să arătăm că $AB > AD$. În adevăr, dacă am avea $AB \leqslant AD$, atunci am avea și $\sphericalangle ABD \geqslant \sphericalangle ADB$, de unde $\sphericalangle CBD \geqslant \sphericalangle ADB$. Deoarece $\sphericalangle ADB + \sphericalangle BDC = 180°$, $\sphericalangle CBD + \sphericalangle BDC \geqslant 180°$, ceea ce contrazice teoremei cunoscute că suma unghiurilor într-un triunghi este egală cu 180°. Să notăm cu A' simetricul punctului A față de BD. Deoarece BD este bisectoarea triunghiului ABC, punctul A' se găsește pe latura BC și deoarece $BC > AB$, A' se găsește între B și C.

Am văzut că $AB > AD$, deci $A'B > A'D$ și astfel $\sphericalangle BDA' > \sphericalangle CBD$, și deoarece A' se află între B și C avem $\sphericalangle BDC > \sphericalangle CBD$ și astfel $BC > DC$.



În sfîrșit, deoarece $BC > AB$, folosind teorema bisectoarei, rezultă că $\frac{DC}{AD} = \frac{BC}{AB} > 1$, de unde $DC > AD$.

În concluzie avem următoarele inegalități: $BC > AB > AD$ și $BC > DC > AD$ și astfel egalitatea dată are loc numai între segmentele AB și DC; $AB = DC$. Deoarece BE este bisectoarea exterioară a triunghiului dat avem:

$$\frac{EA}{EC} = \frac{AD}{DC} = \frac{AB}{BC}.$$

Pe baza proprietăților rapoartelor putem scrie

$$\frac{AD}{DC} = \frac{AB}{BC} = \frac{AD + AB}{DC + BC} = \frac{AD + DC}{AB + BC} = \frac{AC}{AB + BC},$$

de unde

$$\frac{EA}{EC} = \frac{AC}{AB + BC} = \frac{EA - AC}{EC - AB - BC}.$$

Deoarece $AC = 10$ cm, avem $EC = EA + AC = EA + 10$ cm și $EA = AB + BC + 5$ cm, $EC - AB - BC = (EA - AB - BC) + AC = 15$ cm;

$$\frac{EA}{EA + 10} = \frac{EA - 10}{15}, \text{ de unde } EA^2 - 10^2 = 15\,EA \text{ și}$$

$$EA^2 - 15\,EA - 100 = 0.$$

Deoarece $EA > 0$, $EA = \frac{15 + \sqrt{15^2 + 400}}{2}$ cm $= 20$ cm și de aici $EC = 20$ cm $+ 10$ cm $= 30$ cm.

Pe baza teoremei bisectoarei avem

$$\frac{AB}{BC} = \frac{EA}{EC} = \frac{20}{30} = \frac{2}{3}, \quad \frac{AB}{2} = \frac{BC}{3} = \frac{AB + BC}{5}.$$

Deoarece $AB + BC = EA - 5$ cm $= 15$ cm, avem $\frac{AB}{2} = \frac{BC}{3} = 3$ cm, $AB = 6$ cm și $BC = 9$ cm.

Știm că $DC = AB = 6$ cm și de aici $AD = AC - DC = 10$ cm $- 6$ cm $= 4$ cm.

Deci segmentele determinate pe latura AC de punctul D sînt $AD = 4$ cm și $DC = 6$ cm; laturile triunghiului sînt $AB = 6$ cm, $BC = 9$ cm și $AG = 10$ cm; segmentul AE este 20 cm.

Problema 856 (M.F.L.)

Să se calculeze suma

$$\sum_{k=1}^{n} k(k^2+4k+1) = 6 + 26 + \ldots + n(n^2+4n+1).$$

Elek István, Tg.-Mureș

Soluție. Suma dată se scrie în felul următor:

$$\sum_{k=1}^{n} k(k^2+4k+1) = \sum_{k=1}^{n} k^3 + 4\sum_{k=1}^{n} k^2 + \sum_{k=1}^{n} k =$$

$$= \frac{n^2(n+1)^2}{4} + 4\,\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + \frac{n(n+1)}{2} =$$

$$= \frac{n(n+1)}{2} \cdot \frac{3n^2+3n+16n+8+6}{6} = \frac{n(n+1)}{2}(3n^2+19n+14).$$

Problema 857 (M.F.L.)

Să considerăm conul circular drept circumscris unei sfere de rază R. Fie V volumul conului; iar A aria suprafeței totale a conului. Să se demonstreze egalitatea următoare:

$$3V = A \cdot R$$

Weszely Tiberiu, Tg.-Mureș

Soluție dată de *Gajzágó Mária*, școala medie „Ady Endre" din Zalău. Fie O centrul bazei conului, AB un diametru; iar C centrul sferei.

Volumul conului este dat de formula

$$V = \frac{\pi \cdot OB^2 \cdot OS}{3},$$

iar aria suprafeței totale de

$$A = \pi \cdot OB\,(OB + SB).$$

Înlocuind aceste valori în formula de demonstrat obținem următoarea egalitate:

$$\pi \cdot OB^2 \cdot SO = \pi \cdot OB\,(OB + SB)\,R$$

sau

$$OB \cdot SO = R\,(OB + BS),$$

de unde

$$\frac{OB \cdot SO}{2} = \frac{OB \cdot R}{2} + \frac{SB \cdot R}{2};$$

dar

$$\frac{OB \cdot SO}{2} = A_{SOB}\,; \quad \frac{SB \cdot R}{2} = A_{SCB} \text{ și } \frac{OB \cdot R}{2} = A_{OCB}\,.$$

Deoarece

$$A_{SOB} = A_{SCB} + A_{OCB}\,,$$

am ajuns la o egalitate evidentă, ceea ce demonstrează egalitatea.

CHESTIUNI DE EXAMEN

Olimpiada de matematică — etapa regională 24 martie 1963

Lucrarea scrisă

5850. Să se rezolve sistemul:

$$\begin{aligned} 2x + m^2y + 4z &= -2 \\ x + 2y - mz &= -(3+m) \\ x + 2my - z &= -2(m+1) \end{aligned}$$

Pentru ce valori ale lui m sistemul este nedeterminat? Pentru ce valoare a lui m sistemul este incompatibil?

(Pentru cl. VIII de Ionescu Ilie, Pitești)

5851. Fie ABC un triunghi și M un punct oarecare pe latura BC. Fie S și T mijloacele segmentelor BM și MC, iar B' și C' mijloacele laturilor AC și AB. a) Să se arate că patrulaterul $B'C'ST$ este paralelogram; b) Unde trebuie luat punctul M astfel ca patrulaterul $B'C'ST$ să fie romb? Cînd este posibil acest caz? c) $B'C'$ taie pe AM în N. Fie A' mijlocul lui BC. Să se arate că $A'N$ trece prin punctul de intersecție al diagonalelor paralelogramului $B'C'ST$ de la punctul a).

(Pentru cl. VIII de Simon Petre, Tg. Mureș)

5852. a) Să se discute rădăcinile ecuației $x^2 - mx + 2m - 3 = 0$, unde m este un parametru real. b) Să se exprime minimul V al trinomului $f(x) = x^2 - mx + 2m - 3$ în funcție de m. c). Să se afle valoarea lui m pentru care V este maxim. d) Să se afle valorile lui m pentru care $f(x) \geqslant 0$, oricare ar fi x real.

(Pentru cl. IX, de C. Ionescu-Țiu)

5853. a) Să se arate că dacă într-un triunghi ABC între mediane și laturi avem relațiile $\frac{m_c}{b} = \frac{m_a}{a} = \frac{m_b}{c}$, atunci b^2, a^2, c^2 sînt în progresie aritmetică; b) reciproc, dacă b^2, a^2, c^2 sînt în progresie aritmetică, există relațiile precedente; c) să se construiască grafic un astfel de triunghi ABC, cînd laturile a și b sînt date.

(Pentru cl. IX, de I. Hadîrcă, Breaza)

5854. a) Se consideră numărul complex $z = \frac{1+\lambda i}{1-\lambda i}$, unde λ este un parametru real. Să se determine modulul numărului complex z și să se arate că imaginea geometrică M a numărului complex z descrie un cerc a cărui poziție să se precizeze.

b) Dacă se notează cu $\bar{z}$ conjugatul lui z, atunci să se demonstreze că avem:

$$z^n + \bar{z}^n = 2\cos(2n \operatorname{arc\,tg} \lambda)$$

c) Să se arate că pentru două valori λ_1, λ_2 ale parametrului λ legate prin relația $\frac{\lambda_1 - \lambda_2}{1+\lambda_1\lambda_2} = k$ (constant), distanța între imaginile geometrice corespunzătoare este constantă.

(Pentru cl. X, de Cezar Ivănescu, Tîrgoviște)

5855. Un vas are forma unei prizme regulate cu baza pătrată și conține apă pînă la o înălțime oarecare, fără a fi plin. Latura patratului este egală cu $a\sqrt{3}$. Se rotește vasul din poziția verticală, în jurul unei laturi a bazei, pînă cînd apa este gata să iasă din vas și se observă că vasul s-a înclinat cu 30° față de poziția inițială. a) Ce adîncime a avut partea goală a vasului în poziția verticală? b) Ce volum de apă se va pierde din vas dacă se va continua rotirea cu încă 30°?

(Pentru cl. X și an III șc. pedagogice, de C. Georgescu, Craiova)

5856. Să se arate că expresia $E = \frac{\cos 2x - (m-1)\cos 4x + m}{\sin\left(\frac{\pi}{6}+x\right)\sin\left(\frac{\pi}{6}-x\right) + m\sin^2 x}$ nu depinde de m.

(Pentru cl. X de Miron Oprea, Ploiești)

5857. Față de sistemul ortogonal de axe xoy se consideră punctul fix $A(1,0)$ și dreapta mobilă (D), a cărei ecuație este $y = mx + n$.

a) Să se arate că dacă produsul distanțelor de la punctele O și A la dreapta (D) este egal cu 1, raportul $\frac{m^2+1}{m+n}$ nu depinde de m; b) Fie M simetricul lui A față de dreapta (D). Să se afle locul geometric al punctului M cînd este satisfăcută condiția de la punctul a). Discuție.

(Pentru cl. XI de V. Băghină, Breaza)

5858. Se dă funcția $f(x) = \frac{x+2}{2+\sqrt{x^2-4}}$.

a) Să se afle $\lim f(x)$ cînd x tinde către $+\infty$ și către $-\infty$ b) Să se calculeze derivata $f'(x)$ a funcției $f(x)$ și să se afle $\lim f'(x)$ cînd x tinde către 2 și către -2. Să se precizeze ce fel de limită există în fiecare din cele două puncte. c) Să se construiască grafic, tangentele la curbă în cele două puncte, fără a construi curba.

(Pentru cl. XI de Gh. D. Simionescu)

5859. Se dau funcțiile $f(x) = \operatorname{arc\,tg}(x - a)$ și $g(x) = \operatorname{arctg} \frac{x}{a^2 + 1 - ax}$ a) Să se arate că ele au aceiași derivată ; b) Să se explice rezultatul.

(Pentru cl. XI)

5860. Se dă ecuația $mx^2 - (m + 3)x + 2m + 1 = 0$. Să se determine m așa încît rădăcinile ecuației să satisfacă relația $x_1^2 + x_2^2 = 10$.

(Pentru anul I școli tehnice de maiștri)

5861. Să se rezolve ecuația $\sqrt{7x - \sqrt{x^2 + 21}} = 3$.

(Pentru anul I școli tehnice de maiștri de D. Vicențiu, Ploiești)

5862. O fîșie dreptunghiulară de tablă are dimensiunile 12×70 cm. Din această fîșie se scot piese octogonale regulate cu latura cît mai mare posibil. Să se afle numărul de piese, latura octogonului și procentul de deșeuri.

(Pentru anul I școli tehnice de maiștri)

5863. O piesă din bronz, confecționată la strung are secțiunea transversală formată din două octogoane regulate egale, avînd o latură comună cuprinsă în axul de rotație. Bronzul conține 95% cupru cu greutatea specifică de 8,8 kg/dm³ și 5% staniu cu greutatea specifică de 72 kg/dm³, iar latura octogonului este de $2\sqrt{2}$ cm. Să se afle : a) volumul piesei și b) greutatea ei.

(Pentru anul II școli tehnice de maiștri de N. Gribincea)

5864. În mecanică se folosește următoarea funcție de x :

$$y = x \operatorname{tg} \alpha - \frac{gx^2}{2v^2 \cos \alpha}.$$

a) Să se afle maximul acestei funcții știind că $\alpha = 30°$; $v = 1200$ m/s, $g = 10$ m/s² ; b) Să se calculeze derivata lui y în raport cu α dacă x este constant și α variabil.

(Pentru anul II maiștri de ing. N. Gribincea, Deva)

5865. Dintr-o bucată de tablă dreptunghiulară $ABCD$ unde $AB = a$, $BC = b$, unde a este mai mare decît b, se taie un trapez în modul următor : Se ia pe AB segmentul $AM = x$ și pe AD segmentul $AN = AM = x$. Paralelele la diagonala AC, duse prin M și N taie respectiv pe BC și CD în P, Q. Rezultă trapezul $MPQN$. a) Să se arate că segmentele BP și CQ au următoarele valori : $BP = \frac{b}{a}(a - x)$; $CQ = \frac{a}{b}x$.

b) Să se determine x astfel ca aria trapezului $MPQN$ să fie egală cu aria triunghiului cu înălțimea x și lungimea bazei cît suma dimensiunilor dreptunghiului $(a + b)$.

c) Să se arate că dacă x are valoarea găsită mai sus se poate tăia trapezul $MNPQ$ din foaia dreptunghiulară de tablă.

(Pentru anul I școli profesionale)

5866. O piesă are forma unui trunchi de piramidă cu bazele patrate. Latura bazei mari este a, latura bazei mici b și înălțimea h. Se taie piesa prin două secțiuni care trec prin două laturi opuse ale bazei mici, perpendiculare pe planul bazei și se înlătură părțile laterale.

a) Să se calculeze volumul materialului înlăturat. b) Să se arate că pentru $a = b(1 + \sqrt{3})$ volumul materialului înlăturat este egal cu volumul materialului rămas.

(Pentru anul I școli profesionale)

5867. Se consideră ecuația de gradul II în x:

$$16x^2 - 12(\sin a + \cos a)x + 9 \sin a \cos a = 0$$

a) Fără a rezolva ecuația să se arate că are loc egalitatea:

$$\frac{S^2}{P} = \left(1 + 2\frac{\sin a + \cos a}{\frac{1}{\sin a} + \frac{1}{\cos a}}\right) \quad (\mathrm{tg}a + \mathrm{cotg}a)$$

în care S și P sînt suma, respectiv produsul rădăcinilor; b) Să se rezolve ecuația dată; c) să se arate că dacă $a < 90°$ și dacă rădăcinile ecuației date sînt lungimile catetelor unui triunghi dreptunghic, atunci ipotenuza nu depinde de a.

(Pentru anul II șc. profesionale de N. Gal, Oradea)

5868. O echipă de muncitori trebuie să termine o lucrare într-un anumit număr de zile. Lucrarea s-ar termina cu 2 zile înainte de termen dacă echipa ar avea 2 oameni mai mult și cu 6 zile mai tîrziu, dacă ar avea 3 muncitori mai puțin. Cîți muncitori au fost și în cîte zile trebuiau să termine lucrarea?

(Pentru anul II școli profesionale)

5869. Un teren arabil are aria S ha și este cultivat cu grîu (g), porumb (p) și floarea soarelui (f).

a) Știind că sumele ariilor culturilor g și p, p și f și f și g sînt proporționale cu numerele 4, 5 și 6 să se exprime ariile culturilor g, p și f în funcție de S; b) Se știe că suma dublului ariei culturii g cu triplul ariei culturii f și de opt ori aria culturii f este de A ha, iar terenul are forma unui trapez cu $B = kb$ și înălțimea medie aritmetică a bazelor. Să se exprime dimensiunile terenului în funcție de A și k; c) Să se determine dimensiunile terenului și ariile cultivate cu fiecare plantă dacă $A = 9522$ ha și $k = 15/8$.

(Pentru anul III școli pedagogice, de T. Roman)

5870. Pentru asfaltarea a trei străzi în formă de dreptunghi s-a plătit din bugetul unui oraș suma de lei 739 939,20 lei.

a) Cît a costat asfaltarea fiecărei străzi în parte, dacă lungimea primei străzi este $\frac{6}{5}$ din lungimea străzii a doua și $\frac{80}{107}$ din lungimea străzii a treia și lățimea primei străzi este $\frac{3}{4}$ din lățimea străzii a doua și $\frac{2}{3}$ din lățimea străzii a treia? b) Dacă păstrînd dependențele de la punctul a), lungimea străzii a doua este de 200 m și lățimea străzii a treia este de 18 m, să se afle aria fiecărei străzi în parte.

(Pentru anul IV șc. pedagogice de A. Chiței Gh., Deva)

5871. Să se verifice identitatea:

$$\frac{\cos 2x - \cos 4x + 2}{\sin(30° + x)\sin(30° - x) + 2\sin^2 x} = 8\cos^2 x$$

(Pentru anul IV școli pedagogice)

PROBLEME PROPUSE *

5872. Dintre toate conurile circulare drepte, circumscrise unei sfere de rază r, să se determine pe acela care are volumul minim. Să se arate că în acest caz și aria totală a conului este minimă.

* * *

5873. Notăm cu T mulțimea tripletelor de numere de forma $(a\,;\ b\,;\ c)$ unde a, b, c sînt numere reale. Prin definiție $(a_1\,;\ b_1\,;\ c_1) = (a_2\,;\ b_2\,;\ c_2)$ dacă $a_1 = a_2\,;\ b_1 = b_2\,;\ c_1 = c_2$. În mulțimea T definind operația de „înmulțire" în felul următor:

$$(a_1\,;\ b_1\,;\ c_1)\,(a_2\,;\ b_2\,;\ c_2) = (a_1 \cdot a_2\,;\ a_1 b_2 + b_1 c_2\,;\ c_1 c_2).$$

a) Să se arate că „înmulțirea" astfel definită nu este comutativă, dar este asociativă; b) să se arate că $(1\,;\ 0\,;\ 1)$ este elementul unitate în mulțimea T; c) să se găsească inversul elementului $(a\,;\ b\,;\ c)$ în T; d) să se calculeze valoarea $(1\,;\ 1\,;\ 1)^n$. Prin $(1\,;\ 1\,;\ 1)^n$ înțelegem efectuarea înmulțirii de n ori.

Kiss Elemer, Tg. Mureș

5874. Se dă un tetraedru regulat $SABC$ cu muchia egală cu a. Prin muchia AB ducem un plan care taie muchia opusă SC în punctul M și formează cu planul bazei ABC un unghi diedru α. a) Să se determine unghiul α astfel ca valorile volumelor corpurilor $MABC$, $SABM$, $SABC$ să formeze o progresie geometrică; b) să se afle locul geometric al centrului de greutate al triunghiului MAB cînd α variază.

Weszely Tiberiu, Tîrgu Mureș

---

* VIII (5879, 5880, 5889, 5890, 5893, 5896); IX (5876, 5877, 5882, 5883, 5888, 5894); X (5874, 5881, 5884, 5885, 5886, 5887, 5891); XI (5872, 5873, 5875, 5878, 5892, 5895, 5897). La aceste probleme se primesc soluții pînă la 1 noiembrie 1963.

5875. Mărirea liniară a unei lentile convergente este 4 cm. La o distanță de 10 cm de lentilă se așază un obiect luminos. Se cere: a) Să se calculeze distanța focală a lentilei convergente; b) La ce distanță de lentilă în partea opusă obiectului, trebuie așezată o oglindă concavă cu distanță focală de 20 cm, pentru ca imaginea dată de ea să se formeze la 25 cm; cum trebuie așezată oglinda față de axul optic al lentilei pentruca imaginea să poată fi prinsă pe un paravan și de ce?

Lupu Gheorghe, Tg. Mureș

5876. Un trapez isoscel are baza mare a, baza mică b și înălțimea h. Se cere ca, ducînd paralele la baze, să se împartă aria trapezului în n părți echivalente. Caz particular: $a = 16$, $b = 8$, $h = 10$, $n = 3$.

* * *

5877. Să se arate că dacă $x + y + z = 1$, unde x, y, z sînt numere pozitive, atunci $\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z} \leqslant \sqrt{3}$.

Simon Petru, Tg. Mureș

5878. Se dau dreptele (D_1); $x \sin \theta + y \cos 2\theta - 1 = 0$ și (D_2); $x \cos \theta + y \sin 2\theta - 1 = 0$. Se cere să se determine valorile unghiului θ, astfel ca: a) dreptele să fie paralele și apoi b) dreptele să fie perpendiculare. Deasemenea să se scrie în fiecare din aceste două cazuri, ecuațiile dreptelor pentru valorile unghiului $\theta < \frac{\pi}{2}$.

Gh. Mateescu, Tg. Mureș

5879. Un fier de călcat cu regulator automat, de putere 800 W, la temperatura reglată de 180°C, nu poate transmite în timpul funcționării din căldura produsă decît 65%, restul căldurii ar cauza o încălzire mai mare a fierului de călcat. Ce energie consumă fierul de călcat timp de două ore, avînd greutatea 2,2 Kgf, căldura specifică medie $c = 0{,}1$ cal/gram. grad, temperatura medie înainte de conectare la priză 20°C.

Biro Gabor, Tîrgu Mureș

5880. Să se calculeze $x + y + z$ știind că:

$$\frac{x-y}{a-z} + \frac{y-z}{a-x} + \frac{z-x}{a-y} = \frac{x-y}{b-z} + \frac{y-z}{b-x} + \frac{z-x}{b-y}$$

$$xy + yz + zx = 0$$

unde $x \neq y$; $y \neq z$; $z \neq x$; $a \neq b$.

Simon Petru, Tg. Mureș

5881. Să se calculeze laturile a, b, c ale triunghiului ABC, știind că laturile triunghiului său ortic (a', b', c') sînt rădăcinile ecuației $x^3 - 9x^2 + 26x - 24 = 0$, luate în valoare absolută în ordine crescătoare.

Mateescu Gheorghe, Tg. Mureș

5882. Se dă progresia aritmetică: $a_1, a_2, a_3, a_4, \ldots, a_n, \ldots$ cu raţia r şi progresia geometrică: $b_1, b_2, b_3, b_4, \ldots, b_n, \ldots$ cu raţia q, fiecare progresie avînd un număr de termeni infinit de mare. Ştiind că $|q| > 1$ să se calculeze suma: $S = \frac{a_1}{b_1} + \frac{a_2}{a_2} + \frac{a_3}{b_3} + \ldots + \frac{a_n}{b_n} + \ldots$

Stratan Valentin, elev Tg. Mureş

5883. Fie $AB = a$, $BC = b$, $CD = c$, $DC = d$ laturile unui patrulater inscriptibil, iar $AC = x$ şi $BD = y$, diagonalele. Să se arate că:

$$(a-b+x)(b-c+y)(c-d+x)(d-a+y) =$$
$$= (-a+b+y)(-b+c+y)(-c+d+x)(-d+a+y).$$

Pentru $a+c \neq b+d$ şi $x \neq y$ să se deducă relaţia cunoscută $ac+bd = xy$.

Conţiu Ion, Tg. Mureş

5884. Să se rezolve ecuaţia $\sin^3 x + \cos^3 x = 1$.

Gh. Ţopan, Tg. Mureş

5885. Să se ducă un plan astfel ca intersecţia lui cu un tetraedru să fie: a) paralelogram, b) romb. În ce caz intersecţia este c) dreptunghi, d) pătrat.

Simon Petru, Tg. Mureş

5886. Să se arate că:

$$E = 259^{1963^n} + 2947^{1963^n} - 194^{1963^n} + 2942^{1963^n}$$

este divizibil cu 1963 pentru orice n par.

Nagy Albert, student Tg. Mureş

5887. Într-o piramidă regulată baza $ABCD$ este un pătrat iar vîrful piramidei este S. Cunoscînd latura bazei $AB = a$ şi unghiul diedrului alcătuit de către planele ASB, BSC se cere: a) să se calculeze muchia piramidei; b) să se stabilească condiţia pentru unghiul diedrului astfel ca problema să fie rezolvabilă.

Veegh Maris, Tg. Mureş

5888. Fumul care iese prin coşul unei fabrici are temperatura $t_1 = 50°C$, iar aerul exterior are temperatura $t_2 = 10°C$. Densitatea aerului la temperatura $t_0 = 0°C$ este $\rho_0 = 1{,}3 \cdot 10^{-3}$ g/cm^3, iar diferenţa de presiune la gura coşului este $\Delta p = 0{,}92$ tone. Se cere înălţimea h a coşului de fabrică.

S. Vîlceanu, student Bucureşti

5889. Se dă un cerc de rază 5 cm şi o dreaptă (D) la distanţa de 21 cm de O centrul cercului. Fie P piciorul perpendicularei din O pe drepta (D). Pe OP se ia OI egală cu 12 cm. Se duce $IM = 4$ cm perpen-

dicular pe OI. Să se consruiască un paralelogram avînd centrul în punctul M, două din vîrfuri pe cerc și două din vîrfurile pe dreapta (D). Să se calculeze aria paralelogramului.

C. Ionescu-Țiu

5890. Pe dinstanța București Nord—Craiova roata unei locomotive face vara, la temperatura $t_1 = +30°C$, cu 32 rotații mai puțin decît iarna la temperatura $t_2 = -20°C$. Știind că raza roții la temperatura $t_0 = 0°C$ este r_0, iar coeficientul de dilatare liniară al materialului din care e făcută roata este $\alpha_l = 02.01^{-4}$ grad^{-1}, se cere distanța parcursă de locomotivă între cele două orașe.

* * *

5891. Pe planul patratului $OACB$ avînd latura egală cu a, se ridică în vîrful O perpendiculara OM, iar punctul M se unește cu celelalte vîrfuri ale patratului. Se notează cu α unghiul ACM și fie H ortocentrul triunghiului AMB.

a) Să se arate că unghiul diedru a cărui muchie este MB este drept; b) Planul (S') determinat de latura OA și de punctul H taie poliedrul după o secțiune a cărei formă se va preciza. Să se deducă de aici că dreapta OH este perpendiculară pe planul triunghiului AMB; c) Să se exprime în funcție de unghiul α mărimea unghiului diedru format de planul $OABC$ cu planul S.

C. Vasilescu, Ploiești

5892. Fie a și b două numere pozitive, $a > b > o$ și

$$a_1 = \frac{a+b}{2},\quad b_1 = \sqrt{ab},\quad a_2 = \frac{a_1+b_2}{2},\quad b_2 = \sqrt{a_1 b_1},\ldots,$$

$$a_{n+1} = \frac{a_n + b_n}{2};\quad b_{n+1} = \sqrt{a_n b_n}.$$

Să se arate că: a) $a_n > b_n$; b) primul șir este descrescător și mărginit inferior, iar al doilea este crescător și mărginit superior; c) ambele șiruri au aceiași limită.

* * *

5893. Un paraşutist cîntărind 75 kg, execută salturi cu aterizare la punct fix de la înălțimea de 12 000 m. Știind că paraşuta cîntărește 13,2 kg și are diametrul de 3 m, să se calculeze timpul de cădere, dacă paraşutistul vine cu paraşuta închisă pînă la 1/3 din înălțimea față de sol.

Mircea Amăriei, profesor Trușești

5894. Să se arate că dacă $|m| < 1$ și $|n| < 1$, avem:

$$1 + (1+m)n + (1+m+m^2)n^2 + (1+m+m^2+m^3)n^3 + \ldots =$$

$$= \frac{1}{(1-mn)(1-n)}.$$

Dorin Tomoiagă, București

5895. Fie date punctele $A\ (a, b)$ și $B\ (c, d)$ într-un sistem de axe ortogonale xOy. Considerăm cercurile cu centrul în $A\ (a, b)$ și cu raza variabilă, precum și cercul cu centrul în $B\ (c, d)$ și cu raza variabilă a) Să se găsească locul geometric al punctelor de intersecție al acestor cercuri dacă ele sînt ortogonale; b) Să se găsească punctul $B\ (c, d)$ în așa fel încît acest loc geometric să treacă prin origina axelor, iar B să fie pe dreapta $x + y - 1 = 0$.

Szilagyi Ferenc, student Tg. Mureș

5896. La măsurarea densității unui aliaj se obține următoarele date: greutatea corpului de probă în aer $G_1 = 0{,}49$ gf. Un observator constată că pe corpul scufundat în apă au rămas 7 mici bule de aer, avînd diamerul de aproximativ 2 mm. Densitatea trebuie calculată cu aproximație de 2%, aparatele folosite permițînd această precizie. Să se calculeze dacă măsurarea trebuie repetată sau nu.

Müller Mihai, Tg. Mureș

5897. Într-un atelier sînt instalate trei motoare electrice, în paralel; primul motor are puterea nominală 800 W; al doilea 400 W și al treilea absoarbe un curent de intensitate 10 A. Știind că tensiunea lor de funcționare este de 120 V s-a mai conectat în serie cu ele o rezistență de 4 Ω întrucît tensiunea la intrare în atelier este mai mare. Atelierul fiind luminat de 5 becuri montate în paralel la tensiunea atelierului avînd fiecare 200 Ω rezistență, să se afle:

a) Tensiunea aplicată în atelier și intensitatea curentului consumat în atelier, b) Știind că se impune o cădere de tensiune maximă pe linie de 10% din tensiunea de la intrare în atelier, să se afle secțiunea conductoarelor de cupru necesară instalației, dacă distanța de la rețea la atelier este de 50 m. (Alimentarea se face în curent continuu, linia fiind bifilară), c) Cantitatea de căldură dezvoltată de rezistența serie în timp de 1 h.

Solomon Lecher, profesor Comănești

EXERCIȚII ȘI PROBLEME PROPUSE PENTRU CLASELE V–VIII*)

E: 2001. Să se calculeze pentru ce valoare a lui x are loc egalitatea

$$6\frac{1}{4} \cdot 8 + 2\frac{1}{2} \cdot 48 + 19\frac{1}{4} \cdot \frac{4}{x} = \frac{3685}{16}$$

Balint Ibolya, elev Odorhei

E: 2002. Să se determine cifra x astfel ca numărul $38x54$ să se dividă prin 31.

Simon Petru, Tg. Mureș

---

*) V (E: 2001, 2002, 2006); VI (E: 2009, 2010, 2011, 2012); VII (E: 2003, 2004, 2005, 2007, 2008). Se primesc soluțiile pînă la 1 noiembrie 1963.

E : 2003. În cercul de rază R se înscrie un exagon regulat, un pătrat și un triunghi echilateral. Ce fel de triunghi este acela știindu-se că are ca laturi : a) laturile poligoanelor regulate înscrise sau b) apotemele poligoanelor regulate înscrise.

Kelemen Imre, Tg. Mureș

E : 2004. Să se calculeze :

$$E=\left(\frac{a^2+ab+b^2}{a^3-b^3}-\frac{a^2-b^2}{a^2+2ab+b^2}+1\right):\frac{a+2b(a-b)+b}{a^3-ab^2-a^2b+b^3}$$

Balogh Lenke, Odorhei

E : 2005. Se dă cercul O și punctul A exterior cercului, precum și tangentele AB, AC și razele OB, OC. Pe aceste raze se ridică perpendiculare în punctele D și E, care împart razele în două părți egale. Punctul de intersecție a perpendicularelor este F. Să se demonstreze că :

a) triunghiurile AFB și AFC sînt isoscele ; b) mediatoarele segmentelor AC și AB se intersectează tot în punctul F ; c) ce condiție trebuie să îndeplinească punctul A, ca punctul F să fie pe cercul O.

Balogh Vasile, Tg. Mureș

E : 2006. Să se arate că diferența cuburilor a două numere care dau același rest la împărțirea prin 3 este divizibilă prin 9.

Marin Mettler, profesor Vișeul de sus

E : 2007. Două conuri circulare drepte au aceiași arie laterală, însă generatoarele lor fac cu planul bazei unghiuri respectiv de 45° și de 30°. Să se arate că raportul înălțimilor lor este $\sqrt[4]{6}$, iar raportul razelor este $\sqrt[4]{2}:3$. Care este raportul generatoarelor lor ?

C. Ionescu-Țiu

E : 2008. În procesul de conservare a legumelor, după spălare, uscarea acestora se face cu ajutorul radianților infraroșii. Să se calculeze cît costă uscarea a 200 kg legume, știind că energia consumată este 2 kWh/kg, iar 1 kWh se plătește cu 0,20 lei.

V. Vodă

E : 2009. O bibliotecă posedă 29 000 volume de literatură tehnică, politică și beletristică. Numărul volumelor de literatură politică este egal cu cel al cărților de beletristică, iar totalul volumelor de literatură tehnică reprezintă 90% din cărțile politice. Cîte volume din fiecare gen are biblioteca ?

Vodă V. Viorel, student

E : 2010. Un muncitor avea programat să lucreze cîte 15 piese pe zi pentru a-și îndeplini norma în 24 de zile. Dar avînd condiții bune de lucru el își îndeplinește norma în 20 de zile. Să se afle cu cîte piese a lucrat mai mult pe zi decît a avut programat.

* * *

E : 2011. Într-un număr cu două cifre, cifra zecilor este de trei ori mai mare ca cifra unităților. Dacă inversăm ordinea cifrelor obținem un număr mai mic cu 54 decît numărul dat. Care este numărul ?

Kovacs Geza, Gheorghieni

E : 2012. Perimetrul unui paralelogram este 90 cm. Raportul înălțimilor paralelogramului este 3/5. Să se calculeze lungimile laturilor.

Boldizsár János, Bisericani Odorhei

EVIDENȚIAȚII OLIMPIADEI DE MATEMATICĂ ȘI FIZICĂ ETAPA FINALĂ din 26—28 mai 1963

MATEMATICA

PREMIUL I. 1. *Popescu Eleodor* (cl. IX ș.m. 1 Tr. Severin), 2. *Nica Vasile* (cl. X ș.m. 1 Ploiești), 3. *Spircu Tiberiu* (cl. X ș.m. 4 Arad), 4. *Brînzănescu Vasile* (cl. XI ș.m. 1 Constanța), 5. *Ecstein Gheorghe* (cl. XI ș.m. 3 Timișoara), 6. *Sterian Paul* (an III șc. pedagogică Cîmpulung Muscel).

PREMIUL II. 1. *Pestroiu Daniel* (cl. VIII ș.m. 1 Tîrgu Jiu), 2. *Topală Ion* (cl. IX ș.m. 1 București), 3. *Ursulescu Octavian* (cl. IX ș.m. 11 București), 4. *Drăgulinescu Dumitru* (cl. X ș.m. Unirea Brașov), 5. *Zsido Laszlo* (cl. XI s.m. 5 Brașov), 6. *Gălbenuș Nica* (an II sc. profesională Pitești), 7. *Grigore Nicolae* (an I șc. maiștri București).

PREMIUL III. 1. *Rugină Andrei* (cl. VIII ș.m. Roman), 2. *Weinstein Jack* (cl. IX ș.m. 2 Rădăuți), 3. *Kivu Ileana* (cl. IX ș.m. 12 București), 4. *Toader Gheorghe* (cl. IX ș.m. 1 Ploiești), 5. *Persache Octavian* (cl. X ș.m. 11 București), 6. *Peligrad Constantin* (cl. XI ș.m. 1 Slatina), 7. *Grigorescu Șerban* (cl. XI ș.m. 1 București), 8. *Mendelsohn Maria* (cl. XI ș.m. 16 București).

MENȚIUNI. 1. *Grad Gheorghe* (cl. VIII ș.m. Mihail Eminescu, Satu Mare), 2. *Andreescu Ioan* (cl. VIII ș.m. 1 Ploiești), 3. *Ciobanu Nicolae* (cl. IX ș.m. 1 București), 4. *Tonceanu Dan* (cl. IX ș.m. 11 București), 5. *Zsido Gyorgy* (cl. IX ș.m. 5 Brașov), 6. *Mihalca Dan* (cl. IX ș.m. 11 București), 7. *Radu Luminița* (cl. IX ș.m. 2 Pitești), 8. *Ștefan Cristian* (cl. IX ș.m. 11 București), 9. *Constantinescu Cristian* (cl. X ș.m. 1 Buzău), 10. *Flondor Paul* (cl. X ș.m. 13 București), 11. *Nicolae Silvia* (cl. X ș.m. 1 Ploiești), 12. *Petriu Emil* (cl. X ș.m. Hațeg), 13. *Vinea Alexandru* (cl. X ș.m. Filimon Sîrbu București), 14. *Früstock Ștefan* (cl. X ș.m. 1 Făgăraș), 15. *Kleinermann Aurel* (cl. X ș.m. 28 București), 16. *Iorgulescu Afrodita* (cl. X ș.m. 22 București), 17. *Landmann Wolf* (cl. X ș.m. 22 București), 18. *Barsony Andrei* (cl. XI ș.m. 1 Oradea), 19. *Lusztig Gheorghe* (cl. XI ș.m. 5 Timișoara), 20. *Wolf Alexandru* (cl. XI ș.m. 32 București), 21. *Panea Mihaela* (cl. XI ș.m. 10 București), 22. *Dragomir Toma* (cl. XI ș.m. 1 Oradea), 23. *Simion Alexandru* (cl. XI ș.m. 1 Bacău), 24. *Tantis Effi*

(cl. XI ș.m. 7 București), 25. *Dalyai Pal* (cl. XI ș.m. Tîrgu Mureș), 26 *Grigoriu Mihai* (cl. XI ș.m. 2 București), 27. *Tandafirescu Gheorghe* (an II șc. profesională Brașov), 28. *Teodorescu Eugen* (an II șc. profesională Galați), 29. *Păunescu Florin* (an IX șc. pedagogică Deva).

FIZICĂ

PREMIUL I. 1. *Apostolescu Radu* (cl. IX ș.m. Baia Mare), 2. *Olariu Adriana* (cl. IX ș.m. Turda), 3. *Barbu Nicolae* (cl. X ș.m. 11 București), 4. *Marcus Sergiu* (cl. X ș.m. 3 Galați), 5. *Caprini Irinel* (cl. XI ș.m. 36 București).

PREMIUL II. 1. *Sucitu Alexandru* (cl. IX ș.m. 3 București), 2. *Arie Dan* (cl. IX ș.m. Pitești), 3. *Stoicescu Constantin* (an IX șc. pedagogică, Cîmpulung Muscel).

PREMIUL III. 1. *Stux Ivan* (cl. VIII ș.m. 1 Timișoara), 2. *Toaxen Livia* (cl. IX ș.m. Roșiori), 3. *Badralexe Eugen* (cl. IX ș.m. 22 București), 4. *Păunescu Doina* (cl. IX ș.m. 22 București), 5. *Florea Cristian* (cl. IX ș.m. 2 Craiova), 6. *Munteanu Mihai* (cl. X ș.m. 7 Iași), 7. *Nedelcu C. Ioan* (an I șc. profesională Galați), 8. *Ababei Gheorghe* (an V șc. pedagogice Suceava).

MENȚIUNI. 1. *Steriu Dan* (cl. VIII ș.m. 2 Ploiești), 2. *Sandovici Călin* (cl. VIII ș.m. Sibiu), 3. *Fericean Sorin* (cl. VIII ș.m. 2 Arad), 4. *Petruș Daniela* (cl. VIII ș.m. Călărași), 5. *Suciu Paul* (cl. VIII ș.m. 17 București), 6. *Cohn Iulia* (cl. IX ș.m. Vaslui), 7. *Turcu Nichifor* (cl. IX ș.m. 22 București), 8. *Gridenco Adriana* (cl. IX ș.m. 28 Bucureti), 9. *Tuzson Tibor* (cl. IX ș.m. Cluj), 10. *Bibicu Mariana* (cl. IX ș.m. Brăila), 11. *Predescu Gheorghe* (cl. IX ș.m. Sighișoara), 12. *Vlase Aurelian* (cl. IX ș.m. Medgidia). 13. *Sandu Darius* (cl. IX ș.m. Craiova), 14. *Vasiliu Ana* (cl. X ș.m. 3 Brăila), 15. *Petrescu Șerban* (cl. X ș.m. 13 București), 16. *Olteanu Ion* (cl. XI ș.m. 28 București), 17. *Dinu Mihai* (cl. XI ș.m. Giurgiu), 18. *Caprini Manuela* (cl. XI ș.m. 36 București), 19. *Telnic Persi* (cl. XI ș.m. 17 București), 20. *Dobrescu Mariana* (cl. XI ș.m. 17 București), 21. *Silvestru Aurelia* (cl. XI ș.m. Arad), 22. *Verteș P.* (cl. XI ș.m. Oradea), 23. *Popescu Cătălin* (cl. XI ș.m. Craiova).

CĂRȚI NOI

C. Maican, D. Tănase, A. Negulescu, V. Atanasiu: „Culegere de probleme de fizică pentru învățămîntul mediu", Editura didactică și pedagogică, 1963. În prima parte a lucrării sînt redate sub formă de tabele, „Mărimile și unitățile fizice", precum și „Constantele fizice". În restul lucrării sînt cuprinse probleme din capitolele de mecanică, căldură și fizică moleculară, electricitate, optică și de structura atomului.

La începutul fiecărui capitol s-au prezentat formulele care se pot folosi, sau la care trebuie să se ajungă în rezolvarea problemelor.

Fiecare subcapitol începe cu cîteva probleme mai reprezentative, rezolvate complet, pentru a se arăta elevilor calea care trebuie urmată în rezolvarea problemelor de fizică. După problemele rezolvate, din fiecare subcapitol, urmează probleme nerezolvate, adică propuse.

Pentru problemele propuse, rezultatele sînt date la sfîrșitul lucrării, pentru problemele mai dificile, în afară de rezultate se dau și unele indicații referitoare la modul de rezolvare.

MŰSZAKI KÖNYVTÁR

Lucrarea cuprinde în total 1073 de probleme şi se adresează elevilor din învăţământul mediu, pentru activitatea la clasă şi în cercuri precum şi candidaţilor, care se prezintă la examenele de admitere în învăţământul superior.

G. Niesse: „Mica fizică", Editura ştiinţifică, 1963.

In această carte sînt expuse fenomenele şi legile care stau la baza funcţionării maşinilor şi aparatelor utilizate în mod curent în procesul de producţie.

Autorul îmbină în lucrarea rigurozitatea ştiinţifică cu simplitatea expunerii, evitînd totodată complicaţiile matematice. Prin bogatul material ilustrativ, ideile fundamentale cuprinse în fiecare capitol sînt uşor de urmărit şi în mod temeinic însuşite.

Fiecare capitol se termină prin întrebări şi exerciţii recapitulative, iar răspunsurile şi soluţiile date la sfîrşitul volumului, înlesnesc cititorului să-şi verifice justeţea raţionamentelor pe care le-a făcut pe baza cunoştinţelor dobîndite.

Datorită unui bogat material informativ, precum şi datorită legării acestui material cu experienţa din producţie, datorită simplităţii şi clarităţii în expunere, lucrarea este de un real folos pentru tinerii muncitori şi de asemenea pentru toţi cei care vor să cunoască cuceririle fizicii moderne.

RUBRICA REZOLVITORILOR DE PROBLEME

RĂCARI. Ş.m. Cl. VIII. Andrei Ion (E: 1918, 21, 23, 24, 26, 29—31, 36, 46, 48, 50; 5591, 29, 46), Antonescu Aurelia (E: 1918, 19, 21—26, 28—31, 36—38, 46—48, 50; 5553, 91, 604, 24, 29), Ion Nicolae (E: 1918, 19, 21, 22, 24, 26, 36, 46, 48, 50; 5591, 629 46), Joniţă Florica (E: 1918, 21, 22, 26, 30, 31, 36, 39, 41, 46, 48, 50; 5604, 94), Marcu Ioana (E: 1918, 21, 22, 26, 30, 31, 36, 39, 41, 44, 46—48, 51; 5591, 604, 29, 46), Miulescu Cecilia (E: 1918, 19, 21, 22, 24, 26, 28—31, 35—38, 41, 46—48, 50; 5591, 604, 19, 24, 29, 46), Stanciu Dumitru (E: 1917—19, 21—25, 28, 29, 31, 36, 37, 41, 46—48, 50; 5553, 60, 91, 604, 19, 24, 29, 46), Vlad Năstase (E: 1917—19, 21—24, 26, 29—31, 36, 46, 47; 5560, 91, 629).

RĂDĂUŢI. Ş.m. Cl. IX. Weinstein Jak (5544, 51, 53, 63, 64, 67, 69, 76, 91, 94, 604, 12, 15, 19, 24, 29, 44—47, 52, 65, 66, 69, 74, 77—79, 81—83, 89, 95, 701, 05, 10). Cl. XI. Juravle Petreu (5550, 61, 65, 91, 602, 12, 13, 17, 19, 24, 29, 38, 39, 41, 46).

REŞIŢA. Şc. 8 ani nr. 2. Cl. V. Columb Gabriel (1913, 20, 27, 37, 45, 47, 48, 50, 55).

Absolvent Cumă Cornel (5553, 56, 60, 61, 63, 64, 73, 77, 84, 601, 12, 23, 25, 27, 29, 37—41, 44, 46, 48, 50—65), Huedetz Rudolf (E: 1902, 06, 07, 18, 20, 34, 48).

ROMAN. Şc. prof. an. II. Marian Virgil (5624, 29, 44, 46, 47).

Ş.m. Cl. VIII. Smit Petru (E: 1930, 31, 34, 41, 44—48, 50; 5591, 629, 44, 46). Cl. XI. Niculescu Gh. Gh. (5543, 52, 53, 60, 62—64, 66, 68, 69, 76, 79, 83, 90, 91, 93, 94, 98, 603, 08, 12, 15, 19, 22, 24, 29, 30, 31, 46, 54, 55, 58, 60, 74, 80, 81, 85, 88, 89, 91, 701, 04, 06, 10, P).

ROŞIORII DE VEDE. Ş.m.m. Cl. VI. Nebunescu Doina (E: 1907, 10, 12, 27, 34, 41, 50). Cl. VIII. Bejan Florin (E: 1917—22, 26, 30, 31, 34, 35, 39), Blaţ Ilarie (E: 1926, 27, 44, 45. 50; 5591, 604, 29, 44, 46—48), Buzea Dobra (E: 1917—19, 21, 22, 24—27, 30, 31, 35, 37, 41, 44, 45, 48, 50; 5559, 60, 91, 604, 08, 29, 44, 46—48, 56), Ceapă Iancu (E: 1917—22, 26, 30, 31, 34, 35, 39), Perieţeanu Mihaela (E: 1915, 18—20, 22, 26; 5591, 604, 44, 46), Truşcă Marin (E: 1941, 44, 46—48, 50; 5608, 27, 29, 44, 46, 48). Cl. IX. Toacsen Livia (5541, 44, 51, 58, 59, 67, 606, 08, 10, 44, 56, 59). Cl. X. Neacşu Alexandru (5590, 91, 94, 609, 12, 24, 27, 29, 43, 46, 47, 50—53). Cl. XI. Nebunescu Alexandru (5512, 21, 33, 35—37, 66, 84, 91, 94, 613, 15, 19, 29, 46), Purcărescu Teodor (soluţii identice).

RUPEA (Braşov). Ş.m. Cl. VI. Serachitopol Dan (E: 1920, 22, 25, 26, 28, 34, 39, 45). Cl. VIII. Boldea Nicolae (E: 1918, 21, 30, 41, 44, 46, 48; 5604, 29, 44, 46, 47), Homorozan Adriana (E: 1918, 22, 26, 28, 31, 34, 36, 39, 46; 5591, 604, 29, 46), Vlad Ioan (E: 1918, 21, 29, 30, 41, 43, 44—46, 48, 50; 5604, 29, 44, 46, 47).

RIMNICU SĂRAT. Ş.m. Cl. XI. Vrabie Constantin (5532, 37, 66, 68, 81, 604, 15, 29, 46, 47, 51, 52, 58, 63, 64). Cl. IX. Dina Marin (5544, 51, 53, 59,

60, 66, 67, 91, 604, 24, 29, 44, 46, 53, 60, 65), Tigmeanu Ion (5531, 36, 52, 62—64, 91, 604, 24, 29, 30, 46, 47, 53, 60). Cl. XI. Tănase Ilie (5550—53, 60, 61, 65—68, 84, 91, 93, 97, 601, 02, 04, 13, 15—20, 22, 24, 29, 31, 37—44, 46, 47, 54, 58, 60, 63).

SALONTA. Ş.m. Cl. VIII. Buta Ioan (E: 1926, 28, 29, 31, 35, 36, 41, 46; 5591, 629, 46).

SARMAŞ. Ş.m. Cl. VIII. Moldovan Vasile (E: 1926, 33, 34, 39, 41, 47, 50; 5591, 604, 29, 46).

SATU MARE. Şc. 8 ani. Cl. VII. Mitaru Alexandru (E: 1940, 41, 43, 44, 46—48, 50). Cl. VIII. Gulacsi Alexandru (E: 1929, 40, 41, 45, 45—48; 5629, 44, 46, 47), Palfi Emil (E: 1924, 27, 38, 40, 41, 43, 44, 48, 50; 5604, 29, 44, 46), Torţa Ioan (E: 1926, 28, 31, 34, 35, 40, 43, 48, 50; 5591, 604, 29). Cl. IX. Bozîntan Ţiţel (E: 1936, 39; 5591, 604, 19, 24, 29, 44, 45, 60), Fesztinger Tiberiu (5591, 93, 617, 19, 24, 29, 43, 44, 46—48, 52, 53, 56, 60, 62, 65, 74, 77, 88), Sozner Ştefan (5541, 51, 59, 91, 604, 08, 24, 29, 44—46, 48), Sztvulyovics Zoltan (5544, 51—53, 58—60, 62, 65—67, 84). Cl. X. Teodosciuc Claudia (5604, 24, 47, 52, 76, 78, 89). Cl. XI. Anitaş Lucian (5565, 66, 91, 602, 04, 12, 13, 18, 29, 39, 41, 47), Buns Vasile (5601, 15, 17, 18, 35, 37, 38, 44, 52, 60, 63, 64), Oşan Adrian (5550, 52, 53, 59, 61, 66, 91, 604, 13, 17, 19, 21).

SĂVENI. Ş.m. Cl. VIII. Ariciuc Gheorghe (E: 1926, 30, 34, 39, 41, 43, 45—48, 50; 5591, 604, 29, 44, 47), Chihaia Aurica (E: 1926, 30, 36, 39, 43, 45, 46, 48, 50; 5591, 629), Creţu Dumitru (E: 1917, 18, 22, 26, 27, 39, 46, 48, 50; 5591), Duduţă Maria (E: 1926, 30, 36, 39, 43, 45, 46, 48, 50; 5591, 29), Toler Aron (E: 1936, 41, 43, 46—48; 5591, 629, 44, 46). Cl. IX. Andrei Mircea (5617, 19, 24, 29, 44, 46, 47, 53, 59, 62, 65), Iosub Nicolae (5591, 604, 24, 30, 46, 47, 53, 69, 81, 83, 88, 89, 710). Cl. XI. **Măntăluţă Maria** (5568, 74, 88, 601, 02, 12, 15, 17—20, 24, 29, 37—39, 41, 43, 44, 46, 47, 51, 52, 58, 60, 65—83, 88, 701, 05—08).

SEBEŞ. Ş.m. Cl. IX. Sava Maria (5553, 59, 60, 63, 65—67, 91, 604, 15, 17, 19, 24, 29, 46, 47).

SF. GHEORGHE. Ş.m. Cl. IX. Jianu Maria (5629, 44, 45), Nebel Denes (5482, 88, 90, 93, 94, 521, 32, 36, 52, 53, 60).

SIBIU. Ş.m. 1. Cl. VIII. Stoia Maria (E: 1919, 25, 26, 31, 37, 38, 48; 5604). Cl. IX. Balomiri Adrian (5552, 53, 59, 60, 62, 64, 65, 67, 91, 93, 604, 17, 19), Bratu Ion (5541, 53, 59, 62, 63, 66, 91, 604, 24, 29, 46, 56), Lupu Mihai (5541, 53, 59, 62, 63, 66, 91, 604, 24, 29, 46, 56), Marginca Adrian (5553, 60, 62, 64, 66, 67, 90, 91, 93, 604, 17, 19), Rădoi Oliviu (5552, 53, 60, 62, 63, 66, 67, 91, 604, 29, 46, 47, 59). Cl. X. Bodus Mihai (5591, 604, 12, 15, 19, 21, 24, 29, 46, 47, 52, 60). Ş.m. 2. Cl. VIII. Trif Nicolae (E: 1923—26, 28, 30—32, 34—36, 38—40, 46—48, 50; 5551—53, 58, 60, 62—64, 66, 67, 76, 91, 94, 604, 05, 08, 15, 22, 24, 48), Ban Maria (E: 1917, 25, 41, 42, 44, 46—50; 5552—66). Cl. IX. Fulea Ilie (5552, 53, 56, 60, 62, 64, 66, 91, 604, 15, 17, 19). Cl. IX. Meţiu Nicolae (5510, 52, 53, 56, 62, 64, 66, 76, 91, 604, 17, 19). Cl. XI. Belinski Alexandrru (5565, 66, 72, 91, 602, 04, 12, 13, 18, 24, 29, 35, 41), Constantin Marin (5565, 66, 68, 84, 91, 618, 19, 24, 29, 37—39, 41, 44, 46, 47), Pişcu Valeriu (5565, 66, 68, 72, 75, 91, 602, 04, 12, 15—20, 24, 25, 31, 35, 37—39, 41, 44, 60), Vasile Radu (5553, 65, 66, 68, 86, 91, 604, 24, 29, 39, 41, 44, 53). Ş.m. 3. Cl. VIII. Constantinovici Cristinela (E: 1941, 48, 50; 5629, 44, 46), Demetrescu Alexandra (E: 1917, 18, 22, 25, 26, 36, 41, 46, 48, 50, 61; 5629), Neagu Victoria (E: 1917, 18, 24, 26, 31, 36, 46, 48, 50; 5604, 29, 46), Răducu Ion (E: 1917—22, 25, 26, 28, 35, 36, 46; 5604), Voicu Elena (E: 1917—19, 21, 22, 26, 28, 29, 36, 39, 46, 48; 5604, 29). Cl. IX. Boeriu Adriana (5552, 62, 91, 94, 98, 604, 19, 22, 29), **Dăncilă Ioan** (5507, 24, 42, 48, 50, 53, 55, 68, 73, 77, 90, 99, 600, 01, 03, 05, 12, 17, 18, 25, 30, 31, 33, 43, 48, 53, 55, 56, 58, 59, 62, 65, 66, 69, 74, 79, 81, 88, 89, 91, 701, 06, 10), Dobrotă Brînduşa (5552, 62, 94, 98, 604, 19, 22, 24, 29, 46, 64), Geleriu Dan (5590—94, 98—601, 04, 08—10, 12—15, 17, 19, 22, 24, 25, 27, 33—35, 38, 43—48, 52, 62), Gilea Doina (5551, 56, 62, 64, 90, 613, 22, 24, 25, 90), Helju Doina (5590, 91, 94, 604, 25, 29, 46, 74, 88, 901, 06, 10), Holanda Doina (5552, 53, 64, 91, 93, 94, 604, 17, 22, 24, 25, 27, 29, 30, 46, 47, 53, 60, 69, 85, 87—89, 91, 703, 06, 10), Ivănuţă Catrinel (5552, 41, 62, 64, 93, 604, 19, 24, 29, 46, 47), Lasiţă Ileana (5562, 90, 91, 94, 98, 600, 04, 17, 19, 22, 25, 29, 30, 45, 47, 66, 74, 76, 79, 81, 85, 87—89, 701, 06, 10), Lefter Marilena (5552, 62, 91, 94, 98, 604, 19, 22, 24, 29, 46, 64), Marinuş Radu (5541, 44, 55, 62, 66, 91, 94, 98, 608, 15, 17, 19, 22), Mazilescu Gabriela (5552, 62, 91, 93, 600, 04, 17, 24, 29, 33,

44, 47), Meich Tel (5550, 56, 66, 90, 91, 600, 01, 04, 12, 13, 17, 19), Năstoiu Aneta (5590, 91, 604, 15, 17, 25, 29, 74, 88, 701, 06, 10), Ostap Ioan (5562, 91, 604, 08, 10, 17, 24, 29, 30, 33, 44, 47), Petraşcu Florica (5592, 62, 91, 93, 600, 04, 17, 24, 29, 33, 44, 47), Popescu Adriana (5590, 91, 93, 94, 98, 600, 04, 05, 08, 10, 15, 17, 19, 22, 24, 25, 27, 29, 30, 44, 45, 46), Rosenfeld Corina (5552, 41, 62, 64, 91, 94, 604, 19, 24, 29, 46, 47), Soima Liliana (5552, 53, 91, 604, 17, 24, 29, 33, 44, 46, 47, 62), Tanasciuc Lucia (5551, 56, 62, 64, 90, 613, 22, 24, 25, 90). Cl. X. **Bîrză Ilie** (5541, 51—53, 56, 59, 60, 62, 63, 66, 67, 76, 80, 90, 91, 94, 98, 600, 04, 06, 12, 15, 17, 19, 22, 24, 27, 29, 44, 46, 48, 52—56, 59, 65), Chiriţă Mariana (5631, 47, 52, 66, 74, 79, 81, 88, 89, 701, 06, 10), Dăncăneţ Dorin (5552, 53, 60, 66, 91, 04, 15, 17, 22, 24, 27, 29), Diaconescu Mariana (5524, 29, 31, 46, 47, 52, 88, 701, 06), Lupea Liviu (5590, 91, 600, 04, 13, 15, 17, 24, 29, 44, 46, 52, 77, 78, 83, 88, 89, 95, 701, 06, 08), Marinescu Ana (5590—92, 98, 600, 04, 13, 17, 22, 24, 29, 44, 46, 47, 77, 78, 83, 88, 89, 901, 06, 08), Oana Cornel (5554, 62, 82, 90—92, 98, 600, 04, 13, 17, 22, 29), Opriş Carmen (5600, 48, 52, 58, 66, 71, 76, 79—81, 89, 706), Prescarniţă Valer (5591, 604, 24, 29, 64, 46, 52, 78, 83, 701, 06, 08), Svasta Elvira (5591, 600, 04, 24, 29, 47, 48, 52, 71, 79, 89, 701), Tanovici Crăiţa (5631, 47, 52, 66, 74, 79, 81, 88, 89, 701, 06, 10), Voicescu Smaranda (5592, 12, 22, 24, 29, 46, 47, 52, 53, 81, 88, 701, 06), Vulcu Antonia (5554, 62, 82, 90—92, 98, 600, 04, 13, 17, 22, 24, 29, 44, 46, 52, 66, 69, 70, 74, 77, 78, 83, 85, 88, 89, 91, 95, 701, 06, 08). Cl. XI. Ciocîrlan Şerban (5537, 63, 98, 602, 04, 12, 13, 18, 19, 24, 27, 29—31, 37, 39, 41, 46).

Şc. 8 ani nr. 1. Cl. VI. Ivănuţă Daniela (E: 1915, 20—22, 26), Soima Ileana (E: 1915, 21, 26, 28, 34, 35, 37, 39, 41, 44, 48). **Şc. 8 ani nr. 4.** Cl. VII. Voicescu Mihai (E: 1926, 28, 41, 48, 50; 5591, 629, 47). **Şc. 8 ani nr. 8.** Cl. VI. Borţan Ileana (E: 1926—28, 34, 35, 39, 41, 44, 45, 48). **Şc. 8 ani nr. 9.** Cl. II. Baciu Mircea (E: 1916—19, 22, 29, 31, 34, 36, 41, 48), Cioca Maria (E: 1918, 26, 36, 39, 41, 43, 46, 48, 50), Cionelide Mariana (E: 1915, 18, 21, 26, 28, 29, 35), Ciontea Mariana (E: 1926, 29, 39, 41, 43, 44, 46, 48, 50), Demetrescu Livia (E: 1918, 26, 36, 39, 41, 43, 46, 48, 50), Doboş Iuliana (E: 1918, 22, 29, 31, 34, 39, 43, 46, 48, 50), Filip Virgil (E: 1916—18, 22, 29, 31, 34, 36, 48, 50), Glonţ Adriana (E: 1918, 22, 29, 31, 34, 39, 43, 46, 48, 50), Irimie Rodica (E: 1918, 26, 29, 36, 41, 43, 44, 46, 48, 50), Micu Dan (E: 1918, 26, 36, 39, 43, 46, 48, 50), Sasu Ioan (E: 1948, 50—55), Stoica Adriana (E: 1926, 28, 41, 44, 48, 50—53, 61), Ştefănescu Margareta (E: 1926, 39, 41, 43, 44, 46, 48, 50, 55), Tăraboi Dana (E: 1922, 29, 43, 44, 46, 48, 50), Trifan Mircea (E: 1917, 18, 26, 29, 31, 34, 36, 39, 43, 46, 48, 50), Vecerdea Vasile (E: 1915, 17, 21—23, 31, 34, 36, 41, 48). **Şc. 8 ani nr. 12.** Cl. V. Nicu Olguţa (E: 1926, 35, 41, 43, 54—56). Cl. VI. Trif Felicia (E: 1915, 16, 19—22, 25, 34, 35, 39). Cl. VII. Nicu Maria (E: 1926, 31, 35, 36, 41, 43, 45, 48, 52—55). **Şc. 8 ani nr. 14.** Cl. VII. Dascălu Cornelia (E: 1916, 17, 19, 20, 31, 34, 39, 26, 44, 48). **Şc. 8 ani nr. 15.** Cl. V. Sasu Rodica (E: 1917, 20, 21, 25, 25, 43). Cl. VI. Bucur Teodor (E: 1926—28, 34, 35, 37, 43), Damian Iulian (E: 1907, 10, 11, 15—17, 25, 26, 28, 34, 39), Retezeanu Carmen (E: 1926—28, 34, 39), Sasu Elena (E: 1907, 10, 13, 17, 20, 21, 26), Sevestrean Ion (E: 1926, 28, 34, 47, 48, 54, 57). Cl. VII. Munteanu Ion (E: 1910, 12, 14, 18, 21, 26, 41, 45, 46), Nicu Victoria (E: 1910, 12, 17—21).

Absolventă **Andrei Maria** (5591, 94, 602, 04, 09, 15—23, 29, 31, 37—39, 41, 43, 46—48, 52, 55, 56, 58, 60, 61, 63, 69, 71—76, 78, 80—83, 701, 06).

SIGHET. **Ş.m.** Cl. X. Moldovan Constantin (5544, 51, 59, 66, 67, 69, 90, 94, 600, 12, 17, 19, 24, 27, 29, 43, 44, 46, 52), Stern Samuil (5541, 42, 45, 51, 59, 60, 66, 91, 612, 24, 29, 47, 52), Werner Eva (5541, 43, 45, 52, 53, 56, 62—64, 66, 69). Cl. XI. Roman Janos (5542, 61, 66, 91, 95, 615, 17, 37—39, 47, 57).

SIGHIŞOARA. **Ş.m. 1.** Cl. VIII. Barth Karoly (E: 1915, 17—22, 24, 26, 34, 36; 5591). Cl. X. Floca Margareta (5552, 60, 62, 63, 66, 91, 94, 612, 19, 24, 29, 46, 47), Maier Vasile (5554, 60, 91, 604, 12, 24, 29, 31, 37, 44—47, 52, 54, 60, 62, 64), **Oros Octavian** (5541, 51—53, 59, 60, 62, 63, 65, 66, 91, 94, 600, 04, 09, 12, 15, 17, 19, 21, 22, 24, 27, 29, 31, 44—47, 49, 51, 52, 54, 56, 58—60, 64), Răducanu Doina (5552, 53, 59, 62, 63, 65, 66, 91, 619, 24, 29, 47, 54). Cl. XI. Ilie Ecaterina (5559, 91, 604, 12, 13, 24, 27, 29, 37, 46, 47, 65), Serachitopol Adrian (5400, 06, 10, 22, 28, 46, 55—57, 61, 63, 78—80, 82, 84, 86, 88, 90, 91, 94, 501, 04, 06, 12, 21). **Ş.m. 2.** Cl. IX. Blau

Aurel (5482, 5553, 59, 60, 91, 604, 17, 24, 29, 44, 46, 47, 53). Cl. X. Minzaru Remus (5552, 53, 59, 91, 604, 12, 29, R46, 47, 52, 31, 60), Schwartz Hiltrud (5600, 04, 15, 17, 19, 29, 46, 66, 78, 88, 89, 701). Cl. XI. Binder M. (5568, 91, 602, 04, 18, 20, 24, 29, 38, 39, 41, 47).

SILIȘTEA. Cl. VII. Răceală Florica (E: 1915, 17—22, 25, 31).

SIMERIA. Ș.m.m. Cl. IX. Furcă Ludovic (5591, 604, 17, 29, 44—46, 53, 60, 69, 74, 77, 88, 89), Roșu Titus (5544, 59, 91, 604, 17, 24, 44, 47, 65, 74, 79, 81, 88, 89, 91). Cl. XI. Cigmăian Dan (5561, 66, 91, 604, 15—17, 21, 29, 39, 41, 44, 46, 51, 52), Tănase Octavian (5566, 91, 604, 13, 15—17, 22, 29, 39, 41, 44, 46).

Șimleul Silvaniei. Ș.m. Cl. X. Atodiroaie Mihai (E: 1880, 936; 5591, 629, 46).

SINAIA. Ș.m. Cl. VIII. Bacalu Magdalena (E: 1917, 18, 21, 22, 24, 26, 28, 30, 31, 34—36, 39, 43, 45, 46; 5624, 29, 46, 91), Cojocaru Vasile (E: 1941, 44, 46, 48, 50, 52, 54, 55, 58, 61, 63; 5591, 604, 29, 44, 88, 89), Negulescu Ion (E: 1929, 31, 35, 52, 58; 5591, 604, 08, 24, 29, 44, 46, 47, 88, 706), Scarlat Paula (E: 1918, 21, 22, 24, 26, 28, 34, 35, 39, 43, 45, 46; 5624, 29, 46), Trnobransky Wanda (E: 1918, 21, 22, 26, 28, 30, 31, 39, 43, 46, 48, 50; 5591, 629, 46). Cl. IX. Catană Ilie (5544, 51—53, 59, 60, 63, 66, 67, 76, 84, 91, 94, 606, 15, 19, 24, 29, 44, 46, 47, 53, 58, 59, 65). Cl. X. Jigău Mariana (5552, 91, 604, 24, 29, 31, 46, 53), Răduță Vasile (5590—92, 98, 600, 04, 12, 15, 17, 19, 24, 29, 46, 52, 53). Cl. XI. Aldica Mircea (5542, 50, 59, 61, 65, 68, 70, 74, 78, 81, 84, 91, 94, 600, 02, 04, 09, 13, 15—20, 22—24, 29, 31, 37, 39, 41, 46, 48, 58, 60, 64).

SIRET. Ș.m. Cl. IX. Bicsadovski Leopold (5541, 51—53, 59, 60, 91, 94, 604, 24, 29, 44, 46, 47). Cl. X. Vasileniuc Dumitru (5541, 53, 60, 63, 66, 91, 604, 24, 29, 44, 46, 47, 52, 53). Cl. XI. Airinei Anton (5541, 42, 44, 45, 63, 65, 70, 71, 81, 97, 98, 602, 24, 52), Cilievici Doina (5565, 70, 71, 75, 79, 81, 98, 602, 18, 22, 39, 41), Parisier Nori (5553, 65, 66, 68, 91, 604, 17, 19, 24, 29, 41, 46, 47).

SLATINA. Ș.m. Cl. VIII. Efodie Mircea (E: 1936, 41, 46, 48, 50; 5591, 604, 29), Leulescu Constantin (E: 1926, 33, 34, 36, 37, 46, 48, 50; 5591, 604, 29, 46). Cl. IX. Bobescu Florin (5591, 604, 24, 29, 45—48), Diaconescu Radu (5541, 44, 51, 64, 91, 604, 19, 24, 29, 44, 46, 65). Cl. X. Ionescu Mihai (5591, 609, 15, 29, 30, 31, 35, 43—47, 52, 64).

SLĂNIC. Ș.m.m. Cl. VIII. Neicu Gheorghe (E: 1915, 17, 19, 22, 26, 33, 34, 39, 41, 46; 5558, 59, 604, 24, 29, 44, 46). Cl. X. Dragu Cornel (5541, 51, 58—60, 62, 63, 66, 67, 91, 604, 08, 09, 12, 13, 19, 24, 29, 44, 46, 47, 52, 56, 59, 65). Cl. XI. Neicu Viorica (5560, 62, 66, 68, 84, 91, 613, 24, 29, 39, 41, 46, 52), Rădan Sorin (5473—75, 77—80, 82, 89, 90, 91, 94, 96, 99, 607, 08, 12, 21, 32—37, 42, 44, 50, 51, 53, 60—62, 65—68, 74, 81, 84).

SOLCA (Suceava). Ș.m. Cl. VIII. Bobineac Elena (E: 1926, 30, 36, 39, 41, 46, 48, 50; 5591, 604, 08, 29), Beleca Stela (idem), Diaconu Eleonora (idem), Dudici Oltea (idem), Gaccea Veronica (idem), Olaru Maria (idem), Onioi Neculai (idem), Parascan Veronica (idem), Robu Gh. (idem), Budei Radu (E: 1926, 29, 36, 39, 48, 57, 58, 61, 62; 5591, 604), Daniliuc Maria (E: 1926, 29, 36, 39, 41, 48; 5591, 604, 08, 29).

ȘOMCUȚA MARE. Ș.m. Cl. VIII. Abraham Maximilian (E: 1918, 19, 22, 26, 29—34, 36, 39—41, 43, 64; 5591, 604, 29, 44, 46, 47). Cl. X. Razmoș Ioan (5564, 69, 79, 83, 91, 99, 604, 24, 26, 29, 46, 47).

SUCEAVA. Ș.m. Cl. VIII. Coifman Sulamith (E: 1917, 18, 22, 30—32, 34—36, 39, 45, 46, 48, 50; 5591, 604, 29, 49). Cl. IX. Rotaru Viorel (5591, 94, 604, 24, 29, 45—47, 69, 74, 88, 89, 701). Cl. X. Rață Mircea (5591, 604, 19, 29, 46, 52, 66, 78, 83, 88, 89, 701). Cl. XI. Coifman Hardy (5613, 15—19, 22—24, 29, 37—39, 41, 44, 46, 47, 56, 60, 63, 64, 66—71, 73—75, 77, 80—83, 87—89, 92, 701, 06, 07), Verciuc Nicolae (5561, 66, 68, 702, 17, 18, 22, 24, 29, 39, 41, 46, 52, 60, 62, 64, 65, 77—83, 88, 701, 05, 06).

SINGERU. Șc. 7 ani. Cl. VII. Căsăndroiu Dănuț (E: 1917—19, 22, 23, 26, 28, 30—32, 36).

STREHAIA (Oltenia). Ș.m. Cl. X. Mîndreanu Eugen (5565, 624, 29, 31, 33, 43, 44, 46—48, 52, 53, 60).

SÎNTANA (Crișana). Ș.m.m. Cl. VIII. Pop Mircea (E: 1926, 30, 31, 34, 36, 39, 43, 45—48, 50; 5591, 604, 24, 29, 46). Cl. IX. Deznan Ioan (5629, 44, 46, 47, 53, 56, 65).

ȘTEFANEȘTI. Șc. 8 ani. Cl. VI. Buțan Nicolae (: 1926, 28, 34, 37, 41, 47, 48), Căpățînă Nicolae (E: 1926, 28, 34, 35, 37, 39, 41, 48), Coșciug Alexandru (E: 1926, 28, 34, 37, 39, 41, 48). Cl. VIII. Baltă Mihai (E: 1918, 22, 26, 27, 31,

34, 35, 39, 41, 43, 44, 48, 50; 5559, 91, 629, 44).

TEACA (Cluj). Ş.m. Cl. VIII. Lupu Justin (E: 1936, 37, 41, 43, 45—48, 50; 5629, 46, 47).

TECUCI. Ş.m.m. Cl. VIII. Baniţă Mihai (E: 1926, 34, 39, 41, 44, 48, 55, 56, 59, 61; 5629, 44), Bordeianu Viorica (E: 1926, 28, 29, 34, 35, 39, 41, 43, 46, 50; 5629), Chiriacescu Mircea (E: 1928, 35, 41, 46, 48; 5604, 15, 44, 46, 47, 81, 89), Chiriţă Costică (E: 1913, 20, 26, 28, 39, 48, 50), Dascaş Alida (E: 1917—19, 21, 22, 26—28, 34, 39, 43, 48; 5566), Durbaca Stela (E: 1915, 26, 29, 33, 34, 38, 39, 44, 46, 48, 50; 5604), Goni Florin (E: 1917—19, 21, 22, 25—28, 34, 39, 43, 48; 5566, 629, 47), Ifrim Vasile (E: 1926, 34, 39, 41, 44, 48, 50; 5629, 44, 46), Ioniţă Costache (E: 1913, 20, 26, 28, 39, 48, 50), Necula Elena (E: 1917—19, 21, 22, 26—28, 34, 38, 43, 48), Olteanu Laurenţia (E: 1926, 28, 29, 34, 35, 39, 41, 43, 46, 48, 50; 5629), Oproiu Janeta (E: 1926, 28—32, 34—39, 41, 43, 46, 48, 50, 54, 55, 57, 58, 61; 5591, 604, 29, 46, 88, 706), Pădure Constantin (E: 1926, 34, 39, 41, 44, 48, 52, 55—59, 61; 5629), Roşca Maria (E: 1915, 26, 29, 33, 34, 39, 44, 46, 48, 50; 5604), Sultan Jana (E: 1915, 26, 29, 33, 34, 38, 48, 50; 5604), Tonu Anica (E: 1918, 23, 24, 26, 29, 30, 32, 35, 36, 39, 41; 5591, 646). Cl. IX. Gatea Ionica (5544, 51, 59, 60, 62, 64, 66, 91, 604, 24, 29, 46), Lupu Magdalena (idem), Nicolaescu Mioara (idem). Cl. X. Bejenaru Miruna (5591, 94, 604, 19, 24, 27, 29, 30, 44, 46, 47, 52), Bontaş Rada (5604, 19, 24, 29, 30, 46, 47, 52; 5591, 94), Chirilă Costina (5591, 94, 604, 19, 24, 27, 29, 30, 31, 44, 46, 47, 52), Florea Maria (idem). Cl. XI. Lungu Mihai (5567, 84, 91, 95, 601, 02, 04, 06, 09, 12, 13, 15, 17—19, 21, 22, 24, 39, 41, 44, 47, 52, 66, 69, 73—75, 77—79, 80—83, 89, 701, 05, 06).

Ş.m. 2. Cl. VII. Cantoneanu Felicia (E: 1920, 22, 26, 34, 39, 43, 48), Frîncu Rodica (E: 1926—28, 34, 35, 39, 44, 47, 48, 50, 55), Grama Cornelia (E: 1920, 22, 26, 34, 39, 46—48). Cl. VIII. Mănăilă Petrică (E: 1920, 26, 32—34, 38, 39, 41, 44, 48, 50; 5604), Seulceanu Sibila (E: 1917—19, 26, 29, 34, 35, 39, 41, 44, 48, 50).

TIMIŞOARA. Ş.m. 1. Cl. VI. Teleagă Maria (E: 1915, 20, 21, 26, 39, 41, 48, 50). Cl. VII. Anton Anton (E: 1929—31, 38, 40, 41, 43, 45, 46, 48, 51, 52, 57, 58; 5629), Balmuş Corneliu (E: 1918, 25, 26, 29, 41, 45—48; 5624, 29, 47), Bulfă Olimpia (E: 1917, 20, 25, 26, 36, 41, 45, 46, 48; 5604, 24, 47), Bulgăr Mircea (E: 1918, 25, 26, 39, 41, 45—47, 50; 5559, 629, 47), Buzgan Nicolae (E: 1925, 41, 45, 46, 50; 5624, 47), Bălan Maria (E: 1926, 29, 30, 34, 35, 41, 43, 45, 46; 5604, 29), Băleanu Magdalena (E: 1926, 30, 36, 41, 45, 46, 48—50; 5604, 29), Chiriţescu Maria (E: 1917, 18, 29, 36, 41, 45, 48, 50; 5624, 29, 46, 47), Cionca Florin (E: 1926—29, 31, 34, 38, 39, 45, 47, 48, 50), Coman Dumitru (E: 1926—29, 34, 39, 47, 48; 5644), Covardă Dumitru (E: 1926—28, 34, 39, 48, 49; 5644), Diaconu Lucia (E: 1917, 18, 20, 26, 36, 41, 43, 45, 48), Dragomir Georgeta (E: 1926, 29, 30, 31, 34, 36, 41, 45—48; 5629), Drăgolici Ruxandra (E: 1917, 18, 20, 22, 25, 26, 29, 36, 41, 48, 50; 5429, 46), Dudnicenco Dana (E: 1917, 36, 41, 45, 46, 48; 5624, 29, 46, 47), Fischer Odette (E: 1921, 26, 28, 34—37, 39, 41, 45, 46, 48), Gerl Gerhardt (E: 1901, 04, 07, 28, 30, 46, 47), Ghirişan Diana (E: 1917, 18, 20, 25, 26, 36, 41, 48, 50; 5629, 46, 47), Glavaţchi E. (E: 1926, 29—31, 34, 36, 41, 45—47; 5629), Gonţa Cornelia (E: 1917, 25, 26, 30, 36, 41, 45, 48, 05; 5604, 29), Grofşoreanu Alina (E: 1917, 18, 20, 22, 25, 26, 36, 41, 48, 50; 5629, 47), Horea Doina (E: 1919, 20, 24, 26, 28, 41, 48), Iacob Cornelia (E: 1926, 28, 31, 34—37, 39, 41, 45—48), Ionescu Florin (E: 1925, 26, 34, 36, 39, 41, 45—48, 50), Ianoi Maria (E: 1926, 28—32, 36, 38, 41, 46, 48, 50), Lupu Stela (E: 1929, 31, 36, 46, 47; 5624, 47), Marcu Valeria (E: 1908, 18, 29, 31, 41, 44—47; 5629), Marin Valeria (E: 1914, 17, 26, 30, 36, 41, 45, 46, 48; 5604, 29), Militaru Constantina (E: 1917, 18, 20, 22, 25, 26, 36, 41, 48, 50; 5629, 46), Munteanu Mircea (E: 1918, 27, 30, 32, 34, 41, 45, 47, 48, 50; 5604, 24), Munteanu Onoriu (E: 1918, 24—26, 29, 36, 41, 45—48; 5624, 29, 47), Mustăţ Maria (E: 1921, 26, 29, 31, 34, 36, 41, 44, 46—48; 5629), Neamţu Lenuţa (E: 1917, 24—26, 29, 36, 41, 45—48, 50; 5624, 29, 47), Neuman Gheorghe (E: 1917, 21, 22, 26, 34, 39, 46, 48, 50; 5591, 604, 46), Oprin Gelu (E: 1926, 27, 34—36, 39, 41, 43, 46, 48, 50; 5591, 604, 29), Perian Titus (E: 1907, 26—28, 34, 36, 39, 44—49), Radovan Smaranda (idem), Pîrvan Floare (idem), Panaitescu Radu (E: 1926, 34, 36, 39, 41, 43, 46—48, 50; 5629, 47), Platschek Etelka (E: 1914, 20, 17, 26, 30, 36, 41, 45, 46, 48; 5604, 29), Pop Gheorghe (E: 1925, 26, 34, 45—47, 50, 61; 5559, 624, 47), Puiu Lelia (E: 1917, 20, 25, 26, 36, 41,

48, 50; 5629, 46, 47), Radovici Lia (idem), Rană Dan (E: 1926—29, 34, 39, 45, 48—50; 5644), Roşu Octavian (E: 1926, 29, 30, 34, 35, 41, 43, 45, 46; 5504, 29), Rusu Silvia (E: 1893, 16—18, 26, 29, 44, 48), Samoilă Şerban (E: 1920, 21, 22, 26, 34, 39, 48, 50; 5591, 604, 29, 46), Simileni Elena (E: 1924, 26, 29, 30, 45—49; 5624, 47), Simonis Maria (E: 1918, 25, 26, 36, 41, 45, 46, 48, 50; 5629, 46, 47), Socodol Mariana (E: 1920, 26, 36, 46, 48), Stănescu Olimpia (E: 1918, 26, 29—31, 36, 38, 41, 45—47), Teleagă Petru (E: 1917—21, 26, 27, 29; 5559, 91, 604), Tufiş Cornelia (E: 1918, 20, 26, 36, 41, 48, 50; 5629, 47). Cl. VIII. Gheorghiu Doina (5559, 93, 94, 604, 29, 46, E: 1929, 30, 32, 36, 45, 72). Cl. IX. Turlea Irina (5545, 46, 60, 63, 76, 91, 93, 604, 17, 24, 29). Cl. XI. **Andru Dorina** (5591, 600, 02, 04, 09, 15, 17—21, 24, 29—31, 37, 39, 41, 43—48, 52, 58, 60, 65—67, 69, 70, 73—76, 78, 80—83, 89, 701, 06). **Rujan Octavian** (5524, 43, 88, 90, 96, 97, 601, 03, 06, 12, 13, 16, 20, 23, 24, 27, 29, 30, 31, 34, 35, 37, 39—41, 43—47, 50—83, 85, 88, 91, 92, 701, 02, 04, 07, 10). Ş.m. 5. **Lusztig Gheorghe** (5543, 48, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 75, 76, 78, 79, 80, 81, 82, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 98, 99, 601, 02, 03, 04, 12, 13, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 30, 31, 33, 34, 36, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 46, 47, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 60, 61, 62, 64, 66—89, 91—94, 96—702, 06, 07, 10—12, P).

TULCEA. Ş.m. Cl. VIII. Conţescu Cristian (E: 1917, 18, 22, 31, 34, 44, 48, 50; 5591, 604, 29, 46). Cl. X. Bejan Vasile (5566, 91, 604, 12, 17, 29, 30, 44, 46, 48, 52, 57), Rosalimo Nicu (559, 600, 09, 12, 17, 19, 24, 29, 44—46, 48, 52, 57, 65). Sandu Lucian (5591, 94, 609, 12, 13, 19, 24, 29, 30, 44—46, 48, 52, 57). Cl. XI. Caliga Iulian (5552, 65, 66, 68—70, 74—77, 84, 91), Dinu Alexandru (5536, 37, 42, 50, 52, 56, 65, 66, 68, 74, 81, 84, 91, 602, 12, 13, 18, 24, 29, 37—39, 41, 44, 46—48, 53, 57, 58, 64).

VALEA LUNGĂ (Cricov). Şc. 8 ani. Cl. VI. Avramescu Elena (E: 1916, 17, 20—22, 25, 26, 28, 34). Cl. VII. Grigore Vasile (E: 1915, 18, 22, 31), Gurău Ştefan (E: 1916—18, 20—22, 25, 26, 28, 31), Şerban Maria (E: 1915, 17—22, 25, 26).

VATRA DORNEI. Ş.m.m. Cl. XI. Bodrug Claudia (5591, 602, 04, 06, 08, 09, 13, 15, 18, 21, 29, 37, 39, 41, 43, 44, 46, 47, 51, 52), Danielevici Constantin (5591, 602, 04, 13, 15, 18, 21, 37, 39, 41, 43, 44, 46, 52, 64).

VASLUI. Ş.m. Cl. VII. Focşe Mihaela (E: 1926, 34, 39, 41, 44, 46, 48, 50, 52—55, 61).

VĂLENII DE MUNTE. Ş.m.m. Cl. VIII. Dumitrescu Vasilica (E: 1920, 26—28, 31, 37, 43, 46—50; 5629), Mareş Georgeta (E: 1920, 22, 26, 28, 31, 34, 37, 43, 47, 48, 50; 5591, 629), Tudosie Victor (E: 1926, 34, 36, 38, 41, 43, 46, 47, 50; 5591, 604, 29, 44).

EVIDENŢIAŢI

Pînă la 20 aprilie 1963 s-au evidenţiat ca rezolvitori de probleme din G.M.F.-B, propuse în numerele 1—4/1963, din localităţile care încep cu iniţialele A—N, următorii:

1. **Zisu Ana** (cl. X ş.m. 34 Bucureşti), 2. **Bejancu Aurel** (cl. XI Novaci, Oltenia), 3. **Negoescu Gh.** (cl. XI ş.m. 20 Bucureşti), 4. **Rădulescu Dorin** (cl. VIII ş.m. 11 Bucureşti), 5. **Zisu N. Teodor** (cl. XI ş.m. 34 Bucureşti), 6. **Ciura Alexandru** (cl. XI ş.m. Baia de Arieş), 7. **Bejan Nicolae** (cl. XI ş.m. 1 Bacău), 8. **Boicescu Vlad** (cl. X ş.m. 4 Craiova), 9. **Matei Gheorghe** (cl. X ş.m. Moreni, Ploieşti), 10. **Ursulescu Florin** (absolvent Bucureşti), 11. **Pincas Iancu** (cl. XI ş.m. 1 Botoşani), 12. **Pătrugan V.** (cl. XI Lipova, Banat), 13. **Băltoiu Dumitru** (el. XI ş.m. Babadag), 14. **Witing Silviu** (cl. XI ş.m. 2 Botoşani), 15. **Şerban Saur** (cl. XI ş.m. 13 Bucureşti), 16. **Leibovici Valeriu** (cl. X ş.m. 34 Bucureşti), 17. **Crişan Victor** (cl. X ş.m. Aiud), 18. **Ghiorghioiu Liviu** (cl .X ş.m. Agnita), 19. **Olariu Ştefan** (cl. XI ş.m. 1 Arad), 20. **Costrei E.** (cl. X ş.m. Novaci), 21. **Acu Dumitru** (cl. XI ş.m. Năsăud), 22. **Brădişteanu Adrian** (cl. X ş.m. Mediaş), 23. **Filipoiu Alexandru** (cl. IX ş.m. 1 Buzău), 24. **Sacter Mauriciu** (cl. XI ş.m. 37 Bucureşti), 25. **Biscă Octavian** (cl. IX ş.m. 1 Craiova), 26. **Dodu Marian** (cl. XI ş.m. 2 Focşani), 27. **Lăzărescu Mircea** (cl. X liceul nr. 1 Lugoj), 28. **Mendelsohn Zephy** (cl. X ş.m. 1 Focşani), 29. **Vătui Dan** (cl. XI ş.m. 8 Bucureşti), 30. **Strebeli Ştefan** (cl. XI ş.m. 1 Baia Mare), 31. **Simpliceanu Virgil** (cl. X ş.m. Blaj), 32. **Sava Dan** (cl. IX ş.m. 1 Bucureşti), 33. **Tonceanu Dan** (cl. IX ş.m. 1 Bucureşti), 34. **Botez Dan** (cl. VIII ş.m. 17 Bucureşti), 35. **Pelteacu Ioan** (cl. X ş.m. 23 Bucureşti), 36. **Apostol Dan** (cl. X ş.m. Călăraşi), 37. **Şerb Ioan** (cl. IX ş.m. 1 Lugoj), 38. **Rusu Aurelian** (cl.

IX ş.m. 2 Craiova), 39. **Brad Cornelia** (cl. VIII ş.m. 1 Constanţa), 40. **Matei C. Ion** (cl. VIII ş.m. Moreni), 41. **Curatu Mihaela** (cl. VIII ş.m. 32 Bucureşti), 42. **Rusu Adrian** (cl. XI ş.m. 20 Bucureşti), 43. **Vătui Florin** (cl. VIII ş.m. 1 Braşov), 44. **Lăzărescu Vasile** (cl. IX ş.m. 2 Brăila), 45. **Oros Justin** (cl. X ş.m. 4 Bucureşti), 46. **Otopeanu Alexandra** (cl. VIII ş.m. 13 Bucureşti), 47. **Guţă Cristian** (cl. XI ş.m. 13 Bucureşti), 48. **Munteanu Mihai** (cl. X ş.m. 5 Braşov), 49. **Flondor Paul** (cl. X ş.m. 13 Bucureşti), 50. **Vălușescu Ilie** (cl. IX Bozovici, Banat), 51. **Ghiţescu Mircea** (cl. X liceul milit. Breaza), 52. **Ştefănescu S. Ion** (cl. IX ş.m. 1 Bucureşti), 53. **Staicu M.** (cl. X ş.m. Balş, Craiova), 54. **Bădună Mihai** (cl. XI ş.m. 1 Bucureşti), 55. **Mozes Ervin** (cl. XI ş.m. 3 Arad), 56. **Bulzan Tiberiu** (cl. XI ş.m. 3 Arad), 57. **Peleş Gheorghe** (cl. X ş.m. Năsăud), 58. **Costescu Ion** (cl. X ş.m. Haleş), 59. **Petrovici Cosma** (cl. XI ş.m. 1 Buzău), 60. **Rotaru Eugenia** (absolventă Cîmpina), 61. **Brad Dan** (cl. XI ş.m. 2 Cîmpina), 62. **Ciobanu Lucian** (cl. X ş.m. 3 Iaşi), 63. **Ploscaru Gabriel** (cl. VIII ş.m. 1 Lugoj), 64. **Gavrica Gh.** (cl. X ş.m. 4 Craiova), 65. **Tudoroniu Lucian** (cl. VIII ş.m. 1 Lugoj), 66. **Vlad Paul** (cl. X ş.m. Giurgiu), 67. **Haim Marcel** (cl. XI ş.m. 1 Iaşi), 68. **Ivanov Ilie** (cl. IX ş.m. Giurgiu), 69. **Largu Mihai** (cl. XI ş.m. 3 Iaşi), 70. **Milici Constantin** (cl. X liceul nr. 1 Lugoj), 71. **Luca Ion** (cl. X ş.m. 4 Constanţa), 72. **Şotcan Nicolae** (cl. X ş.m. 2 Cîmpulung Muscel), 73. **Popper Laurenţiu** (cl. VIII ş.m. 1 Cîmpina), 74. **Minea Eracle** (cl. XI liceul milit. Cîmpulung Moldovenesc), 75. **Vlad Alexandru** (cl. XI liceul milit. Cîmpulung Moldovenesc), 76. **Siegelstein Izidor** (cl. X ş.m. Năsăud), 77. **Obreja Vasile** (cl. X ş.m. Huşi).

Pînă la 20 aprilie 1963 s-au primit soluţii bune la problemele propuse în G.M.F.-B numerele 1, 2 şi 3/1963, de la:

ABRUD. **Ş.m. Horia, Cloşca şi Crişan.** Cl. VII. Cioflică A. (E: 1926, 30, 31, 35, 39, 41, 45, 48, 50, *52—55, 58, 57, 61).

ADJUD. **Şc. elem.** Cl. VI. Popescu Elena (E: 1926, 34, 41, 48, 50, 53, 55).

AGNITA. **Ş.m.** Cl. IX. Ştefănescu Dan (5535, 91, 604, 19, 24, 29, 44, 46, 47, 62, 69, 74, 77, 81, 83, 88, 89, 701, 06, 08). Cl. X. **Gheorghioiu Liviu** (5521, 52, 84, 88, 91, 600, 04, 06, 08, 09, 11, 15, 19, 21, 24, 29, 43—48, 51, 52, 54, 56, 59, 60, 62, 65, 66, 69, 70, 74, 77—79, 81—83, 88, 89, 701, 05, 06, 08, 10).

AIUD. **Ş.m. Avram Iancu.** Cl. X. **Crişan Victor** (5637, 54, 55, 57, 58, 60, 62—85, 88, 91, 92, 97—99, 704—08, 10). Cl. XI. Bîrliţiu Dan (5591, 600, 04, 12, 13, 20, 29, 38, 39, 41, 67—69, 71, 73, 74, 80—82, 89, 701, 06), David Tiberiu (5561, 65, 66, 68, 84, 91, 612, 13, 17, 18, 20, 29, 39, 41, 64), Moise Ştefan (5590—92, 94, 600, 04, 09, 12, 13, 17, 19, 24, 29, 44, 46, 47, 52).

ALBA IULIA. **Şc. elem. nr. 1.** Cl. VII. Dărămuş Aurica (E: 1918, 26, 28, 41, 48, 50; 5591, 629, 47).

Ş.m. Horia, Cloşca şi Crişan. Cl. XI. Bîrlogeanu Dan (5991, 06, 18, 21, 24, 29, 39, 41, 44, 50, 53, 56, 71, 73, 77, 78, 80, 82, 88, 95), Lazăr Marcel (5591, 15, 22, 29, 52, 64—66, 68—70, 73, 75, 77, 78, 80, 82, 83, 89, 701, 06).

ALEŞD (Crişana). **Ş.m.** Cl. VIII. Bacs Andrei (E: 1926, 27, 31, 34—36, 41, 45—48, 50, 52, 54, 58, 61; 5591, 629, 44).

ANINA. **Ş.m.** Cl. VIII. Miloiu Livia (E: 1926, 34, 35, 37, 39, 41, 43, 45, 46, 48, 50; 5604).

ARAD. **Şc. elem. nr. 1.** Cl. V. Miclăuş Călin (E: 1940, 43, 45, 48, 50, 60, 61). Cl. VI. Lucuţa Petru (E: 1926, 34, 36—38, 40, 44—47, 57; 5687, 88, 89). Cl. VII. Savici Ludovic (E: 1947, 50—52, 54, 57—59).

Ş.m. 1 Ion Slavici. Cl. VI. Iliescu Radu (E: 1926—28, 34—36, 39—41, 43, 47, 49). Cl. VIII. Ciurea Mirela (E: 1917, 18, 21, 26, 36, 41, 43, 48—50; 5604, P). Cl. XI. **Olariu Ştefan** (5541, 44, 45, 61, 74, 75, 83, 88—92, 94, 97—606, 08—10, 12, 13, 16—20, 22, 24—27, 29—31, 33, 37—39, 41, 43—47).

Ş.m. 2 Olga Bancic. Cl. VI. Achim Otilia (E: 1928, 37, 41, 44, 48, 50, 59), Urlea Dan (idem), Cl. XI. Nadray Eva (5624, 29, 38, 44, 46, 52, 69, 70, 77, 78, 80, 83).

Ş.m. 3. Cl. X*). Ardeu Mariana (5591, 94, 608, 24, 25, 29, 42, 44, 48, 51, 52, 651), Cacioara Angela (5594, 608, 09, 24, 25, 29, 46—48, 51, 52), Gonţea Carmen (5594, 608, 09, 24, 25, 29, 44, 47, 48, 51, 52, 65), Roventa Eugen (5591, 94, 600, 04, 08, 15, 17, 19, 21, 22, 24, 25, 29, 30, 44, 46, 48, 51, 52, 56, 60, 69, 74, 77, 78, 83, 701, 06), Quitt Rodion (5591, 604, 08, 21, 29, 44, 47, 51, 52, 77, 78, 83, 88, 701, 06, 10).

Cl. XI. **Bulzan Tiberiu** (5588, 91, 601, 02, 04, 09, 15, 17—19, 21, 24, 29,

*) Mulţi elevi din această clasă au copiat unul după altul.

38, 39, 41, 44, 58, 60, 64, 66, 68—70, 73—75, 77—83, 706), **Mozes Ervin** (5588, 91, 604, 09, 11, 15, 17—19, 21, 24, 29, 39, 41, 44, 46, 51, 52, 56, 58, 60, 66, 69—71, 73—75, 77—83, 88, 89, 706, 08).

Centrul agricol şcolar. Anul II. Isac Ştefan (5676—78, 82, 83, 85, 88, 89, 95, 701, 03, 06, 10).

BABADAG. **Ş.m.** Cl. XI. **Băltoiu D.** (5590, 91, 94, 95, 604, 12, 13, 15, 17—20, 22, 24, 27, 29, 31, 33, 37, 39, 41, 43, 46, 52, 53, 55, 56, 58—61, 64, 66, 67, 69—71, 73—83, 85, 88, 89, 91, 92, 701, 06, 07, 19).

BACĂU. Student Ţifui Ştefan (5589, 90—94, 97, 601—04, 12, 13, 15—20, 23, 24, 29, 38, 39, 41, 43, 46, 58, 60).

Ş.m. 1 George Bacovia. Cl. X. David Tănase (5591, 604, 15, 29, 43, 44, 46, 47, 66, 71, 76, 78, 81, 83, 89, 706), Eckstein Martha (5591, 612, 24, 29, 31, 43, 46, 70, 71, 88, 706), Făinaru Bruno (5590, 91, 604, 15, 19, 24, 29, 43, 44, 46, 47, 52, 66, 69, 71, 79, 81, 88, 89, 704, 06, 07). Cl. XI. **Bejan Nicolae** (5591, 93, 94, 600—02, 04, 09, 13, 15—21, 24, 27, 29, 35, 37—39, 41, 43, 44, 46, 47, 52—54, 56, 60, 62, 64—83, 87—89, 92, 701, 06, 08, 10), Herşcu Adrian (5591, 624, 29, 31, 36—41, 43, 44, 47, 51—54, 58, 60, 62, 83, 88, 92, 702, 08), Olga Ioan (5637—39, 41, 66—71, 73—75, 77—83).

Ş.m. 2. Cl. VIII. Cosma Boris Aurel (E: 1927, 30, 31, 36, 38, 43, 46, 50, 52, 58; 5591, 604, 24, 29, 46, 88, 89, 706), Ionescu Lucia (E: 1946, 48, 58, 61; 5591, 604, 24, 29, 44, 46, 47).

Ş.m. 3. Cl. VIII. Corneliac Stelian (E: 1926, 28, 34—36, 39, 41, 48, 50, 55, 56, 60, 61, 63; 5591, 604, 29).

Ş.m. 4. Cl. VI. Corneliac Vladimir Lucian (E: 1926, 28, 39, 41, 48, 50, 55, 60).

BAIA DE ARIEŞ. **Ş.m.** Cl. XI. **Ciura Alexandru** (5591, 92, 94, 98, 600—02, 04, 09, 12, 13, 15, 17—19, 24, 27, 29, 30, 33, 37—39, 41, 43, 44, 46—48, 52, 54, 58, 60, 63—84, 88, 89, 91, 92, 701, 06, 07, 710).

BAIA MARE. **Şc. elem. nr. 5.** Cl. VI. Buduru Anghel (E: 1926—28, 34, 35, 37, 39, 43).

Ş.m. 1. Cl. VIII. Răfan Salomeia (E: 1917—19, 22, 24, 30, 31, 36, 43, 46, 48, 50; 5591). Cl. XI. Cioltea Valer (5561, 63, 66, 68, 73, 84, 91, 94, 600—02, 04, 12, 13, 15, 18—20, 24, 29, 38, 39, 41, 44—46, 52), Dieneş Aron (5550, 51, 60, 61, 65, 68, 84, 91, 95, 602, 04, 12, 15—19, 21, 24, 39, 41, 44, 46, 52), Ilieşu Florin (5541, 44, 51, 59, 65, 66, 73, 84, 602, 15, 18, 19, 24, 39, 41, 44, 47, 66, 69, 70, 71, 73, 74, 76—80), Isky Ivan (5550, 51, 60, 61, 65, 68, 84, 91, 95, 602, 04, 12, 15, 17—19, 21, 24, 38, 39, 41, 44, 46, 52), **Strebeli Ştefan** (5588, 91, 602, 06, 09, 10, 15, 17, 19, 21, 24, 29, 41, 43, 44, 46, 47, 51, 52, 56, 59, 62, 65, 66, 69, 70, 71, 76—83, 88—90, 701, 05, 06, 10).

Ş.m. 3. Cl. VIII. Herşcovici Abraham (E: 1926, 30, 34, 39, 41, 45, 46, 48, 50; 5591, 604, 29, 46), Pop Livia (E: 1918, 21, 22, 24, 46, 48, 50; 51; 5566, 91, 604, 29, 44, 46, 88, 89, 91, 706), Radu Mircea (E: 1927, 34, 39, 41, 45, 48, 60; 5591, 604, 29, 44, 46).

BAIA SPRIE. **Ş.m. 1.** Cl. X. Stuparu N. (5553, 91, 615, 17, 19, 29, 35, 44, 52, 56, 59, 62, 65, 66, 70, 76, 78, 79, 83, 88, 89, 701, 06, 10).

BAICOI. **Ş.m.** Cl. IX. Babone Gh. (5591, 617, 19, 29, 44, 46, 49, 69, 74, 81, 87—89, 91, 706, 10), Popescu Alexandru (5591, 604, 19, 29, 45—47, 87—89, 706).

BALŞ (Oltenia). **Ş.m.** Cl. X. **Staicu M.** (5591, 99, 604, 12, 15, 17, 19, 24, 29, 44, 46—48, 52, 56, 59, 60, 65, 66, 69, 70, 71, 74, 77—79, 81, 83, 87—89, 91, 95, 701, 06, 07, 10, P), Voiculescu Florin (5647, 66, 69—71, 74, 77—79, 81, 83, 88, 710). Cl. IX. **Frăţilă Elena** (5591, 601, 04, 12, 13, 15, 29, 38, 39, 41, 69, 71, 73, 88, 701).

BEIUŞ. **Ş.m. 1.** Cl. VIII. Gavruţă Teodor (E: 1926, 31, 36, 46—48, 50; 5591, 604, 29, 46, 47).

Ş.m. 2. Cl. IX. Leuca Moise (5541, 51, 59, 91, 610, 29, 44—48, 74, 77, 88). Cl. XI. Dem. Ecaterina (5591, 612, 20, 24, 29, 39, 41, 53, 60, 66, 67, 69, 75, 706).

BISTRIŢA. Absolvent Verveagă T. (5598, 601, 16, 18, 29, 38, 39, 41, 43, 44, 46, 57, 58).

Ş.m. Cl. VIII. Fucă Sergiu (E: 1927, 31, 32, 34, 35, 39, 41, 42, 46, 47, 51, 52; 5604, 08). Lupşa Nicolae (E: 1922, 24, 26—28, 31, 35, 41, 43, 45, 46, 48; 5647, 66), Mizaşteanu Dorel (E: 1920, 32, 36, 38, 47, 48, 57; 5591, 604, 29, 44, 46, 88, 89), Puşcaşiu Octavian (E: 1926—28, 30, 32, 34—39; 5591, 604). Cl. IX. Titieni Remus (5591, 604, 19, 24, 29, 44, 46—48, 74, 77, 83). Cl. X. Gherasim Victor (5592, 615, 17, 19, 65, 77, 78, 83, 89, 91, 701, 06, 10), Holban Petru Constantin (5608, 17, 19, 22, 24, 29, 39, 41, 44, 46, 47, 52). Rusu Alexandru (5567, 604, 06, 08, 10, 12, 21, 29, 44, 46, 48, 52). Cl. XI. Bădiu Mircea (5591, 602, 04, 09, 18, 21, 24, 29, 38, 39, 41, 44, 47, 52), Buta Adrian (5601,

04, 09, 12, 20, 21, 31, 38, 44, 60, 62, 64, 66, 69, 70, 72—75, 78—80, 83, 92, 701, 06), Buta Grigore (5591, 94, 604, 12, 17, 19, 24, 29, 44, 46, 47, 53, 60), Cudric Leon (5594, 601, 15, 17, 18, 20, 24, 37, 38, 47, 60, 66, 69, 72—75, 78, 80, 82, 83, 88, 89, 92, 701), Feurdan Petru (5588, 91, 601, 02, 04, 09, 12, 15—22), Puşcaşu Anton (5588, 90, 91, 600—02, 04, 08, 09, 11—13, 15—18, 20, 21, 24, 29, 38, 39, 41, 45—47, 51, 52, 66, 69—75, 78, 82, 83), Sîrbu Ştefan (5591, 602, 04, 12, 13, 17—19, 24).

BIRLAD. Ş.m. 2. Cl. VIII. Agafiţii Alexandrina (E: 1928, 36, 37, 43, 46—48, 51, 54—58; 5604, 24, 29, 46, 47, 87, 88), Aur Magda (E: 1926, 28, 34—36, 39, 45, 48, 50, 57, 58, 61, 62; 5591, 604, 29, 46), Badea Lori (E: 1941, 44—48, 50, 53, 55, 57, 58, 61; 5624, 27, 29, 44, 46, 47), Felea Victor (E: 1929, 30, 41, 45, 46, 48, 50, 53—55, 57, 58, 61; 5629, 46, 47, 89, 706), Goldstein Remus (E: 1926, 28, 32, 36, 41, 43, 45, 46, 48, 50, 57, 58, 61; 5591, 46, 47, 88), Kahane Hemi (E: 1926, 28, 30, 32, 34, 36, 41, 43, 45, 46, 48, 50; 5591, 604, 29), Poghirc Lucia (E: 2926, 34, 36, 39, 45, 46, 48, 50, 57, 58, 61; 5629, 46, 47, 88), Postăvaru Elena (E: 1926, 34, 35, 36, 39, 41, 46, 48, 50, 57, 58, 61; 5591, 604, 29, 46, 47), Sapşa Fredy (E: 1920, 23, 26—30, 32, 34, 36, 39, 41, 43, 46, 48, 50, 52, 56—58, 61; 5591, 604, 24, 29, 46, 47, 88), Stan Alexandru (E: 1915, 17—22, 24—26, 32, 34, 36, 39; 5559, 604), Steinberg Sebastian (E: 1928—30, 39, 41, 45, 48, 50, 52, 56—58, 61; 5604, 24), Titu Laurenţiu (E: 1926, 34, 35, 39, 48, 50, 57, 58, 61; 5604, 29, 47), Ursache Marcela (E: 1926, 28, 34, 35, 39, 41, 46, 48, 50; 5604, 29, 46, 47). Cl. IX. Froimovici Schaia (5591, 604, 19, 24, 29, 44, 46, 47, 53, 69, 74, 79; 5681, 88). Complexul şcolar. Cl. VIII. Ciobotaru Maria (E: 1915, 18, 22, 29—31, 36; 5560, 604), Darie Constantin (E: 1920, 34, 36, 41, 43, 46—48, 50; 5591, 604, 29), Dumitru Dănuţ (E: 1909, 13, 14, 19, 22, 26, 31, 34, 39; 5591, 604), Florea Maria (E: 1951, 53, 55, 56, 58, 59, 61; 5646, 88, 89, 706), Hîncu Mircea (E: 1915, 17, 19, 21, 22, 24, 26, 30, 31, 34, 46; 5560, 91, 629, 46), Panainte Gheorghe (E: 1927, 41, 43, 46—48, 50, 58; 5629, 44, 46, 88), Postolache Marilena (E: 1910—12, 18, 25, 29, 30, 32, 35, 46, 47, 50; 5604), Stoleru Liviu (E: 1941, 43, 46—48, 50; 5591, 604, 29, 41, 88, 89). Cl. IX. Mocanu Victor (5566, 91, 604, 17, 19, 29, 44, 46, 74, 81, 88, 706), Segall Sergiu (5591, 604, 19, 24, 29, 44, 47, 53, 69, 78, 81), Vicol Romel (5591, 601 04, 19, 24, 29, 46, 47, 69, 74, 81, 83, 89), Viuleţ T. (5552, 64, 91, 94, 604, 19, 24, 29, 53). Cl. X. Boidache Gavrilă (5545, 53, 55, 62, 67, 77, 80, 83, 91, 93, 604, 09, 29, 46), Chirică Iachi (5562, 66, 77, 91, 98, 604, 12, 15, 19, 22, 24, 29, 46), Mandeş Silviu (5544, 58, 67, 91, 604, 15, 24, 29, 43, 44, 47, 52, 66, 78, 83, 701). Cl. XI. Aron Marian (5602, 18, 39, 41, 67, 70, 73, 74, 75, 80, 81, 92).

BLAJ. Ş.m. I. Mureşan. Cl. X. Simplăceanu Virgil (5406, 07, 09, 15, 22, 24, 90, 91, 600, 01, 04, 08, 10, 11, 15, 19, 24, 27, 29, 38, 43—47, 53, 56, 60, 66, 69, 74, 77, 78, 81—83, 88, 89, 701, 06—08, 10), Stremţeanu Nicolae (P).

BOCŞA. Ş.m. Cl. VIII. Cănuăzan Benone (E: 1918, 19, 23—26, 29, 36, 46). Cl. IX. Bocşan Gheorghe (5591, 624, 25, 29, 30, 46, 55, 60, 69, 74, 79, 81, 85, 89, 701, 06).

BOTOŞANI. Ş.m. 1. A. T. Laurian. Cl. VII. Baciu Anuţa (E: 1917, 18, 20, 28, 34, 36, 39, 43, 47, 48). Cluci Ioan (E: 1917, 18, 26, 30, 32, 34, 39, 45, 46), Constantinescu Viorica (E: 1915, 17, 18, 20, 26, 28, 29, 31, 32, 34, 39, 47), Cozma Nadia (E: 1917, 18, 28, 36, 46, 48), Petrovici Ionel (idem), Sim Iţic Toni (idem), Stoian Gheorghe (E: 1917, 18, 26, 30, 32, 34, 45, 46). Cl. VIII. Bocşăneanu Sergiu (E: 1930, 31, 41, 45, 46, 48, 50; 5591, 604, 29, 44, 89). Cl. IX. Artiman Aneta (5588, 609, 11, 21, 29, 50—52, 77, 78, 83, 95, 705), Segal Sorin (5591, 94, 604, 19, 29, 46, 60, 74, 77, 79, 81, 88, 89). Cl. X. Dîrvan Pavel (5591, 600, 04, 21, 29, 43, 44, 46, 47, 51, 52, 66, 76—78, 83, 89, 701, 705) (în viitor, pentru a vi se publica rezolvările e necesar să scrieţi şi textul enunţului problemei respective); Pincu Joseph (5588, 609, 21, 66, 74—81, 83, 88, 701, 06), Segal Gamliel (5588, 91, 604, 09, 15, 17, 19, 21, 22, 24, 29, 43, 44, 46, 47, 51, 52, 60, 66, 69, 71, 74, 78—81, 83, 88, 89, 706, 08). Cl. XI. Segal Talic (5565, 84, 639, 41, 55, 69, 70, 74, 75, 78, 80, 82, 83), Pincas Iancu (5561, 74, 88, 90—94, 98, 600, 02, 04, 09, 12, 13, 15, 17—20, 22, 24, 27, 29, 30, 37, 39, 41, 43, 44, 46—48, 52, 58, 60, 63, 64, 66—71, 73—83, 88, 89, 92, 701, 06, 10).

Ş.m. 2. Mihail Eminescu. Cl. IX. Cohn Nomy (5591, 604, 22, 24, 29, 46, 60, 69, 74, 79, 81, 88, 89, 706). Cl. XI. XI. Witing Silviu (5434, 39, 46, 56, 61, 63, 77—79, 82, 90, 94, 95, 588, 90, 91, 600, 01, 02, 13, 18, 24, 29, 39, 41, 43, 44, 46, 48, 52, 53, 58, 60, 63,

64, 66—83, 88, 92, 701, 06, 08, 10), Wald Renée (5591, 604, 29, 46, 47, 69, 78, 80, 88, 89, 701, 706, 07).

BOZOVICI (Banat). **Ş.m.** Cl. IX. Miloi Alexandru (5591, 604, 15, 17, 24, 29, 44, 46, 48, 66, 74, 89), **Valuşescu Ilie** (5541, 44, 51, 52, 58, 59, 64, 66, 67, 83, 91, 94, 604, 08, 10, 15, 17, 19, 24, 26, 27, 29, 44—48, 51—53, 56, 58—60, 62, 65).

BRAD. **Ş.m. Avram Iancu.** Cl. VIII. Fornade Corneliu (E: 1940—48, 50; 5624, 27, 29, 44, 46—48).

BRAŞOV. Abrudan Viorel (student) I.M.B. (5666, 69—72, 74, 75, 77, 78, 80—83, 88, 89, 92, 701, 06).

Şc. elem. 3. Cl. VI. Corniciuc Mircea (E: 1915, 19—22).

Ş.m. 1. Cl. VIII. **Vătui Florin** (E: 1926—50, 53, 72; 5591, 604, 08, 24, 27, 29, 44, 46—48, 88). Cl. IX. Bătătorescu Cristina (5588, 91, 93, 94, 604, 06, 08, 10, 24, 25, 29, 44, 47, 710). Cl. IX. Zsido Gyorgy (5508, 12, 23, 26, 31, 35, 36, 41, 44, 51, 59, 60, 62—64). Cl. X. Coşuleţ Dan (5591, 92, 94, X95, 98, 99, 604, 06, 08, 09, 12, 15). Cl. XI. Zsido Laszlo (5510, 13, 14, 17, 21, 22, 24, 25, 27, 45, 49, 52, 56, 64).

Ş.m. 3. Cl. XI. Butnaru Alina (5591, 93, 94, 601—04, 08, 12, 13, 15, 17—20), Pavalache Alecu (5591, 93, 94, 602—04, 08, 12, 13, 15, 17—19).

Ş.m. 5. Unirea. Cl. X. **Munteanu Mihai** (5594, 98, 600—03, 17—22, 24, 25, 27, 29, 31, 38, 39, 41, 43—45, 47, 52, 53, 56, 60, 62, 65, 69, 74, 76, 78—80). Cl. XI. Munteanu Mircea (5590, 91, 93—95, 98, 600—04, 06, 08—10, 12, 13, 15—22, 24, 25, 27, 29, 31, 38, 39, 41, 44—47, 52, 62).

BRĂILA. Tehnician Onofrei Grigore (5591, 641, 42, 56, 66, 77, 82, 89, 731). **Ş.m. 1.** Cl. VIII. Băiaşu Mariana (E: 1939, 41, 43, 46—48, 50; 5591, 604, 29, 44, 46), Mosescu Marian (E: 1929, 35, 41, 43, 46, 48, 50; 5591, 604, 29, 44, 46, 56), Pavel Flofteia (E: 1928, 29, 33, 35, 41, 43, 46, 48, 50; 5591, 604, 29, 44, 46). Cl. IX. Tudorache Radu (5541, 44, 51, 59, 66, 67, 84, 91, 604, 08, 29, 44, 46, 48, 56, 59, 63). Cl. X. Anghel Elena (5591, 604, 24, 29, 46, 48, 52, 77, 78, 83, 88, 89, 701, 06), Pîrvu Teodor (5591, 604, 09, 24, 29, 46—48, 52, 66, 78, 83, 89, 701). **Ş.m. 2 Nicolae Bălcescu.** Cl. VIII. David Gicu (E: 1926, 28, 31, 39, 41, 43, 46—48, 50; 5591, 604, 29), Georgescu Luminiţa (E: 1928, 34, 36, 39, 41, 46, 48, 55, 58; 5591, 604, 29), Hadîrcă Livia (E: 1926, 28—31, 34, 35, 38, 39, 48, 50), Horneţ Aurel (E: 1926—28, 31, 34, 39, 46—48, 50; 5591, 604, 29, 47), Leu Stan (E: 1926, 28, 31, 34, 36, 39, 41, 43, 46—48, 50; 5591, 604, 29), Manea Aurel (E: 1934, 36, 41, 43, 46, 48, 50, 53; 5591, 604, 29, 47), Mehr Rony (E: 1915, 17—19, 21, 22, 25—27, 31, 34; 5629), Mihalcea Mihaela Doina (E: 1928, 34, 39, 41, 46, 48, 50, 55, 56, 58, 61; 5604, 29), Smeu Traian (E: 1917, 22, 26, 28, 34, 39, 41, 48, 50; 5591, 604, 29), Taflaru Liliana (E: 1926, 28, 34, 36, 39, 41, 46, 55, 58, 61; 5591, 604, 29). Cl. IX. Frangu Octavian (5541, 51, 60, 64, 73, 91, 93, 94, 600, 04, 06, 10, 12, 15, 17, 19, 24, 27, 29, 44), **Lăzărescu Vasile** (5541, 64, 91, 94, 95, 604, 06, 09, 10, 12, 15, 17, 19, 24, 29, 44, 46, 47, 51—53, 56, 59, 60, 62, 65, 66, 69, 74, 77, 78, 81—83, 88, 89, 91, 95, 701, 05, 06). Cl. XI. Dragotescu Doina (5601, 02, 04, 09, 15, 17, 18, 21, 29, 37, 39, 41, 46, 69, 72, 73, 80, 701), Surdeanu Ştefan (5591, 602, 04, 18, 29, 39, 41, 46, 60, 73—75, 80). **Ş.m. 3.** Cl. VIII. Antofi Georgeta (E: 1917, 19—22, 26—28, 30, 34, 36, 39), Bibicu Maria (E: 1918, 19, 21, 22, 26—28, 34, 41, 48, 50; 5591), Constantin Mariana (E: 1926, 28, 34—36, 39, 41, 43, 44, 46, 48, 50), Gordan Gabriel (E: 1917, 20—22, 26, 39, 43, 46, 50; 5591, 29, 47), 47), Martinescu Nicu (E: 1926—28, 30, 31, 34, 39, 48, 50; 5591, 604, 29), Mihail Elena (E: 1919, 20, 22, 26, 30, 36, 46—48, 50; 5591, 604), Ştefănescu Mihail (E: 1926, 34, 39, 41, 43, 45—48, 50; 5591, 629), Teodorescu Cristian (E: 1918, 19, 22, 26, 34, 39, 41, 48, 50; 5591, 629, 46). Cl. X. Amorţilă Dinu (5591, 604, X09, 17, 19, 24, 29, 44, 46, 47, 52, 60, 69, 74, 78, 79, 83, 701), Ciuraru Ana (5551, 91, 600, 04, 09, 17, 24, 29, 46, 47, 51, 52), Grumberg Rodica (idem), Schweitzer Selma (5551, 91, 600, 04, 09, 17, 24, 27, 29, 33, 44, 46—48, 51, 52, 60, 66, 69, 74, 77, 78, 81, 83, 88, 701, 06), Tudor Anghel (5551, 91, 600, 04, 09, 17, 24, 29, 33, 46, 48, 52, 66, 69, 74, 76—79, 81, 82, 88, 89, 701, 05, 06). Cl. XI. Balta Emi (5566, 68, 73, 74, 83, 602, 04, 09, 15, 39, 41, 46), Cazacu Elena (5565, 66, 91, 602, 04, 18, 29, 31, 39, 41, 46, 62), Drăguţ Adriana (5543, 45, 66, 68, 73, 74, 84, 91, 602, 04, 20, 29, 39, 46), Păun Cecilia (5545, 66, 68, 73, 74, 84, 91, 602, 03, 09, 29, 39, 46). **Ş.m. 4.** Cl. VIII. Abramovici Liviu (E: 1917, 35, 41, 43, 46, 48, 50; 5563, 604, 29, 46, 47), Balaban Dumitru (E: 1926—28, 30, 31, 34, 35, 39, 45, 46, 48, 50, 58, 59, 61, 91, 604), Belciu Cornel (E: 1927, 31, 34, 36, 39, 41, 46, 48, 50; 5591, 629, 46), Dimcev Ni-

colae (E: 1918, 22, 31, 35, 45, 48, 50; 5591, 604, 29, 44, 47), Frunză Gheorghe (E: 1926, 27, 31, 34, 36, 39, 41, 46—48, 50; 5591, 629), Grigore Viorel (E: 1922, 30, 31, 45, 47, 48, 50; 5591, 629, 44, 46, 47), Nica Rodica (E: 1926, 31, 34, 35, 39, 46, 48, 50; 5604, 29, 46, 56), Stoian Ion (E: 1922, 26, 28, 31, 39, 41, 46—48, 50; 5591, 629). Cl. IX. Săraru Fănică (5591, 600, 04, 29, 46, 47, 53, 60, 65, 69, 74, 701, 06). Cl. X. Aleca Marcel (5591, 604, 09, 15, 24, 29, 46, 47, 52, 65, 75, 78, 83, 701). Cl. XI. Rîşnoveanu Mariana (5591, 602, 12, 13, 18, 20, 24, 39, 41, 66, 68, 75, 79—81).

BREAZA. **Liceul militar Dimitrie Cantemir.** Cl. X. China Nicolae (5549, 52, 53, 55, 56, 59, 60, 62, 91, 604, 09, 21, 24, 44, 46, 52), Gheorghe Anton (5621, 26, 51, 69, 70, 74, 77—79, 81, 83, 88, 89, 701, 05, 06), **Ghiţescu Mircea** (5549, 51, 53—55, 63—66, 69, 90—93, 600, 03, 04, 09, 12, 13, 17, 19, 24, 27, 29, 30, 33, 38, 43, 44, 46, 47, 50—52, 54, 55), Kakos Kalman (5591, 93, 600, 04, 09, 12, 24, 27, 29, 44, 46, 47, 50, 52), Moiseev Virgil (5545, 52, 53, 55, 56, 60, 63, 91, 604, 09, 21, 24, 29, 44, 46, 52), Popon Dumitru (5549, 52, 53, 55, 56, 60, 91, 604, 09, 21, 24, 29, 44, 47, 52), Rotaru Ioan (5551, 53—55, 63, 64, 66, 90, 92, 93, 600, 03, 04, 09, 12, 24, 29, 46, 47, 50).

BUCUREŞTI. **Şc. elem. 8** cl. VII. Cruceanu Ioana (E: 1921, 31, 34, 41, 44, 47, 48). **Şc. elem. 23.** Cl. V. Petrescu Roxana (E: 1920, 21, 26, 34, 39, 41, 53, 55, 60). Cl. VI. Petrescu Corneliu (E: 1934, 41, 43—45, 47, 48, 50). **Şc. elem. 26.** Cl. V. Rădulescu Florinela (E: 1926, 34, 35, 40, 43, 45, 53, 55, 56, 61). Cl. VI. Popescu Vladimir (E: 1927, 28, 34, 35, 37, 39, 41, 44, 45, 47, 48, 50). **Şc. elem. 71.** Cl. V. Mahalniski Andrei (E: 1926—28, 34, 37, 39, 41, 48, 50). **Şc. elem. 73.** Cl. VI. Einschenk Mira (E: 1926, 28, 34, 39, 41, 53—56, 59, 61). Cl. VII. Avrámoiu Valentin (E: 1951—57, 61: 5678, 83, 87, 88, 89). **Şc. elem. 81.** Cl. VII. Nicolescu Ivona (E: 1917—19, 22—25).

Şc. elem. 95. Cl. VI. Tiner Ernst (E: 1926—28, 34, 35, 37, 39—45, 47, 48, 50, 53—56, 59—63). **Şc. elem. 171.** Cl. VII. Ionescu Sorin (E: 1912 19, 34, 39, 41, 47, 48). **Centru şcolar construcţii.** Nanu Ion (E: 1915, 17, 20, 27, 34, 39, 41, 52, 55, 58, 61, 62), Vasile M. Ioan (conductor auto IRTA) (E: 1926—28, 30, 31, 34, 36, 37, 51, 52, 54—58, 61; 5591, 604), Drăgan Marin (tehnician IOR) (5565, 66, 84, 91, 94, 615, 17, 19, 21, 22, 24, 43, 46, 52).

Student Stancu M. Ion (5624, 25, 27, 29, 30, 35, 37—41, 43, 44, 46—48, 52, 56, 58—83, 85, 87—89, 91—93, 96, 98, 701, 02, 06, 07, 10, 20, 21), **Stan Dumitru** (IPB) (5535—38, 42, 50—56, 59—62, 64—66, 68—70, 72, 76, 77, 80, 82, 91, 93, 94, 600, 01, 04, 12, 13, 15), Popescu Domiţian (Fac. fizică) (5537, 38, 42, 45, 50—52, 54, 55, 58—77).

Ş.m. 1 N. Bălcescu. Cl. VIII. Cercel Liviu (E: 1915, 18—22, 26, 27, 35, 41—44, 46—48, 50, 52, 54, 56, 58—61, 64—71, 73; 5591, 604, 29, 44, 46, 47, 706, 42, P). Cl. IX. Andrei Romulus (5591, 604, 19, 24, 29, 46, 60, 69, 74, 76, 81, 88, 89), Briceag Doina (5594, 621, 29, 45, 47, 52, 62, 64, 77, 78, 97, 706), Constantinescu Ion (5662, 78, 95, 706, 24, 26, 27, 29, 30, 53), Mihăilescu Simona (5591, 604, 08, 17, 19, 24, 29, 44, 46, 47, 53, 60, 69, 74, 77, 79, 81, 88, 89, 706), Flamaropol Maria (5559, 73, 84, 91, 604, 19, 22, 79, 87, 88, 89, 701, 06), Ionescu Liviu (5662, 78, 95, 701, 13, 16, 17, 24—27, 29, 30, 53), Popa Mihaela (5678, 95, 701, 06, 13, 17, 29, 30, 31, 46, 53), **Sava Dan** (5591, 94, 600, 04, 06, 08, 10, 15, 19, 21, 24, 27, 29, 30, 44—48, 51—53, 56, 59, 60, 65, 66—69, 74, 77—79, 81, 83, 85, 88, 89, 95, 701, 05, 06, 08, 10), Sgîndar Magdalena (5668, 69, 74, 78, 710, 13, 16, 17, 26, 27, 29, 30), Constantinescu M. Basarab, (5604, 19, 24, 27, 43, 44, 46, 74, 76, 78, 88, 89), Din Ion (5590, 93, 627, 78, 83, 85, 88, 701, 10, 16, 25, 26), Luca Nicolae (5604, 17, 19, 25, 27, 53, 69, 79, 89, 716, 25, 26), Stan Liliana (5591, 94, 600, 04, 08, 15, 17, 19, 21, 24, 27, 29, 30, 44), Tăpîrdea Eugen (5546, 53, 610, 30, 65, 74, 77, 81, 88, 701, 10, 16, 25). Weiss Rodica (5646, 78, 83, 95, 701, 06, 13, 16, 17, 24—27, 29—31, 53), **Ştefănescu Sabba Ion** (5541, 44, 51—54, 56, 59, 60, 62—64, 66, 67, 69, 76, 91, 94, 600, 04, 06, 08, 10, 15, 17, 19, 24, 27, 29, 30, 44—48, 56, 59, 65), Teodorescu Adriana (5604, 09, 21, 45, 46, 52, 62, 69, 76—78, 83, 84, 88, 89, 703). Cl. X. Baillavoine M. (5635, 38, 43, 46, 53, 54, 57, 50, 55, 59—71, 74, 81), Colban Mihai (5624, 29, 43, 44, 46, 47, 52, 65, 66, 74, 77—79, 81—83, 88, 89, 701, 06, 10, 13, 15—17, 20, 24—31, 33, 39, 40, 42, 43, 66), Guttmann Teodor (5624, 29, 44, 46, 51, 52, 53, 88, 701, 02, 06, 07), Suhaci Adrian (5635, 38, 43, 46, 53, 54, 57, 60, 66, 69—71, 74, 81). Cl. XI. **Bădună Mihai** (5561, 65, 600, 02, 10, 18, 24, 29,

37, 39, 41, 44, 46, 47, 52, 56, 58, 59, 66—75, 77—83, 701, 06).

Ş.m. 2. Cl. X. Năstase Georgeta (5591, 615, 29, 46, 47, 51, 62, 77, 78, 80, 83, 701). Ş.m. 3. **Ion Neculce.** Cl. VI. Nicolescu Nicolae (E: 1920—22, 28, 34, 39, 41, 43, 44, 50). Cl. XI. Popescu Radu (5591, 94, 604, 08, 17, 19, 24, 29, 44, 46, 48, 58, 65, 69, 74), Teodorescu Dumitru (5591, 94, 604, 17, 24, 29, 44, 46, 47, 69, 88, 89). Ş.m. 4 **Aurel** Vlaicu. Cl. VIII. **Anastasiu Julieta** (E: (E: 1915, 17, 18, 21—23, 25, 26, 30, 34, 45, 46, 48, 50; 5604), Bucura Alexandru (E: 1915, 17, 20, 41, 47, 51, 52, 55, 57, 58, 91, 604), Cristescu Gh. (E: 1918—26, 28, 34, 46, 48, 50; 5604), Enache Nicolae (E: 1915, 22—25, 28, 30, 34, 45, 48, 50), Nedelcu Ilie (E: 1917—20, 22, 23, 25, 26, 28, 48, 50), Săcăliş Mariana (E: 1917, 18, 20, 22, 23, 44—46, 48, 50; 5591), Stuparu Nicolae (E: 1915, 17, 19—22, 24—26, 28, 34, 46, 47, 50; 5604), Zamfir Constantin (E: 1917—20, 22—26, 28, 48, 50). Cl. X. Martin Maria (5560, 62, 77, 91, 94, 604, 12, 24, 29, 31, 46), **Oros Justin** 5544, 45, 51—53, 56, 59, 60, 62—67, 84, 88, 91, 95, 604, 12, 15, 17, 19, 21, 24, 29, 31, 43, 44, 46, 52—54, 56, 57, 59, 60, 63, 65). Cl. XI. Petricel Vasile (5591, 604, 15, 19, 24, 37, 44, 58, 60, 65, 66, 69, 74, 76—78, 80—83, 88, 89, 701, 05). Ş.m. 6. Cl. IX. Şerban Theodor (5482, 90, 94, 95, 536, 52, 53, 60, 91, 600, 04, 29, 46, 47, 60). Ş.m. 7. **I. L. Caragiale.** Cl. VI. Grunţă Voinea (E: 1927, 28, 34, 39, 41, 43, 59), Hînou Eugenia (E: 1927, 28, 34, 37, 39, 41, 44, 53—56, 59—62), Stroe Emilia (E: 1927, 28, 34, 39, 41, 44, 49). Cl. X. Opriş Valentin (5591, 94, 604, 06, 10, 10, 12, 15, 17, 19, 21, 24, 29), Racoveanu Dragoş (5552, 53, 59, 66, 67, 91, 94, 600, 04, 17, 19, 21, 24), Stănciulescu Şerban (5541, 44, 51—53, 55, 58, 59, 64, 66, 67, 69, 79, 80).

Ş.m. 8 **Emil Racoviţă.** Cl. VI. Cinteză Mircea (E: 1926, 27, 34, 35, 41, 43, 44, 54, 56, 60, 61). Cl. VII. Muller Alexandru (E: 1941, 44, 46, 48, 50, 52, 55, 58, 60, 61). Cl. IX. Ilie Justina (5553, 54, 66, 67, 73, 84, 91, 94, 604, 19, 24, 27, 29, 46). Cl. XI. **Vătui Dan** (5591—94, 600, 03, 04, 13, 15, 17—19, 22, 24, 29, 37, 39, 41, 46—48, 52—55, 57, 58, 60, 63, 64, 66—70, 72—75, 78, 80—83, 89, 91, 92, 701, 05, 06, 10). Ş.m. 10. Cl. IX. Săndulescu Şerban (5591, 604, 08, 10, 24, 25, 29, 30, 46—48, 53). Cl. X. Ivan Florina (5666, 69, 74—76, 78—81, 83, 88, 701).

Ş.m. 11 **Dimitrie Cantemir.** Cl. VIII. Răducanu Viorica (E: 1926, 35, 36, 38, 41, 46, 50, 52, 58, 61, 604, 29, 46, 47, 88, 89, 706), **Rădulescu Dorin** (5591, 604, 08—10, 15, 21, 29, 45—48, 52, 56, 58, 62, 66, 76—78, 81, 83, E: 1926, 27, 29—32, 34—37, 40, 41, 43—48, 50, 51—59, 61, 62). Cl. IX. Mihăeşteanu Eduard (5552, 53, 60, 66, 69, 90, 94, 600, 15, 19, 22, 29, 38), **Tonceanu Dan** (5590, 91, 93, 94, 600, 02, 04, 12, 17, 19, 22, 24, 25, 27, 29, 30, 39, 41, 44, 46, 47, 53, 60, 65, 66, 69, 73, 74, 77, 79, 81, 88, 89, 95, 701, 05, 06, 08, 10), **Ursulescu Octavian** (5590, 91, 600, 04, 09, 10, 17, 19, 21, 22). Cl. X. Barbu Nicolae (5588, 601, 09, 15, 19, 21, 29, 47, 50—52, 66, 71, 77—79, 81, 83, 89). Cl. XI. Letea Eleonora (5666, 69, 70, 71, 74, 76, 80, 81, 85, 88, 89). **Absolvent** Ursulescu Florin (5590, 91, 97, 600—04, 09, 10, 13, 15—22, 24, 27, 29, 31, 37—39, 41, 44, 46, 52, 53, 56, 58—60).

Ş.m. 12 **Spiru Haret.** Cl. VII. Ralescu Dan Andrei (E: 1926, 35, 41, 46, 48, 50, 52, 61, 63; 5591, 629, 46, 48, 66, 69, 74, 76, 78, 79, 81, 83, 88, 89, 701, 06). Cl. VIII. Drăgoi Nicolae (E: 1926, 27, 35, 42, 44, 48, 50—52, 55, 58, 60, 61; 5591, 46, 88, 706). Cl. X. Aronovici Sergiu (5590, 91, 94, 600, 04, 09, 12, 24, 29, 46, 51, 52, 66, 70, 74, 77, 78, 81, 83, 88, 89, 701), Gherghel Constantin (5624, 29, 45, 47, 52, 66, 69—71, 74—77, 81—83, 88, 89, 95, 701, 06), Nicolaide Alexandra (5545, 51, 58, 59, 66, 77, 91, 94, 604, 09, 15, 19, 21, 24, 29, 46).

Ş.m. 13. Cl. VIII. Capră Livia (E: 1926, 35, 38, 41, 44, 46, 55, 57, 58, 61; 6691, 604, 48), **Otopeanu Alexandra** (E: 1930—32, 34—37, 39, 43—48, 50—63; 5591, 629, 44, 46, 48, 66, 76, 81, 89). Cl. IX. Mureşan Ion (5551, 59, 91, 94, 609, 10, 24, 27, 29, 41, 44, 46, 47, 49). Cl. X. **Flondor Paul** (5591, 94, 602, 04, 13, 15, 17, 19, 22, 24, 29, 38, 39, 41, 46, 53, 54, 57, 60, 63, 66, 68—70, 73—75, 80, 81, 83, 87—89, 701, 02, 06, 07, 10). Cl. XI. Dacian Dan (5600, 09, 27, 31, 51—55, 58, 60, 64, 66—69, 71—74, 78, 79, 81—83), **Guţă** Cristian (5590, 91, 94, 601, 02, 04, 09, 12, 13, 15, 17—20, 22, 24, 27, 29, 38, 39, 41, 46, 47, 52, 53, 60, 63, 69, 70, 72—75, 77, 80, 82, 83, 88, 701, 07), Pop Mircea (5590, 602, 18, 20, 24, 29, 35, 37—39, 41, 46, 52, 53, 60, 69, 71, 73—75, 78—80, 88), **Saur Şerban** (5553, 90, 91, 94, 600—02, 04, 09, 12, 13, 15—22, 24, 29, 31, 37—39, 41, 44, 46, 47, 51, 52, 54, 58, 60, 63, 64, 66,

68—70, 72—78, 80—83, 89, 701, 05, 06).

Ş.m. 15. Cl. X. Mereuţă Doina Anca (5507, 08, 13, 20, 21, 23, 45, 52, 62, 64, 66, 69, 76, 77, 80, 91, 600, 09).

Ş.m. 17 Matei Basarab. Cl. VIII. **Botez Dan** (E: 1917, 19, 21, 22, 24—29, 31, 39, 41, 43—48, 50, 52, 53, 55—58, 60, 61, 63; 5559, 91, 604, 08, 29, 44, 46, 48, 88, 706), Boiangiu Teodor (E: 1921, 22, 26, 39, 44, 48, 58, 61; 5559, 604, 08, 29, 44, 46, 47, 88), Suciu Paul (E: 1929, 30, 34—37, 46, 48; 5624, 29, 44, 46—48, 56, 59, P). Cl. IX. Abramovici Eugen (5544, 60, 67, 604, 10, 11, 24, 29, 44, 46, 47, 53, 56, 59, 60, 65), Almer David (5541, 44, 45, 51—53, 59, 60, 63, 66, 67, 73, 83, 84), Kanner Dan (5544, 52, 54, 58—60, 66, 67, 69, 91, 94, 604, 24, 29), Ludwig Alexandru (5591, 624, 29, 44, 46, 47, 60, 65, 69, 74, 77, 78, 81, 83, 89, 705). Cl. X. Einschenk Ilia (5590, 94, 603, 06, 08, 09, 43—45, 52, 59, 65, 77—79, 83, 97; P).

Ş.m. 18 Mihail Eminescu. Cl. VIII. Feder Marcel (E: 1918, 20—22, 26—28, 34, 36, 39, 41, 44, 46—48, 50). Cl. IX. Iordache Florin (5624, 27, 29, 30, 46, 55, 60, 69, 74, 76, 81, 86, 88, 89, 91). Cl. X. Constantinescu Florina (5591, 652, 74, 77, 78, 81, 83, 88, 89, 701, P).

Ş.m. 19 Ion Creangă. Cl. X. Crăcăoanu Aura (5591, 98, 604, 15, 46, 75, 76, 81, 701). Cl. XI. Iordache Elena (5545, 51, 52, 61, 65, 66, 68, 74, 83, 600, 04, 13, 18).

Ş.m. 20. Gheorghe Şincai. Cl. IX. Rogoveanu Sorin (5591, 604, 24, 29, 44, 46, 47, 59, 62, 65, 69, 74, 77, 79, 83, 88, 706). Cl. XI. Modoran Victor (5542, 50, 60, 61, 65, 66, 84, 90, 91, 98, 604, 12, 13, 24, 29, 39, 41, 46), **Negoescu Gh.** (5588, 90—92, 94, 95, 97, 98, 601, 02, 04, 06, 09, 12, 13, 15—24, 27, 29, 31, 37, 41, 44, 46, 48, 52, 53, 56, 58—60, 64, 66—83, 88, 89, 91, 92, 95, 701, 04, 06—08, 10), **Rusu Adrian** (5545, 52, 56, 60, 65, 91, 602, 04, 12, 13, 17—19, 24, 29, 37—39, 41, 44, 46, 47, 52, 66—70, 72—83, 88, 89, 91, 706).

Ş.m. 22 Gheorghe Lazăr. Cl. VIII. Georgescu Mihai (E: 1926—28, 30, 31, 33, 34, 39, 41, 43—45, 47, 48, 50, 53, 54, 61; 5608, 44, 47, 48). Cl. IX. Ignea Silviu (5590, 604, 08, 10, 15, 17, 19, 24, 29, 46—48, 53, 56, 59, 60, 65), Stan Daniel (5590, 91, 93, 604, 08, 15, 17, 19, 24, 29, 47, 74, 88).

Ş.m. 23 Dimitrie Bolintineanu. Cl. VIII. Istvan Vasile (E: 1851, 52, 54—56, 59, 61, 62; 5688, 89, 701, 06), Maroiu Alexandru (E: 1951, 53—55, 57—59, 61, 63; 5688, 89, 706), **Roman Marin** (E: 1915, 17—22, 25, 27, 28, 30—32, 34—36, 41—48, 50; 5559, 66, 91, 604, 22, 24, 44, 46), Zaharia D. (E: 1926—28, 30, 31, 34, 36, 37, 39; 5591, 604, 24, 29). Cl. X. **Pelteacu Ion** (5457, 95, 521, 30, 88, 91, 94, 600, 04, 06, 09, 12, 15, 17, 18, 21, 22, 24, 29, 31, 39, 41, 44, 46, 47, 53, 60, 66, 70—72, 74, 76, 77, 79, 80, 82, 83, 85, 88, 89, 701, 06, 07, 10), Stoica Vicenţiu (5541, 44, 51, 52, 58, 60, 62, 66, 69, 77, 91, 604, 12, 17, 19, 21, 24, 29, 39, 41, 44, 46, 47, 52), Popescu Mihai (5645, 17, 19, 21, 22, 41, 60, 66, 70, 71, 74, 78, 82, 83, 88, 707).

Ş.m. 24 Vasile Alecsandri. Cl. XI. Ciocîrlan Stela (5542, 50, 52, 53, 65, 66, 68, 639, 41, 54, 55, 58).

Ş.m. 26 Al. I. Cuza. Cl. VI. Popescu Eugeniu (E: 1927, 28, 34, 35, 37, 39, 41, 43—45, 48, 50). Cl. VIII. Gavrilescu Rodica (E: 1920, 28, 30—32, 34—36, 38, 41, 48; 5591, 604, 08, 24, 29, 46, 48). Cl. XI. Atanasiu Ion (5591, 604, 17, 19, 24, 29, 46, 66, 70, 71, 79, 81, 88, 89), Toader Cornel (5542, 50, 52, 62, 91, 604, 13, 24, 29, 37—39, 41, 46, 52).

Ş.m. 28 dr. P. Groza. Cl. VI. Mureşanu Mihaela (E: 1926, 27, 35, 44, 48, 50, 55, 61, 62). Cl. VII. Tonceanu Claudia (E: 1926, 27, 31, 34, 35, 37, 39, 41, 43, 44, 46, 48, 50, 52, 53, 57, 58, 61). Cl. VIII. Korcinski Minca (E: 1926, 34, 39, 41, 46, 48, 50, 52, 55, 58, 59; 5591, 629, 46). Cl. X. Alamaru Andrei (5591, 612, 15, 17, 19, 21, 24, 29, 44, 46, 51, 52, 62, 66, 69, 74, 77, 78, 81, 83, 701), Leonescu Sulamita Liani (5543, 45, 49, 52—54, 59, 60, 62—64, 93).

Ş.m. 29. Cl. X. Pavel Marin (5591, 604, 09, 24, 29, 35, 44, 47, 69, 76, 78, 81—83).

Ş.m. 30. Cl. VIII. Popa Cornel (E: 1934, 41, 43, 44, 46, 50, 55, 58, 61, 63; 5706). Cl. X. Conache Petru (5692, 707, 13—21, 31, 40, 51).

Ş.m. 32 Filimon Sîrbu. Cl. VIII. **Curatu Mihaela** (E: 1926, 27, 30, 31, 34—36, 38—41, 44, 46, 48, 50—63; 5591, 604, 08, 24, 29, 44, 46—48, 89, 706). Cl. IX. Florea George (5508, 12, 13, 20, 23, 26, 29, 30, 35, 36).

Ş.m. 34 C. A. Rosetti. Cl. X. **Leibovici Valeriu** (5520, 21, 30, 34, 36, 37, 41, 44, 49, 51, 52, 56, 60, 63, 65—67, 73, 77, 80, 84, 88, 91, 94, 604, 06, 08—11, 15, 19, 21, 24, 29, 43, 44, 46—48, 51, 52, 56, 59, 60, 62, 65). Cl. X. Lupu Sever (5591, 604, 15, 24, 29, 30, 46, 47, 66, 78, 79, 81, 83, 88, 89, 701, 06, 10), **Zissu Ana** (5588, 91, 601—04, 08—10, 12, 13, 15, 17—

25, 27, 29, 31, 38, 39, 40, 43—48, 52—54, 57—83, 85, 87—89, 91, 93, 94, 97, 701, 02, 05—07, 10, 13—37). Cl. XI. **Zissu N. Tudor** (5551—53, 56, 58—74, 77, 78, 80—82, 84—87, 90, 91, 600—02, 04, 12, 15—24, 27, 29, 31—41, 43, 44, 46—48, 51, 52, 66—83, 88, 89, 92).

Ş.m. 36. Cl. VIII. Şoimulescu Vladimir (E: 1918, 29, 31; 5559, 91, 604, 29, 44, 46, 55).

Ş.m. 37. Cl. IX. Butucea Teodora (5591, 92, 94, 624, 29, 30, 46, 47, 53, 69, 74, 88, 706), Enache Alexandrina (5519, 91, 624, 29, 46, 47, 52, 60, 69, 74, 88, 706), Popescu Antoaneta (5591, 93, 94, 617, 24, 29, 30, 46, 53, 69, 79, 706), Rociu Adrian (5591, 93, 94, 605, 17, 19, 22, 24, 29, 46, 53, 69), Strahl Melania (5591, 94, 624, 25, 29, 44, 46, 47, 53, 69, 74, 88), Vasilescu Anişoara (5593, 617, 19, 24, 25, 29, 30, 46, 53, 60, 69, 74). Cl. XI. **Sachter Mauriciu** (5590, 91, 604, 15, 17—19, 21, 27, 29, 37—39, 41, 44, 46, 51, 52, 56, 58, 60, 63, 64, 66—83, 88, 89, 701, 06—08).

Ş.m. 40. Cl. VI. Constantin Cornel (E: 1926—28, 34, 35, 37, 39, 53).

BUHUŞI (Bacău). Ş.m. Cl. X. Bucur Gh. (5591, 604, 15, 29, 46, 48, 52, 69, 70, 76—79, 81, 83, 88, 89, 701, 06).

BUZĂU. Ş.m. B. P. Haşdeu. Cl. IX. Avram Didi (E: 1831, 32, 35, 37, 39, 41, 94—900, 02—06, 18; 5491, 506, 36, 65, 66), **Filipoiu Alexandru** (5532, 41, 44, 51, 59, 60, 64—67, 84, 90, 91, 94, 604, 08, 10, 19, 24, 27, 29, 43, 44, 46—48, 53, 56, 58, 59, 65, 66, 69, 74, 76—78, 81—83, 88, 89, 95, 97, 701, 06, 10). Cl. XI. Ionescu Gregorian (5584, 613, 18, 39, 41, 47, 52, 60, 69—71, 73—75, 77—80, 83, 701, 06), **Petrovici Cosma** (5588, 91, 600, 02, 10, 12, 13, 15, 19, 21, 24, 27, 29, 39, 41, 44—47, 50—54, 56, 58, 60, 62—65), Uzum Maria (5591, 602, 04, 15, 17—19, 29, 39, 41, 46, 66, 71, 73—75, 77, 79—82, 92, 701, 06).

BUZIAŞ. Ş.m. Cl. V. Telibaşa Camelia (E: 1926, 27, 34, 39, 43, 48, 50). Cl. VI. Albu Elena (E: 1926, 28, 36, 39, 53, 54, 58). Cl. VII. Lungu Georgeta (E: 1926, 27, 34, 35, 39, 41, 43, 48, 50), Pădure Valentin (E: 1915, 18, 27, 34, 41, 48, 50), Percec Vasile (E: 1915, 18, 20, 27, 34, 41, 43, 46, 48), Telibaşa Lucreţia (E: 1915, 21, 26, 27, 34, 35, 39, 41, 43, 46, 48, 50). Cl. VIII. Opriş Viorel (E: 1926, 27, 29, 30, 34, 39, 41, 43, 45, 46, 48, 50; 5591, 604), Micşa Viorel (5565, 66, 91, 600, 19, 24, 29, 46, 51, 52, 56), Popescu Viorel (5534—37, 41, 51, 53, 85—60, 66, 67, 91, 94, 604, 09).

CĂLAN (Hunedoara). Ş.m. serală. Cl. VIII. Agheniţei Chirică (E: 1916, 18, 19, 22, 24, 30, 34, 39; 5559, 91, 604).

CĂLĂRAŞI. Şc. elem. Mircea Vodă. Cl. VII. Constantin Cornelia (E: 1894, 98, 99, 904, 07, 17, 28, 34, 48).

Ş.m. Cl. VIII. Constantin Dan (E: 1926, 48—50, 55, 57, 58, 61, 62; 5591, 644, 88, 706). Cl. IX. Brăteanu Constantin (5617, 29, 46, 69, 74, 77, 79, 81, 85, 88, 89, 91, 95, 701, 06). Cl. X. **Apostol Dan** (5591, 93, 604, 06, 09, 10, 17, 19, 21, 24, 29, 43—47, 51, 53, 56, 59, 62, 65, 68, 69, 74, 77—79, 81—83, 85, 88, 89, 91, 95, 97, 701, 05, 06, 08; P), Georgescu Iulian (5591, 604, 24, 29, 30, 46, 47, 53, 78, 88, 89, 91, 701), Muşat Constantin (5591, 629, 46, 52, 66, 69, 74, 77, 81, 83, 89, 91), Ştefănescu Cezara (5591, 604, 15, 17, 19, 29, 46, 60, 70, 74, 81), Vîrtejanu Liviu (5666, 71, 74, 77—79, 81, 83, 88, 89, 701, 06). Cl. XI. Bogdan Georgeta (5591, 604, 12, 13, 17, 19, 29, 31, 46, 47, 60, 64, 69, 70, 71, 74, 76, 78, 80, 81, 88, 701, 06, 07), Braşoveanu Paula (5591, 604, 13, 29, 31, 46, 47, 70, 71, 80, 701, 06), Dobrotă Victoria (5552, 59, 60, 66, 91, 615, 17, 19, 29, 46, 69, 70, 74, 81, 701, 06), Dohotaru Ana (5591, 604, 12, 13, 17, 19, 29, 46, 47, 69—71, 74, 78, 80, 88, 701, 06), Niculescu Valeria (5584, 91, 604, 12, 13, 15, 17, 19, 29, 37, 46, 52, 60, 74, 701), Palanciuc Gh. (5601, 17, 38, 49, 66 67, 69—72, 74, 76, 81, 96, 707), Ulmeanu Elena (5591, 94, 600, 04, 12, 13, 17, 19, 29, 46, 57, 60, 69, 70, 74, 80, 81, 89, 701, 06), Vasilescu Ion (5588, 91, 604, 12, 13, 17, 19, 29, 31, 33, 44, 46, 47, 51, 52, 62, 65).

CARACAL. Ş.m. 1. Cl. XI. Popa Emil (5550, 52, 56, 59, 61—64, 75, 84, 90, 94, 612, 13, 15, 19, P).

CARANSEBEŞ. Ş.m. 1. Cl. IX. Cîmpean Viorel (5591, 604, 24, 29, 44, 46—48, 60, 62, 65, 69, 71, 77, 78, 88, 706), Ienea Aurel (5513, 41, 44, 51, 52, 54, 59, 66, 67, 69, 79, 656, 84, 91, 617, 19).

Ş.m. 2. Cl. VIII. Pries Ioan (E: 1926, 32, 34, 35, 37, 38; 5647, 27, 91), Vitan Leontin (E: 1941, 43, 46, 50, 51, 53, 57—59; 5629, 62, 87, 706). Cl. X. Damian Emil (5624, 29, 44, 52, 66, 76—79, 81, 83, 88, 89, 701, 06), Gaita Doru (5591, 605, 19, 24, 29, 46, 76—78, 83, 88, 701, 08), Guran Maria (5591, 604, 09, 24, 29, 46, 52, 66, 77—79, 83, 88, 701), Cădariu Petru (5624, 29, 43, 44, 46, 47, 52, 62, 66, 76, 78, 81, 83, 89, 701), Mărgrgan Nicolae (5605, 24, 29,

ORSZÁGOS MŰSZAKI KÖNYVTÁR ÉS DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT 83

66, 76—78, 83, 88, 89, 701, 06, 08), Mihăilescu Lazăr (5591, 605, 24, 29, 46, 77, 78, 83, 88, 701, 06, 08), Murgulescu Antonie (5591, 604, 12, 19, 24, 29, 46, 47, 62, 66, 76, 88, 89, 701), Pădeanu Constantin (5624, 66, 74, 76—78, 81, 83, 88, 89, 701, 06, 08), Popescu Adrian (5591, 604, 15, 29, 46, 52, 66, 76—78, 81, 83, 89).

CERNAVODĂ. Ş.m. Cl. X. Grosu Constantin (5591, 94, 604, 24, 29, 43, 44, 46—48, 52, 88, 706).

CHIŞINEU CRIŞ. Ş.m. Cl. XI. Tăutan Teodor (5591, 604, 09, 29, 39, 44, 46, 47, 52, 62, 77, 83, 701, 10).

CIMPIA TURZII. Ş.m. Cl. V. Cîmpean Gheorghe (E: 1926—28, 34, 39, 41—43, 47, 48, 53, 56, 59, 60, 61, 63).

CIMPINA. Ş.m. 1. Cl. VIII. Alexe Rodica (E: 1926, 44, 46—48, 50, 57; 5546, 91, 624, 27, 29), Comănescu Sergiu (E: 1926, 29, 30, 36, 39, 41, 46, 48, 50; 5591, 604, 29), Comşa Dumitru (E: 1926, 39, 48, 50, 52, 54, 57, 58, 61; 5629, 44), Goagă Dorin (E: 1926, 39, 48, 50—52, 55, 57, 58; 5604, 29, 44), Gurgu Mihaela (E: 1926, 27, 46, 48, 50, 57; 5591, 624, 29, 44, 46, 47), Lăscaie Maria (E: 1926, 30, 46, 48, 50, 57; 5591, 624, 27, 29, 44, 46, 47), Lungu Costică (E: 1918, 19, 26, 41, 44, 46. 48, 50; 5591, 629, 44, 46), **Popper Laurenţiu** (E: 1926—28, 31, 34—37, 39—41, 43, 45, 46—48, 50—59, 61, 62; 5591, 604, 29, 44, 46, 47, 88, 706, P), Tufan Teodor (E: 1926, 46, 48, 50, 52, 57, 58, 61; 5591, 629, 44, 46), Vioreanu Marius (E: 1926, 29, 31, 32; 5591, 604, 08, 27, 29, 44, 46, 48). Cl. IX. Rotaru Alexandru (5591, 604, 29, 44, 46, 47, 69, 81, 88, 89). Cl. X. Moraru Gh. (5591, 666, 70, 71, 74, 78, 79, 81, 83, 87—89, 91, 701, 06), Moraru Nicolae (5609, 21, 51, 52, 66, 76—78, 83, 85, 89, 706). Cl. XI. Ciufu Gh. (5588, 91, 604, 06, 07, 12, 13, 15, 18, 24, 29, 38, 39, 41, 46). Absolvent **Rotaru Eugenia** (5550, 53, 95, 61, 65, 66, 68, 70, 71, 78, 80, 81, 85, 91, 93, 94, 602, 03, 12, 15—20, 22, 23, 24, 29, 38—41, 43, 46, 48, 51, 52, 55, 56, 58, 60, 63, 64).

Ş.m. 2. Cl. XI. **Brod Ioan** (5591, 94, 98, 601, 02, 06, 13, 15, 17—19, 24, 29, 31, 38, 39, 41, 43, 48, 52, 53, 58, 69, 70, 73—75, 77, 79—83, 88, 89, 701, 06, 07, 10).

CIMPULUNG MOLDOVENESC. Şc. elem. nr. 2. Cl. VII. Popescu Ovidiu (E: 1943, 52—55, 57, 58, 60, 61, P). Liceul milit. Ştefan cel Mare. Cl. IX. Florea Sabin (5591, 619, 24, 29, 44, 46, 47, 53, 69, 74, 79, 81, 88, 89, 710). Cl. X. Alexiu Dumitru (5541, 59, 65—67, 84, 624, 29, 44, 46, 47, 51, 52, 56), Azoiţei M. (5562, 90, 91, 600, 04, 15, 17, 29, 43, 44, 46, 48, 53, 78, 80, 83, 88, 701, 06, 08, 10), Petrov Ioan (5590, 91, 604, 15, 17, 19, 24, 29, 43, 44, 46—48, 60, 66, 69, 74, 77, 78, 81, 83, 89, 701, 06, 08, 09). Cl. XI. Ciocodeică M. (6500—02, 04, 12, 13, 18, 24, 29, 33, 38, 39, 41, 43, 44, 46, 51—53), Dumanovski Ilie (5591, 600, 02, 04, 24, 29, 31, 38, 39, 41, 43, 44, 51—53), Hulubeac Gh. (5563, 66, 84, 600, 02, 04, 24, 29, 33, 38, 39, 41, 44,46, 47, 52, 63), Ionescu Constantin (5591, 600—02, 04, 12, 13, 15, 17—20, 22, 24, 29, 31, 33, 38, 41, 43, 44, 51, 52, 53), Matei A. (5600, 02, 13, 20, 24, 29, 38, 41, 43, 44, 46, 51—53. **Melinte Mircea** (5590, 98, 600, 17, 20—22, 33, 43, 51, 53, 57, 66—71, 73—75, 77, 78, 80—83, 87—89, 96, 701, 06, 07, 10), **Minea Eracle** (5590, 600, 12, 13, 15, 17, 19, 21, 24, 26, 29, 38, 39, 41, 43—48, 51—53, 56, 59, 60, 64—66, 69, 73—75, 78, 79, 82, 83, 88, 701, 07), Ricinschi Mihai (5590, 600, 17, 18, 21, 24, 29, 38, 41, 43, 44, 46—48, 51—53, 60, 65, 69, 74, 79, 88, 701), Sterie M. 5600—02, 17—19, 21, 24, 29, 39, 41, 43, 44, 46, 47, 51, 52), Vlad Alexandru (5600, 01, 09, 16, 18, 30, 38, 43, 48, 52, 53, 58, 60, 63, 64, 66, 69—71, 73—75, 77—83, 87—89, 92, 701, 06, 07, 10), Zavragiu Ilie (5560, 97, 600, 17, 21, 31, 37, 38, 44, 47, 48, 51, 52).

CIMPULUNG MUSCEL. Ş.m. 2. Cl. VII. Babeu Zaharia (E: 1931, 35, 52, 54, 55, 57, 58). Cl. VIII. Sterian Marin (E: 1952—55, 58, 60, 61, 81, 85, 88, 89, 91, 706). Cl. X. **Sotcan Nicolae** (5588, 90, 91, 93, 94, 600, 03, 04, 08, 09, 12, 13, 15, 17, 19, 21, 24, 25, 29, 31, 33, 41, 43—48, 52—54, 57, 60, 63—65, 69—71, 74, 78, 79, P), Tomescu Şerban (5591, 93, 94, 601, 04, 06, 08, 09, 12, 15, 17, 19, 21. 24, 29, 33, 46), Tăpaşu Iosif (5551, 53, 60, 62, 67, 76. 77, 90, 93, 600, 06, 08, 12, 17, 19, 24, 35, 47, 51, 53, 54, 56, 58—60, 62, 65). Şc. pedagogică anul III. Sterian Paul (5666, 69, 73, 74, 76, 77, 79, 81, 83. 85, 88, 89, 91, 705, 06). Anul V. Ivaşcu Gh. (551, 604, 29, 47, 52, 66, 77, 81—83, 88, 701, 05, 06).

CĂTRE REZOLVITORII DE PROBLEME

Corespondenţii care ne trimit probleme rezolvate trebuie să redacteze fiecare problemă separat, însoţind-o de toate calculele necesare şi de figuri desenate cu îngrijire. Nu se vor trimite soluţii mai multor probleme pe aceeaşi foaie.

Se primesc lunar într-un plic soluţii numai la problemele şi exerciţiile din ultimele trei numere apărute. Pe plic se va scrie localitatea şi şcoala pe care o urmează rezolvitorul pentru a se evita confuzii la întocmirea rubricii rezolvitorilor de probleme şi a listei celor evidenţiaţi. *Evidenţiaţii trebuie să aibă cel puţin 36 soluţii bune.*

Problemele care se propun de către colaboratorii revistei să fie clar alcătuite şi însoţite de soluţii, să fie personale, iar nu luate din cărţi sau reviste. Elevii sînt sfătuiţi să înceapă a propune probleme numai după ce au rezolvat un număr destul de mare de exerciţii şi probleme. Problemele propuse, dar necorespunzătoare, nu se pot publica Dacă un corespondent constată că unele probleme propuse au fost publicate în cărţi sau reviste, este rugat să arate precis volumul şi pagina unde a mai apărut enunţul sau soluţia problemei respective. Solicităm probleme interesante, legate de practică.

Corespondentul nostru care a citit şi a înţeles deplin multe din soluţiile publicate, a rezolvat multe din problemele propuse, poate şi este indemnat să încerce, să schiţeze cîte o notă rezultată dintr-o observaţie făcută cu ocazia rezolvării unei chestiuni mai grele. Aceste note să fie *făcute de mai multe ori înainte de a fi trimise,* pentru ca redactarea lor să fie *cît mai clară şi concisă.* Figurile să fie făcute separat. În redactare se vor evita prescurtările. Nu se va scrie: $\| = \|$; $\sim$; $*$ $*$ $*$; $\perp$; $\|$: Tr., etc. iar trecerea de la un calcul la altul să fie explicată pentru a putea urmări uşor desfăşurarea unei demonstraţii. Manuscrisele nepublicate nu se înapoiază.

La publicarea problemelor rezolvate se vor menţiona rezolvitorii care au dat o bună redactare şi o soluţie interesantă, sau mai multe metode de rezolvare.

Elevii claselor IX—XI sau studenţii vor trimite soluţii la problemele propuse pentru claselor VIII—XI. Problemele rezolvate trebuie să fie din ultimele trei numere apărute în G.M.F.—B sau M.F.L. Problemele rezolvate de matematică şi fizică vor fi expediate o dată în cursul unei luni într-un singur plic şi vor fi însoţite de un borderou cu numărul problemelor, scrise în ordine crescîndă. Pe plic se va scrie şcoala, clasa şi localitatea rezolvitorului. Problemele propuse vor fi scrise pe foi separate.

Elevii claselor V—VII vor fi anunţaţi la rubrica rezolvitorilor de probleme dacă trimit cel puţin 7 probleme bine rezolvate, iar elevii claselor VIII—XI, pentru cel puţin 12 probleme bine rezolvate. Elevii din clasa VIII pot trimite soluţii şi la E : V—VIII.

Autorii sînt rugaţi să semneze clar la sfîrşitul lucrării personale pe care o trimit pentru publicat şi adresa lor exactă.

★

— Fiecare abonat este rugat să facă cunoscută G.M.F.-B şi altor colegi, pentru a face abonamentele din vreme în vederea planificării tirajului lunar.

Tirajul fiind limitat revistele se trimit mai întîi abonaţilor şi de aceea rugăm colaboratorii G.M.F.-B, să se aboneze de îndată pentru restul numerelor (9—12). Costul este de 1,50 lei exemplarul.

— Abonamentele se pot face individual sau colectiv prin oficiile poştale locale sau prin factorii poştali.

Intreprinderea Poligrafică Nr. 6 — c. 1295; Index 41601 **Lei 1,50**

E 1426

KA

SOCIETATEA DE ȘTIINȚE MATEMATICE ȘI FIZICE
DIN R. P. R.

GAZETA MATEMATICĂ ȘI FIZICĂ

(SERIA B)

PUBLICAȚIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Anul XIV august 1963

8

GAZETA MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ

(SERIA B)

Anul XIV, nr. 8 — august 1963

SUMARUL

pag.

1. „23 August" 449
2. Fenomene magnetice de Voichiţa Dragu, Constanţa. 451
3. Anaglife geometrice de Gh. Rotaru, Constanţa . . 458
4. Să construim modele şi aparate de fizică cu mijloace proprii de E. Ciobanu, Constanţa, I. Stoian şi D. Taşcu, Medgidia 462
5. Note matematice de L. Pîrşan, Bucureşti 467
6. Caleidoscop fizic de Margareta Luscalov, Constanţa. 468
7. Probleme rezolvate (5297, 5302, 5353, 5403, 5479, 5493, 5494, 5497; M.F.L., E: 772, 773, 789, 790, 792). 469
8. Chestiuni de examen (5898—5915) 478
9. Probleme propuse (5916—2945) 481
10. Subiectele date la cea de a V-a Olimpiadă internaţională de matematică, 1963 485
11. Exerciţii şi probleme propuse pentru clasele V—VIII (2013—2025) 486
12. Cărţi noi 488
13. Rubrica rezolvitorilor de probleme 490

ANUL XIV 8 AUGUST

O parte din materialele publicate în acest număr a fost asigurată de către filiala Constanţa a Societăţii de ştiinţe matematice şi fizice din R.P.R.

COMITETUL DE REDACŢIE

Alincăi M., profesoară; **Atanasiu V.**, conf. univ., redacor pentru fizică; **Cristea I.**, asistent; **Ionescu-Bujor C.**, prof. univ.; **Ionescu-Ţiu C.**, profesor, redactor pentru matematică; **Kiss E.**, conf. univ.; **Koch Fr.**, lector; **Kovacs K.**, conf. univ.; **Lèvai Şt.**, asistent; **Muşat I.**, profesor; **Petroveanu A.**, profesor: **Sacter O.**, conf. univ., redactor şef; **Simionescu D. Gh.**, conf. univ.

REDACŢIA: Str. Academiei, 14 — Tel. 14.46.53 — Bucureşti I

Articolele, notele, recenziile, problemele propuse sau rezolvate, corespondenţa privitoare la activitatea matematică şi fizică a şcolilor, precum şi orice material informativ care ar putea interesa redacţia noastră se vor trimite pe adresa de mai sus

ORSZÁGOS MŰSZAKI KÖNYVTÁR ÉS TÁJÉKOZTATÁSI KÖZPONT 1883

GAZETA MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ

PUBLICAŢIE LUNARĂ PENTRU TINERET

(SERIA B)

Anul XIV, nr. 8 august 1963

23 AUGUST, ZIUA ELIBERĂRII PATRIEI NOASTRE DE SUB JUGUL FASCIST

În acest an la 23 August, poporul nostru sărbătoreşte 19 ani de la eliberarea sa de sub jugul fascist.

Organizată şi condusă de Partidul Comunist din Romînia, insurecţia armată, începută în ziua de 23 August a anului 1944 a lichidat regimul fascist antonescian, a contribuit la înfrîngerea cotropitorilor hitlerişti, a făcut să strălucească zările unui viitor luminos, cucerit prin lupta revoluţionară dusă de clasa muncitoare aliată cu ţărănimea muncitoare, sub steagul Partidului.

Proclamarea Republicii Populare Romîne a deschis Patriei noastre calea celor mai profunde transformări înoitoare. Pe această cale ne călăuzeşte cu înţelepciune, Partidul Muncitoresc Romîn.

În opera de construcţie a socialismului şi acum în opera de desăvîrşire a construcţiei socialismului, poporul nostru a obţinut minunate succese.

Cea mai măreaţă cucerire din această perioadă istorică o constituie victoria deplină a socialismului la oraşe şi sate.

Dintr-o ţară cu economie slabă, care avea la bază o agricultură înapoiată, cum era în trecut, Romînia a devenit în anii regimului democrat-popular o ţară înaintată, cu o industrie şi o agricultură socialiste în continuă dezvoltare.

Cu precădere a fost dezvoltată industria grea, cu pivotul ei, industria constructoare de maşini.

Pentru a creea ţării capacitatea industrială necesară s-au construit în intervalul 1950—1961 şi s-au pus în funcţiune, peste 200 întreprinderi industriale şi secţii noi, utilate la nivelul ştiinţei şi tehnicii actuale, s-au reutilat, modernizat şi extins cca. 500 întreprinderi existente. Astfel, puterea industrială a R.P.R. este astăzi, de aproape 8 ori mai mare decît aceea din 1948, ritmul mediu anual de creştere a producţiei industriale fiind de 15,7%.

Valoarea ridicată pe care a atins-o potenţialul industrial al patriei noastre rezultă şi din următoarele date: în regimul burghezo-moşieresc Romînia importa 95% din utilajul industrial, acum întreprinderile constructoare de maşini satisfac peste 70% din nevoile interne, mult sporite faţă de trecut şi asigură totodată, exportul unor însemnate cantităţi de maşini şi instalaţii industriale. În numeroase ţări din lume se bucură de apreciere şi se folosesc pe o scară tot mai întinsă, maşini şi utilaje produse de industria ţării noastre.

În primăvara anului 1962 s-a terminat colectivizarea agriculturii, consfințind victoria definitivă a socialismului în Republica Populară Romînă. Producția agricolă a crescut cantitativ și calitativ, datorită mecanizării muncilor agricole, folosirii îngrășămintelor chimice pe suprafețe tot mai întinse, datorită extinderii metodelor științifice, agrotehnice moderne. Recentele Hotărîri ale Consiliului de Miniștri pentru sporirea cointeresării producătorilor în creșterea și îngrășarea animalelor și cu privire la desfacerea cărnii creează condiții mai bune pentru dezvoltarea șeptelului și aprovizionarea populației cu carne, pentru creșterea continuă a nivelului de trai al oamenilor muncii.

Partidul a acordat o deosebită grijă ridicării nivelului cultural al poporului nostru. Printre măreţele înfăptuiri ale revoluției culturale din țara noastră se numără realizarea învățămîntului general de 8 ani, trecerea la învățămîntul de cultură generală de 12 ani, dezvoltarea învățămîntului profesional și tehnic, precum și a învățămîntului superior.

Statul creează tineretului condiții mereu mai bune de studii. S-a construit în acest scop, un mare număr de clădiri școlare spațioase, moderne, utilate cu material didactic modern. Numai în ultimii 3 ani s-au dat în folosință peste 11 000 săli de clasă noi în învățămîntul de cultură generală; s-au construit cămine și grupuri sociale studențești cu o capacitate de peste 17 000 locuri.

Tineretul din școli își poate petrece astăzi, o vacanță plăcută în numeroase tabere de pionieri și școlari, precum și în excursiile care se fac în lungul și latul țării; ei pot astfel să ia contactul nemijlocit cu măreţele înfăptuiri din patria noastră.

S-a introdus gratuitatea completă a manualelor pentru elevii claselor I—VII, au fost desființate taxele școlare pentru toate formele de învățămînt.

Conținutul învățămîntului se îmbogățește tot mai strîns cu viața, nivelul său este corespunzător nivelului științei și tehnicii contemporane.

Școala noastră nouă, socialistă, are măreața sarcină de a da patriei cadre cu o cultură înaltă, cu o pregătire temeinică, vrednici specialiști în opera de desăvîrșire a construcției socialismului, în opera de construire a societății comuniste.

În acest sens școala pregătește temeinic tineretul cu cunoștințe de matematică și de fizică legate de viață și practică.

Societatea de Științe Matematice și Fizice din R.P.R. contribuie prin publicații, olimpiade și alte forme de activitate la ridicarea continuă a nivelului cunoștințelor de matematică și fizică.

Este o datorie de onoare a tineretului nostru școlar să muncească cu avînt pentru a-și însuși cît mai bine cunoștințele necesare, bază a muncii creatoare la care îl cheamă viitorul luminos al scumpei noastre patrii.

FENOMENE MAGNETICE

de prof. *DRAGU VOICHIȚA*, Constanța

Fenomenele magnetice sînt cunoscute din antichitate, iar astăzi știința și tehnica le folosește în diferite ramuri, aplicațiile fiind extrem de numeroase. Fenomenele magnetice au fost relatate în cronicile chineze încă din anul 1110 î.e.n. cînd împăratul chinez Ciu-Cun a răsplătit cu daruri pe solii veniți din Vietnam la curtea chineză. Le-au fost oferite ca daruri niște care pe care se afla o statuetă mobilă care indica întotdeauna sudul cu mîna stîngă. Secretul carelor magnetice a fost pierdut în timpul războaielor civile chineze și redescoperit în anul 225 al erei noastre.

Filozoful grec P l a t o n pomenea cu 2 000 ani în urmă, despre o piatră magnetică care atrage bucăți de fier și le transmite proprietăți magnetice : era magnetita folosită astăzi ca minereu de fier. Descoperirea acestei proprietăți remarcabile a materiei și-a găsit o aplicație importantă la busolă.

Concepțiile fizice asupra magnetismului au evoluat mergînd de la ipotezele naive asupra existenței în corpuri a unor „fluide" magnetice speciale pînă la explicarea proprietăților magnetice ale corpurilor prin curenți electrici moleculari.

Deși fenomenele magnetice au fost cunoscute din vechime, explicarea proprietăților magnetice s-a făcut abia în secolul al XIX-lea. A m p è r e în 1825, a explicat proprietățile substanțelor feromagnetice, singurele cunoscute pe atunci.

Din studiul comportării materiei în cîmp magnetic a rezultat împărțirea în trei categorii de corpuri : diamagnetice, paramagnetice și feromagnetice, clasificare făcută pe bază experimentală de F a r a d a y.

W e b e r reluînd ipoteza lui A m p è r e, care fragmentînd un magnet, ajunge la concluzia că molecula unei substanțe este un mic magnet, un dipol, magnetismul moleculelor fiind explicat prin existența unor curenți electrici închiși ce circulă în moleculă, dă explicația calitativă a paramagnetismului prin curenți moleculari circulari, iar a diamagnetismului prin curenți de inducție produși în interiorul atomilor și moleculelor.

Pentru a compara gradul de magnetizare al fiecărei substanțe s-a stabilit mărimea fizică numită „intensitatea de magnetizare" și care reprezintă momentul magnetic al substanței pe unitatea de volum :

$$J = \frac{m}{V} \text{ măsurată în sistemul CGS } \mu_0$$

Comparația substanțelor în privința gradului de magnetizare se face în modul următor : se iau două volume egale de substanțe și se așază în cîmpuri magnetice de intensități egale. Momentele lor magnetice pot fi comparate astfel între ele, obținîndu-se intensități de magnetizare diferite.

Comportarea unui lichid paramagnetic poate fi dovedită experimental, dacă într-un tub în formă de *U* se pune o soluție de clorură ferică și se introduce o ramură a tubului între polii unui electromagnet puternic

(fig. 1). Se constată că se produce o denivelare a lichidului şi anume, soluţia de clorură ferică se ridică mai sus în ramura plasată în cîmpul magnetic.

O substanţă diamagnetică, de exemplu, un bastonaş de bismut, suspendat între polii unui electromagnet se orientează perpendicular pe liniile de forţă ale cîmpului magnetic. Pentru a se studia comportarea substanţelor într-un cîmp magnetic exterior este necesar ca intensitatea de magnetizare J să se raporteze la unitatea de cîmp magnetic şi atunci intervine o altă mărime fizică numită *susceptibilitate magnetică*.

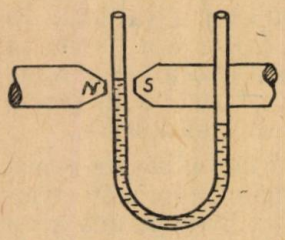


Fig. 1

$$\chi = \frac{J}{H} = \frac{m}{V.H.}.$$

Substanţele feromagnetice ca: fierul, nichelul, cobaltul şi aliajele lor se magnetizează în sensul liniilor de forţă ale cîmpului magnetic exterior şi deci au o susceptibilitate magnetică pozitivă $\chi > 0$. În interiorul substanţelor feromagnetice se formează un cîmp magnetic mai puternic, numit inducţie magnetică B:

$$B = H + H'$$

H fiind cîmpul magnetic exterior, iar H' cîmpul magnetic indus.

Relaţia dintre inducţia şi susceptibilitatea magnetică χ se poate stabili scriind: $H' = 4\pi J$, deci $B = H + 4\pi J = \mathbf{H} + 4\pi \chi H$, de unde,

$$B = (1 + 4\pi\chi)\, H.$$

Notînd paranteza cu constanta μ se obţine relaţia cunoscută $B = \mu H$, unde $\mu = 1 + 4\pi\chi$ este permeabilitatea magnetică.

Pentru a se compara substanţele magnetice între ele în privinţa efectului de inducţie se ia ca măsură permeabilitatea magnetică relativă:

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}$$

în care relaţie μ este permeabilitatea absolută a substanţei, μ_0 este permeabilitatea vidului egală cu unitatea în sistemul CGS μ_0 şi μ_r este permeabilitatea relativă a substanţei

$$\mu_r = \frac{\text{inducţia bobinei cu miez de fier}}{\text{inducţia bobinei fără miez de fier}}$$

Relaţia dintre inducţie şi cîmpul magnetizant devine: $B = \mu_0 \mu_r H$.

Experienţa a dovedit că aliajele substanţelor feromagnetice au permeabilitatea relativă mai mare decît a metalelor în stare pură. Astfel, fierul pur are $\mu_r = 400$, iar aliajul permaloy (22% Fe, 78% Ni) are permeabilitatea relativă $\mu_r = 1\,200$ iniţial şi poate să ajungă la valori foarte mari.

Proprietăţile substanţelor feromagnetice variază cu temperatura.

P. Curie a descoperit legea variației magnetizării cu temperatura: $\chi = \frac{C}{T}$; în care C este constanta Curie, iar T este temperatura absolută a substanței feromagnetice.

Substanțele feromagnetice își pierd proprietățile magnetice peste o anumită limită de temperatură numită punct Curie. De exemplu: Fe are punctul Curie la 769° C; Co are punctul Curie la 1 075° C; Ni are punctul Curie la 360° C.

Permeabilitatea magnetică relativă a substanțelor feromagnetice în fenomenele magnetice are același rol ca și constanta dielectrică în fenomenele electrostatice, cu deosebirea că permeabilitatea magnetică depinde de intensitatea cîmpului magnetizant exterior, în momentul cînd are loc magnetizarea.

De exemplu, dacă se trasează curba de magnetizare a fierului se constată că permeabilitatea substanțelor feromagnetice nu este proporțională cu intensitatea cîmpului magnetic. Luîndu-se pe abscisă H măsurat în A/m 10^2, iar în ordonată inducția magnetică măsurată în gauss, curba de magnetizare ajunge la o valoare de saturație caracteristică pentru fiecare varietate de fier sau substanță feromagnetică (fig. 2).

Permeabilitatea magnetică relativă ajunge la o valoare maximă înainte de cotul curbei de magnetizare și apoi scade.

Dependența permeabilității magnetice de intensitatea cîmpului magnetizant H a fost studiată pentru prima oară, de A. G. Stoletov, care în 1842 a publicat lucrarea „Studiul funcțiunii de magnetizare a fierului".

Dacă se magnetizează o probă de fier (oțel dur) care n-a mai fost magnetizată și se trasează curba de magnetizare se obține o curbă AB numită curbă de primă magnetizare, ajungînd la saturația magnetică (fig. 3). Dacă se micșorează treptat intensitatea cîmpului magnetic după ce s-a ajuns la saturația magnetică, procesul se desfășoară după curba BC,

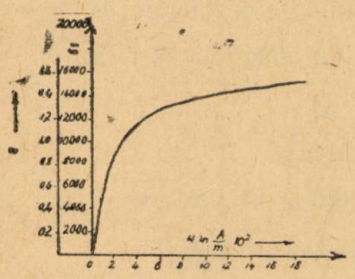


Fig. 2

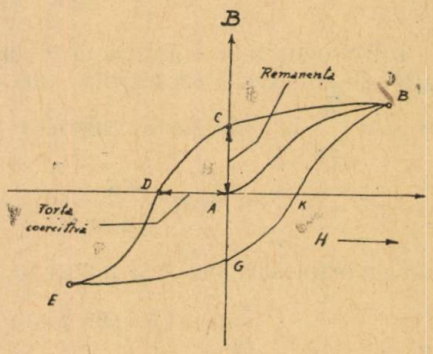


Fig. 3

care este situată deasupra curbei AB. Cînd H atinge valoarea zero, inducția B are valoarea segmentului AC, care se numește magnetism remanent. Oțelul dur a căpătat astfel, proprietăți magnetice permanente. Valoarea negativă a cîmpului magnetic corespunzătoare segmentului AD necesară demagnetizării se numește forță coercitivă. Această curbă reprezintă fenomenul de histerezis, care este o particularitate a substanțelor feromagnetice. La oțelurile dure, curba de histerezis închide o suprafață mare,

pe cînd la oțelul moale și la tolele de transformator de calitate superioară curba închide o suprafață îngustă. Procesul de magnetizare a substanțelor feromagnetice este însoțită de schimbarea dimensiunilor liniare și de volum a corpurilor, cunoscut sub numele de magnetostricțiune, fenomen utilizat la producerea ultrasunetelor. Feromagnetismul este o proprietate specifică stării solide a materiei.

Proprietățile substanțelor de a fi paramagnetice, diamagnetice sau feromagnetice s-au putut explica numai după ce s-a cunoscut structura atomului și s-a dezvoltat mecanica cuantică.

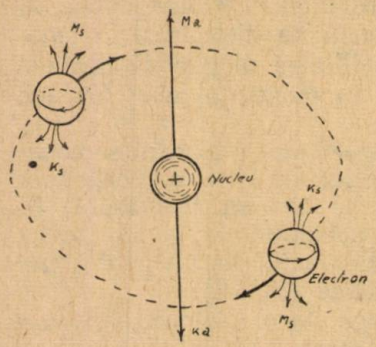


Fig. 4

Teoria electronică a magnetismului a fost elaborată de fizicianul francez Paul Langevin în 1912.

Un electron în mișcarea sa pe orbită poate fi considerat din punct de vedere magnetic, echivalent cu un magnet foarte subțire, avînd ca secțiune transversală aria orbitei (fig. 4).

Electronul în mișcare generează în jurul său un cîmp magnetic și posedă un moment magnetic: $m = \pi r^2 e \nu$. Dacă se înlocuiește valoarea frecvenței de rotație cu $\nu = \frac{\omega}{2\pi}$, iar $\omega = \frac{v}{r}$ și se împarte și înmulțește expresia cu masa electronului se stabilește relația dintre momentul magnetic și momentul impulsului $k = mvr$,

$$m = \pi r^2 \cdot e \frac{\omega}{2\pi} = \frac{r e v}{2} = \frac{e}{2m} \cdot m. v. r.$$

Introducîndu-se condiția de cuantificare a lui Bohr, că momentul cantității de mișcare reprezintă un număr întreg de cuante de energie: $mvr = n \frac{h}{2\pi}$ se stabilește valoarea momentului magnetic orbital:

$$m = n \cdot \frac{e h}{4\pi m} \cdot u. e. s = n \frac{e h}{4\pi m c} u. e. m.$$

unde raportul sarcinei e și masei m a electronului are valoarea

$$\frac{e}{m} = 1{,}7 \cdot 10^7 \; u.e.m., \text{ iar } c = 3 \cdot 10^{10} \text{ cm/s}$$

este viteza luminii în vid.

Mișcarea electronului pe orbită produce deci, un moment magnetic orbital, care variază prin multiplii întregi ai unei valori minime fundamentale denumită magnetonul lui Bohr-Procopiu $\frac{e h}{4\pi m c}$, deoarece valoarea acesteia a fost calculată pentru prima oară în 1912 de către fizicianul romîn Ștefan Procopiu; ea a fost apoi calculată de către Einstein în 1915 și verificată experimental în 1921, de Stern și Gerlach.

Electronul, în mișcarea lui pe orbită produce pe lîngă efectul magnetic și un efect mecanic reprezentat prin momentul impulsului. Cele două momente, magnetic și cinetic au acțiuni diferite: momentul magnetic caută să orienteze axa electronului paralel cu cîmpul magnetic exterior, pe cînd momentul cinetic se opune acestei orientări a electronului, producînd un efect giroscopic.

Electronul se rotește pe orbită cu o frecvență de rotație mare, de 10^{14} *Hz*, ceea ce face ca mișcarea lui să se asemene cu mișcarea unei sfîrleze. Prin efect giroscopic se înțelege o mișcare de pivotare în jurul unui ax vertical *Oz*, axul sfîrlezei *OO'*, descrie un con cu vîrful în *O*, într-o direcție perpendiculară pe direcția forței, care tinde să-i devieze axul de rotație (fig. 5). Efectul giroscopic este un efect mecanic. O sfîrleză se găsește sub acțiunea continuă a componentei gravitaționale G_1 perpendiculară pe axul de rotație *OO'*. Sfîrleaza își păstrează înclinarea (unghiul dintre *OO'*, și axul vertical *Oz*) producînd mișcarea de pivotare, care se numește mișcare de precesie.

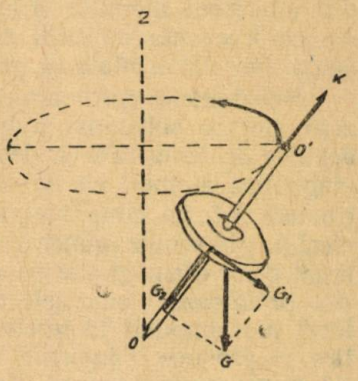


Fig. 5

Asupra electronului acționează în același timp, momentul magnetic $m = \frac{e}{2mc} mvr$ și momentul impulsului $k = mvr$.

În acest mod găsim relația între momentul magnetic și momentul cinetic orbital: $m = \frac{e}{2mc} \cdot k$.

Un atom al unei substanțe conține în general, mai mulți electroni, ale căror orbite sînt repartizate simetric spațial și momentele magnetice se pot compensa, producînd un moment magnetic rezultant egal cu zero, în absența unui cîmp magnetic exterior.

Asemenea substanțe introduse într-un cîmp magnetic exterior ar trebui să nu producă nici un efect magnetic, însă cîmpul magnetic exterior exercită asupra fiecărui electron care se află în mișcare, o forță electromagnetică numită forța L o r e n t z. Această forță produce o variație a vitezei electronului și, dacă ea are sensul forței centripete, viteza electronului crește; iar dacă are sensul forței centrifuge, viteza electronului scade. Forța Lorentz produce deci, efectul giroscopic al electronului și schimbă orientarea spațială a orbitelor electronice, producînd un moment magnetic rezultant al atomului, care acționează cu cîmpul magnetic exterior. Mișcarea de precesie a electronului se numește precesie L a r m o r.

Pentru substanțele diamagnetice, cîmpul magnetic exterior produce o rotație suplimentară a electronului, echivalentă cu un curent electric, care ar circula în sens opus mișcării de precesie. Acest curent generează un cîmp magnetic, al cărui sens este contrar cîmpului magnetic exterior.

Teoria electronică a magnetismului elaborată de P a u l L a n g e v i n în lucrarea „Magnetismul și teoria electronilor" consideră că diamagnetismul este o proprietate generală a materiei, care derivă din induc-

ția produsă de cîmpul magnetic exterior asupra electronilor care se rotesc în jurul nucleului atomului. În această teorie se consideră că razele orbitelor electronice rămîn constante cînd acționează cîmpul magnetic exterior, dar se modifică viteza electronilor. Diamagnetismul nu depinde de temperatură, deoarece agitația termică n-are nici o influență asupra electronilor din interiorul atomilor. Efectele diamagnetice sînt în general slabe, deoarece frecvența mișcării de precesie Larmor este mică față de frecvența mișcării orbitale (ν precesie = 2,08 10^6 *Hz*, iar ν orbital = 10^{14} *Hz*).

Substanțele paramagnetice au momentul magnetic atomic diferit de zero, fiecare substanță avînd un moment magnetic atomic propriu, care depinde de temperatură, deoarece agitația termică face ca aceste momente magnetice atomice să fie orientate la întîmplare. Cînd substanța este introdusă într-un cîmp magnetic exterior, forța Lorentz produce totuși, efectul giroscopic general pentru toate substanțele diamagnetice. Peste acest efect diamagnetic se suprapune un alt efect. Cîmpul magnetic exterior orientează momentele magnetice atomice în același sens cu liniile de forță ale cîmpului magnetic exterior. În interiorul substanței paramagnetice se produce o inducție magnetică : $B = \mu H$, mai puternică decît efectul diamagnetic general. Magnetizarea substanțelor paramagnetice variază cu tempratura pînă la zero absolut, efectele cîmpului magnetic exterior și ale temperaturii fiind opuse. Momentul magnetic experimental elementar pentru un singur atom a fost numit magnetonul lui Weiss. Experiențele făcute în apropierea temperaturii de zero absolut au arătat că momentele magnetice pentru un atom gram dintr-o substanță paramagnetică sînt multipli întregi ai magnetonului Weiss $u_w = 1{,}857\ 10^{-21}$ gs. cm^3 măsurat în sistemul CGS μ_0.

Paramagnetismul este o proprietate particulară a materiei, deoarece se manifestă numai la substanțele la care mișcările electronilor din atom nu-și compensează reciproc efectele lor magnetice.

O aplicație deosebită și-au găsit proprietățile paramagnetice ale corpurilor în problema fizică importantă a obținerii temperaturilor ultra joase ($< 1°K$).

Teoria feromagnetică a fost elaborată de Pierre Weiss în 1907, considerînd că substanțele feromagnetice sînt formate din aglomerări de molecule numite zone de magnetizare spontană. Aceste zone conțin 10^6—10^8 atomi cu moment magnetic propriu, orientați după o direcție comună, care este însăși direcția unei axe cristalografice. Cînd microcristalele sînt repartizate în mod dezordonat, substanța feromagnetică nu este magnetizată. Dacă însă, substanța feromagnetică este plasată într-un cîmp magnetic exterior, atunci zonele de magnetizare spontană se orientează în sensul cîmpului magnetic exterior, această orientare crescînd cu creșterea intensității cîmpului magnetic pînă la magnetizarea de saturație. Demagnetizarea se face prin micșorarea intensității cîmpului magnetic exterior sau prin creșterea temperaturii care dezorientează microcristalele. Dacă substanța feromagnetică a suferit anumite tratamente termice sau mecanice, sau conține corpuri străine, așa cum se prezintă aliajele fierului, nichelului, cobaltului, demagnetizarea nu se face complet, ci se manifestă fenomenul de histerezis, substanța prezentînd magnetismul remanent.

Fizicianul sovietic N. S. Aculov a reușit să pună în evidență zonele de magnetizare spontană, cercetînd la microscop modul cum se orientează pilitura de fier pe suprafața lustruită a unui corp feromagnetic. S-au determinat dimensiunile și forma zonelor de magnetizare spontană, dar nu s-a explicat natura forțelor care produc magnetizare spontană și care ar trebui să fie mult mai puternice decît forțele care determină mișcarea orbitală a electronilor la substanțele diamagnetice și paramagnetice.

Teoria feromagnetismului a fost dezvoltată atunci cînd s-a descoperit o nouă formă de mișcare a electronului numită mișcarea de spin. Electronul posedă pe lîngă mișcarea orbitală care este o mișcare de rotație a centrului său de greutate în jurul nucleului atomic și o mișcare de rotație, proprie, în jurul unei axe care trece prin centrul său de greutate și care se numește mișcarea de spin. Mișcarea orbitală produce cele două momente: momentul magnetic electronic și momentul cinetic. Spinul electronic produce de asemenea două momente: un moment magnetic de spin m_s și un moment cinetic de spin K_s, care sînt legate printr-o relație asemănătoare $m_s = \frac{e}{mc} \cdot K_s$.

Pentru fiecare electron, raportul acestor două momente de spin este egal cu sarcina specifică a electronului și care a fost verificată experimental. Mișcarea de spin a electronului a fost introdusă în fizică în 1925 de către Goudsmit și Uhlenbeck, din necesitatea de a explica efectul Zeeman și care explică și proprietățile substanțelor feromagnetice.

Fenomenele feromagnetice sînt strîns legate de structura cristalină a substanțelor feromagnetice. N. S. Aculov a efectuat calculul energiei unei rețele cristaline uniform deformate, formată din dipoli. El a legat însușirile magnetice ale cristalelor de eforturile de întindere și comprimare ale substanțelor feromagnetice și de alți factori fizici. Fizicianul V. C. Arcadiev a studiat dependența dintre permeabilitatea magnetică și frecvența unui cîmp magnetic variabil exterior, ajungînd la concluzia că, începînd de la frecvența de: $\nu = 10^6$ *Hz* în sus, permeabilitatea magnetică rămîne constantă și devine egală cu unitatea.

Fizicianul sovietic I. G. Dorfman a dovedit experimental, încă din 1927, că forțele care provoacă magnetizarea spontană nu sînt forțe de interacțiune magnetică. El a experimentat devierea electronilor de viteze mari în rețelele cristaline ale substanțelor feromagnetice. Fizicianul Frenkel în 1928, a menționat pentru prima oară că magnetizarea spontană poate fi condiționată de așa-numitele „forțe de schimb" cercetate în mecanică cuantică. Forțele de schimb tind să orienteze momentele magnetice atomice într-o direcție paralelă, producînd magnetizarea zonelor de magnetizare spontană.

Din studiul mecanicii cuantice, fizicianul Dirac, în 1928, a dedus că spinul electronic este o consecință naturală a mișcării electronului, studiată în mecanica cuantică.

Explicarea feromagnetismului a căpătat o formă corectă ținîndu-se seama de spin, cauza feromagnetismului, constînd în existența momentelor magnetice de spin a electronilor aparținînd unor orbite interne a atomilor. Distribuția electronilor pe aceste orbite este astfel încît momentele lor nu se compensează.

Rezultanta acestora determină fiecărui atom un moment magnetic și forțele de interacțiune sînt astfel încît atomii unei substanțe feromagnetice avînd o rețea cristalină, au momente paralele ceea ce face să se nască o magnetizarea la scară macroscopică.

Cînd forțele de interacțiune sînt mari în corpurile feromagnetice avem o simetrie stabilă, atunci cînd spinii vecini sînt paraleli, chiar în absența unui cîmp exterior. Paralelismul însă în aceste condiții nu se extinde decît la o anumită regiune, un domeniu. Un corp feromagnetic este constituit din astfel de domenii, fiecare domeniu fiind magnetizat la saturație în anumite direcții; în absența unui cîmp magnetic exterior, momentele magnetice ale fiecărui domeniu sînt orientate la întîmplare, astfel că ansamblul din punct de vedere magnetic este neutru.

Forțele de interacțiune tind să aducă spinii în direcții paralele în timp ce agitația termică tinde să distrugă acest paralelism; cînd temperatura este suficient de ridicată agitația termică predomină și corpul încetează de a fi feromagnetic, astfel că la fier, dacă temperatura trece de punctul Curie, el devine paramagnetic. Substanțele feromagnetice ocupă un loc deosebit de important în aplicațiile industriale, studiul proprietăților lor fiind o problemă actuală a cercetărilor științifice.

ANAGLIFE GEOMETRICE

de *GH. ROTARU*, profesor Constanța

Prin anaglife geometrice înțelegem un desen a unui corp geometric făcut în așa fel încît dacă îl privim cu anumiți ochelari avem impresia că vedem un corp în relief.

Denumirea de anaglifă își are izvorul în cuvintele grecești ανα care înseamnă pe, în sus și γλνφω care înseamnă sculptez. Noi vom înțelege prin anaglifă un desen în relief.

Principiul fizic pe care se bazează confecționarea anaglifelor a fost indicat pentru prima dată de fizicienii germani Dave și Rollmann.

Primele anaglife au fost confecționate de profesorul francez Henri Richard. În anul 1912, la Paris apare cartea „Anaglifele geometrice" de H. Vuibert. În anul 1938 apare cartea „Figuri geometrice în spațiu" de autorii germani U. Graff, O. Köhler și C. Calov.

Un grup de studenți de la facultatea de Matematică și Fizică a Universității „Al. I. Cuza" din Iași prezintă la sesiunea științifică a studenților din anul 1957, un referat intitulat „Folosirea anaglifelor la predarea geometriei în școala medie.

Anaglifele ar putea fi confecționate și de elevii din școlile medii mai ales cei din clasele X și XI. Confecționarea lor nu necesită decît cunoașterea elementelor de bază a desenului liniar și o bună viziune în spațiu.

Articolul de față are ca scop să dea indicațiile necesare pentru confecționarea anaglifelor.

Dacă în geometria plană, proprietățile unei figuri pot fi transpuse pe hîrtie printr-un desen corespunzător, în geometria în spațiu nu putem reprezenta un corp decît printr-un desen convențional, făcut pe baza unor

reguli unanim acceptate. De exemplu în perspectiva cavalieră fețele unui cub se reprezintă o parte prin pătrate, o altă parte prin paralelograme cu baza mare egală cu muchia cubului și baza mică egală cu jumătate din muchia cubului, iar unghiul ascuțit al paralelogramului de 45°. (fig.1). În perspectiva conică fețele unui cub se reprezintă o parte prin pătrate iar o altă parte prin trapeze. (fig. 2). În ambele cazuri desenul nu reflectă proprietățile corpului. De exemplu în nici unul din cele două moduri de a reprezenta cubul, nu se vede că cele patru diagonale ale cubului sînt egale. Iar atunci cînd privim desenul numai cu oarecare efort ne putem imagina cum sînt așezate elementele corpului, deoarece aceasta necesită viziunea spațială.

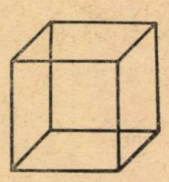


Fig. 1

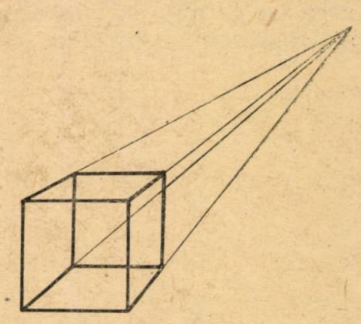


Fig. 2

În cazul anaglifelor aceste neajunsuri dispar. Privind o anaglifă ne apare clar forma corpului și ceea ce este mai important vedem în interiorul lui. Datorită acestei proprietăți a anaglifelor, am putea spune că ele prezintă corpurile mai bine decît în realitate.

O anaglifă este un desen a unui corp geometric executat în două culori: (roșu și verde). Astfel fiecărui ochi a observatorului îi este destinat numai partea de desen de o anumită culoare. De exemplu ochiul drept vede numai partea desenată cu roșu, iar ochiul stîng vede numai partea desenată cu verde. Cele două imagini observate separat de ochii observatorului, se contopesc și dau imaginea unui corp în relief. Separarea celor două desene de culori diferite se realizează cu ajutorul unor ochelari confecționați din celuloid vopsit. Un vizor al ochelarilor este colorat în verde și celălalt în roșu. Prin vizorul colorat în verde se va vedea numai partea roșie a desenului, deoarece razele care vin de la desenul verde vor fi absorbite de acest vizor, iar prin vizorul roșu, se va vedea numai partea verde a desenului deoarece razele care vin de la desenul roșu vor fi absorbite de vizorul roșu.

Pentru confecționarea ochelarilor se procedează în modul următor: se procură celuloid cu suspensie de gelatină pe el, de exemplu, un rolfilm obișnuit de la aparatele de fotografiat fără a fi fost folosit, dar care trebuie trecut prin revelator și fixator. Astfel prin developare rămîne pe celuloid stratul de gelatină cu ajutorul căruia se face colorarea celuloidului.

La colorarea celuloidului se folosește cerneală (sau tuș) roșie sau verde. Colorarea se face prin introducerea celuloidului în cerneală, unde se ține 5—10 minute. Se obține o colorare uniformă dacă înainte de a introduce celuloidul în cerneală se ține la muiat în apă curată timp de 10—15 minute. După ce s-a colorat celuloidul se introduce între două cartoane care au fost decupate în forma unor ochelari.

Pentru desemnarea anaglifelor se va folosi aceiași cerneală (sau tuș), cu care s-a făcut colorarea celuloidului, dar care va fi diluată în

proporție de aproximativ 60% apă și 40% cerneală. Cerneala pentru desen se potrivește în așa fel ca liniile trasate pe desen să fie complet absorbite de vizorul de aceeași culoare. Numai fiind îndeplinită această condiție, putem obține efectul desenului în relief. Culorile în care se execută desenul ar putea fi și altele, dar trebuie alese astfel ca ele să fie aproximativ complementare.

Desenarea anaglifelor se face după o metodă grafică destul de simplă care ne permite să stabilim poziția fiecărui punct al figurii pe care vrem s-o reprezentăm în plan.

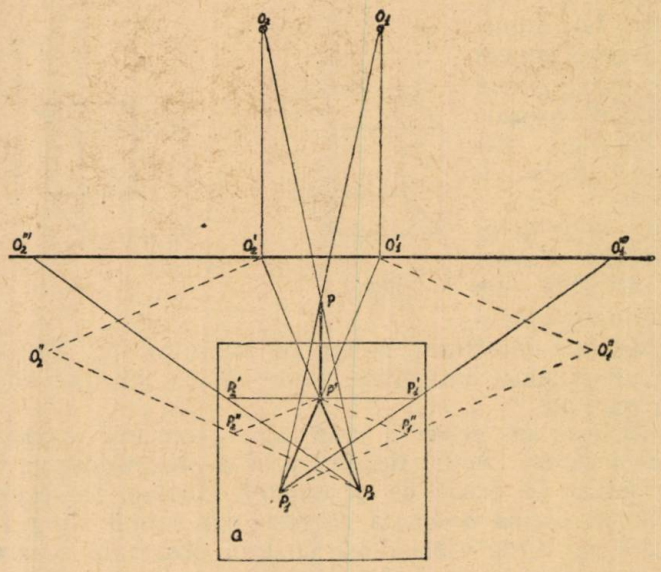


Fig. 3

Pentru a înțelege mai ușor metoda grafică care se folosește la desenarea anaglifelor vom arăta cum se procedează în cazul cînd vrem să desenăm o dreaptă care să se vadă privită cu ajutorul ochelarilor stînd perpendiculară pe planul desenului.

Fie O_1 și O_2 pozițiile ochilor observatorului (fig. 3) și Q planul în care vrem să executăm desenul. Segmentul PP' este segmentul pe care trebuie să-l vedem atunci cînd privim desenul și deci el este perpendicular pe planul Q cu piciorul în punctul P'. Proiecțiile punctelor O_1 și O_2 în planul Q sînt punctele O_1' și O_2'. Unind punctele O_1 cu P și O_2 cu P apoi O_1' cu P', O_2' cu P' și prelungind, dreptele O_1P și $O_1'P'$ se întîlnesc în punctul P_1 iar dreptele $O_2'P$ și $O_2'P'$ se întîlnesc în P_2. S-au format astfel triunghiurile dreptunghice $O_1O_1'P_1$ și $O_2O_2'P_2$, în spațiu, care se taie după dreapta PP'. Dacă în planul Q vom trasa segmentul $P'P_1$ cu verde iar segmentul $P'P_2$ cu roșu iar în punctul O_1 se află vizorul roșu și în punctul O_2 se află vizorul verde atunci observatorul va vedea o singură linie neagră și anume PP' care este perpendiculară pe planul Q. Dar practic este greu de format triunghiurile $O_1O_1'P_1$ și $O_2O_2'P_2$ în spațiu.

De aceea vom căuta să ne folosim de alte triunghiuri care să ne dea poziția punctelor P_1 și P_2 dar care să se afle în planul Q. Acest lucru se realizează prin rabaterea triunghiurilor $O_1O_1'P_1$ și $O_2O_2'P_2$ în planul Q. Obținem astfel triunghiurile $O_1''O_1'P_1$ și $O_2''O_2'P_2$. Aceste triunghiuri fiind în planul Q ele pot fi folosite pentru stabilirea pozițiilor punctelor P_1 și P_2. Dar punctele O_1'' și O_2'' își schimbă așezarea pentru diferite poziții ale punctului P' în plan. Acest inconvenient se înlătură dacă în locul triunghiurilor $O_1''O_1'P_1$ și $O_2''O_2'P_2$ se folosesc triunghiurile $O_1'''O_1'P_1$ și $O_2'''O_2'P_2$ care au avantajul că pentru orice poziție a punctului P' în planul Q punctele O_1''' și O_2''' rămîn fixe. O dată ce dispunem de patru puncte fixe O_1'''; $O_1'O_2'O_2'''$ cu ajutorul cărora putem determina liniile pe care să le trasăm cu roșu sau cu verde problema executării desenului în relief este foarte simplă.

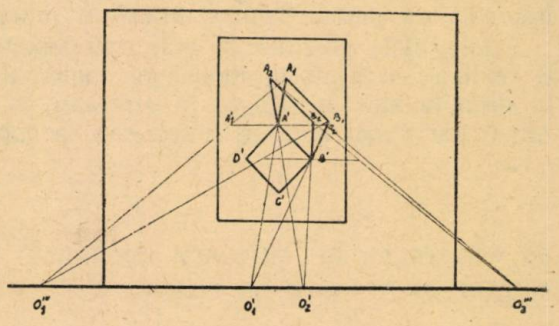


Fig. 4

Cu scopul de a veni și mai în ajutorul celor ce vor încerca să execute desene în relief vom descrie cum se execută desenul unui cub. (Fig. 4).

Pe o planșetă se fixează punctele O_1''' O_1' O_2' și O_2''' în partea de jos și pe aceiași linie. Distanța dintre punctele O_1' și O_2' se ia aproximativ de 6,5 cm, aceasta fiind în mod curent distanța dintre ochi. Distanța dintre punctele O_1' O_1''' și O_2' O_2''' se ia fiecare de aproximativ 35 cm, aceasta fiind înălțimea de la care va fi privit desenul. Se fixează apoi pe planșetă foaia de hîrtie pe care vrem să executăm desenul. Foaia se fixează la aproximativ 15 cm de linia punctelor O_1' O_2' și axa de simetrie longitudinală în direcția mijlocului segmentului $O_1'O_2'$. Din cele indicate mai sus rezultă că observarea unui desen în relief se face ținînd foaia pe care se află desenul în față la 15 cm depărtare și în poziție orizontală.

După ce s-a fixat foaia de hîrtie pe planșetă se desenează pătratul $A'B'C'D'$ care va constitui baza pe care se „sprijină" cubul nostru. Se duc razele $O_1'A'$; $O_2'A'$ și se prelungesc, după care pe paralele prin A' la $O_1'O_2'$ se iau segmentele $A'A_1'$ și $A'A_2'$ egale cu latura pătratului $A'B'C'D'$. Se duc apoi razele $O_1'''A_1'$ și $O_2''A_2'$ și se prelungesc. La intersecția razelor $O_1'A'$ și $O_1'''A_1'$ se găsește punctul A_1 iar la intersecția razelor $O_2'A'$ și $O_2'''A_2'$ se găsește punctul A_2. În mod cu totul asemănător se găsesc punctele $B_1C_1D_1$ respectiv $B_2C_2D_2$. După ce s-au determinat toate punctele se poate trasa desenul în cele două culori în felul următor: patratul de bază se trasează cu ambele culori (se trasează întîi cu o culoare, apoi se trasează pe deasupra cu a doua culoare). Pătratul

$A_1B_1C_1D_1$ și muchiile corespunzătoare se trasează cu verde iar pătratul $A_2B_2C_2D_2$ și muchiile corespunzătoare se trasează cu roșu.

În sfîrșit se șterg liniile ajutătoare trase cu creionul după care desenul în relief este gata.

Trebuie ținut seama de faptul că desenul necesită o execuție cu foarte mare precizie, deoarece cea mai mică greșeală în execuția desenului face ca efectul desenului în relief să nu se observe.

După indicațiile date mai sus se pot desena și alte corpuri geometrice. În special secțiunile în corpuri geometrice pot fi ilustrate foarte bine cu ajutorul anaglifelor.

O anaglifă privită fără ochelari dă impresia unui desen fără sens din care nu se poate înțelege nimic, privită însă prin ochelari, ne apare o figură clară și care parcă se ridică din plan. O anaglifă executată bine stîrnește admirație. Corpul se conturează atît de bine încît avem impresia că putem atinge liniile cu mîna.

Anaglifele prezintă și avantajul fenomenului de mișcare ce nu poate fi realizat cu ajutorul modelelor matematice. Observatorul deplasîndu-se la dreapta sau la stînga, în sus sau în jos vede că figura se înclină într-o parte sau alta, se ridică sau se coboară.

SĂ CONSTRUIM CU MIJLOACE PROPRII MODELE ȘI APARATE DE FIZICĂ

1. *Dispozitiv pentru determinarea accelerației de cădere liberă, după modelul profesorului I. Eingarn de la Școala Medie nr. 4 din Zaporojie.*

Aspectul și montajul sînt redate în figura 1. Dispozitivul este format dintr-un postament de lemn (10) de dimensiuni 40×25×10 cm, un suport (9) lung de 105 cm, tubul metalic (1) în care se introduc bile de rulmenți (2), electromagnetul (4) și o măsuță mobilă (8) fixată de postament printr-o tijă elastică (7). Electromagnetul este fixat pe tub și tubul se poate mișca pe suport. În tub se introduc 10—15 bile cu diametrul cam 16 mm. Unghiul format de tub cu orizontala se reglează cu ajutorul șurubului (11), pentru a lăsa distanța necesară ieșirii bilelor, între tub și ancora electromagnetului (care închide bilele în tub). Se folosește un electromagnet școlar și ca sursă de curent o baterie de elemente. Dispozitivul funcționează astfel: se dă un

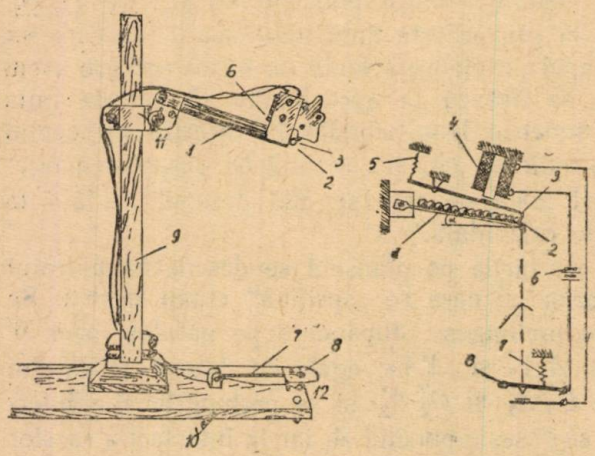


Fig. 1

mic impuls măsuței (8), așa încît se închide circuitul. Electromagnetul atrage armătura metalică al cărei capăt este ancora care închide bilele. Ridicîndu-se ancora, o bilă cade. În momentul în care aceasta atinge măsuța metalică (8) (care este deci un întrerupător electric), declanșăm un cronometru. Bilele cad acum automat, la intervalele egale de timp: cînd una atinge măsuța, alta cade din tub. Măsuța, rămasă liberă (ea trebuie construită astfel încît bilele să nu rămînă pe ea) se ridică datorită tijei elastice, curenul se întrerupe, ancora cade și oprește bila următoare, pînă cînd contactul se face din nou. Se închide cronometrul, cînd ultima bilă a atins măsuța. Timpul măsurat reprezintă timpul de cădere al unei bile înmulțit prin numărul bilelor. Astfel putem afla timpul de cădere al unei singure bile, prea scurt pentru a putea fi măsurat direct. Măsurînd înălțimea de la care au căzut bilele se află accelerația căderii libere:

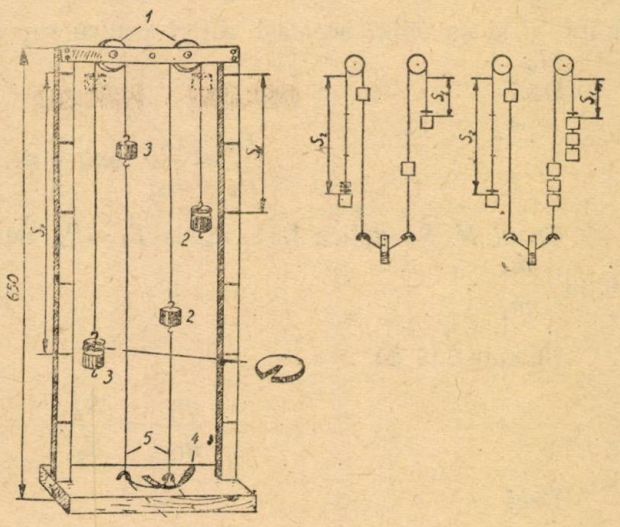


Fig. 2

$$g = \frac{2h}{t^2}.$$

Aparatul a fost construit de elevii Mihăieși Gh. și Soare V. cls. X-a. Școala Medie nr. 1 Constanța. Aparatul poate fi folosit în clasa a VIII-a, ca și în clasa a X-a ca o aplicație a electromagneților.

2. *Dispozitiv de verificare a legii a II-a a mecanicii, după modelul profesorului Sastitco din Ulianovsk.*

Dispozitivul este reprezentat în figura 2. Sistemele de corpuri (2) și (3) au masele m_1 și m_2 și sînt în echilibru fiecare pe cîte un scripete cu frecarea neglijabilă. Firul (5) leagă cele două sisteme și trece pe sub lama elastică (4). Firul nu trebuie să se răsucească și să fie bine apăsat de lama (4). Aplicăm forțele F_1 și F_2 prin rondele așezate peste masele m_1 și m_2 rămase libere și le ridicăm pe acestea sus, trăgînd de firul (5) de sub lama (4). Dînd drumul brusc firului, ambele mase aflate sub acțiunea forțelor cad simultan. Cînd întreg sistemul este din nou în echilibru se constată că spațiile parcurse sînt direct proporționale cu forțele aplicate, în cazul cînd masele au fost egale, sau spațiile sînt invers proporționale cu masele cînd s-au aplicat forțe egale.

Mișcarea este uniform accelerată. Timpul de cădere este același.

$$S_1 = \frac{a_1 t_1^2}{2}, \quad S_2 = \frac{a_2 t_2^2}{2}, \quad t_1 = t_2$$

Rezultă că $\frac{S_1}{S_2} = \frac{a_1}{a_2}$ deci prin raportul spațiilor măsurate putem afla raportul accelerațiilor.

Cazul I. Aplicăm mase egale $m_1 = m_2$. Se dau valori diferite raportului $\frac{F_1}{F_2}$ și se obțin aceleași valori pentru raportul $\frac{S_1}{S_2}$.

Deci

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{a_1}{a_2} \quad \text{sau} \quad a \approx F.$$

Cazul II. Se aplică forțe egale $F_1 = F_2$. Se dau valori diferite raportului $\frac{m_1}{m_2}$.

Se constată că

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{S_2}{S_1}.$$

Deci

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{a_2}{a_1} \quad \text{sau} \quad a \approx \frac{1}{m}.$$

În concluzie $a = k\frac{F}{m}$ și pentru $k = 1$, $a = \frac{F}{m}$.

Ca mase se folosesc rondele identice, de fier, cu cîrlige. Ca forțe se folosesc greutățile unor rondele de plumb identice, crestate.

Dispozitivul a fost construit de elevul Pavelescu Aurel — Școala Medie nr. 1 Constanța.

3. *Dispozitiv pentru producerea undelor, după modelul profesorului V. E. Efimov din Moscova.*

Dispozitivul, reprezentat în figura 3 — se compune din:

— placă din placaj cu dimensiunile 350 × 450 mm,

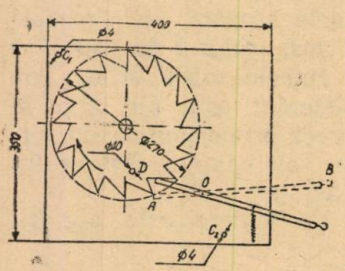


Fig. 3

— o roată dințată cu diametrul de 270 mm, din placaj de 3 mm, avînd dinții de 45 mm.

— o pîrghie *AB* de dimensiuni 10 × 15 × 300 mm.

Roata se prinde de placă printr-un ax în jurul căruia se poate roti. În *D* se fixează un mîner pentru a învîrti roata. Pîrghia este fixată pe placă printr-un ax de rotație în *O*, astfel încît $OA = 100$ mm, $OB = 200$ mm. La distanța de 100 mm de capătul *B*, de

pîrghie se prinde un cerc spiralat care face ca tot timpul capătul *A* să atingă roata dințată. Între roata dințată și placă se așază un disc protector de 500 mm diametru.

Învîrtind roata, pîrghia oscilează și oscilațiile se transmit în șnurul sau tubul de cauciuc care se leagă de capătul *B*. Șnurul poate fi lăsat liber sau fixat și la celălalt capăt. Dispozitivul trebuie fixat în plan vertical.

Ciobanu Eleonora, Constanța -

4. *Demonstrarea fenomenului Piezoelecric.* Deoarece în laboratorul școlii lipsea un dispozitiv pentru demonstrarea fenomenului piezoelectric, s-a dat ca temă elevilor claselor a XI-a să construiască un microfon piezoelectric.

Într-o celulă din placaj fig. 1 de dimensiuni : 7 × 3,5 × 3 cm. s-a introdus pe un suport în formă de dublu *T* un cristal de cuarț. La capătul liber s-a prins ușor un ac al cărui vîrf se sprijină pe o foiță de staniol. Polii cristalului erau puși la bornele de picup ale aparatului de radio, care avea rolul de a amplifica curentul electric produs de cristal. La bornele de ieșire ale transformatorului difuzorului s-a montat un aparat de măsură care indică variația curentului electric amplificat, atunci cînd se vorbea în fața membranei de staniol.

In acest fel s-a putut demonstra producerea curentului electric de către un cristal de cuarț cînd acesta este supus unei presiuni. Rezultate bune se obțin cu un cristal de la o doză de picup.

5. *Dioda.* Pentru a trasa caracteristica diodei, elevii au realizat schema din manualul de fizică pentru clasa XI-a, 1962, de la pagina 87, fig. 49 care de altfel se poate vedea și din fig. 2.

Ei au realizat montajul pe o placă din placaj de dimensiuni 20 × 15 cm, așezată vertical.

Pe una din fețe au desenat schema, iar pe partea opusă au făcut legăturile necesare. Ca diodă s-a folosit o lampă A.Z.I.

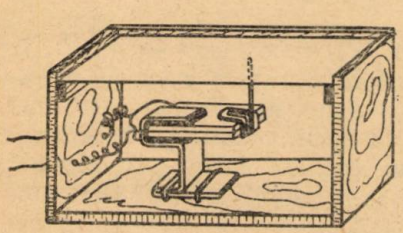


Fig. 1

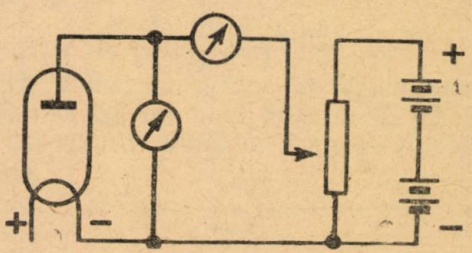


Fig. 2

Pentru introducerea aparatelor de măsură și a tensiunilor de alimentare și încălzire în placaj s-au fixat bucșe, în care erau introduse cordoanele ce erau puse în legătură cu sursele sau cu ampermetrul sau voltmetrul.

Pentru alimentare s-a folosit alimentatorul de laborator, care însoțește trusa de experiențe de electronică.

6. *Dioda ca redresoare.* Demostrarea funcției de redresare a diodei s-a arătat în felul următor:

S-a folosit schema din manual de la pagina 89. Montajul s-a construit pe o placă din placaj de 20 × 15 cm (fig. 3).

Ca dublă redresoare s-a întrebuințat tot lampa A.Z.1.

Ca transformator s-a folosit trusa de bobine I.M.D.

Între bornele *a* și *b* s-a introdus aparatul de măsură (un voltmetru de curent continuu de 120 V).

7. *Trioda.* Trasarea caracteristicii triodei s-a făcut cu montajul din fig. 4 în și a cărei schemă este desenată în manual la pagina 80 (fig. 52 a).

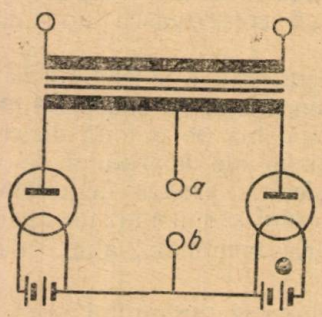


Fig. 3

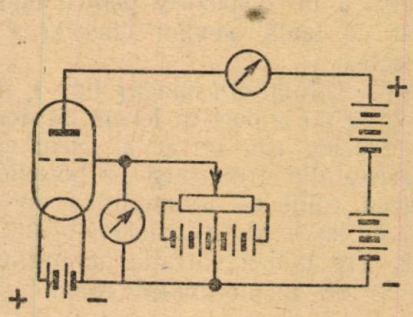


Fig. 4

Montajul s-a construit pe o placă de pertinax de 20 × 15 cm.

Trioda folosită este 6 Г 7, iar pentru măsurarea curentului s-a folosit un miliampermetru (100 mA).

Ca divizor de tensiune s-a folosit un resort cu cursor de 300 Ω. Pentru alimentarea cu curent s-a folosit alimentatorul de laborator I.M.D.

8. *Trioda ca generator de oscilații întreținute.* Schema din manual de la pagina 93, fig. 54 s-a realizat astfel:

Pe o placă de pertinax de 30 × 25 cm, s-a desenat montajul, iar pe fața cealaltă s-au făcut legăturile necesare (fig. 5).

În montajul s-au folosit:

O triodă 6 П 9 (Grila II, III a tubului 6 П 9 se leagă la anod), un condensator $C = 32\,\mu F$ și 500 V. Un transformator care avea în primar 8 000 spire o,08 mm, iar în secundar 400 spire de diametru 0,2 mm. Bobina primară constituie bobina L', iar secundarul constituie bobina L, a circuitului oscilant închis. În circuitul oscilant era introdusă o cască telefonică.

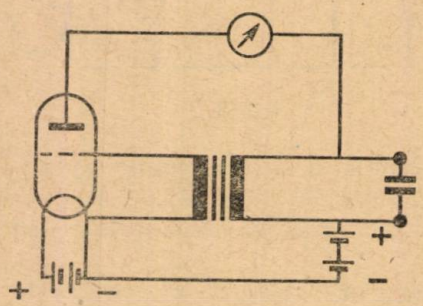


Fig. 5

În felul acesta se puneau în evidență oscilațiile curentului.

În circuitul anodic se monta un miliampermetru care oscila în jurul valorii medii a curentului, iar în circuitul oscilant se putea vedea oscilațiile curentului în jurul valorii zero.

Pentru alimentare s-a folosit alimentatorul I.M.D.

I. Stoian și D. Tașcu, Medgidia

1. ASUPRA PROBLEMELOR 4738 ŞI 5484

Dacă $a + b + c = 0$, *atunci*

$$a^n+b^n+c^n+(ab+bc+ca)(a^{n-2}+b^{n-2}+c^{n-2})=abc(a^{n-3}+b^{n-3}+c^{n-3}),$$

este enunţul problemei 4738 din G.M.F.-B.

Fie $a = \sin^2 x$; $b = \cos^2 x$; $c = -1$. Relaţia de condiţie este verificată deoarece:

$$a + b + c = \sin^2 x + \cos^2 x - 1 \equiv 0.$$

Înlocuind valorile lui a, b, c în identitate avem:

$$\sin^{2n}x+\cos^{2n}x+(-1)^n+(\sin^2 x\cdot\cos^2 x-1)[\sin^{2n-4}x+\cos^{2n-4}x+(-1)^{n-2}]=$$
$$=-\sin^2 x\cdot\cos^2 x\,[\sin^{2n-6}x+\cos^{2n-6}x+(-1)^{n-3}]$$

Desfăcînd parţial parantezele, avem:

$$\sin^{2n}x+\cos^{2n}x+(-1)^n+\sin^2 x\cdot\cos^2 x\cdot(\sin^{2n-4}x+\cos^{2n-4})-$$
$$-(\sin^{2n-4}x+\cos^{2n-4}x)+(-1)^{n-2}\cdot\sin^2 x\cdot\cos^2 x+(-1)^{n-1}=$$
$$=-\sin^2 x\cdot\cos^2 x\,(\sin^{2n-6}x+\cos^{2n-6})+(-1)^{n-2}\cdot\sin^2 x\cdot\cos^2 x.$$

Reducînd termenii asemenea şi dînd factor comun avem:

$$\sin^{2n}x+\cos^{2n}x=(\sin^{2n-4}x+\cos^{2n-4})-\sin^2 x\cdot\cos^2 x\,(\sin^{2n-4}x+$$
$$+\cos^{2n-4}+\sin^{2n-6}x+\cos^{2n-6}x).$$

Dacă notăm $T_n = \sin^{2n}x + \cos^{2n}x$ (1) unde n este un număr întreg, se observă că $T_0 = 2$ şi $T_1 = 1$; relaţia devine:

$$T_n = T_{n-2} - \sin^2 x\cdot\cos^2 x\,(T_{n-2} + T_{n-3}).$$

Pe baza acestei relaţii de recurenţă se pot deduce o serie de identităţi. Să calculăm primii 6 termeni ai relaţiei de recurenţă. Avem:

$$T_0 = (\sin x)^\circ + (\cos x)^\circ = 2$$

$$T_1 = \sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

Pentru $n = 2$ avem: $T_2 = T_0 - \sin^2 x\cdot\cos^2 x\cdot(T_0 + T_{-1})$, unde $T_{-1} = \sin^{-2}x + \cos^{-2}x$ Înlocuind avem:

$$T_2 = 2 - \sin^2 x\cdot\cos^2 x\,(2 + \sin^{-2}x + \cos^{-2}x)$$

sau:

$$T_2 = 2 - 2\sin^2 x\cdot\cos^2 x - (\sin^2 x + \cos^2 x) = 1 - 2\sin^2 x\cdot\cos^2 x.$$

Pentru $n = 3$, avem: $T_3 = T_1 - \sin^2 x\cdot\cos^2 x\,(T_1 + T_0)$ sau:

$$T_3 = 1 - \sin^2 x\cdot\cos^2 x(1 + 2) = 1 - 3\sin^2 x\cdot\cos^2 x.$$

Pentru $n = 4$, avem: $T_4 = T_2 - \sin^2 x\cdot\cos^2 x\,(T_2 + T_1)$ sau:

$T_4 = 1 - 2\sin^2 x \cdot \cos^2 x - \sin^2 x \cdot \cos^2 x (1 - 2\sin^2 x \cdot \cos^2 x + 1)$, deci :

$$T_4 = 1 - 4\sin^2 x \cdot \cos^2 x + 2\sin^4 x \cdot \cos^4 x.$$

Pentru $n = 5$, avem : $T_5 = T_3 - \sin^2 x \cdot \cos^2 x\ (T_3 + T_2)$, adică :

$$T_5 = 1 - 3\sin^2 x \cdot \cos^2 x - \sin^2 x \cdot \cos^2 x\ (2 - 5\sin^2 x \cdot \cos^2 x)$$

deci :

$$T_5 = 1 - 5\sin^2 x \cdot \cos^2 x + 5\sin^4 x \cdot \cos^4 x.$$

Adunînd T_4 și T_5 avem :

$$T_4 + T_5 = 2 - 9\sin^2 x \cdot \cos^2 x + 7\sin^4 x \cdot \cos^4 x$$

sau, ținînd seama de formula (1), avem :

$$\sin^8 x + \cos^8 x + \sin^{10} x + \cos^{10} x = 2 - 9\sin^2 x \cdot \cos^2 x + 7\sin^4 x \cdot \cos^4 x$$

care se mai scrie :

$$\sin^8 x\,(1 + \sin^2 x) + \cos^8 x(1 + \cos^2 x) + 9\sin^2 x \cdot \cos^2 x = 2 + 7\sin^4 x \cdot \cos^4 x,$$

tocmai identitatea din problema 5484.

Pirșan Liviu, student matematici, București

CALEIDOSCOP FIZIC

1. *Știați că există „gheață fierbinte" cu o temperatură mai ridicată decît 0°C?* În general se crede că apa în stare solidă nu poate exista la o temperatură superioară lui 0°C, totuși cercetările fizicienilor au arătat că nu este așa : la presiuni ridicate apa trece în stare solidă și rămîne în această stare de agregare la temperaturi mult mai ridicate decît 0°C.

S-a demonstrat că există, nu o singură varietate de gheață, ci mai multe. Astfel, gheața numită nr. 5 se obține sub presiunea colosală de 20 600 atmosfere și rămîne sub formă de gheață la temperatură de 76°C. Această gheață ne-ar frige degetele, dacă am putea să ne atingem de ea, însă lucrul acesta este imposibil, deoarece gheața nr. 5 se obține sub acțiunea unei prese puternice într-un vas special cu pereți groși din cel mai bun oțel. Gheața nr. 5 nu poate fi văzută și nici luată în mînă, iar proprietățile sale au fost cunoscute în mod indirect ; astfel gheața nr. 5 este mai densă decît gheața obișnuită 0°C, mai densă chiar decît apa, greutatea specifică fiind de 1,05.

Ea ar trebui să se scufunde în apă, pe cînd gheața obișnuită plutește.

2. *Știați de ce apa stinge focul?* La această întrebare simplă nu toți pot să răspundă corect. De aceea cititorii nu se vor supăra, dacă vom explica fenomenul. În primul rînd apa căzînd pe obiectul arzînd se transformă în vapori, vaporizarea se face cu absorbție de căldură de la corpul arzînd ; pentru a transforma apa care fierbe în vapori este necesară o cantitate de căldură de circa 5 ori mai mare, decît pentru a încălzi aceeași cantitate de apă rece pînă la 100°C. În al doilea rînd vaporii formați ocupă un volum de sute de ori mai mare decît apa care

i-a generat, ei înconjoară corpul care arde și îl izolează de aer, fără de care arderea este imposibilă. Pentru a stinge și mai repede focul se adaugă în apă praf de pușcă ; lucrul pare curios, totuși este logic. Praful de pușcă arde repede obținîndu-se gaze neinflamabile, acestea înconjoară corpurile care ard și le izolează de aer.

3. *Cine va auzi mai repede primul acord al pianistului : spectatorul din sală care se află la 10 m de pian sau un radio ascultător, care ascultă acasă la el la o distanță de 100 km de sală?* E foarte curios că primul va auzi radioascultătorul care se află la o distanță de 10 000 de ori mai mare decît spectatorul din sală. Fenomenul se explică prin proprietatea undelor radio, unde electromagnetice, care se propagă cu viteza luminii de 300 000 de km/s și cum sunetul se propagă cu o viteză aproape de 1 000 000 de ori mai mică decît undele electromagnetice, rezultă că radiosemnalul se va propaga cu o viteză mai mare decît sunetul prin aer, de un milion de ori. Într-adevăr undele de radio parcurg distanța de 100 km în:

$$t = \frac{100}{300\,000} = \frac{1}{3000}\ s.$$

Undele sonore străbat distanța de 10 metri în timpul

$$t = \frac{10}{340} = \frac{1}{33}\ s.$$

Se vede deci că transmiterea sunetului prin undele radio necesită un timp de aproape 100 ori mai mic decît transmiterea sunetului prin aer.

Margareta Luscalov, Constanța

PROBLEME REZOLVATE

Problema 5297

Un triunghi isoscel ABC are AB = AC = 2BC. Se duce înălțimea AP, mediana BM și bisectoarea CL. Pe latura AC se ia un punct D astfel ca BD = BC. Notăm cu N intersecția dintre BD și CL. Să se demonstreze că: a) BM este bisectoare în triunghiul ABD ; b) BD este mediană în triunghiul BCM ; c) patrulaterul BLMN este un romb.

Gh. Bazacov

Soluția autorului. — a) Din datele problemei avem trei triunghiuri *ABC, BDC* și *BCM*. Se deduce ușor că : $\sphericalangle CBD = \sphericalangle A$, iar $\sphericalangle BMC = \sphericalangle MBC = \sphericalangle A + \sphericalangle B_2$. Dar $\sphericalangle BMC$ este exterior triunghiului *ABM* și deci :

$$\sphericalangle BMC = \sphericalangle A + \sphericalangle B_1$$

atunci $\sphericalangle A_1 + \sphericalangle B_1 = \sphericalangle A + \sphericalangle B_1 = \sphericalangle B_2$ și rezultă că $\sphericalangle B_2$ și deci *BM* este bisectoare în triunghiul *ABD*.

b) Ducem prin *M* paralela *MM'* la *BC*. Dar *M* este mijlocul lui *AC* și atunci *MM'* este linie mijlocie în triunghiul *ABC*. Rezultă că $MM' = \frac{BC}{2} = \frac{MC}{2}$. Triunghiurile isoscele *MAM'* și *CBD* sînt egale, fiindcă

Dar din teorema bisectoarei rezultă că

$$\frac{BD}{BC}=\frac{AB}{AB+AC}=\frac{AB}{AC+CM}=\frac{AB}{AM},$$

deci $\frac{AF}{AC}=\frac{AB}{AM}$, ceea ce înseamnă că BM și FC sînt paralele,

de unde, deoarece FC și AB sînt perpendiculare rezultă că BM și AB de asemeni perpendiculare.

PROBLEMA 827 (M.F.L.).

Se dă progresia aritmetică $a_1, a_2, a_3 \ldots a_n$.

1. *Să se calculeze suma*

$$S_n=\frac{1}{a_1 a_2}+\frac{1}{a_2 a_3}+\ldots+\frac{1}{a_{n-1} a_n}.$$

2. *Să se calculeze limita lui* S_n *cînd* n *tinde către infinit.*

Soluția dată de elevul *Kiss Lörinc*, școala medie din Odorhei.

1. Deoarece $a_1, a_2, a_3 \ldots a_n$ formează o progresie aritmetică, putem scrie că $a_2-a_1=a_3-a_2=\ldots a_n-a_{n-1}=d$.

$$\text{Astfel } \frac{1}{a_i}-\frac{1}{a_{i+1}}=\frac{a_{i+1}-a_i}{a_i a_{i+1}}=\frac{d}{a_i a_{i+1}},$$

unde $i=1, 2, 3, \ldots, n-1$; de aici avem:

$$\frac{1}{a_i a_{i+1}}=\frac{1}{d}\left(\frac{1}{a_i}-\frac{1}{a_{i+1}}\right).$$

Deci

$$S_n=\frac{1}{d}\left(\frac{1}{a_1}-\frac{1}{a_2}\right)+\frac{1}{d}\left(\frac{1}{a_3}-\frac{1}{a_4}\right)+\ldots+\frac{1}{d}\left(\frac{1}{a_{n-1}}-\frac{1}{a_n}\right)$$

sau

$$S_n=\frac{1}{d}\left(\frac{1}{a_1}-\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_3}-\frac{1}{a_4}+\ldots+\frac{1}{a_{n-1}}-\frac{1}{a_n}\right),$$

de unde

$$S_n=\frac{1}{d}\left(\frac{1}{a_1}-\frac{1}{a_n}\right)=\frac{1}{d}\,\frac{a_n-a_{n-1}}{a_1\cdot a_n}=\frac{n-1}{a_1 a_n}.$$

$$\lim S_n=\lim_{n\to\infty}\frac{n-1}{a_1 a_n}=\lim_{n\to\infty}\frac{n-1}{a_1[a_1+(n-1)d]}=\frac{1}{a_1 d}.$$

PROBLEME PROPUSE *)

5588. Un generator a cărui t.e.m. este de 120 V și rezistența interioară 0,048 Ω debitează un curent de 20 A într-un motor situat la o distanță de 300 m. Cablul de transmitere este din cupru ($\rho = 1{,}8\ \mu\Omega$ cm) de 4 mm diametru; rezistența interioară a motorului este de 0,5 Ω. Se cere: a) rezistența conductorului; b) tensiunea la bornele generatorului; c) căderea de tensiune pe linie; d) tensiunea la bornele motorului; e) tensiunea contraelectromotoare a motorului; f) secțiunea pe care trebuie să o aibă cablul de transmitere, dacă căderea de tensiune admisă nu este decît 5 V.

* * *

5589. a) Să se arate că raza r a sferei înscrise într-un tetraedru cu toate fețele triunghiuri ascuțitunghiuri egale este:

$$r = R\sqrt{\cos A \cdot \cos B \cdot \cos C},$$

unde R este raza cercului circumscris unei fețe ABC a tetraedrului.

b) Fie a, b, c unghiurile diedre formate de planul unei fețe cu celelalte fețe ale tetraedrului. Să se justifice relația

$$\cos a + \cos b + \cos c = 1,$$

apoi folosind această relație să se arate că într-un triunghi ABC avem:

$$\operatorname{cotg} A \cdot \operatorname{cotg} B + \operatorname{cotg} B \cdot \operatorname{cotg} C + \operatorname{cotg} C \cdot \operatorname{cotg} A = 1.$$

c) Să se arate că dacă

$$0° < x < 90°,\ 0° < y < 90° \text{ și } x + y > 90°,$$

atunci

$$0 < \operatorname{cotg} x \cdot \operatorname{cotg} y < 1.$$

Se pot folosi rezultatele de la punctele a) și b).

C. Ionescu-Țiu

5590. Dacă laturile a, b, c ale unui triunghi dreptunghic sînt exprimate prin numere întregi, atunci $a^3 + b^3 + c^3$ este divizibilă prin $a + b + c$.

Gh. Lustig, elev Timișoara

5591. Să se arate că

$$\frac{\dfrac{1}{(a-\sqrt{a^2+b^2})^2} - \dfrac{1}{(a+\sqrt{a^2+b^2})^2}}{\dfrac{1}{(a-\sqrt{a^2-b^2})^2} - \dfrac{1}{(a+\sqrt{a^2-b^2})^2}} = \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{\sqrt{a^2-b^2}}.$$

C. I. Ț.

---

* VIII (5591, 5604, 5608); IX (5593, 5594, 5605, 5610); X (5589, 5590, 5592, 5595, 5598, 5599, 5600, 5606, 5609, 5612); XI (5588, 5596, 5597, 5601, 5602, 5603, 5607, 5611, 5613, 5614).

5592. Se dă mulțimea de piramide triunghiulare care au bază comună un triunghi dreptunghic ABC ($\sphericalangle A = 90°$) iar vîrfurile M situate pe semidreapta Az perpendiculară pe bază. Notăm cu α, β, γ respectiv unghiurile de înclinare ale muchiilor MB, MC și al feței MBC pe planul bazei. Din această mulțime se consideră două piramide la care respectiv $\alpha+\beta+\gamma=180°$ și $\alpha+\beta+\gamma=90°$. Să se arate că între volumele lor V_1 și V_2 avem relația:

$$\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^2 = \frac{(a+b+c)\,(ab+bc+ca)}{abc}.$$

Gh. Bazacov, Tr. Severin

5593. Să se rezolve sistemul:

$$\frac{1}{d}(x+y+z)=\frac{1}{a}(y+z+t)=\frac{1}{b}(z+t+x)=$$

$$=\frac{1}{c}(t+x+y)=\sqrt{xyzt}.$$

Șt. Rusu, student Craiova

5594. Se dă un triunghi ABC. Bisectoarea interioară (sau exterioară) a unghiului C, taie înălțimea AA_1 în D.

a. Să se arate că $AD > DA_1$.

b. Să se calculeze valoarea raportului $\frac{AD}{DA_1}$ în funcție de laturile $AB = c$, $BC = a$, $CA = b$ și să se verifice că $AD > DA_1$.

Corneliu Georgescu, prof. Craiova

5595. Să se rezolve ecuația $x^4 + px^2 + qx + r = 0$, știind că există relațiile

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = 30,$$

$$x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 + x_4^4 = 354,$$

$$x_1^5 + x_2^5 + x_3^5 + x_4^5 = 750.$$

V. V. Pravăț, student Iași

5596. Fie date pe o dreaptă trei puncte P, A, B așezate în ordinea scrisă. Pe mediatoarea segmentului AB se consideră punctul variabil C. Cercul ABC retaie mediatoarea în punctul C', taie dreapta PC în D, dreapta PC' în D'.

a. Să se găsească locul geometric al punctului D.

b. Notînd $Q \equiv (AC\,;\ BD)$, $Q' \equiv (AC'\,;\ BD')$ să se arate că QQ' trece printr-un punct fix, P'.

c. Fie $R \equiv (BD,\ CP')$. Să se arate că $P'D$, PR concură pe AC.

Leonte Alexandru, student, București

5597. O tangentă în punctul M la elipsa cu focarele în F_1 și F_2 taie axa mică în N. a) Să se arate că punctele F_1, F_2, M și N sînt conciclice; b) Să se afle locurile geometrice ale mijloacelor segmentelor F_1M și F_2M, cînd M descrie elipsa.

Stelian Lambă

5598. Pe un cerc de rază R se consideră punctele A, B, C în așa fel ca $AB = BC = R$. Simetricele punctului A față de B și C le notăm respectiv cu A' și A''. În triunghiul $AA'A''$ se duc medianele din A și A'' care determină în cercul dat coardele AM și BN. Să se arate că $AM = 4.BN$.

Gh. Bazacov, Tr. Severin

5599. Se consideră triunghiul ABC care are latura BC fixă, vîrful A variabil și $\sphericalangle A$ = constant.

Înălțimea vîrfului A taie raza OC, a cercului circumscris triunghiului ABC, în M; cercul circumscris triunghiului OAM taie pentru a doua oară cercul circumscris triunghiului ABC, în N.

Să se determine:

1. Locul geometric al centrului cercului circumscris triunghiului OAM.
2. Maximul ariei triunghiului OAM.
3. Maximul ariei patrulaterului $OANM$.

Emil Morțun

5600. Să se rezolve sistemul

$$2\sqrt{\frac{y+2}{y-2}} = \sqrt{\frac{x+1}{x-1}}$$

$$2 = \sqrt{x^2-1} \cdot \sqrt{y^2-4}$$

în corpul numerelor reale.

D. I. Manolache, Curtea de Argeș

5601. Secțiunea transversală a unui siloz pentru nutreturi murate este un trapez isoscel care are baza mică egală cu suma laturilor neparalele. Ce înclinare trebuie să aibă latura neparalelă față de baza mare pentru ca silozul să aibă capacitatea maximă.

(Maturitate, iunie 1962)

5602. Să se reprezinte grafic, funcția:

$$f(x) = \frac{x^2-x-1}{x^2+x-2}.$$

(Maturitate, iunie 1962)

5603. Dacă M este un punct în interiorul triunghiului oarecare ABC și notăm cu α unghiul format de dreapta AM cu înălțimea AA' cu β și γ unghiurile analoge iar cu S aria triunghiului, să se demonstreze că

$$\sum BC \cdot AM \cdot \cos \alpha = 4S$$

(în legătură cu problema 4125).

D. M. Bătinețu, student, București

5604. Să se simplifice fracția :

$$\frac{(x-2)^2(x-1)(x+3)-x(x-4)(x+1)^2}{(x-2)^2(x+1)(x-3)-x(x-4)(x-1)^2}.$$

Zegheanu Petre, elev, Breaza

5605. Fie ABC un triunghi oarecare. Pe prelungirile laturilor în sensurile AB, BC, CA se iau trei puncte respective D, E, F.

Notînd cu R_1, R_2, R_3 razele cercurilor circumscrise respectiv triunghiurilor ADF, BDE și CEF să se arate :

a) $R_1 \frac{BC}{DF} = R_2 \frac{AC}{DE} = R_3 \frac{AB}{EF}$;

b) Ce condiție trebuie să îndeplinească punctele D, E, F astfel ca ariile triunghiurilor ADF, BDE și CEF să fie egale.

Ilie Dumitru, Cornățel, Titu

5606. Un copil folosește o praștie formată dintr-o curea lungă de 2 metri pe care o ține de capete, iar la mijloc pune o piatră. După ce învîrtește praștia de șase ori în două secunde, dă drumul la un capăt al curelei și piatra este aruncată. La ce distanță și înălțime este aruncată piatra știind că direcția de aruncare face cu planul de aruncare un unghi de 45°.

* * *

5607. Caracteristicele statice ale unei triode, care dau valorile circuitului anodic I_A în funcție de potențialul (tensiunea) grilei U_g, sînt considerate rectilinii și paralele între ele. Caracteristica cu $U_A = 60$V trece prin origina sistemului de axe de coordonate U_g, I_A și printr-un punct A (2V ; 4mA) ; caracteristica $U_A = 100$ V trece printr-un punct B (0 ; 4). Se cere :

a) Ce tensiune trebuie aplicată grilei pentru ca trioda să se găsească la punctul de apariție a curentului anodic, dacă $U_A = 120$ V ; b) Care este factorul de amplificare și puterea de pătrundere în cazul triodei date; c) Panta triodei ; d) Rezistența interioară a tubului ; e) Să se traseze caracteristica pentru $U_A = 150$ V ; f) În circuitul anodic se introduc în

serie: o rezistență $R = 20\,000\ \Omega$ și o baterie cu tensiunea electromotoare de 120 V, iar rezistența ei interioară de 8 Ω. Să se calculeze tensiunea de placă pentru $U_g = 0$ și $I_A = 2{,}5\ mA$.

D. Tănase, profesor, București

5608. Pentru ridicarea mortarului la etajul I al unui bloc în construcție se folosește o punte lungă de 8 m ce face cu orizontala un unghi de 30°. Greutatea punții este de 150 kgf, iar capătul ei de sus se sprijină pe o platformă. Ce apăsare verticală exercită puntea asupra marginii platformei, dacă pe ea, la un moment dat, se află doi muncitori cu cîte o găleată de mortar și care au urcat pe punte, primul 4 m, iar al doilea 6 m. Greutatea fiecărui muncitor împreună cu găleata de mortar este de 100 kgf.

Victor Obreja, profesor, Brăila

5609. Cîte elemente sînt necesare și cum trebuie montată bateria, astfel ca să debiteze 12 *A* într-un circuit exterior, cu rezistența de 2,4 Ω, randamentul fiind 80%. Fiecare element are o tensiune *E* de 2 V și rezistența interioară 0,1 Ω.

Gh. Gîlcă, profesor, Bîrlad

5610. Pe galeria verticală a unei mine se mișcă un ascensor cu viteza de $4{,}9\ \frac{m}{s}$. În timpul lucrului la gura minei scapă o piesă cu greutatea de 20 kgf. În momentul scăpării piesei, ascensorul se afla la o distanță de gura minei echivalentă unui timp în cădere liberă de 4 *s*. Dacă masa ascensorului este de 1000 kg, să se calculeze viteza ascensorului după venirea în contact cu piesa: a) cînd urcă și b) cînd coboară.

D. Tănase, profesor, București

5611. Centrala electrică Ovidiu II construită în cadrul planului de electrificare are puterea instalată de 36 000 kW și folosește cărbune drept sursă de energie. Randamentul instalației fiind de 30%, cît cărbune s-ar consuma în timp de 24 ore?

Pentru o centrală atomoelectrică de aceeași putere și cu același randament, cît combustibil nuclear de fisiune $^{235}_{92}U$ ar fi necesar să se dezintegreze în reactor în același timp? De cîte ori e mai mare cantitatea de cărbune consumată față de cantitatea de uraniu? $q = 7000$ kcal/kg. Energia unui atom de $^{235}_{92}U$ dezintegrat este aproximativ 200 *Mev*.

Victor Obreja, profesor, Brăila

5612. Să se arate dacă *p* și *n* sînt două numere naturale expresia $p^n + (p-2)\ (p-1)\ n - 1$ este divizibilă cu $(p-1)^2$. (În legătură cu problema 4591).

T. Căsăndroiu

5613. Să se arate că polinomul

$$P(x) = x^n + (2n - 7)\, x^{n-1} - 2(n - 2)\, x^{n-2} + x + 1$$

se divide cu $(x-1)^2$. Să se afle limita fracției $P(x) : (x - 1)$ cînd $x \to 1$.

Th. Angheluță (Gazeta Matematică)

5614. Să se arate că oricare ar fi x și m reali avem:

$$m^2 (m^2 + 1)\, x^8 + 4m (2m^2 + 1)\, x^7 + 4 (m^4 + 5m^2 + 1)\, x^6 +$$
$$+ 4m (2m^2 + 1)\, x^5 + 2 (3m^4 - 7m^2 - 4)\, x^4 - 4m (3m^2 - 7)\, x^3 +$$
$$+ 4 (m^4 + 5m^2 + 1)\, x^2 - 4m (2m^2 + 1)\, x + m^2 (m^2 + 1) \geqslant 0.$$

C. Ionescu-Țiu

CHESTIUNI DE EXAMEN

5615. — Se consideră patrulaterul $ABCD$ în care $AB = AD = a$ (dat), $BC = CD$, unghiul $BAD = 60°$, unghiul $BCD = 120°$. Se cere:

a) Să se calculeze perimetrul și aria patrulaterului. Ce legătură se poate stabili între această arie și aceea a patratului de latură BC?; b) Să se afle aria totală A_t și volumul V al corpului născut prin rotirea patrulaterului în jurul laturei AB.

(La Institutul de Construcții București, 1962)

5616. Se dau curbele: $x^2 + y^2 - 7x = 0$ și $y^2 = 4x$. Se cere: a) Să se reprezinte grafic într-un sistem ortogonal de axe Oxy, aceste curbe; b) Să se găsească coordonatele punctelor de intersecție ale acestor curbe și să se deducă de aci că ele sînt tangente într-un punct determinat și mai au în comun încă două puncte A și B. c) Să se scrie ecuațiile normalelor în A și B la curba $y^2 = 4x$, și să se afle coordonatele punctului C de intersecție a lor. d) Să se scrie ecuația cercului cu centrul în C și care trece prin punctul A.

(La Institutul de Construcții București, 1962)

5617. — Se consideră polinomul

$$P(x) = 2x^2 + 6x + 3 - m (x^2 + 1)$$

și se cere: a) Să se determine m astfel ca $P(x)$ să fie un patrat perfect. b) Să se calculeze $u = x_1^3 + x_2^3$ unde x_1 și x_2 sînt rădăcinile ecuației $P(x) = 0$, fără a rezolva ecuația. c) Ce valori poate lua parametrul m pentru ca $u > 0$.

(La Institutul de Construcții București, 1962)

5618. — Să se studieze variația funcției $y = \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 3x + 2}$ și să se reprezinte grafic.

(La Institutul de Construcții București, 1962)

5619. a) Să se arate că ecuația $(x - a) \cdot (x - b) = c^2$ are rădăcini reale ori care ar fi numerele reale a, b, c.

b) Notînd cu x_1 și x_2 rădăcinile ecuației date, să se calculeze fără a rezolva ecuația, expresia: $E = x_1^4 + x_2^4$ în funcție de a, b, c.

(La Institutul de Construcții București, 1962)

5620. a) Să se studieze și să se reprezinte grafic funcția $y = \frac{x^3}{x^2 - 3}$. Se va include în tabloul de variație și studiul derivatei a doua pentru determinarea sensului concavității. b) Cu ajutorul graficului trasat să se determine natura rădăcinilor ecuației $x^3 - m(x^2 - 3) = 0$ cînd parametrul real m variază.

(La Institutul de Construcții București, 1962)

5621. Două lămpi electrice cu incandescență (becuri) una de 100 wați și alta de 40 wați sînt construite pentru tensiunea de 110 volți. Ele se leagă în serie la tensiunea de 220 volți. Să se calculeze tensiunea la bornele fiecărei lămpi și să se arate ce se va întîmpla cu fiecare lampă.

(La Institutul de Construcții București, 1962)

5622. Se dă un semicerc de rază R limitat de diametrul AB. Se ia pe diametrul AB punctul C, astfel încît $BC = x$. Perpendiculara în C pe AB întîlnește semicercul în D. Dreapta BD taie tangenta dusă la semicerc în punctul A, în E. Se cere: a) Să se exprime aria triunghiului ACE în funcție de x, folosind relațiile metrice în triunghiul dreptunghic. b) Să se determine x astfel încît segmentul AE să fie de trei ori segmenetul AC. Să se construiască segmentul $BC = x$, corespunzător.

(La Institutul de Construcții București, 1962)

5623. Dîndu-se elipsa și hiperbola:

$$(e)\ 9x^2 + 16y^2 - 144 = 0 \text{ și } (H)\ 9x^2 - 16y^2 - 144 = 0$$

se cere a) Să se figureze grafic în același sistem de axe perpendiculare xOy aceste curbe.

b) Ecuația cercului cu centrul în focarul F al lui (H) și trecînd prin origina axelor.

c) Presupunînd că $M(l, m)$ este un punct variabil pe hiperbola (H), care este locul punctelor N, pentru care avem $\frac{ON}{OM} = 3$? Ce este de observat față de hiperbola (H)?

(La Institutul de Construcții București, 1962)

EXERCIȚII ȘI PROBLEME PROPUSE PENTRU CLASELE V–VII*)

E : 1926. Într-o comună, două G.A.C. au la un loc o suprafață de teren arabil de 1240 ha. Cîte hectare are fiecare G.A.C. dacă 4/5 din suprafața unei G.A.C. face cît 3/4 din suprafața celei de-a doua G.A.C. ?

Boris Baieră, Păunești

E : 1927. Pe o linie de cale ferată dublă se întîlnesc două trenuri venind din direcții opuse. Trecerea primului tren format din 9 vagoane și locomotivă prin fața unui călător din al doilea tren durează 5 secunde.

a) Știind că viteza primului tren este de două ori mai mare ca a celuilalt și că lungimea unui vagon, precum și a locomotivei cu tender este de 15 m, să se afle vitezele celor două trenuri ;

b) Dacă trenurile ar fi circulat în aceeași direcție, cît timp ar dura trecerea primului tren prin fața călătorului din al doilea tren ?

* * *

E : 1928. Un lot al unei G.A.S. a fost lucrat de două brigăzi de tractoriști, brigada *A* și bridaga *B*. Fiecare tractorist din brigada *A* a lucrat cîte 7 ha, iar fiecare tractorist din brigada *B* cîte 8 ha. Să se afle numărul de tractoriști din fiecare brigadă știind că lotul gospodăriei era de 82 de hectare.

* * *

E : 1929. Să se arate că :

$$\frac{ab(a+b)}{(a-c)(b-c)}+\frac{bc(a+b)}{(b-a)(c-a)}+\frac{ca(c+a)}{(c-b)(a-b)}=a+b+c$$

* * *

E : 1930. Să se arate că $\frac{1}{n(n+2)}=\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2}\right)\frac{1}{2}$ apoi să se stabilească egalitățile :

$$\frac{1}{1\cdot3}+\frac{1}{3\cdot5}+\frac{1}{5\cdot7}+\frac{1}{7\cdot9}+\frac{1}{9\cdot11}=\left(1-\frac{1}{11}\right)\frac{1}{2},$$

$$\frac{1}{11\cdot13}+\frac{1}{13\cdot15}+\frac{1}{15\cdot17}+\frac{1}{17\cdot19}+\frac{1}{19\cdot21}=\left(\frac{1}{11}-\frac{1}{21}\right)\frac{1}{2}.$$

C. I. T.

---

* V (E : 1926, 1935, 1937) ; VI (E : 1927, 1928, 1934, 1939) ; VII (E : 1929, 1930, 1931, 1932, 1933, 1936, 1938).

E : 1931. Fie AD înălțimea unui triunghi dreptunghic în care unghiul A este de 90°. Să se arate că : $AB \cdot AD \cdot AC = BD \cdot DC \cdot BC$.

* * *

E : 1932. Să se arate că :

$$\frac{\frac{1}{(1-a)^4} - \frac{1}{(1+a)^4}}{\frac{1}{(1-a)^4} + \frac{1}{(1+a)^4}} = \frac{4 + (1+a^2)^2}{4a(1+a^2)}$$

C. I. T.

E : 1933. În munții Făgăraș un grup de excursioniști urcă în prima zi de la cabana Bîlea-Cascadă (altitudine 1234 m) pînă la vîrful Negoiul (2535 m) și petrec noaptea la cabana Negoiul (1546 m) parcurgînd în total 8 km. A doua zi se întorc la cabana Bîlea-Cascadă. Știind că au făcut la urcare 100 m în 15 minute, iar la coborîre 5 minute și că la întoarcere au făcut mai mult cu 2 ore și 40 minute, să se calculeze distanțele parcurse.

* * *

E : 1934. Un muncitor are un salar de bază de 650 lei pe lună, norma lui fiind de 805 piese. Depășindu-și norma primește pentru fiecare 100 de piese 10% din salariul de bază. Cît cîștigă acest muncitor în luna martie dacă a făcut cu 25 piese mai mult decît în februarie, cînd a cîștigat 845 lei ?

C. I. T.

E : 1935. Dacă se micșorează lungimea unui teren dreptunghiular cu $\frac{5}{8}$ din ea și lățimea cu $\frac{1}{3}$ din ea, se obține un dreptunghi cu aria de 1800 m^2. Să se calculeze aria și dimensiunile terenului știind că raportul dintre lățimea și lungimea dreptunghiului mic este $\frac{8}{9}$.

Fl. I. Dumitrescu, Craiova

E : 1936. Să se arate că :

$$a + b + \frac{a+b}{ab-1} = \frac{ab(a+b)}{ab-1};$$

$$a - b - \frac{a-b}{ab+1} = \frac{ab(a-b)}{ab+1};$$

$$a - \frac{b-1}{a} - \frac{a}{b} + \frac{1}{a} - \frac{1}{ab} = \left(1 - \frac{1}{b}\right)\left(a - \frac{b}{a} + \frac{1}{ab}\right)$$

C. Ionescu-Țiu

E : 1937. Care este cel mai mare număr de forma abab, care să aibă cel mai mic număr de divizori ?

Corneliu Georgescu, Craiova

E : 1938. Se dau două cercuri O și O' secante în punctele A și B. Prin A se duce o secantă care taie cercurile în punctele C și C'. Să se arate că unghiurile OCB și $O'C'B$ sînt egale.

Ionel Atanasiu, profesor, Gugești

E : 1939. Programul P.C.U.S. prevede că în Kazahstan vor fi repartizate culturilor 32 000 000 ha din care grîul și alte cereale pentru boabe vor ocupa 50—55%, mazărea și bobul furajer 30—35%, iar porumbul și sfecla de zahăr furajeră 10%. Să se afle suprafața ce se prevede a fi repartizează fiecărei culturi.

RUBRICA REZOLVITORILOR DE PROBLEME

(urmare)

Soluții bune primite pînă la 20.X.1962

TÎRGU JIU. *Ş.m. 1* Cl. VIII. Bănică Marian (E : 1847, 48, 51, 54, 57—60, 62, 66, 69). Cl. XI. Șchiopu Constantin (5296, 302, 12, 13, 15, 37, 44, 55, 92, 93, 422, 30.

Ş.m. 2. Cl. IX. Păsăreanu Nicolae 5296—98, 305, 06, 11, 32, 43—45, 47, 55, 59, 72, 83, 422, 24, 28), *Văcaru Vasile* (5208, 10, 12, 18, 21, 24, 36, 38, 39, 42—44, 49, 50, 57, 59, 61, 66, 70, 74, 84, 86, 96—98, 305, 06, 11, 13, 15, 32, 39, 40, 43—45, 55). Cl. XI. *Ionescu Vladimir* (250, 52, 57—60, 302, 12, 14, 15, 19, 36, 37).

Student Toma Silviu (5353, 55, 61, 70, 71, 73, 75, 84, 86, 92, 94—400, 03, 09, 10, 19, 22—24), *Grozavu Mihai* (fac. electrotehnică) (5296—98, 302, 03, 12—15 33, 36, 37, 39, 40, 43—45, 48, 52, 55, 59, 65, 66).

TÎRGOVIȘTE. *Ş.m. 3.* Cl. IX. *Ionescu Mircea* (5296—99, 311, 13, 14, 17, 18, 21, 32, 40, 43, 45—47, 50). Cl. X. Mazilu Gheorghe (5296—99, 305, 10, 11, 13, 17, 27, 33, 43, 45). Absolvent *Migdalovici Marcel* (5353—57, 62, 66, 71, 73—76, 79, 80, 86, 87, 92, 97—400, 03, 08, 09, 14, 19, 22, 24, 29—31, 36, 39, 41, 46, 47, 51, 55, 56, 61, 63).

TURNU SEVERIN. *Ş.m. 1.* Cl. VIII. *Cartianu Ion* (E : 1858, 60, 63, 66, 69, 71, 73, 75, 77, 79, 80, 83, 90), *Foarță Manuela* (E : 1860, 63, 64, 71, 73, 74, 76, 79—81, 90), *Vișan Ion* (E : 1858, 60, 63, 64, 66, 71—80). Cl. X. Iscru Elena (5299, 302, 14, 15, 17, 27, 28, 34, 35, 49, 50, 59), *Tudor Nicolae* (5355, 84, 400, 03, 06, 14, 22, 24, 46, 61, 63). Cl. XI. Cean Gheorghe (5355, 84, 400, 03, 06, 14, 22, 24, 30, 46, 61), *Nisipeanu Nelu* (5365, 80, 93, 96, 400, 09, 12, 30, 36, 56, 63).

Ş.m. 2. Cl. X. Suciu Eugen (5249, 51, 53, 96, 98, 302, 07, 08, 11, 12, 14, 15, 18, 19, 26, 35, 37, 39—41, 43—45, 48—50, 55, 92, 95, 400, 09, 22), Văcărescu Ion (5297, 802, 07, 12, 13, 15, 27, 32, 37, 92, 94, 412, 30).

TURDA. *Ş.m. 1 „Mihai Viteazu"*. Cl. XI. Grosu Octavian (296, 302, 07, 11, 14, 15, 35, 37, 55, 92, 93, 95), Kovrig Magdalena (5296, 302, 11, 12, 14, 15, 35, 37, 55, 92, 93, 95), Păcuraru Liana (5296—98, 302, 05—09, 12—15, 26, 27, 29, 409, 12, 22, 28).

URZICENI. *Ş.m.m.* Cl. X. Băncilă Virgil (5238, 96, 305, 10, 11, 13, 17, 21, 27, 32, 55, 422).

TIMIȘOARA. *Șc.m. 1.* Cl. X. Miklós Jenő (E: 834, 850, 65, 77).

Ș. m. 2. cl. X. Băleanu Anita (5482, 84. 90, 94—97, 505, 36).

TG. MUREȘ. *Șc. de 8 ani nr. 9.* Cl. VI. Kacsó Márta (E: 806, 07, 08, 12).

TG. SĂCUIESC. *Șc.m. 1.* VIII. Bányai Eva (E: 819, 20, 26).

ZALĂU. *Șc.m. Ady Endre.* Cl. X. Gajzágó Mária (E: 812, 876, 82, 83, 84, 88, 91, 92).

VASLUI. *Ș.m. 1.* Cl. VIII. Pencu Adrian (E: 1843—50, 52, 56; 5296, 305, 11, 27, 29, 32, 43, 45, 49, 50).

Ș.m. 2. Cl. XI. Grosu Ioan (5296, 97, 300—02, 06, 15, 18, 19, 27, 36, 45, 49, 50).

VEDEA (București). *Ș.m.m.* Cl. X. Cîrstea Miron (5296, 98, 313, 43, 45, 55, 92, 95, 422, 28), Glodeanu Dumitru (5343, 45, 55, 60, 92, 95, 422, 28). Matei Petrică (5296, 97, 313, 17, 21, 27, 43, 45, 49, 51, 60, 95, 422, 28), Rățoi Victor 5296, 98, 313, 43, 45, 55, 92, 95, 422, 28).

VÎNJU MARE. *Ș.m. 1.* Cl. VIII. Bocică Constantin (E: 1845—47, 53, 58, 60, 63, 64, 66), Cîtu Ion (E: 1845—47, 53, 58, 60, 62, 64, 66, 73), Duțu Alexandru (E: 1845—47, 53, 58, 60, 62—64, 86). Florea Violeta (E: 1843, 45, 46, 58, 60, 62—64, 66, 73), Florescu Veronica (E: 1843, 45—47, 53, 58, 60, 62—64, 66). Morcanu Maria (E: 1843, 45, 47, 53, 58 62, 64, 66, 73), Ștefănescu Nicolae (E: 1843, 45—47, 53, 58, 60, 62—64, 73), Trocan Lelia (E: 1843, 45, 47, 53, 58, 60, 62—64, 73, 86).

ERATĂ. Problemele propuse 5100 și 5420 sînt cunoscute.

La evidențiații de la pag. 568 se va adăuga: 8 bis. Brînzănescu Vasile, clasa XI, Constanța.

EVIDENȚIAȚI

Pînă la 20 noiembrie 1962 s-au mai evidențiat următorii rezolvitori de probleme:

1. *Lustig Gheorghe* (cl. XI ș.m. 5 Timișoara), 2. *Cojanu Marius* (cl. IX ș.m. Brad), 3. *Grigorescu Șerban* (cl. XI ș.m. 1 București), 4. *Diaconescu A. Nicolae* (cl. VIII ș.m. Rupea), 5. *Drăgulinescu Dumitru* (cl. X Turnu Măgurele), 6. *Perjeru Emil* (absolvent Lonea), 7. *Stancu Ion* (student matematici București), 8. *Zisu Tudor* (cl. XI ș.m. 34 Buc.), 9. *Zisu Ana* (cl. X ș.m. 34 Buc.), 10. *Simion Alexandru* (cl. XI ș.m. 1 Bacău), 11. *Andriaș Nicolae* (cl. VIII ș.m. 5 Galați), 12. *Stern Toma* (cl. XI ș.m. 1 Timișoara), 13. *Pîrvulescu Constantin* (cl. XI ș.m. 1 Ploiești), 14. *Popa Radu* (cl. X ș.m. Petroșeni), 15. *Mincinescki George* (cl. XI ș.m. Mărășești), 16. *Barsány Andrei* (cl. XI ș.m. 1 Oradea), 17. *Șerban Doina* (studentă matematici București), 18. *Moscovici Cornel* (cl. X ș.m. 16 București), 19. *Lucaci Nicolae* (cl. XI ș.m. 5 Galați), 20. *Vasiliu Dan* (cl. X ș.m. 1 Lugoj), 21. *Roman Marian* (cl. VIII ș.m. serală Electromagnetica București), 22. *Solomon Ludwig* (cl. XI ș.m. 5 Galați), 23. *Olariu Ștefan* (cl. XI ș.m. 1 Arad), 24. *Daba Dan* (cl. X ș.m. 1 Lugoj), 25. *Gasparic Călin* (cl. X ș.m. 1 Piatra Neamț), 26. *Rujan Octavian* (cl. XI ș.m. 1 Timișoara), 27. *Mihai Ștefan* (cl. XI ș.m. 1 Ploiești).

Pînă la 20 noiembrie 1962 s-au mai primit soluții bune la problemele din G.M.F.B, de la:

AIUD. Cl. VII. Demeny Pal (E: 1857—60, 63, 65, 66). Ș.m. „Avram Iancu". Cl. X. Ciup Doina (5355, 87, 403, 14, 31, 47, 52, 56, 61). Cl. XI. Birluțiu Dan (5355, 92, 94, 96, 400, 06, 09, 18, 28, 30, 32, 46), Sîntu Ioan (5359, 72, 409, 28, 30, 31, 41, 46, 52, 61, 63).

ARAD. Ș m.1 Cl. VIII. Ciurea Mirela (E: 1850, 62—64, 66, 67, 69—73, 75, 79, 80). Fericeanu Adriana (E: 1858, 66, 71, 73, 77, 80, 82, 83, 85, 88, 90, 91), Neamțu Elisabeta (E: 1858, 63, 64, 66, 71, 73, 75, 80, 82, 83, 90, 93). Telbis Petronela (E: 1858, 63, 64, 71—73, 82—85, 90—93). Cl. XI. *Olariu Ștefan* (5354, 55, 65, 68, 80, 84, 86, 87, 92, 98, 400, 02—04, 06, 07, 09, 10, 12—14, 17—20, 22, 24, 30, 39, 40, 46, 48, 55, 57, 63).

Ș.m. 2. Cl. XI. Stoinescu Marina (5400, 03, 22, 46, 52, 61, 63, 82, 88, 90, 91, 97).

BAIA DE ARAMĂ. Cl. X. Crăciunescu Laurian (5398, 407, 35, 46, 52, 56, 61, 63, 66, 77, 88, 96), Giugiuc Constantin (5422, 34, 39, 46, 52, 56, 61, 63, 66, 77, 88, 94, 96). Cl. XI. Cosmulescu Cornel (5355, 400, 09, 22, 30, 31, 46, 48, 55, 61, 63), Pandurița Tity (5422, 39, 46, 57, 78, 82, 88, 90, 94, 96, 505).

BAIA MARE. Șc. elem. nr. 5 Cl. VI. Buduru Anghel (E: 1871—78, 88, 90), Buteanu Ion (E: 1871—74, 76, 78, 84, 85, 89, 90).

BACĂU. Ș.m. 1. Cl. XI. *Simion Alexandru* (5357, 89, 98—400, 03, 01, 06, 09, 11, 17, 18, 20, 22—24, 27, 28, 30, 34,

36—39, 44, 46—48, 52, 54—57, 61—64, 66, 73, 74, 84, 86, 91, 94—96, 505). 1858, 63, 64, 67, 70, 71, 73, 77).

BISTRIȚA. Ș.m. Cl VIII. Mund Hary (E: 1858—60, 63, 66, 69, 70, 71, 73, 75, 78, 81, 85, 88, 90). Cl XI Buta Adrian (5355, 72, 400, 03, 09, 18, 22, 31, 38, 46, 61, 63). Puscașiu Anton (5356, 63, 68, 92, 93, 403, 18, 30, 39, 46, 57).

BÎRLAD. Complexul școlar. Cl. VIII. Alexandru Doina (E: 1863, 71, 73, 76, 82, 85), Bălăgută Paraschiva (E: 1857, 63, 64, 66, 71, 82, 85, 88, 90, 93), Balanișcu Sorin (E: 1857, 59, 64, 66, 71, 82, 83, 85, 88, 90, 93), Ciubotari Maria (E: 1858, 60, 63, 71, 73, 74, 76, 82, 84, 85, 90, 93), Cosma Steluța (E: 1858, 60, 73, 74, 76, 82, 84, 85, 90, 93). Felichi Aurora (E: 1858, 63, 64, 73, 82—84, 86, 88, 90, 92, 93), Felea Ion (E: 1871, 73, 75, 80, 81, 85, 90, 93—95, 99, 901, 02), Felea Victor (idem), Florea Maria (Ex. 5'60, 66, E: 1859, 57, 64, 70, 71, 82, 90, 93), Guleș Camelia (E: 1857, 58, 61—64, 66), Hîncu Mircea (E: 1857, 59, 63, 64, 66, 70, 71, 73, 82, 90, 93), Leibovici Didi (E: 1858, 60, 63, 71, 74, 76, 82, 84, 85, 90, 93), Kahane Hemi (E: 1860, 63, 66, 70, 72, 73, 79, 82, 84), Mititelu Mariana (E: 1850, 57, 59, 62, 63, 66, 70, 73, 82, 90), Panaite Gh. (E: 1857, 59, 63, 64, 66, 68, 82, 90, 93), Păun Paraschiva (E: 1882—87, 90), Nistor Alexandru (E: 1863, 67, 69, 71—73, 82, 84, 85, 88, 90, 93), Steinberg Sebastian (E: 1871, 73, 76, 80, 83—85, 88, 93, 98, 99, 901, 02, 04, 06). Vineș Geta (E: 1857, 58, 62—64, 70—74, 82, 90, 93). Cl. IX. Ionescu Constanța (5322, 23, 56, 70, 72, 85, 95, 467. E: 1873, 80, 83, 86, 87, 89, 90—93). Mihăescu Mariana (5372, 85, 92, 95, 411, 14, 22, 23, 39, 47, 56, 60, 70). Cl. X. Boidache Gavrilă (5355, 57, 85, 87, 92, 95, 400, 03, 11, 22, 24, 28, 30—32). Chirulescu Cristina (5355, 72, 403, 06, 18, 24, 28, 56, 61), Mendiș Silviu (5372, 84, 92, 95, 423, 24, 39, 47, 56, 66). Onica Gh (5372, 84, 424, 31, 39, 47, 54, 56, 66, 95). Cl. XI. Danilov Teodorina (5359, 60, 85, 92, 93, 400, 03, 09, 10, 12, 22).

Ș.m. 2. Ștefan Alexandru (E: 1908, 63, 64, 70, 71, 73, 75, 78, 79) Cl. VIII. Niculescu Mariana (E: 1858, 60, 62—64, 66, 67, 71, 73—76, 88, 90), Poglure Lucia (E: 1857, 58, 63, 64, 73, 75, 82, 90), Sapsa Fredy (E: 1871, 73, 74, 75, 82, 83, 86, 88, 90, 91, 93—96, 98, 904, 06), Titu Laurențiu (E: 1858, 60, 63, 64, 66, 71, 77, 84, 85).

BOLINTINUL DIN VALE. Ș.m. Cl. VIII. Păun Ion (E: 1858, 62, 63, 73, 83—85, 90, 92, 422, 34, 39).

BRAD. Ș.m. Avram Iancu. Cl. VIII. Fornade Corneliu (5422, 60, 66, (E: 1874, 76, 77, 79, 82—88, 90—92). Cl. IX. *Cojanu Marius* (4917, 23, 26, 27, 35, 38, 50, 59, 78, 80, 5112, 41, 49, 60, 67, 89, 92, 208, 31, 49, 50, 57—62, 64, 96, 317, 18, 27, 55, (E: 1704, 06, 08, 13, 15—17, 20—22, 24, 28, 30—32, 36, 39—41, 43—51, 53, 55, 57, 59—62, 65, 67, 69—73, 75—77, 79, 80, 801, 11, 13, 16—18, 22, 23, 29, 41, 43—45, 47, 51—53, 58, 62, 63, 66, 67).

BRAȘOV. Student Butnaru Emil (5355, 58, 66, 75, 97, 406, 23, 24, 34).

Ș.m. 1. Cl. VIII. Vătui Florian (5363, 401, 07, 15, 22, (E: 1857, 59—68, 70—81). Cl. XI. Cosmin Adrian (5355, 96, 400, 03, 06, 09, 22, 30, 46, 48, 61).

Ș.m. 5. Cl. X. Munteanu Mircea (5355, 58, 61, 65, 73, 75, 76, 98, 400, 04).

Ș.m. 6. Cl. XI. Cristea Ioan (5355, 86, 96, 400, 03, 06, 09, 22, 30), Petcu Ioan (idem).

Șc. elem. nr. 15. Cl. VI. Sevestrean Ioan (E: 1857—60, 63, 66, 71, 78).

BRĂILA. *Ș.m. 2.* Cl. VIII. Bianu Victoria (E: 1858—60, 62, 63, 66, 71—74, 76, 80, 90), Georgescu Luminița (E: 1858—60, 62—64, 66, 67, 71, 73, 74, 76, 80), Hadîrcă Livia (E: 1857—60, 64, 66, 67, 71, 73, 90), Mihalcea Mihaela (E: 1858, 59, 62, 66, 70—76), Stan Doina (E: 1857—60, 62—64, 66, 67, 71—76, 90). *Ș.m. 3.* Cl. VIII. Abramovici Liviu (E: 1858, 63, 64, 66, 71, 73, 77, 79, 88, 93).

BUCUREȘTI. Studenți: Cincheza Iuliana (5355, 70, 73—76, 92, 97—99, 403, 19, 22, 56, 62), Gazdovici Vasile (5355, 61, 73, 76, 92, 94—96, 400, 22), Potcovaru Gh. (5355—58, 61, 66, 70, 80, 97—400, 03, 08—10, 14, 19, 22, 24, 27, 30, 31, 36, 37, 39, 41, 54—57), Radian Thea (5355, 61, 73, 74, 76, 97—400, 09, 11, 17, 19, 24, 30, 36, 37, 39—41, 56, 61—64), *Șerban Doina* (5236, 43, 53, 62, 63, 78, 96, 98, 302, 14, 15, 19, 32, 35, 37, 43—45, 49, 55, 92, 97—400, 03, 06, 08—11, 17, 22, 24, 34, 36, 37, 39, 46, 55, 57, 61, 62, 91), *Stancu Ion* (5356, 57, 60, 62, 70, 77, 80, 84, 96, 401—08, 14, 17—20, 27, 29, 31, 34—43, 45—51, 54—57, 60, 61, 63, 88).

Ș.m. 1 Cl. VIII. Andrei Romulus (E: 1863, 64, 66, 71—76). Cl. IX. Ciobanu Nicolae (5355, 82, 84, 85, 92, 403, 15, 22, 56, 57, 61, 66), Sava Dan (5447, 52, 56, 61, 63, 82, 90, 94—96, 503, 06), Ștefănescu Sabba (5355, 63, 82, 84, 85, 92, 95, 403, 07, 15, 22, 56, 57). Cl. X. Arsene

N. Ioan (5439, 46, 57, 61, 66, 78, 80, 88, 91, 92, 94, 95, 500, 05, 06). Vasilescu Nicolae (5355, 57, 58, 60, 63, 72, 74, 81—83). Hosu Sorin (5406, 09, 24, 47, 52, 61, 79, 84, 93, 97, 500, 05), Cl. XI. Atanasescu I. (5296—302, 05—07, 09). *Grigorescu Șerban*, (5353—56, 61—64, 70, 71, 73—75, 79, 82, 91, 99, 400, 08, 14, 23, 36—38, 41, 59, 62, 64, 65, 72—79, 82, 84, 86—88, 90—92, 94—99, 500—03, 07—09, P.), Lăzărescu L. Toma (5397, 400, 03,06, 09, 12, 30, 32, 46, 48, 51, 55, 56).

Ș.m. 4. Cl. VIII. Cristescu Gheorghe (E: 1866, 67, 70, 71, 73, 74, 77, 79, 80, 82, 90), Dobrescu Constanța (E: 1866, 70, 73, 76, 77, 79, 82, 84, 85), Hurseanu Rodica (E: 1859, 62, 63, 66, 71, 72, 74, 76, 80, 90), Neacșu Dumitru (idem), Osiac Aglaia (E: 1866, 67, 71, 73, 74, 77, 79, 80, 82, 84, 85, 90), Răileanu Eugenia (E: 1864, 66, 71, 73, 74, 76, 79, 82, 84), Săcăliș Mariana (E: 1859, 66, 70, 71, 74, 76, 78—80, 82, 84), Sterpu Nistora (E: 1871, 73, 74, 76, 77, 80, 82, 85, 88, 90), Stuparu Nicolae (E: 1859, 66, 70—74, 76, 79, 80, 82). Cl. X. Ciuchi Liliana (5400, 08, 22, 39, 46, 47, 56, 57, 61, 63), Martin Maria (5355, 92, 412, 22, 34, 46, 56, 57, 60, 61). Cl. XI. Nițâ Alexandrina (5403, 09, 11, 22, 28, 30, 61, 84, 88, 90, 94).

Ș.m. 5. Cl. VII. Nioară Bogdan (E: 1866, 70—76).

Ș.m. 8. Cl. V. Cinteză Mircea (E: 1884, 85, 88, 92, 94, 97, 99, 901, 04). Cl. VIII. Mecu Iolanda (5355, (E: 1858—62, 64, 66, 71—73), Toma Mihai (5392, 422, E: 1858—60, 64, 66, 67, 71, 73, 75, 80).

Ș.m. 10. Cl. X. Mănoiu Gabriel (5355, 58, 65, 84, 86, 94, 95, 400, 03, 06, 12, 30).

S.m.12. Cl. VIII. Capră Livia (E: 1858, 64, 66, 67, 71, 73—76, 82, 84, 90). Cl. IX. Livu Ileana (5384, 85, 422, E: 1857—59, 62—64, 66, 67, 73, 74, 76 80). Cl. XI. Elmer Liviu (5355, 400, 03, 06, 09, 22, 30, 32, 46, 47, 55, 56), Veniamin Nicolae (5355, 58, 66, 80, 400, 03, 08, 30, 32, 46—48, 55, 56, 61).

S.m.13. Flondor Paul (5406, 46, 52, 61, 82, 86, 97). Mercuță Doina (5305, 07, 17, 19, 27, 28, 49, 84—86, 94). Cl. XI. Iordache Elena (5400, 04, 06, 09, 12, 28, 30, 44, 56, 61, 63)

S.m.16. Cl. X. *Moscovici Cornel* (5355, 89, 400, 02—04, 06, 07, 09, 10, 12, 17, 18, 22—24, 27—38, 32, 34, 39, 41, 44, 46—48, 55—57, 61, 63). Cl. XI Morgenstern Schoel (5400, 03, 04, 07, 09, 10, 18, 34, 39, 46, 48, 61, 66, 78, 91,

S.m.18 Cl. VIII. Feder Marcel (E: 1873, 74, 79, 84, 85, 90, 94, 96, 98, 99, 904). Cl. IX. Iordache Florin (5208, 355, 57, 58, 72, 403, 24, 27, 31, 52, 54, 56, 61, 63).

S.m.20. Cl. XI. Scheuermann Peter (5375, 65, 92, 400, 06, 09, 22, 39, 46, 48, 55).

S.m.21. Cl. X. Dragu Alin (5296—99, 302, 05, 07, 08, 12—14, 17—19, 21, 27, 28, 32, 39, 40, 43, 49, 52, 57, 65, 74, 85, 92, 91, 96, 422, 27).

S.m.22. Cl. VIII. Becea Aurel (E: 1857—60, 62—64, 66, 67, 70—71). Cl. X. Landmann Wolf (5403, 06, 09 11, 19, 22, 30, 32, 46, 57, 63), Pîrvulet Mircea (5403, 06, 07, 09, 22, 32, 56 57, 63, 66), Vasiliu Călin (5406, 07, 09, 19, 22, 32, 34, 47, 52, 57, 61, 66). Cl. XI. Manolache N. (5354, 55, 61, 65, 70, 74, 84, 99, 404, 06, 09, 30, 39, 57, 61).

S.m.23. Cl. VIII. Marvin Alexandru (5506, E: 1883—87, 90, 96, 97, 98, 906, 01, 04, 06). Cl. XI. Stoica Vicențiu (5355, 58, 65, 84, 87, 92, 400, 22, 39 46, 56, 57). *Ș.m.26.* Cl. VI. Pipescu Eugenia (E: 1858, 59, 63, 64, 71—73, 75, 77, 78).

S.m.33. Cl V. Constantinescu Nicol e (E: 1859, 60, 63, 71, 75, 88, 90, 92).

S.m.34. Cl. X. *Zisu Ana* (5273, 94, 828, 36, 51, 57, 60, 61, 63, 68, 81, 110, 17, 19, 21, 23, 34, 39, 44, 46—48, 50, 54—57, 61, 63, 66, 67, 70, 75, 77, 79, 80, 84, 88, 90, 91, 94—96, 500, 03, 05, 06). Cl. XI. *Zisu Tudor* (5220, 22, 25—27, 54, 63, 73, 76, 78, 79, 88, 89, 328, 29, 31, 34, 36, 38, 56, 61, 68, 404, 34, 36—39, 41, 44, 46, 47, 51, 55, 57, 61—63, 73—75, 77, 78, 88, 91, 94, 97).

S.m.36. Cl. X. Gabrielescu Horia (5357, 58, 72, 400, 03, 09, 22, 24).

Școala medie de arte plastice. Cl. VIII. Urzică Lucia (E: 1857—59, 61, 62, 66, 67, 71, 73, 74, 77, 80, 90).

Grupul școlar c.f.r. Sgăvîrdea Dumitru (5298, 302, 12, 13, 16, 19, 22, 32, 35, 37, 49, 55, 65, 72).

Șc. elem. nr. 23. Cl. V. Petrescu Roxana (E: 1863, 64, 66, 71, 73, 84, 85). Cl. VI. Petrescu Corneliu (E: 1858—60, 83—85, 88, 90, 92).

Șc. elem. nr. 95. Cl VI. Tiner Ernest (E: 1871—77, 82, 84, 88, 90).

Șc. elem. nr. 171 Cl VI Bănulescu Marta (E: 1860, 66,67, 72, 88, 90, 93).

Șc. serală Electromagnetica. Cl. VIII. *Roman Marian* (5248, 56, 59, 61, 62, 64, 66, 97, 307, 13, 15, 27, 43, 45, 55 93, 95, E: 1830, 35—39, 41, 46—48, 57—59, 61, 62, 66).

BUDAPESTA (R.P.U.). Cl. VII. Kertai Tamas (MFL: 781—84, 89).

BUZIAȘ. S.m. Cl. VIII. Buhă Maria (E: 1858—60, 63, 64, 66, 71, 73, 82),

BUȘTENI. Cl. XI. Ioniță Mihai (5355, 59, 72, 80, 92, 400, 03, 09, 28, 30, 41, 48, 54, 61, 63).

CARANSEBEȘ. *S.m.1.* Cl. IX. Inea Aurel (5355, 92, 95, 415, 22, 52, 60, 61, 66, 70), Munteanu Eugenia (5355, 57, 85, 92, 95, 422, 39, 52, 61, 66, 70), Suciu Maria (5355, 57, 85, 92, 95, 407, 22, 39, 52, 61, 66, 70).

S.m.2. Cl. XI. Titel Ligia (5360, 65, 68, 84, 92, 94, 95, 407, 10, 22, 34, 46, 47, 52, 55—57).

CĂLĂRAȘI. S.m. N. Bălcescu. Cl. VIII. Constantin Dan (E: 1873, 82, 86, 91, 93—95, 99—901, 04, 06), Lozeanu Gabriel (E: 1871, 73, 75, 82, 90, 94, 95, 97—900, 02—06), Rotaru Ion (E: 1857, 58, 63, 64, 66, 67, 71, 73, 75, 86, 90—92). Cl. XI. Anghelescu Pompiliu (5400, 09, 22, 30, 48, 57, 61, 66, 78, 88, 89), Bazac Dumitru (5400, 14, 22, 30, 39, 46, 52, 55—57, 61, 66, 75, 78), Berbec Nicolae ă5400, 09, 22, 30, 39, 48, 57, 61, 66, 78, 88—91, 94), Brătianu Gh. (5400, 09, 14, 22, 30, 38, 41, 48, 55, 56, 61, 78, 84, 91, 94, 96), Comșa Steliana (5400, 03, 22, 34, 46, 48, 51, 55—57, 60, 61), Dinescu Dumitru (5400, 09, 22, 30, 46, 47, 57, 61, 75, 82, 88, 90, 94), Florea Tudorița (5400, 22, 30, 39, 46, 48, 51, 55, 57, 60, 61), Georgescu Dan (5400, 10, 14, 22, 30, 34, 38, 41, 46—48, 57, 60, 61, 63, 66, 75, 78, 94, 96), Gheorghiu Maria (5400, 42, 30, 41, 46—48, 51, 55, 61, 75, 82, 94, 94), Hotineanu Georgeta (5400, 09, 22, 30, 47, 48, 57, 61, 75, 78, 83, 91), Margină Mihai (5400, 09, 22, 30, 48, 57, 61, 66, 78, 88, 89, 91, 94). Niculaie Elena (5400, 22, 30, 47, 8, 57, 61, 63, 75, 89, 91, 93, 95), Niță Georgeta (5400, 09, 22, 30, 47, 48, 55—57, 61, 75, 78, 89, 91, 94), Nițu Tinca (5400, 09, 22, 30, 46, 47, 61, 63, 89, 91, 94, 95), Păunescu Florin (5400, 09, 22, 30, 48, 57, 61, 66, 67, 88, 89, 91, 94), Pătru Marcela (idem), Pleșoianu Horia (5400, 06, 09, 14, 22, 30, 38, 39, 41, 48, 55—57, 61, 78, 82), Roșu Romulus (5400, 09, 22, 30, 47, 48, 55—57, 61, 63, 78, 91, 94), Sterea Vasile (5400, 22, 39, 46, 55—57, 60, 82, 84), Tănase Nicolae (5400, 09, 22, 30, 47, 48, 55—57, 61, 63, 75, 78, 91), Toma Aneta (5400, 09, 22, 30, 39, 57, 61, 66, 75, 78, 82, 88—90, 94, 96), Vasilescu Ion (5400, 22, 39, 46, 48, 52, 55—57, 61, 82, 84, 90), Vlad Adrian (5400, 10, 22, 34, 41, 46, 48, 61, 63, 78, 91, 94, 506).

CÎMPINA. S.m.1. Cl. VIII. Dogaru Mihai (E: 1871, 73, 74, 76, 79—83, 86, 88, 90, 93, 902, 06), Fătu Eugenia (E: 1871—73, 76, 80—83, 88, 90, 93), Moldoveanu Florica (E: 1871, 73—76, 79—83, 88, 93), Poper Laurențiu (E: 1871—75, 77, 80—83, 90, 91), Tănase Gabriela (E: 1871, 73—76, 79—83, 88, 93). Cl. X. Bohilțea Florica (5355, 57—59, 72, 452, 56), Ceachir Octavian (idem), Ghibănescu Cristina (5355, 57—59, 74, 452, 61), Lascăr Georgeta (5355, 58, 59, 72, 452, 56, 57), Lupu Cornelia (5355, 58, 72, 452, 59, 60, 546), Moldoveanu Dan (5355, 58, 72, 452, 59, 60, 546), Moldovean Dan (5355, 58, 63, 72, 401, 03, 23, 39, 56, 57, 61, 63, 66, 70).

Șc. elem. nr. 1. Vl. VII. Ivașcu Florin (E: 1819, 21, 23, 26, 30, 31, 36, 45, 63, 64).

CÎMPULUNG MOLDOVENESC. Liceul militar. Cl. X. Ciobanu Emil (5355, 58, 74, 85, 400, 03, 18, 22, 46, 48, 55, 60). Cl. XI. Banga Nicolae (5400, 03, 06, 09, 12, 18, 22, 30, 46, 48, 55, 66), Isac Viorel (5355, 72, 92, 95, 400, 06, 12, 22, 30, 60, 63), Maftei Nicolae (5355, 72, 80, 92, 95, 400, 03, 06, 12, 21, 30, 46), Marian Ernest (5403, 09, 28, 30, 34, 39, 41, 48, 55—57, 63, 94, 96), Minea Eracle (5355, 422, 28, 30, 34, 41, 46, 55, 57, 61—63), Puică Ioan (5380, 92, 400, 18, 22, 30, 46, 48, 55, 56), Stoicea Marcel (5355, 58, 80, 92, 95, 400, 03, 06, 09, 12, 14, 22, 30, 46, 48, 55, 56, 61).

BLAJ. Ș.m. Emil Racoviță. Cl. XI. Corniș Marcel (5407, 09, 12, 22, 28, 30, 46, 60, 63, 75, 77, 78).

S.m.2. Cl. VII. Vișan Marius (E: 1884, 95, 88, 90, 94, 96, 99, 904). Cl. VIII. Diaconescu Nădejde (E: 1858, 63, 64, 66, 71, 73, 80, 82, 90, 91, 93).

S.m.13. Cl. X. Varfalu Ștefan (5355, 58, 84, 92, 434, 46, 47, 61, 63, 66).

S.m. Gheorghe Barțiu. Cl. IX. Marian Iuliu (5397, 96, 98, 302, 11, 12, 15, 27, 37).

Școala medie de muzică. Cl. VIII. Frankas Petru (E: 1857, 59, 62—64, 66, 69, 70, 73—76, 83). Giurcă Octavian (E: 1882—87), Gogonian Ladislau (cl. VIII) (E: 1858, 59, 66, 67).

COSTEȘTI (argeș). Cl. VII. Apostolache Venera (E: 1862, 67, 71, 74, 76, 78, 79, 86, 93). Cl. VIII. Ioneciu Ion (E: 1857, 58, 61, 62, 64, 66, 71, 73—80, 82, 93).

CONSTANȚA. *S.m.1.* Cl. VIII. Văituș Anca (5385, 403, 19, 32, 56, 66, E: 1883, 86, 88, 90—92). Cl. X. Florescu Gh. (5313, 32, 424, 30, 32, 39, 46—48, 55, 56, 61, P), Lischievici Paul (5313, 14, 18, 86, 403, 22, 32, 46).

CRAIOVA. *S.m.1.* Cl. IX. Băcșu Ieronim (5355, 63, 84, 85, 87, 88, 92, 93, 95,

403, 14, 22, 24, 31, 47, 52, 61, 66), Biscă Octavian (5355, 84, 85, 92, 95, 407, 39, 47, 52, 56, 61, 63, 66), Popescu Felicia (5332, 44, 45, 55, 65, 84, 92, 95, 422, 47, 52, 57, 60, 63, 66). Cl. XI. Iser Liliana (5355, 72, 84, 86, 92, 400, 09, 28, 34, 39, 41, 46, 51, 52, 54, 55, 57, 61, 63), Mușatescu Ioana (idem).

S.m.2. Cl. XI. Vasile Cornel (5368, 400, 03, 09, 17, 20, 22, 27, 30, 32, 46, 48, 55, 56, 61).

S.m.3. Cl. XI. Ghindeanu Șerban (5400, 09, 18, 22, 27, 28, 30, 34, 47, 61, 63, 73, 75).

DOROHOI. S.m. Cl. XI. Ciornea Elena (5441, 46, 60, 61, 63, 82, 90, 94).

FĂGET (Banat). S.m. Cl. XI. Jianu Ionel (5334, 38, 39, 52, 61, 63, 66, 72).

FOCȘANI. S.m. A. I. Cuza. Cl. X. Ghețu Luminița (5296—98, 305, 27, 32, 43, 45, 47, 51, 55, 68, 84, 92, 95, 419, 39, 46, 47, 70).

GALAȚI. *S.m.1.* Cl. IX. Davidsohn Michaela (5296, 382, 92, 401, 03, 22, 54, 61, 63). Cl. X. Friederich Sergiu (5355, 85, 86, 92, 95, 400, 03, 06, 09, 10, 46, 61, 63, 66), Ionescu Mircea (5355, 72, 84, 92, 94, 95, 403, 22, 56, 57, 63, 66). Cl. XI. Cahane Mendi (5400, 07, 22, 46, 55—57, 61, 65, 72), Dimache Anișoara (5355, 92, 95, 401, 07, 22, 39, 61, 63, 70), Postelnicu Liviu (5355, 72, 434, 38, 41, 46, 47, 52, 61, 66).

S.m.2. Cl. VIII. Cotubaș Constantin (E: 1871, 73, 74, 83—85, 90, 95, 99, 901, 03, 04), Dobrescu Adina (E: 1858—60, 62—64, 66, 71—74, 80), Postelnicu Liliana (E: 1859, 61, 66, 71, 73, 75, 84—86, 90). Cl. X. Grigore Elena (5355, 65, 400, 24, 30, 34, 62). Cl. XI. Constantinescu Elena (5355, 92, 400, 09, 34, 39, 46, 47, 52, 55—57), Dodu Marian (5354m 89m 404, 11, 28, 30, 39, 46, 52, 54, 55—57), Jicol Olga (5368, 409, 10, 22, 34, 41, 46, 55, 61, 63), Toader Elena (5354, 55, 65, 86, 92, 96, 400, 22, 24, 39, 46, 54, 56).

S.m.3. Nicoară Dumitru (5319, 28, 55, 66, 68, 81, 92, 400, 03, 10, 22, 30, 46, 57).

S.m.5. Cl. VIII. *Andriaș Nicilae* (5286, 305, 09, 17, 19, 21, 23, 28, 29, 33, 35, 40, 47, 57, 67, 86, 93, 400, 07, 09, 19, 29, 43, 53, 56, 57, 63, E: 1846, 49, 57—59, 71, 74, 76, 81, 83—85, 89—91, 93), Balcon Mariana (E: 1859, 60, 64, 65, 66, 67, 69, 74, 77, 80, 81), Burluc Jenica (E: 18157—64, 66, 67, 71, 73, 76, 79), Cernișov Vasile (E: 1857—60, 62—64, 66, 69, 71—73, 76), Ciobanu Manole (E: 1858—64, 66, 67, 71—74, 76), Dumitriu Lidia (E: 1858—60, 63, 66—69, 72, 90), Enache Lența (E: 1857—64, 71, 73), Fechete Dorina (E: 1858—60, 62—64, 71—74, 76, 79), Fechete Adriana (idem), Florescu Alexandru (E: 1858, 59, 63, 66, 69, 70, 73, 88, 90), Gheorghiu Marioara (5392, 442, E: 1859—64, 67, 73, 72, 76), Hailpern Barbu (5392, E: 1858—60, 62—64, 66, 72, 83, 90—93), Ifrim Liana (E: 1858—66, 71, 73, 74, 90), Ioan Mircea (5392, E: 1857—60, 62, 63, 66, 67, 70, 90), Levițchi Rodica (E: 1857—64, 66, 67, 73, 76), Măceancă Ionel (E: 1857, 58, 61—64, 66, 67, 73, 74, 76), Mîndrescu Liliana (E: 1857—60, 64, 66, 67, 72, 73, 75, 92), Munteanu Alexandrina (5357, E: 1857—63, 65—67, 69, 70), Neculai Gherghina (E: 1860, 63, 64, 66, 81), Negru Mihai (4859, 5392, E: 1857—59, 59, 63, 66, 67, 69, 71—73), Niculescu Laurențiu (E: 1857—60, 62—64, 66, 67, 69, 70, 85, 90), Nicolescu Dan (5392, E: 1857—60, 62, 63, 67, 69, 70, 73, 76), Orjecovschi Silvia (E: 1857—61, 64, 66, 71, 73, 75, 82, 90), Popa Victor (E: 1858—60, 63, 64, 66, 67, 71, 73, 76, 84, 90), Ritter Sophia (5403, 56, E: 1857, 59, 64, 73, 81, 82, 90, 95), Robea Săndel (E: 1857—64, 66, 67, 71—74, 76), Sandu Elisabeta (E: 1857—60, 63, 64, 66, 68, 71—73, 76), Săvinuță Stelian (5392, E: 1857—60, 63, 64, 66, 67, 69, 70—73), Sterea Tudorel (5392, E: 1857—60, 62, 63, 66, 69, 70, 90, 92), Stoica Roman (E: 1866, 71—80), Tiron Nicuța (E: 1857—60, 63, 64, 68, 82, 84, 90), Tihonor Valerica (E: 1857—66, 71, 73, 74), Velichi Minelau (E: 1857—63, 66, 67, 69, 70, 73, 74, 76), Zlate Dinel (E: 5392, E: 1857—60, 63, 64, 66, 67, 70, 72, 73, 84). Cl. IX. Alexandrescu Ecaterina (E: 1856—59, 64, 71, 73, 90), Haltric A. (5357, 92, 456, 61, E: 1840, 57—60, 90), Jipirescu Otilia (5355, 65, 403, E: 1857—60, 73, 81, 82, 90), Raidef Maria (5386, 456, E: 1857—59, 73, 80—82, 88, 90), Roșu Odette (5403, E: 1857—59, 64, 73, 80—83, 90, 91), Sarivan Ioana (5355, 84, 95, 92, 401, 07, 22, 39, 61, 70), Susai Amalia (5355, 65, 82, 84, 92, 403, 61, 63, E: 1858—60, 63, 64, 66, 71—83, 92), Tăutu Teodora (E: 1858, 59, 63, 64, 71, 83, 90, 92). Cl. XI. Crețu Eugen (355, 66—68, 76, 86, 92, 422, 28, 30, 39, 57), *Lucaci Nicolae* (5304, 05, 09—11, 17, 19—21, 26, 33, 40, 43, 45, 48, 55, 57, 62, 63, 65, 66, 71—76, 79, 85, 86, 93, 95, 99, 400, 03, 09, 14, 24), Năstase C. (5345, 54, 55, 65, 70, 74, 86, 92, 400, 02, 09, 10, 14, 18, 22, 24, 30), *Solomon Ludwig* (5304, 05, 09, 11, 17, 20, 21, 23, 40, 43, 45, 47, 48, 57, 61—63, 65, 66, 73—76, 79, 86, 93,

94, 400, 09, 10, 20, 24, 30, 39, 55—57, 63), Stanciu Dumitru (5320, 33, 45, 48, 55, 62, 65, 66, 70, 84, 92, 95, 400, 02, 09, 10, 14, 18, 22, 30), Strasser Joseph (5355, 65, 84, 92, 95, 400, 02, 09, 10, 14, 18, 22, 28, 30).

Şc. elem. nr. 20. Cl. VII. Anghelescu Gabriela (E: 1857—64, 72—76, 90), Cardan Ionel (E: 1858—60, 63, 66, 71, 73, 75, 76), Călin Adriana (E: 1864, 71, 75, 76, 84, 88, 90), Dabija Paul (E: 1862, 67, 71, 71, 84, 90), Dumitru Gabriela (E: 1864, 75, 76, 84, 85, 88, 90), Gherghişan Vasilica (E: 1858—60, 62—64, 73, 76, 84, 85, 90), Horceag Ecaterina (E: 1858—60, 62, 63, 66, 71, 73, 75, 84, 85, 88, 90), Ioniţă Florica (E: 1858—60, 62, 63, 66, 71, 73, 75, 76, 85, 90), Ioniţă Lilica (E: 1858—60. 62—64, 75, 76, 84, 85, 90), Ionescu Anişoara (E: 1859, 60, 63, 66, 71, 73, 66, 71, 73, 84, 85, 90), Iordache Costel (E: 1867, 71, 75, 64, 84, 90), Istrate Iftimiţia (E: 1864, 67, 71, 76, 84, 85, 88, 90), Mardare Aurelia (E: 1858—60, 62—64, 66, 71, 73, 76, 84, 85, 88, 90), Pătraşcu Mîndruţ (E: 1858, 59, 62—64, 73, 75, 76, 84, 85, 90), Toader Mariana (E: 1864, 71, 75, 76, 88, 90), Sîrbu Lidia (E: 1862, 64, 75, 84, 85, 90).

Şc. elem. nr. 21. Cl. VI. Carabogdan Elena (E: 1871, 73, 75, 77, 84, 85, 94, 901), Vexler Adrian (E: 1858, 59, 63, 64, 66, 71—73), Voicu Elena (E: 1859, 60, 63, 71, 73, 75, 77, 90).

Şc. elem. nr. 23. Cl. VI. Arfire Eugen (E: 1859, 63, 71, 90, 94, 97, 99). Cl. VII. Bejan Ortansa (E: 1866, 71, 73, 82, 85, 88, 90), Dinu Smaranda (E: 1865, 66, 71, 84, 85, 88, 90), Gabroveanu Rodica (E: 1866, 71, 73, 84, 85, 89, 90), Ghineş Angela (E: 1860, 66, 82, 89, 90), Lupoaie Marian (E: 1871, 74, 76, 82, 88, 90), Olaru Rodica (E: 1857, 71, 73, 86), Sosai Petrică (E: 1857, 63, 66, 82, 84, 85, 88, 90).

Şc. elem. nr. 24. Cl. VII. Boeru Veronica (E: 1871—75, 90), Eisenberg Ludovic (E: 1858, 59, 63, 71, 73, 75, 82, 85, 92).

HALEŞ. *Şc. de 8 ani.* Cl. V. Bratosin Angela (E: 1859, 60, 62—64, 66, 71, 73, 61, 71, 73, 75), Jantea Elena (E: 1859, 60, 63, 66, 73, 74, 75, 85, 84), Panait Aurelia (E: 1833, 59, 63, 64, 66), Petre Jan (E: 1833, 59, 63, 64, 66). Cl. VI. Cudalbu Vasile (E: 1859, 60, 63, 64, 66, 71, 73), Enache Virginia (E: 1859, 60, 6—64, 66, 71, 73, 85, 90), Grigorescu Carmen (E: 1859, 60, 63, 64, 66, 71, 73, 85), Marinescu Maria (E: 1859, 60, 62—64, 66, 70, 73, 75), Matei Elena (E: 1859, 60, 62—64, 66, 71, 73, 85, 90). Cl. VII. Giurgea Aurelia (E: 1858—60, 63, 64, 66, 71, 74, 75, 84), Tănase Maria (E: 1858—60, 63, 64, 66, 71, 74, 75, 90), Toader Elena (E: 1858—60, 63, 64, 66, 71, 74, 75, 85).

S.m.m. Cl. VII. Maftei Nicolae (E: 1858, 63, 64, 66, 71, 73, 75, 84, 85, 90).

HOREZU. *S.m.m.* Cl. VII. Costescu Ştefan (E: 1858, 63, 71, 73, 84, 85, 90). Cl. VIII. Buşe Marcu (E: 1871—79, 84, 88, 90, 94—96, 98—900, 04, 06; 5496, 506). Cl. X. Costescu Jan (5311, 32, 75, 72, 86, 95, 422, 34, 57, 61, 63, 66).

IAŞI. S.m.m.1. Cl. VIII. Aronovici Miţi (E: 1857—60, 63, 64, 66, 67). *S.m.2.* Cl. VII. Leizer Monica (E: 1858—60, 63, 64, 66, 73).

S.m.3. Cl. VI. Linde Radu (E: 1871—73, 75, 77, 88, 90, 94).

S.m.4. Cl. VI. Angelescu Romulus (E: 1871, 73, 77, 94, 95, 99, 904), Constantinescu Alexandru (E: 1871—73, 75, 88, 90, 99). Cl. VII. Şerban Elena (E: 1857—60, 62—64, 66, 67, 69).

S.m.6. Cl. VIII. Cosma Mişa (E: 1859, 60, 63, 66, 69—71, 73, 74, 78, 79, 84, 85).

S.m.7. Cl. VII. Flondor Smaranda (E: 1871—73, 75, 84, 85, 88, 90). Cl. VIII. Burduja Mihai (E: 1857—60, 62—64, 66, 70, 84, 93, 95), Budeanu Mihai (E: 1882, 83, 86—90, 92, 93; 5460, 66), Dimitriu Rodica (E: 1858, 59, 62—64, 66, 71, 73, 75, 85, 88, 90), Dimitriu Dan (E: 1858, 63, 66, 70—73, 78, 84, 85, 88, 89), Lovinescu Cătălina (E: 1858, 59, 62, 64, 66, 71—73, 75, 89, 90, 93), Lenţer Eugenia (E: 1859, 60, 71, 73, 75, 82—85, 88, 90, 90, 92), Popescu Angela (E: 1859—61, 67, 68, 74, 80, 82, 83, 85, 88, 90, 93), Postirnac Maria (E: 1857—60, 62—64, 66, 71—73, 90).

LONEA. *Şc. de 8 ani.* Cl. VI. Weber Leopold (E: 1884, 85, 90, 94, 99, 901, 04). Cl. VII. Huszar Laszlo (E: 1884—86, 90, 94, 99, 904).

Absolvent *Perjeru Emil* (5354, 55, 58, 60, 61, 65, 66, 68, 70, 71, 73—76, 79—81, 84—87, 89, 92, 94, 95, 97—400, 02, 03, 05, 06, 08, 09, 12, 14, 17—20, 22—24, 27—30, 32, 34—43, 46, 48, 51, 54—58, 61—63.

OPSZÁGOS MUSZAKI KÖNYVTÁR ÉS DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT 1883

CĂTRE REZOLVITORII DE PROBLEME

Corespondenții care ne trimit probleme rezolvate trebuie să redacteze fiecare problemă separat, însoțind-o de toate calculele necesare și de figuri desenate cu îngrijire. Nu se vor trimite soluțiile mai multor probleme pe aceeași foaie.

Se primesc lunar într-un plic soluții numai la problemele și exercițiile din ultimele trei numere apărute. Pe plic se va scrie localitatea și școala pe care o urmează rezolvitorul pentru a se evita confuzii la întocmirea rubricii rezolvitorilor de probleme și a listei celor evidențiați. *Evidențiații trebuie să aibă cel puțin 36 soluții bune.*

Problemele care se propun de către colaboratorii revistei să fie clar alcătuite și însoțite de soluții, să fie personale, iar nu luate din cărți sau reviste. Elevii sînt sfătuiți să înceapă a propune probleme numai după ce au rezolvat un număr destul de mare de exerciții și probleme. Problemele propuse, dar necorespunzătoare, nu se pot publica. Dacă un corespondent constată că unele probleme propuse au fost publicate în cărți sau reviste, este rugat să arate precis volumul și pagina unde a mai apărut enunțul sau soluția problemei respective.

Corespondentul nostru care a citit și a înțeles deplin multe din soluțiile publicate, a rezolvat multe din problemele propuse, poate și este îndemnat să încerce, să schițeze cîte o notă rezultată dintr-o observație făcută cu ocazia rezolvării unei chestiuni mai grele. Aceste note să fie *revăzute de mai multe ori înainte de a fi trimise*, pentru ca redactarea lor să fie *cît mai clară și concisă*. Figurile să fie făcute separat. In redactare se vor evita prescurtările. Nu se va scrie: $\parallel$ = ; $\sim$; $\ast$; $\perp$; $\parallel$; Tr., etc. iar trecerea de la un calcul la altul să fie explicată pentru a putea urmări ușor desfășurarea unei demonstrații. Manuscrisele nepublicate nu se înapoiază.

La publicarea problemelor rezolvate se vor menționa rezolvitorii care au dat o bună redactare și o soluție interesantă, sau mai multe metode de rezolvare.

Elevii claselor IX—XI sau studenții vor trimite soluții la problemele propuse pentru clasele VIII—XI. Problemele rezolvate trebuie să fie din ultimele trei numere apărute în G.M.F.—B sau M.F.L. Problemele rezolvate de matematică și fizică vor fi expediate o dată în cursul unei luni într-un singur plic și vor fi însoțite de un borderou cu numărul problemelor, scrise în ordine crescîndă. Pe plic se va scrie școala, clasa și localitatea rezolvitorului. Problemele propuse vor fi scrise pe foi separate.

Elevii claselor V—VII vor fi anunțați la rubrica rezolvitorilor de probleme dacă trimit cel puțin 7 probleme bine rezolvate, iar elevii claselor VIII—XI, pentru cel puțin 12 probleme bine rezolvate. Elevii din clasa VIII pot trimite soluții și la E : V—VIII.

Autorii sînt rugați să semneze clar la sfîrșitul lucrării persoanele pe care o trimit pentru publicat și adresa lor exactă.

Premiații Gazetei matematice și fizice seria B pe anul 1962, sînt rugați să ne comunice printr-o carte poștală adresa exactă, specificînd și numărul de ordine la care au fost trecuți la pag. 29—30 ca premiant sau menționat, pentru a se expedia pachetul cu cărți și reviste acordate.

ERATĂ — La problema 5553 în loc de $+33$ trebuie scris -33. — La problema 5572 în loc de $(x^2 + 1)$ trebuie $(x^2 + 1)^2$; iar în loc de $-4x^2 + 17x - 4$ trebuie scris $-4x^4 + 17x^2 - 4$.

CĂRŢI DIN BIBLIOTECA SOCIETĂŢII DE ŞTIINŢE MATEMATICE ŞI FIZICE DIN R.P.R. CARE SE MAI GĂSESC ÎN LIBRĂRII

GH. ŢIŢEICA	Culegere de probleme de geometrie, ed. IV-a (revăzută completată de G. D. SIMIONESCU).
G. BORŞ	Noţiuni de geometrie proiectivă.
M. HEROVANU	Introducere în fizica atmosferei.
H. STEINHAUS	Caleidoscop matematic.
C. POPOVICI	Stelele, date fizice, structura, originea şi evoluţia lor.
C. DRIMBĂ	Elemente de mecanică cerească.
C. IONESCU-BUJOR	Elemente de transformări geometrice (I).
C. IONESCU-BUJOR	Elemente de transformări geometrice (II).
A. I. MARKUŞEVICI	Numere complexe şi reprezentări conforme.
I. S. GRADSTEIN	Teorema directă şi reciprocă.
V. G. BOLTEANSKI	Ce este derivata ?
G. N. BERMAN	Despre numere şi studiul numerelor.
A. IAGLOM şi I. IAGLOM	Probleme neelementare tratate elementar.
CIUCU şi SIMBOANU	Culegere de probleme de calculul probabilităţilor şi statistică.
N. D. FEDOROV	Ciclotronul.
O. SACTER	Elemente de teoria ecuaţiilor algebrice şi transcendente.
V. ATANASIU	Noţiuni de fizică generală. Vol. I
C. BORŞ şi D. BORŞ	Numere complexe.

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ

pentru elevii şcolilor medii, profesionale, pedagogice şi tehnice de maiştri, din anul 1963, are loc astfel :

— etapa locală	la 10 februarie 1963 (matematică)
— etapa locală	la 17 febraurie 1963 (fizică)
— etapa regională	23, 24, 25 martie 1963
— etapa finală	26—28 mai 1963.

— Fiecare abonat este rugat să facă cunoscută G.M.F.-B şi altor colegi, pentru a face abonamentele din vreme în vederea planificării tirajului lunar.

Tirajul fiind limitat revistele se trimit mai întîi abonaţilor şi de aceea rugăm colaboratorii G.M.F.-B să se aboneze de îndată pentru restul numerelor (3—12). Costul este de 1,50 lei exemplarul.

— *Abonamentele se pot face individual sau colectiv prin oficiile poştale locale sau prin factorii poştali.*

Intreprinderea Poligrafică Nr. 6 — c. 5726

Lei 1,50

E 1426

KAT

SOCIETATEA DE ȘTIINȚE MATEMATICE ȘI FIZICE
DIN R. P. R.

GAZETA MATEMATICĂ ȘI FIZICĂ

(SERIA B)

PUBLICAȚIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Anul XIV februarie 1963

2

GAZETA MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ

(SERIA B)

Anul XIV, nr. 2 — februarie 1963

SUMARUL

pag.

1. Ce este teoria jocurilor de M. Iosifescu şi R. Theodorescu 65
2. Despre construcţia şi programarea maşinilor automate de calculat de Rosmann Manfred Cluj 80
3. Anul Soarelui Calm de Cornelia Cristecu, Bucureşti 91
4. Rezultatul întrecerii privind activitatea extraşcolară a cercurilor de elevi din şcolile medii la matematică şi fizică pe anul 1962 94
5. Activitatea în cercuri şi chemarea la întrecere . . 94
6. Dublarea cubului de V. Boţoacă 97
7. Probleme rezolvate (M.F.L. 831—838, E : 768—771). 99
8. Probleme propuse (5624—5653) 107
9. Chestiuni de examen (5654—5665) 112
10. Exerciţii şi probleme propuse pentru clasele V—VII (E : 1940—E : 1950) 114
11. Cărţi noi 116
12. Rubrica rezolvitorilor de probleme 117

ANUL XIV **2** FEBRUARIE

COMITETUL DE REDACŢIE

Ailincăi M., profesoară; *Atanasiu V.*, conf. univ., redactor pentru fizică; *Cristea I.*, asistent; *Ionescu-Bujor C.*, prof. univ.; *Ionescu-Ţiu C.*, profesor, redactor pentru matematică; *Kiss E.*, conf. univ.; *Koch Fr.*, lector; *Kovacs K.*, conf. univ.; *Lévai Şt.*, asistent; *Muşat I.*, profesor; *Petrovanu A.*, profesor; *Sacter O.*, conf. univ., redactor şef; *Simionescu D. Gh.*, conf. univ.

R E D A C Ţ I A : Str. Academiei, 14 — Tel. 14.46.53 — Bucureşti 1

Articolele, notele, recenziile, problemele propuse sau rezolvate, corespondenţa privitoare la activitatea matematică şi fizică a şcolilor, precum şi orice material informativ care ar putea interesa redacţia noastră se vor trimite pe adresa de mai sus.

GAZETA MATEMATICĂ ȘI FIZICĂ

(SERIA B)

PUBLICAȚIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Anul XIV, nr. 2 februarie 1963

CE ESTE TEORIA JOCURILOR ?

de *M. IOSIFESCU* și *R. THEODORESCU*

Studiul matematic al jocurilor de noroc a dus în urmă cu trei sute de ani la constituirea teoriei probabilităților, capitol al matematicii care cercetează fenomenele și procesele dependente de un mare număr de factori întîmplători.

Jocurile de noroc presupun că jucătorii nu au de făcut decît să aleagă unul dintre rezultatele posibile, pe care îl consideră favorabil pentru ei și a cărui realizare datorită întîmplării le asigură cîștigul ; aceste jocuri nu cer deci aproape nici un fel de cunoștințe din partea jucătorilor, ele fiind din punct de vedere teoretic lipsite de interes. Există însă și jocuri în care rolul întîmplării este limitat (de exemplu, bridge-ul) sau chiar nul (de exemplu, șahul). În aceste jocuri rezultatul este determinat de priceperea jucătorului, de gradul în care cunoaște regulile jocului, de măsura în care ține seama de acțiunile adversarilor, într-un cuvînt de informația lui precum și de felul cum aplică regulile, de strategia pe care și-o fixează în desfășurarea jocului, în conducerea lui. Bineînțeles, exigențele cărora trebuie să le facă față jucătorii în aceste jocuri, numite strategice, sînt incomparabil mai numeroase și mai complicate, după cum și cercetarea matematică a desfășurării și a rezultatelor lor este considerabil mai dificilă.

Prima problemă matematică generală din domeniul jocurilor strategice a fost tratată de Emile Borel în 1927, fără a-i da o rezolvare deplină. Un an mai tîrziu John von Neumann a reluat problema și a rezolvat-o complet. După anul 1930 a apărut o serie întreagă de cercetări consacrate jocurilor strategice precum și unor probleme de economie prezentînd analogii cu jocurile strategice. Tot atunci s-a stabilit legătura dintre metoda matematică numită programare liniară, la a cărei creare a adus o contribuție fundamentală matematicianul sovietic L. V. Kantorovici (1939), și un anumit tip de jocuri strategice. În anul 1944 a apărut cartea lui J. von Neumann și O. Morgenstern „Theory of games and economic behaviour" care este considerată ca punînd bazele teoriei matematice a jocurilor strategice, lăsînd la o parte interpretările arbitrare și neștiințifice date modelelor economice.

După cum va reieși din cele ce urmează, teoria jocurilor studiază următoarea situație. Avem o mulțime de elemente (componentele fizice ale jocului, regulile sale, rezultatele sale etc.) și un număr de jucători. Procedînd într-un anumit fel, care este determinat de reguli, de poziția

lor la fiecare moment dat și de posibilitățile de a acționa, fiecare jucător caută să determine un rezultat al jocului care să-i fie favorabil sau, dacă nu poate altfel, care să-i fie cît mai puțin defavorabil. Este vorba aici despre ceea ce se numește o situație conflictuală, din care jucătorul caută să iasă cît mai bine. Cunoscînd regulile jocului și acțiunile precedente ale adversarului, prevăzînd acțiunile acestuia și riposta sa, fiecare jucător își elaborează o strategie, sau mai multe, prin care își va sili adversarul să procedeze într-un mod cît mai conform planurilor sale, îl va face să comită erori care să-l dezavantajeze, va profita de situațiile care îi sînt favorabile și va căuta să cîștige. Aceste situații conflictuale apar foarte frecvent în cursul operațiilor militare, în temele tactice și strategice, în jocuri ca șahul sau bridge-ul, într-o mulțime de competiții sportive etc. Analogia cu anumite aspecte ale vieții economice, mai ales din lumea capitalistă, se impune de la sine. Ajunge să ne gîndim la lupta de concurență dintre monopoluri, la jocul de bursă etc.

Generalizînd situația de mai sus, vedem că interpretarea bazată pe analogia cu un joc se aplică și în probleme economice concrete, cum ar fi, de exemplu, planificarea producției și a repartiției, planificarea și organizarea transporturilor, etc. în sensul că pe baza unor mijloace date și a unor posibilități existente să se realizeze într-un mod optim o anumită sarcină. Este limpede că astfel de probleme se pun în economia socialistă și unele dintre ele au constituit baza lucrărilor lui L. V. Kantorovici, pe care le-am menționat mai sus. Rezultă deci că teoria jocurilor constituie un domeniu al matematicii cu multiple posibilități de aplicații.

1. *Noțiuni de bază.* Teoria jocurilor este teoria matematică a situațiilor conflictuale. Situațiile conflictuale sînt acelea în care acționează două (sau mai multe) părți care-și propun scopuri contrarii așa încît rezultatul oricărei măsuri luate de una din părți depinde de modul de acțiune pe care-l adoptă partea adversă.

Scopul teoriei jocurilor este elaborarea celor mai raționale moduri de acțiune pentru fiecare dintre părțile adverse în cursul situațiilor conflictuale. Orice situație conflictuală luată din practică este foarte complexă și analiza ei este îngreunată de prezența unor factori secundari. Pentru ca o analiză matematică a situației să fie posibilă, este necesar să neglijăm acești factori secundari și să construim un model simplificat și formal al situației. Acest model este numit *joc.*

Jocul se deosebește de situația conflictuală reală prin aceea că el se desfășoară după reguli bine definite. Omul se folosește de mult de modele formale de situații conflictuale, care se numesc jocuri în înțelesul adevărat al cuvîntului. Toate aceste jocuri au un caracter de luptă, se desfășoară după reguli cunoscute și se încheie cu victoria (*cîștigul*) unuia dintre jucători.

În cele ce urmează vom înțelege prin *partidă* realizarea unui joc, prin *jucători* — părțile ale căror interese se ciocnesc, iar prin *cîștigul* uneia din părți — rezultatul acestei ciocniri.

Într-un joc se pot ciocni interesele a doi sau mai mulți jucători ; în primul caz jocul se numește *joc în doi,* iar în al doilea — *joc multiplu.* Participanții la un joc multiplu pot forma în timpul jocului coaliții vremelnice sau constante. În cazul a două coaliții constante, jocul multiplu se transformă într-un joc în doi. Cea mai mare însemnătate prac-

tică o au jocurile în doi, de aceea ne vom mărgini să considerăm în cele ce urmează numai aceste jocuri.

Fie deci un joc în doi la care participă jucătorii A și B cu interese contrarii. Prin *joc* vom înțelege un șir de acțiuni (mutări) ale părților A și B. Pentru ca jocul să poată fi supus unei analize matematice, trebuie formulate exact *regulile jocului* Prin aceasta trebuie să înțelegem că se dă un sistem de condiții care reglementează variantele de acțiune posibile ale ambelor părți, informația fiecărei părți despre comportarea celeilalte, succesiunea alternanței mutărilor și rezultatul la care conduce orice succesiune dată de mutări. Acest rezultat (cîștig sau pierdere) nu are întotdeauna o expresie cantitativă; este însă totdeauna posibil, introducînd o anumită scară de măsură, să-l exprimăm printr-un număr. De exemplu, la jocul de șah cîștigul poate fi apreciat cu $+1$, pierderea cu 0, și remiza cu $1/2$.

Jocul se numește *joc cu sumă nulă* dacă unul din jucători cîștigă tot ceea ce pierde celălalt, adică suma cîștigurilor ambelor părți este nulă. Într-un joc cu sumă nulă interesele jucătorilor sînt direct contrarii. Vom considera aici numai astfel de jocuri.

Întrucît într-un joc cu sumă nulă cîștigul unuia din jucători este egal cu cîștigul celuilalt luat cu semn schimbat, este evident că la analiza unui astfel de joc este suficientă considerarea cîștigului unuia din jucători. Fie acesta, de exemplu, jucătorul A. Pe viitor, pentru comoditate, partea A va fi numită „noi" iar partea B — „adversarul". Vom considera partea A (noi) întotdeauna drept „cîștigătoare" iar partea B (adversarul) drept „necîștigătoare". Această condiție nu creează vreun avantaj pntru primul jucător, întrucît acesta poate realiza un cîștig negativ care, evident, reprezintă o pierdere.

Mutările din care este compus un joc se împart în două categorii: mutări *certe* și mutări *întîmplătoare*. Mutarea certă este alegerea conștientă a unei mutări dintre toate mutările posibile într-o situație dată și executarea ei (de exemplu, la jocul de șah toate mutările sînt mutări certe). Mutarea întîmplătoare este alegerea la întîmplare a unei mutări dintre toate mutările posibile într-o situație dată. Caracterul întîmplător al alegerii este asigurat de un mecanism (de exmplu, aruncarea monezii sau a zarului).

Unele jocuri constau numai din mutări întîmplătoare (așa numitele jocuri de noroc pure) sau numai din mutări certe (șahul, jocul de dame etc.).

Jocurile sînt clasificate nu numai după caracterul mutărilor din care ele sînt alcătuite, ci și după informația pe care fiecare jucător o deține asupra mutărilor celuilalt. Un joc în care înainte de efectuarea oricărei mutări certe fiecare jucător cunoaște rezultatele tuturor mutărilor precedente atît certe cît și întîmplătoare se numește *joc cu informație completă*. Vom observa că majoritatea jocurilor care au însemnătate practică nu sînt jocuri cu informație completă, deoarece necunoașterea acțiunilor adversarului este de obicei un element esențial al situațiilor conflictuale.

O noțiune de bază în teoria jocurilor este noțiunea de strategie. Se numește *strategie* a unui jucător, un ansamblu de reguli care definesc în mod unic mutările certe în funcție de situația ivită în cursul jocului.

Să clarificăm conținutul acestei noțiuni. De obicei alegerea unei mutări certe este făcută de jucător în cursul jocului în funcție de situația concretă ivită. Totuși, din punct de vedere teoretic, este posibil ca toate aceste alegeri să fie prevăzute de jucător înaintea jocului. Pentru aceasta jucătorul trebuie să considere toate situațiile posibile ce se pot ivi în cursul jocului și să prevadă soluția sa pentru fiecare din ele. In principiu, chiar dacă nu practic, operația este posibilă pentru orice joc. Alegerea unei astfel de soluții nu înseamnă altceva decît că jucătorul a ales o strategie bine definită.

Pentru ca noțiunea de strategie să aibă sens, este necesar ca jocul să conțină mutări certe; în jocurile de noroc pure nu se poate vorbi de strategii.

In funcție de numărul strategiilor posibile, jocurile se împart în *jocuri finite* și *jocuri infinite*. Se numește joc finit, un joc în care fiecare jucător are la dispoziție un număr finit de strategii. Dacă într-un joc finit jucătorul A are la dispoziție m strategii iar jucătorul B are la dispoziție n strategii, vom spune că este vorba de un joc $m \times n$.

2. *Matricea unui joc.* Să considerăm un joc în doi cu doi parteneri A și B (noi și adversarul). Fie A_1, A_2 strategiile noastre, iar B_1, B_2 strategiile advsersarului. Să presupunem că fiecare parte alege cîte o strategie: noi alegem, de exemplu, A_1 iar adversarul B_2. Dacă jocul constă numai din mutări certe, alegerea strategiilor A_1, B_2 definește în mod unic rezultatul jocului — cîștigul nostru — notat în cele ce urmează cu a_{12}. Dacă jocul conține și mutări întîmplătoare, atunci cîștigul nostru la alegerea perechii de strategii $A_1 B_2$ este o variabilă aleatoare[1] care depinde de mutările întîmplătoare; în acest caz este natural să evaluăm cîștigul nostru prin valoarea sa medie pe care o vom nota tot cu a_{12}. Dacă cîștigurile medii a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22} ne sînt cunoscute, ele pot fi scrise sub forma unui tablou dreptunghiular cu 2 linii (corespunzătoare strategiilor noastre) și cu 2 coloane (corespunzătoare strategiilor adversarului). Acest tablou se numește *matricea jocului* și are forma

A \ B	B_1	B_2
A_1	a_{11}	a_{12}
A_2	a_{21}	a_{22}

(1)

Exemplul 1. Doi jucători A și B, independent unul de celălalt, pun pe masă cîte o monedă de același fel. Dacă jucătorii au ales aceeași față (ambii stema sau

[1] Prin variabilă aleatoare vom înțelege o mărime x care poate lua una și numai una dintre valorile $x_1, \ldots, x_n$ după cum se realizează respectiv unul și numai unul dintre evenimentele $A_1, \ldots, A_n$. Să notăm cu $p_1, \ldots p_n$, $(p_1+p_2+\ldots+p_n=1)$ probabilitățile evenimentelor $A_1, \ldots, A_n$ (prin probabilitatea unui eveniment vom înțelege raportul dintre numărul de cazuri favorabile acestui eveniment și numărul total de cazuri posibile). Valoarea medie a variabilei aleatoare x este $x = p_1x_1 + \ldots + p_nx_n$. A se vedea și articolul „Probabilități" din G.M.F.-B, nr. 3, 1962 și *O. Onicescu.* Strategia jocurilor cu aplicații la programare liniară. București, 1962.

ambii valoarea), atunci jucătorul A ia ambele monede; în caz contrar, cel care ia ambele monede este jucătorul B. Se cere să analizăm jocul şi să-i alcătuim matricea.

Soluţie. O partidă a acestui joc constă numai din două mutări, mutarea noastră şi mutarea adversarului, ambele certe. Jocul nu este cu informaţie completă deoarece, în momentul în care un jucător face mutarea sa, el nu ştie ce a făcut celălalt jucător. Noi avem două strategii: A_1 — alegerea stemei şi A_2 — alegerea valorii; adversarul are, de asemenea, două strategii: B_1 — alegerea stemei şi B_2 — alegerea valorii. Prin urmare, avem de-a face cu un joc în doi şi dacă considerăm cîştigarea monezii drept un cîştig de $+1$, matricea jocului este următoarea:

A \ B	B_1	B_2
A_1	1	-1
A_2	-1	1

Exemplul 2. Avem la dispoziţie o urnă care conţine un număr egal de bile albe şi negre. Să considerăm următorul joc în doi. Jucătorul A extrage la întîmplare din urnă o bilă, fără ca jucătorul B să vadă ce bilă a extras. Dacă A a extras o bilă albă el declară: „am o bilă albă" şi primeşte de la adversar un cîştig de $+1$. Dacă A a extras o bilă neagră, atunci el poate sau A_1) să spună „am o bilă albă" şi să primească de la adversar un cîştig de $+1$ sau A_2) să recunoască că el are o bilă neagră şi să plătească adversarului un cîştig de $+1$.

Adversarul B, dacă i se plăteşte de bună voie o unitate, el o primeşte. Dacă însă i se cere să plătească o unitate, atunci el poate sau B_1) să creadă jucătorul A că are o bilă albă şi să-i plătească o unitate, sau B_2) să verifce afirmaţia făcută de jucătorul A. Dacă drept rezultat al verificării se adevereşte că A a avut o bilă albă, atunci jucătorul B plăteşte jucătorului A două unităţi. Dacă se verifică că A avut o bilă neagră, atunci jucătorul A plăteşte jucătorului B două unităţi. Se cere să analizăm jocul şi să-i alcătuim matricea.

Soluţie. Jocul constă dintr-o mutare întîmplătoare obligatorie: extragerea unei bile de către jucătorul A şi din două mutări certe, care însă nu există în mod obligatoriu. Într-adevăr, dacă A a extras o bilă albă, atunci el nu mai face nici o mutare certă: lui nu-i rămîne de făcut decît să ceară un cîştig de o unitate. În acest caz mutarea certă — să creadă sau să nu creadă (adică să plătească sau să nu plătească o unitate) — este efectuată de jucătorul B. Dacă A a extras o bilă neagră, el poate efectua următoarea mutare certă: să plătească o unitate lui A sau să încerce să mintă adversarul şi să-i ceară o unitate. Dacă A alege prima posibilitate, atunci lui B nu-i rămîne decît să ia o unitate; dacă A alege a doua posibilitate, atunci jucătorului B îi rămîne să efectueze o mutare certă: să creadă sau nu pe A, adică să-i plătească sau nu lui A o unitate sau să verifice spusele lui A.

Evident, A are două strategii: A_1 — să mintă A_2 — să nu mintă. De asemenea, B are două strategii: B_1 — să creadă şi B_2 — să nu creadă. Pentru construirea matricii jocului, să calculăm cîştigurile medii pentru fiecare pereche de strategii.

Fie A_1B_1; în acest caz dacă A a extras o bilă albă $\left(\text{cu probabilitatea } \frac{1}{2}\right)$, atunci lui nu-i mai rămîne de efectuat vreo mutare certă. El cere să i se plătească o unitate şi jucătorul B îl crede, cîştigul lui A fiind de o unitate. Dacă A extrage o bilă neagră $\left(\text{cu aceeaşi probabilitate de } \frac{1}{2}\right)$ conform strategiei sale el minte şi cere o unitate; B îl crede şi-i plăteşte o unitate, adică cîştigul lui A este tot de o unitate. Cîştigul mediu este

$$a_{11} = \frac{1}{2} \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 1 = 1.$$

Fie $A_1 B_2$; în acest caz A extrage o bilă albă și nu-i rămîne de efectuat nici o mutare certă. El cere să i se plătească o unitate. Judecătorul B, conform strategiei sale, nu crede pe A și ca rezultat al verificări îi plătește lui A două unități; prin urmare, cîștigul lui A este $+2$. Dacă A a extras o bilă neagră, atunci conform strategiei sale cere să i se plătească o unitate. Jucătorul B, conform strategiei sale, nu crede și ca rezultat al verificării cîștigă de la A două unități; cu alte cuvinte, cîștigul lui A este de -2. Cîștigul mediu este

$$a_{12} = \frac{1}{2} \cdot (+2) + \frac{1}{2} \cdot (-2) = 0.$$

Fie $A_2 B_1$; dacă A a extras o bilă albă, el cere să i se plătească o unitate. Conform strategiei sale, jucătorul B plătește lui A o unitate, adică cîștigul lui A este de o unitate. Dacă A a extras o bilă neagră, atunci conform strategiei sale plătește o unitate, iar lui B nu-i rămîne decît să încaseze această sumă; prin urmare, cîștigul lui A este de -1. Cîștigul mediu este

$$a_{21} = \frac{1}{2} \cdot (+1) + \frac{1}{2} \cdot (-1) = 0.$$

Fie $A_2 B_1$; dacă A a extras o bilă albă, el cere să i se plătească o unitate. Conform strategiei sale, jucătorul B nu-l crede și ca rezultat al verificării plătește lui A două unități; prin urmare, A cîștigă $+2$. Dacă A a extras o bilă neagră, el, plătește lui B o unitate, adică cîștigul său este de -1. Cîștigul mediu este

$$a_{22} = \frac{1}{2} \cdot (+2) + \frac{1}{2} \cdot (-1) = \frac{1}{2}.$$

Matricea corespunzătoare acestui joc este:

A \ B	B_1	B_2
A_1	1	0
A_2	0	$\frac{1}{2}$

În mod analog ca pentru jocuri în doi se poate considera matricea unui joc $m \times n$. Dacă notăm cu $A_1, \ldots, A_m$ strategiile jucătorului A și cu $B_1, \ldots, B_n$ strategiile jucătorului B, atunci matricea corespunzătoare este:

A \ B	B_1	B_2	$\cdots$	B_n
A_1	a_{11}	a_{12}	$\cdots$	a_{1n}
A_2	a_{21}	a_{22}	$\cdots$	a_{2n}
$\cdot$ $\cdot$ $\cdot$	$\cdot$ $\cdot$ $\cdot$	$\cdot$ $\cdot$ $\cdot$	$\cdot$ $\cdot$ $\cdot$	$\cdot$ $\cdot$ $\cdot$
A_m	a_{m1}	a_{m2}	$\cdots$	a_{mn}

unde a_{ij} este cîștigul mediu corespunzător perechii de strategii A_i B_j, $i = 1,..., m$, $j = 1,..., n$.

Ca ilustrare, să considerăm un joc 3×3.

Exemplul 3. Clubul sportiv A dispune de trei variante A_1, A_2, A_3 de a alcătui o echipă; clubul sportiv B dispune de asemenea de trei variante B_1, B_2, B_3 de a alcătui o echipă. Evident, în meciul dintre aceste echipe, fiecare club dorește să cîștige. Folosind varianta de echipă A_1, variantele de echipă adverse B_1, B_2, B_3 sînt înfrînte respectiv cu probabilitățile 0,8, 0,2 și 0,4; folosind varianta de echipă A_2, variantele de echipă adverse sînt înfrînte respectiv cu probabilitățile 0,4, 0,5 și 0,6; folosind varianta de echipă A_3, variantele de echipă adverse sînt înfrînte respectiv cu probabilitățile 0,1, 0,7 și 0,3. Probabilitățile considerate aici sînt cunoscute, de exemplu, din experiența meciurilor anterioare. Se cere să încadrăm această situație conflictuală în teoria jocurilor.

Soluție. Situația de mai sus poate fi considerată ca joc 3×3 cu două mutări certe și una întîmplătoare. Mutările certe ale cluburilor A și B constau în alegerea variantelor de echipă, iar mutarea întîmplătoare este rezultatul meciului: înfrîngerea sau victoria echipei adverse. Cluburile A și B dispun respectiv de trei strategii — cele trei moduri de a-și alcătui echipa. Cîștigul mediu pentru o pereche dată de strategii (adică de echipe) nu este altceva decît probabilitatea înfrîngerii variantei de echipă a clubului B de către varianta de echipă a clubului A. Matricea jocului este deci următoarea:

A \ B	B_1	B_2	B_3
A_1	0,8	0,2	0,4
A_2	0,4	0,5	0,6
A_3	0,1	0,7	0,3

Folosind exemplul 1, putem pune în evidență cîteva idei esențiale ale teoriei jocurilor. Să presupunem, pentru început, că jocul considerat se desfășoară o singură dată, adică se joacă o singură partidă. In acest caz nu putem vorbi despre o strategie ca fiind mai rațională decît cealaltă. Fiecare din jucători poate adopta cu aceeași îndreptățire orice strategie. Alta este situația atunci cînd se joacă mai multe partide. Intr-adevăr, să admitem că noi am ales, să spunem, strategia A_1 și o folosim în mod constant; în acest caz după rezultatele primelor cîteva partide, adversarul ghicește intenția noastră și va răspunde în modul cel mai defavorabil pentru noi, adică va alege strategia B_2. Este deci clar că nu este avantajos pentru noi să folosim constant o aceeași strategie; pentru a nu pierde, trebuie să alegem cînd A_1, cînd A_2. Totuși dacă A_1 *și* A_2 se succed după o anumită regulă, adversarul are posibilitatea să o ghicească și să răspundă în modul cel mai defavorabil pentru noi. Deducem de aici că modul nostru de acțiune care garantează faptul că adversarul nu-l va ghici, constă în alternarea întîmplătoare a strategiilor A_1 și A_2. Ajungem astfel, intuitiv, la o noțiune esențială în

teoria jocurilor — noțiunea de *strategie mixtă* (alternarea întîmplătoare cu anumite probabilități a strategiilor A_1 și A_2). În exemplul I, din motive de simetrie, este clar că strategiile A_1 și A_2 trebuie să alterneze cu aceeași probabilitate egală cu $\frac{1}{2}$.

3. *Principiul minimax.* După cum am afirmat mai sus, scopul teoriei jocurilor este elaborarea celor mai raționale moduri de acțiune pentru fiecare dintre jucători, cu alte cuvinte, determinarea strategiei optime a fiecărui jucător. În teoria jocurilor, se numește *strategie optimă* a unui jucător acea strategie care, la un număr mare de partide, îi asigură cîștigul mediu maxim (respectiv pierderea medie minimă). La alegerea acestei strategii se presupune că adversarul este cel puțin tot atît de inteligent ca noi și că el acționează în așa fel încît să împiedice prin toate mijloacele de care dispune realizarea scopului nostru.

Să considerăm un joc în doi cu matricea (1) și să ne propunem să determinăm strategia noastră optimă, analizînd fiecare din strategiile noastre. Dacă, de exemplu, noi alegem strategia A_1, trebuie să ne așteptăm ca adversarul să aleagă acea dintre strategiile B_1, B_2 pentru care cîștigul nostru să fie minim. Să notăm acest cîștig minim cu α_1, adică

$$\alpha_1 = \min (a_{11}, a_{12}) = \min_j a_{1j},$$

min arătîndu-ne că trebuie să considerăm cea mai mică valoare pentru toate valorile posibile ale lui j; în cazul nostru $j = 1,2$. Dacă în loc de A_1 am fi ales strategia A_2, am fi fost conduși, evident, la cîștigul minim $\alpha_2 = \min (a_{21}, a_{22})$. Alegînd strategia A_i, $i = 1, 2$, nu trebuie să ne așteptăm la un cîștig mai mare decît α_i. Este natural atunci, dacă vrem să excludem orice risc, să alegem acea dintre strategiile A_1 sau A_2 care corespunde maximului dintre numerele α_1 și α_2. Vom nota această valoare maximă cu v_1, adică $v_1 = \max (\alpha_1, \alpha_2) = \max_i \alpha_i$, unde notația $\max_i$ are o semnificație analogă cu $\min_j$. Numărul

$$v_1 = \max_i \min_j a_{ij}$$

poate fi găsit într-o linie a matricii jocului; strategia jucătorului A corespunzătoare acestei linii se numește strategia *maximin* și ea garantează fără nici un risc un cîștig în orice caz nu mai mic decît v_1; de aceea v_1 se și numește *valoarea inferioară* a jocului.

Un raționament analog se poate face și pentru adversarul B. Acesta este interesat să-și reducă pierderea la minim. Prin urmare, el trebuie să considere pierderea minimă la adoptarea uneia dintre strategiile sale, să spunem B_1. Sîntem astfel conduși la considerarea mărimii $\beta_1 = \max_i a_{i1}$ și în mod analog, în ipoteza adoptării strategiei B_2, la nu-

mărul $\beta_2 = \max_i a_{i2}$. Este logic deci ca jucătorul B să considere cea mai mică dintre aceste pierderi, adică $v_2 = \min_j \beta_j$ sau

$$v_2 = \min_j \max_i a_{ij}.$$

Mărimea v_2 se numește *valoarea superioară* a jocului, iar strategia corespunzătoare coloanei matricii jocului în care se găsește numărul v_2 se numește strategia *minimax*. Utilizînd strategia minimax, adversarul se asigură de fapt că, în orice caz, nu va pierde mai mult decît v_2. Se poate demonstra că, în general, $v_1 \leqslant v_2$. Necesitatea decurgînd din excluderea oricărui risc de a utiliza strategiile maximin, respectiv minimax, se numește *principiul minimax*.

Numerele α_1, α_2 și β_1, β_2 se scriu în dreptul liniilor și coloanelor corespunzătoare matricii jocului:

A \ B	B_1	B_2	α_i
A_1	a_{11}	a_{12}	α_1
A_2	a_{21}	a_{22}	α_2
β_j	β_1	β_2	

Ca ilustrare, să considerăm matricile jocurilor din exemplele 1 și 2:

A \ B	B_1	B_2	α_1
A_1	1	-1	-1
A_2	-1	1	-1
β_j	1	1	

$v_1 = -1$, $v_2 = 1$

A \ B	B_1	B_2	α_1
A_1	1	0	0
A_2	0	$\frac{1}{2}$	0
β_j	1	$\frac{1}{2}$	

$v_1 = 0$, $v_2 = \frac{1}{2}$

În general, dacă considerăm un joc $m \times n$ numerele α_i, $i = 1,\ldots, m$ și β_j, $j = 1,\ldots, n$ se definesc în mod analog:

$$\alpha_i = \min_j a_{ij}, \qquad \beta_j = \max_i a_{ij},$$

iar valoarea inferioară și valoarea superioară sînt:

$$v_1 = \max_i \min_j a_{ij}, \quad v_2 = \min_j \max_i a_{ij}.$$

Ca ilustrare, să considerăm matricea jocului din exemplul 3:

A \ B	B_1	B_2	B_3	α_i
A_1	0,8	0,2	0,4	0,2
A_2	0,4	0,5	0,6	0,4
A_3	0,1	0,7	0,3	0,1
β_j	0,8	0,7	0,6	

$$v_1 = 0{,}4, \quad v_2 = 0{,}6$$

Există jocuri în care $v_1 = v_2 = v$, iar valoarea comună v se numește *valoarea jocului*. Ca exemplu, să considerăm jocul 4×3 dat de matricea

A \ B	B_1	B_2	B_3	α_i
A_1	0,4	0,8	0,3	0,3
A_2	0,5	0,3	0,6	0,3
A_3	**0,6**	0,7	0,8	**0,6**
A_4	0,1	0,5	0,7	0,1
β_j	**0,6**	0,8	0,8	

$$v_1 = v_2 = v = 0{,}6$$

Elementul 0,6 din linia a treia și coloana întîia a matricii jocului este în același timp cel mai mic din linia sa și cel mai mare din coloana sa. Elementul cu această proprietate al matricii jocului se numește *punct șa* al matricii (după o analogie cu o proprietate geometrică), iar despre jocul corespunzător se spune că el are punct șa.

Punctului șa îi corespunde o pereche de strategii (în exemplul de mai sus A_3 și B_1); aceste strategii se numesc *optime* și ele constituie ceea ce numește *soluția jocului*. Ea are următoarea proprietate remarcabilă: dacă unul din jucători adoptă strategia sa optimă, pentru celălalt jucător în nici un caz nu îi este avantajoasă abandonarea strategiei sale optime. Această afirmație se poate verifica direct pe exemplul considerat de joc cu punct șa.

Jocurile cu punct șa prezintă mare interes atît din punct de vedere teoretic cît și practic; s-a reușit să se demonstreze că, în particular, orice joc cu informație completă are punct șa și deci că orice astfel de joc are o soluție, adică există o pereche de strategii optime care asigură un cîștig mediu egal cu valoarea jocului.

4. *Strategii mixte.* Analizînd matricea unui joc care nu admite punct șa, am văzut că, la alegerea unei anumite strategii, în ipoteza că adversarul acționează rațional, trebuie să aplicăm principiul minimax. Adoptînd strategia noastră maximin sîntem siguri că oricum ar acționa adversarul, avem garantat un cîștig egal cu valoarea inferioară a jocului v_1. Este deci natural să ne punem următoarea întrebare: nu este oare cu putință să ne asigurăm un cîștig mai mare decît v_1 aplicînd nu o singură strategie ci alternînd întîmplător mai multe strategii? În teoria jocurilor o asemenea combinație, constînd din alternarea anumitor strategii cu probabilități date, se numește *strategie mixtă* [1]). Este evident că orice strategie obișnuită — care se mai numește și *pură* — este un caz particular de strategie mixtă, în care toate strategiile, cu excepția celei considerate, se aplică cu probabilitatea 0.

Pentru strategiile mixte corespunzătoare unui joc în doi vom adopta următoarea notație; dacă, de exemplu, strategia noastră mixtă constă din aplicarea strategiilor pure A_1, A_2 cu probabilitățile p_1, p_2 ($p_1 + p_2 = 1$), o vom nota cu

$$S_A = \begin{pmatrix} A_1 & A_2 \\ p_1 & p_2 \end{pmatrix}.$$

În mod cu totul analog, o strategie mixtă a adversarului va fi notată cu

$$S_B = \begin{pmatrix} B_1 & B_2 \\ q_1 & q_2 \end{pmatrix},$$

unde q_1, q_2 ($q_1 + q_2 = 1$) sînt probabilitățile cu care se aplică strategiile pure B_1, B_2. Evident, aceste notații pot fi extinse la un joc $m \times n$.

În anul 1928, John von Neuman — fondatorul teoriei jocurilor strategice — a arătat că pentru orice joc finit se poate găsi o pereche de strategii mixte S_A și S_B, numită *soluția jocului*, cu următoarea proprietate: această pereche de strategii mixte ne conduce la un cîștig mediu v care poate fi majorat numai dacă adversarul adoptă o altă strategie mixtă decît S_B și care poate fi micșorat numai dacă noi adoptăm o altă strategie mixtă decît S_A; strategiile S_A și S_B, care alcătuiesc soluția jocului, se numesc *optime*. Ca și în cazul jocurilor cu punct șa, numărul v se numește valoarea jocului și $v_1 \leqslant v \leqslant v_2$.

În general, într-o strategie mixtă optimă nu intră toate strategiile pure; vom numi strategii *utile* acele strategii pure care intră efectiv (cu probabilități diferite de zero) în strategia mixtă optimă. Se poate demonstra că soluția jocului are următoarea proprietate remarcabilă: dacă unul dintre jucători adoptă strategia sa optimă, atunci cîștigul său rămîne neschimbat și egal cu valoarea jocului v, independent de felul

[1]) Am întîlnit deja o strategie mixtă în exemplul 1.

în care acționează celălalt jucător, cu singura condiție ca acesta să folosească numai strategiile sale utile.

5. *Rezolvarea jocurilor fără punct șa.* Vom observa că, înainte de a trece la rezolvarea efectivă, este util ca în prealabil să simplificăm pe cît posibil matricea jocului considerat, în sensul eliminării unor strategii de prisos. Aceste strategii de prisos sînt cele care apar de două ori sau acelea care sînt net defavorabile. Pentru fixarea ideilor, să considerăm un joc 4×4 cu matricea

A \ B	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	2	3	0	1
A_2	1	2	4	3
A_3	0	2	3	2
A_4	2	3	0	1

Este clar că strategia A_1 se repetă, ea coincizînd cu strategia A_4. De asemenea, se observă că fiecare element din linia A_3 mai mic sau egal cu elementul corespunzător din linia A_2, rezultă deci că strategia A_3 este net defavorabilă. Aceasta înseamnă că din matricea de mai sus putem elimina liinile A_4 și A_3, obținînd noua matrice

A \ B	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	2	3	0	1
A_2	1	2	4	3

Repetînd acum același procedeu pentru coloane, observăm că pentru adversar, strategia B_2 este net defavorabilă, deoarece elementele sale sînt mai mari sau egale cu elementele corespunzătoare din coloana B_1; cu alte cuvinte, strategia B_2 poate fi eliminată. În acest fel jocul 4×4 considerat inițial se reduce la un joc 2×3 cu matricea

A \ B	B_1	B_3	B_4
A_1	2	0	1
A_2	1	4	3

Eliminarea strategiilor care se repetă și a strategiilor net defavorabile este o operație care simplifică rezolvarea efectivă a jocului considerat.

Pentru început, să considerăm un joc 2×2 cu matricea

A \ B	B_1	B_2
A_1	a_{11}	a_{12}
A_2	a_{21}	a_{22}

Dacă jocul considerat are punct șa, atunci soluția este cunoscută și nu vom insista asupra ei. Să presupunem că jocul nu admite punct șa, adică $\underline{v}_1 \neq \underline{v}_2$ și să determinăm o strategie mixtă optimă a jucătorului A:

$$S_A = \begin{pmatrix} A_1 & A_2 \\ p_1 & p_2 \end{pmatrix}.$$

Ea se bucură de proprietatea că oricare ar fi acțiunile adversarului (în ipoteza că el nu iese din cadrul strategiilor utile), cîștigul va fi egal cu valoarea jocului v. Deoarece într-un joc 2×2 fără punct șa, ambele strategii ale adversarului sînt utile, aceasta înseamnă că dacă noi adoptăm strategia optimă S_A, adversarul poate să folosească oricare din strategiile sale pure B_1, B_2 fără să modifice cîștigul mediu v, cu alte cuvinte

$$\begin{aligned} a_{11} p_1 + a_{21} p_2 &= v, \\ a_{12} p_2 + a_{22} p_2 &= v. \end{aligned} \tag{2}$$

Ținînd însă seama de relația $p_1 + p_2 = 1$, obținem

$$a_{11} p_1 + a_{21} (1 - p_1) = a_{12} p_2 + a_{22} (1 - p_1),$$

$$p_1 = \frac{a_{22} - a_{21}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}}, \tag{3}$$

de unde valoarea v a jocului poate fi determinată din oricare din cele două relații (2).

Dacă valoarea jocului este dată, atunci pentru determinarea strategiei optime a adversarului $S_B = \begin{pmatrix} B_1 & B_2 \\ q_1 & q_2 \end{pmatrix}$ este suficientă una din ecuații, să spunem

$$a_{11} q_1 + a_{12} q_2 = v,$$

de unde rezultă, ținînd seama de relația $q_1 + q_1 = 1$,

$$q_1 = \frac{v - a_{12}}{a_{11} - a_{12}}, \quad q_2 = 1 - q_1.$$

Să reluăm exemplul 1. Acest joc 2×2 nu are punct de șa : $v_1 = -1$, $v_2 = +1$ și deci soluția va trebui căutată printre strategiile mixte

$$S_A = \begin{pmatrix} A_1 & A_2 \\ p_1 & p_2 \end{pmatrix} \quad S_B = \begin{pmatrix} B_1 & B_2 \\ q_1 & q_2 \end{pmatrix},$$

unde necunoscutele p_1, p_2, q_1, q_2 trebuie să fie determinate. Aplicînd formulele de mai sus, un calcul simplu ne dă

$$p_1 = p_2 = q_1 = q_2 = \frac{1}{2}.$$

Prin urmare, strategia optimă pentru fiecare jucător constă în alternarea întîmplătoare cu probabilități egale a strategiilor pure corespunzătoare, valoarea medie a cîștigului fiind nulă ; acest rezultat coincide cu cel intuit la analiza făcută jocului la pct. 2.

Pentru exemplul 2, avem $v_1 = 0$, $v_2 = \frac{1}{2}$. Aplicînd formula (3), deducem $p_1 = \frac{1}{3}$ și apoi din relația $p_1 + p_2 = 1$, deducem $p_2 = \frac{2}{3}$. De asemenea, $v = \frac{1}{3}$. Pentru adversar, deducem $q_1 = \frac{1}{3}$, $q_2 = \frac{2}{3}$. Rezultă deci că strategia optimă pentru fiecare jucător constă în alternarea întîmplătoare cu probabilitățile $\frac{1}{3}$ și $\frac{2}{3}$ a strategiilor pure corespunzătoare.

Rezolvarea unui joc $2 \times n$ — și deci implicit a unui joc în doi — se poate face pe o cale geometrică simplă. Vom ilustra această metodă pe următorul exemplu de joc 2×7, definit de următoarea matrice

A \ B	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	B_7
A_1	−6	−1	1	4	7	4	3
A_2	7	−2	6	3	−2	−5	7

Să marcăm pe două axe paralele $I-I$ și $II-II$, perpendiculare o a treia axă XX' și depărtate între ele cu o distanță egală cu unitatea, cifrele corespunzătoare strategiei B_1, adică respectiv — 6 și 7 ; să unim aceste puncte printr-o dreaptă, notată tot cu B_1 (fig. 1) (unitățile de măsură pe axele $I-I$, $II-II$ și XX' pot să difere). Să repetăm această construcție pentru fiecare strategie a adversarului, obținînd astfel schema indicată în fig. 2 :

Să trasăm acum printr-o linie groasă (fig. 2) frontiera inferioară a figurii și apoi să găsim punctul cel mai înalt al acestei linii îngroșate. Dreptele care se intersectează în acest punct de maxim corespund acelor strategii pure care trebuie să fie aplicate de jucătorul B în strategia sa

mixtă ; în cazul jocului considerat mai sus, în acest punct se intersectează dreptele B_1 și B_2. Valoarea jocului v este dată de ordonata acestui punct de intersecție, iar probabilitățile de aplicare ale strategiilor noastre A_1 și A_2 de segmentele ce se obțin pe OO' prin proiectarea punctului de intersecție respectiv.

Trebuie să subliniem că rezolvarea simplă a jocurilor $2 \times n$ este posibilă datorită unei teoreme din teoria jocurilor care afirmă că pentru

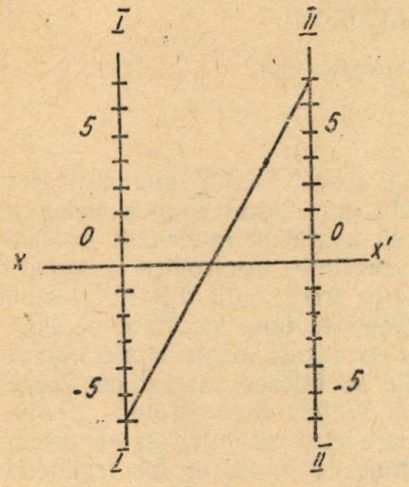


Fig. 1

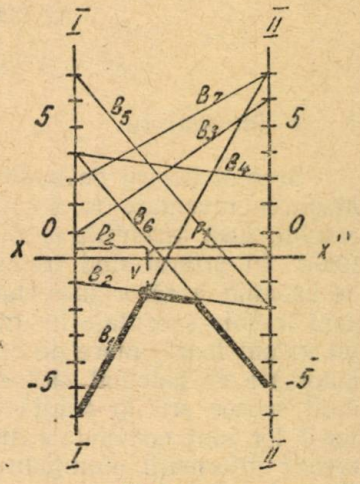


Fig. 2

orice joc finit $m \times n$ există o soluție în care numărul strategiilor utile corespunzătoare atît nouă cît și adversarului nu poate depăși minimul dintre numerele m și n. Ținînd seama de acest rezultat, deducem că în cazul jocurilor $2 \times n$ soluția va conține atît pentru noi cît și pentru adversar cel mult două strategii. Din exemplul amintit mai sus rezultă că obținem o pereche de strategii utile ale adversarului B_j și B_k care se intersectează în punctul cel mai înalt al frontierei inferioare (dacă în acest punct se intersectează mai mult de două drepte, luăm oricare două din ele). Știm că dacă jucătorul A urmărește strategia sa optimă, atunci cîștigul nu depinde de proporția în care B folosește strategiile utile B_j și B_k, adică

$$p_1 a_{1j} + p_2 a_{2j} = v, \qquad p_1 a_{1k} + p_2 a_{2k} = v.$$

Din aceste ecuații, dacă ținem seama că $p_2 = 1 - p_1$, deducem pe p_1 și valoarea jocului v. Cunoscînd acum valoarea jocului v, se poate determina strategia optimă a jucătorului B, $S_B^* = \begin{pmatrix} B_j & B_k \\ q_j & q_k \end{pmatrix}$ astfel : știm că $q_j a_{1j} + q_k a_{1k} = v$ și $q_j + q_k = 1$, de unde deducem pe q_j și q_k.

Aceeași metodă geometrică poate fi, evident, aplicată jocurilor de forma $m \times 2$, numai că pe axele respective se vor marca cifrele corespunzătoare strategiilor noastre, iar în loc de frontiera inferioară se va pune în evidență frontiera superioară, căutîndu-se punctul ei cel mai de jos.

Rezolvarea unui joc finit oarecare $m \times n$ se poate face pe cale algebrică, ajungîndu-se la o problemă de programare liniară [1]). Pot fi folosite uneori și imagini geometrice, însă ele se complică din ce în ce mai mult, așa că metoda algebrică este totuși mai simplă.

DESPRE CONSTRUCȚIA ȘI PROGRAMAREA MAȘINILOR AUTOMATE DE CALCULAT

de *M. ROSMANN*, cercetător științific, Cluj

1. *Introducere*

Secolul nostru pe bună dreptate poate fi numit secolul automatizării. Mașinile inventate în secolele XVIII și XIX au ușurat munca fizică a omului, însă invențiile secolului al XX-lea au ușurat și munca sa intelectuală. În primul rînd trebuie socotite aici mașinile electronice automate de calculat a căror importanță crește pe zi ce trece. Sînt diferite calcule care trebuie executate în intervale foarte scurte de timp sau care necesită un volum foarte mare de operații. În astfel de cazuri mașinile electronice automate de calculat sînt de neînlocuit. Ele se folosesc astăzi cu foarte mult succes atît în știință cît și în tehnică. Astfel, de exemplu: cu ajutorul lor sînt comandate strunguri, laminoare etc., se culeg și se prelucrează informații obținîndu-se regimuri optime de lucru, se fac traduceri în mod automat etc.

În cele ce urmează se vor expune principiile de bază ale construcției mașinilor electronice automate de calculat cu acțiune discontinuă, care operează cu cifre. Se vor expune și principiile de programare ale acestor mașini.*

2. *Reprezentarea numerelor*

În mașinile automate de calculat, cifrele sînt reprezentate prin niște tensiuni electrice. Fiind relativ ușor să se realizeze sisteme tehnice care să dispună de două stări stabile, în mașinile automate de calculat se operează de preferință cu numere reprezentate în sistemul binar de numerație (cu baza doi). În acest sistem se folosesc numai două cifre: 0 și 1. Astfel de exemplu numărul 39 se scrie în sistem binar: 100111.

Cifrele 0 și 1 vor putea fi reprezentate cu ajutorul a două nivele potențiale diferite. Se poate face convenția ca cifrei „1" să-i corespundă un nivel potențial ridicat, iar cifrei „0" unul scăzut sau chiar nul. În figura 1 este redată metoda dinamică de reprezentare a numerelor cu ajutorul unor impulsuri.

---

[1] A se vedea, de exemplu, articolul „Teoria jocurilor" de G. Ciucu, M. Iosifescu și R. Theodorescu din G.M.F.-A, nr. 10/1961.
Onicescu Octav: Strategia jocurilor cu aplicații la programarea liniară.

* Atragem atenția că în legătură cu acest subiect au mai apărut articole în G.M.F. seria A nr. 5 din 1959 cît și în M.F.L. nr. 3, 5 a.c., precum și în G.M.F. seria B nr. 3 din 1961.

Pentru transmiterea numerelor între diferite dispozitive ale unei mașini automate de calculat se folosesc două metode:

a) serie, *b*) paralel.

În metoda serie, indicată în figura 1 cifrele unui număr se transmit pe o singură cale de legătură, iar în metoda paralelă fiecărui ordin al unui număr îi corespunde o linie separată de legătură (fig. 2).

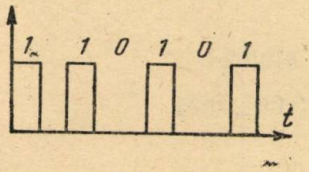


Fig. 1

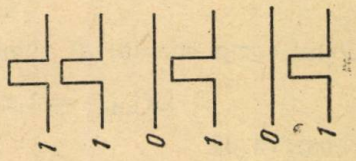


Fig. 2

În mașinile automate de calculat se pot folosi două forme de reprezentare a numerelor:

a) cu virgulă fixă, *b*) cu virgulă mobilă.

În mașinile care folosesc prima formă de reprezentare, virgula este fixată într-o anumită poziție în raport cu rețeaua de cifre a mașinii. De obicei la aceste mașini se operează cu numere subunitare, ordinul unităților fiind rezervat pentru indicarea semnului numărului (fig. 3). Se face convenția de a reprezenta semnul plus prin cifra zero, iar semnul minus prin cifra unu.

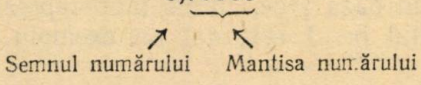


Fig. 3

Orice număr poate fi scris sub forma $X = A \cdot 10^d$ unde $|A| < 1$. În mașinile care folosesc forma de reprezentare a numerelor cu virgula mobilă se indică separat mantisa numărului împreună cu semnul ei (A) cît și ordinul de mărime d, la fel cu semnul său. Dacă $\frac{1}{2} \leqslant |X| < 1$ atunci numărul se numește normalizat. În figura 4 se arată modul de reprezentare cu virgulă mobilă a numărului 398,07.

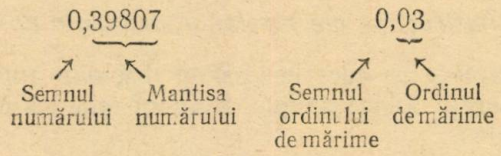


Fig. 4

În mașinile automate de calculat operația de scădere se efectuează de obicei prin intermediul unei adunări. În acest scop numerele negative se reprezintă fie în cod complementar, fie în cod invers. De exemplu, codul complementar al unui număr binar se obține prin inversarea tuturor

cifrelor sale și adăugarea unei unități în ultimul ordin al numărului. Fie de exemplu numărul

$$-X = -0, x_1 x_2 \ldots x_n$$

Vom nota inversa cifrei x_i prin x_i':

$$x_i' = 1 - x_i.$$

Codul complementar al numărului va fi atunci:

$$[X]_{comp} = 1, x_1' x_2' \ldots x_n' + 0,00\ldots001$$

și se observă că

$$[X]_{comp} + X = 1,11\ldots11 + 0,00\ldots001 = 10.$$

Rezultă:

$$[X]_{comp} = -X + 10.$$

Diferența $Y - X$ unde $|X| < 1$ și $|Y| < 1$ se obține din:

$$Y + [X]_{comp} = Y - X + 10.$$

Menționăm însă că, atunci cînd apare numărul 10, unitatea se pierde, deoarece în fața virgulei nu există decît un singur ordin.

Înainte de a încheia acest paragraf, trebuie să facem mențiunea că în unele mașini, mai ales în mașinile destinate calculelor economice, se operează cu numere în baza zece, cifrele fiind reprezentate prin grupe de cifre binare. În tabelul nr. 1 este dat un exemplu de codificare binară a cifrelor zecimale.

Tabel 1

Cifră zecimală	Cod binar	Cifră zecimală	Cod binar
1	0001	6	0110
2	0010	7	0111
3	0011	8	1000
4	0100	9	1001
5	0101	0	0000

3. *Elemente constructive ale mașinilor automate de calculat*

Operațiile complexe pe care le execută mașinile automate de calculat se compun din operații logice simple. Definim mai jos cele patru operații logice fundamentale:

1) *Negarea* (se notează cu o bară deasupra cifrei)

$$\overline{1} = 0, \quad \overline{0} = 1$$

2) *Inmulțirea* logică (și):

$$0 \wedge 0 = 0; \quad 0 \wedge 1 = 0; \quad 1 \wedge 0 = 0; \quad 1 \wedge 1 = 1.$$

3) *Adunarea* logică (sau) :

$$0 \vee 0 = 0;\ 0 \vee 1 = 1;\ 1 \vee 0 = 1;\ 1 \vee 1 = 1;$$

4) *Echivalența :*

$$0 \sim 0 = 1;\ 0 \sim 1 = 0;\ 1 \sim 0 = 0;\ 1 \sim 1 = 1,$$

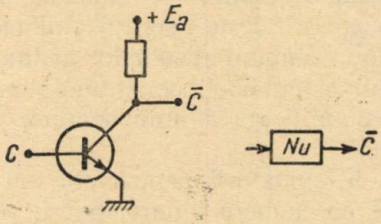


Fig. 5

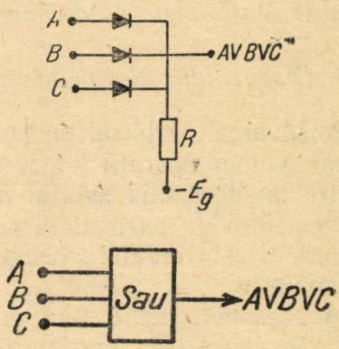


Fig. 6

În figura nr. 5 se indică schema unui montaj cu tranzistor care realizează negarea. În absența unui semnal pozitiv la intrarea C, tranzistorul este blocat, iar la ieșirea $\overline{C}$ se află aplicat potențialul $+Ea$. Aplicînd însă la intrarea C un semnal pozitiv, tranzistorul va conduce curentul și la ieșirea $\overline{C}$, potențialul va scădea.

În figura 6 este dată schema unui montaj cu diode care realizează funcția adunare logică, iar montajul din figura 7 realizează funcția înmulțire logică.

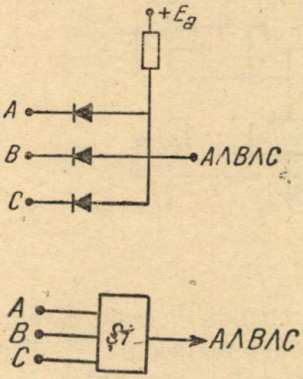


Fig. 7

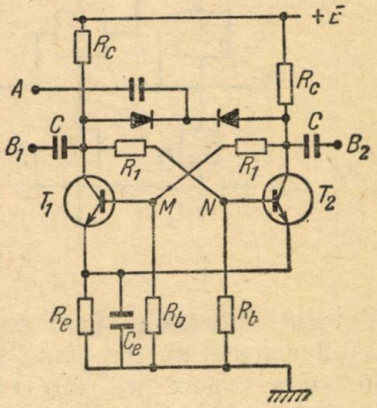


Fig. 8

Îmbinînd circuite logice simple de genul celor arătate, pot fi obținute circuite care realizează funcțiuni logice mai complexe.

Un circuit de bază în construcția mașinilor automate de calculat este așa-numitul circuit basculant bistabil sau trigher (fig. 8). În acest montaj

nu pot conduce simultan ambii tranzistori (exceptînd regimul tranzitoriu). Considerăm inițial că tranzistorul T_1 conduce. Aplicînd un impuls negativ la borna de intrare simetrică A, tranzistorul T_1 se va bloca și va conduce T_2. La un nou impuls aplicat la borna A trigherul revine în starea inițială. Semnalul de ieșire poate fi luat în punctul B_1 sau B_2. Montajul realizează de fapt numărarea impulsurilor în baza 2 și constituie astfel un numărător binar cu un singur rang.

4. *Dispozitivul aritmetic.*

Rezolvarea problemelor pe o mașină automată de calculat necesită efectuarea unor operații logice și aritmetice. Aceste operații sînt efectuate de către un dispozitiv special al mașinii, denumit dispozitiv aritmetic.

Elementul de bază al dispozitivului aritmetic îl constituie sumatorul. În figura 9 este redată schema bloc, simplificată a unui sumator paralel și acumulativ.

În această schemă s-au notat cu S sumatorii pentru cîte un ordin. Aceștia în cazul cînd mașina operează cu numere binare, pot fi realizați cu ajutorul unor circuite basculante bistabile, ale căror borne de intrare simetrice sînt notate aici cu X Fiecare sumator pentru cîte un ordin are două ieșiri: una pentru transferul în ordinul următor, care dă într-un circuit de întîrziere τ iar cealaltă pentru cifra corespunzătoare a sumei, Z. Eliberarea sumei din sumator are loc numai după deschiderea venti-

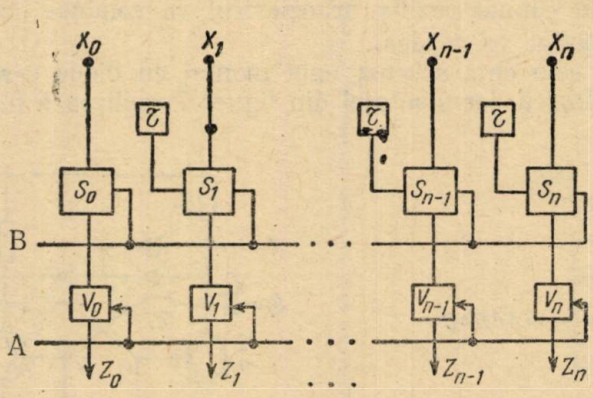


Fig. 9

lilor V prin intermediul unui semnal de comandă aplicat la borna A. Conținutul sumatorului se poate șterge aplicînd un semnal la borna B.

Adunarea se face prin introducerea succesivă a termenilor. Deoarece suma se păstrează în sumator, ea poate fi utilizată ca termen pentru o nouă adunare.

Pe lîngă sumator, dispozitivul aritmetic mai dispune și de diferite registre pentru păstrarea cît și deplasarea numerelor. Astfel de registre se pot realiza cu ajutorul trigherilor, la care borna de intrare este, fie punctul M, fie N (fig. 8).

5. *Dispozitivul de memorizare*

Pentru păstrarea programului de lucru, a datelor inițiale cît și a datelor intermediare, mașinile automate de calculat dispun de niște dispozitive care poartă în general denumirea de memorii. În funcție de viteza lor de lucru cît și de capacitatea de înmagazinare, ele se împart în memorii externe și memorii interne.

Memoriile externe sînt memorii cu o capacitate foarte mare care lucrează însă relativ încet. Ele se realizează pe benzi sau tambur magnetic.

Memoria pe tambur magnetic folosește ca suport un cilindru din material neferos, care se rotește cu mare viteză în jurul axei sale. Suprafața cilindrului este acoperită cu un strat foarte subțire din material feromagnetic. În fața cilindrului se găsesc niște capete de înscriere-citire cu ajutorul cărora pot fi polarizate anumite porțiuni ale stratului feromagnetic. Polarizarea într-un anumit sens este interpretată ca cifră unu, iar în sens invers, ca cifră zero în locul respectiv.

Citirea informației de pe tambur se poate face cu aceleași capete cu care s-a făcut și înscrierea. Pe suprafața unui astfel de tambur pot fi înscrise sute de mii de cifre. Pentru selectarea informației de pe tambur, suprafața acestuia se consideră împărțită în celule, precum se arată în figura 10. Celulele sînt numerotate și aceste numere poartă denumirea de adrese. Cu ajutorul adresei se poate înscrie sau citi informația dintr-o celulă a memoriei.

Nr.	Conținut
1	
2	
3	

În figura 10 este redată schema bloc a unei memorii pe tambur. În dreptul capului de citire *A* se găsesc niște semne permanente care marchează pozițiile celulelor. În timpul rotației tamburului, numărătorul Nr

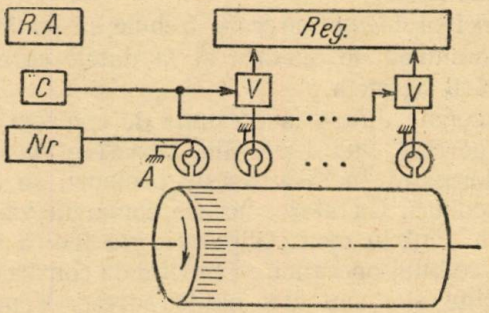


Fig. 10

numără aceste semne, începînd totdeauna de la unu, cu aceeași celulă. În registrul de adrese *R. A* se înscrie adresa celulei căutate și în momentul cînd conținutul din *R. A.* și *Nr* coincide, dispozitivul de coincidență *C*

deschide ventilele *V*, permiţînd trecerea informaţiei şi înscrirea ei în registrul *Reg*.

Memoriile interne pot fi realizate cu ajutorul tuburilor catodice, inelelor de ferită, a filmelor magnetice etc. Descrierea acestor memorii depăşeşte cadrul acestui articol.

6. *Dispozitivul automat de comandă.*

Activitatea întregii maşini poate fi coordonată aplicînd impulsuri la anumite borne de comandă ale diferitelor dispozitive în momente potrivite. Dispozitivul automat de comandă are deci tocmai această sarcină, de a distribui succesiunile necesare de impulsuri pentru realizarea diferitelor comenzi din programul de calcul.

7. *Dispozitivul de scoatere.*

Rezultatele calculelor sînt extrase din maşină cu ajutorul unui dispozitiv denumit dispozitiv de scoatere. În majoritatea cazurilor dispozitivul de scoatere constă dintr-o maşină electrică de scris, special amenajată.

8. *Dispozitivul de introducere.*

Introducerea datelor cît şi a programului de calcul în maşină se face prin intermediul aşa-numitului dispozitiv de introducere. În această calitate se folosesc curent, transmiţătoare automate, de tipul celora care sînt utilizate şi în telegrafie şi care operează cu benzi perforate. Perforarea benzilor se face în prealabil pe o maşină specială, care face să corespundă fiecărei cifre un cod.

9. *Programarea maşinilor automate de calculat.*

Maşinile automate de calculat lucrează pe bază de program şi cu ajutorul lor pot fi rezolvate numai acele probleme, a căror soluţionare este posibilă pe cale numerică.

Programul unei probleme oarecare trebuie să conţină indicaţii precise referitoare la succesiunea de operaţii şi la datele care trebuie prelucrate în vederea rezolvării acesteia.

Un program constă dintr-o succesiune de comenzi, pe care maşina le execută de obicei pe rînd, una după alta. Deoarece maşina operează numai cu cifre, orice informaţie, inclusiv aceste comenzi, se introduc în maşina cu ajutorul unor coduri. Ca atare, fiecare comandă va conţine mai multe coduri, dintre care unul în mod obligatoriu va indica natura operaţiei de executat. În afara codului operaţiei, în funcţie de construcţia maşinii comenzile mai pot conţine una sau mai multe adrese. Vom descrie comenzile cu una şi trei adrese, care sînt mai frecvent întrebuinţate.

În sistemul de comenzi cu o adresă, o comandă constă din două părţi :

Codul operaţiei	Adresa

Prima parte conține „codul operației", care indică natura operației de executat. De exemplu, operației de adunare poate să-i corespundă codul *02*. Partea a doua conține adresa numărului la care se referă operația. Celălalt număr necesar efectuării operației se găsește deja în dispozitivul aritmetic și este rezultatul comenzii precedente. În consecință, la acest tip de mașini rezultatul unei operații rămîne în dispozitivul aritmetic, de unde poate fi scos cu ajutorul unei comenzi speciale.

În sistemul de comenzi cu trei adrese, o comandă constă dintr-un cod al operației și trei adrese. Codul operației are aceeași semnificație

Codul operației	Adr. I	Adr. II	Adr. III

ca și în cazul precedent, iar primele două adrese sînt adresele celor două numere la care se referă operația. Rezultatul operației se înscrie în celula indicată prin adresa a treia.

Pentru a exemplifica programarea mașinilor automate de calculat, vom considera o mașină cu următoarele caracteristici: mașină de tipul mașinilor cu virgulă fixă care operează cu numere în baza zece subunitare de cîte 7 cifre plus o cifră pentru semn și care are comenzi cu o adresă. În tabelul nr. 2 este dat sistemul de comenzi al acestei mașini.

Tabela 2

Cod op.	Adr.	Operația
00	000000	„Stop"
01	α	Aduce numărul din celula nr. α în dispozitivul aritmetic (*D.A.*)
02	α	Adună numărul din celula nr α cu numărul din *D.A.*
03	α	Scade numărul din celula nr α din numărul din *D.A.*
04	α	Înmulțește numărul din celula nr α cu numărul din *D.A.*
05	α	Împarte numărul din *D.A.* prin numărul din celula nr α
06	α	Transfer condiționat la „+": dacă numărul din *D.A.* este negativ se execută comanda următoare; dacă este pozitiv sau nul se continuă operațiile începînd cu comanda din celula nr α
07	α	Transfer condiționat la „—": dacă numărul din *D.A.* este pozitiv sau nul se execută comanda următoare; dacă este negativ, se continuă operațiile începînd cu comanda din celula nr α
08	α	Transfer necondiționat: se continuă operațiile începînd cu comanda din celula nr α
09		Aduce numărul din *D.A.* în celula nr α
10	000000	Tipărește numărul din *D.A.*
11	000000	Întoarce carul mașinii de scris

Fie de exemplu funcția: $y = 0{,}07\ x - 0{,}05$. Se cere să se calculeze valorile acestei funcții pentru valorile argumentului: 0; 0,001; 0,002; ...; k. Rezultatele să se păstreze în memoria mașinii.

Pentru exemplul dat mașina va trebui să execute următoarele operații:

1 — să aducă din memorie în *D.A.* argumentul x;
2 — să înmulțească conținutul *D.A.* cu constanta 0,07;
3 — să scadă din conținutul *D.A.* constanta 0,05;
4 — să trimită rezultatul obținut în memorie.

În felul acesta se obține prima valoare a funcției. Pentru a găsi următoarea valoare, trebuie să se mărească argumentul cu 0,001. În acest scop mașina va trebui să execute operațiile:

5 — să aducă din memorie în *D.A.* argumentul x;
6 — să adune la conținutul *D.A.* numărul 0,001;
7 — să trimită argumentul mărit înapoi în memorie, în celula în care s-a aflat la început.

Repetînd de $k + 1$ ori această succesiune de operații se vor obține valorile căutate ale funcției. Deoarece toți parametrii acestei probleme (0,07; 0,05; 0,001) se păstrează în locuri constante, rezultă, exceptînd operația nr. 4, că și adresele vor rămîne constante. În operația nr. 4, adresa trebuie să se schimbe însă de fiecare dată cînd se parcurge un ciclu al programului. Dacă primul rezultat obținut a fost înscris în celula nr. m, atunci următorul rezultat va trebui să se înscrie în celula nr. $m + 1$. Pentru a modifica adresa comenzii nr. 4, această comandă se aduce în *D.A.* și se operează cu dînsa ca și cu un număr obișnuit. La numărul care reprezintă adresa se va aduna o unitate:

8 — să aducă din memorie în *D.A.* comanda nr. 4;
9 — să se adune la conținutul *D.A.* numărul 00000001;
10 — să se retrimită comanda modificată la locul rezervat comenzii nr. 4.

După terminarea acestor 10 operații, se poate da o comandă de transfer necondiționat, prin care mașina să primească dispoziția de a executa din nou șirul de operații, începînd cu prima. În felul acesta se vor obține pe rînd valorile căutate. În problemă se pune însă condiția ca argumentul să nu depășească valoarea $x = k$. Din această cauză vom fi nevoiți a compara de fiecare dată argumentul cu constanta k și în cazul cînd $x > k$ să oprim mașina. În acest scop ne vom folosi de o operație logică foarte importantă: transferul condiționat.

După terminarea operației a 10-a, dacă $x \leqslant k$, ciclul operațiilor trebuie să reînceapă din nou, iar dacă $x > k$, mașina trebuie să se oprească. Dintre cele două căi posibile de urmat mașina trebuie să aleagă una în funcție de un anumit criteriu. Un astfel de criteriu poate fi semnul diferenței $k - x$: atîta timp, cît $k - x \geqslant 0$, mașina să repete ciclurile și în momentul cînd $k - x < 0$, mașina să se oprească.

Mașina va trebui deci să mai execute următoarele operații:

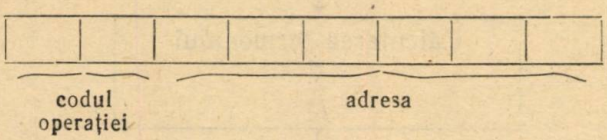
11 — să aducă din memorie în *D.A.* numărul k;
12 — să scadă din conținutul *D.A.* argumentul x;
13 — dacă diferența obținută este pozitivă sau nulă, să execute operația nr. 1, în caz contrar să execute operația următoare;
14 — „Stop".

Programul care constă din 14 comenzi, se dispune în primele 14 celule ale memoriei. În celelalte celule se dispun datele problemei, precum urmează :

adresa celulei	conținutul celulei
15	00700000
16	00500000
17	00010000
18	00000001
19	k
20	00000000

(În celula nr. 20 se înscrie argumentul x).

O comandă a programului va ocupa primele două ordine ale rețelei de cifre pentru codul operației iar celelalte 6 ordine vor fi rezervate pentru adresa :



Programul pentru problema dată se va putea scrie definitiv :

Numărul celulei	Conținutul celulei
1	01000020
2	04000015
3	03000016
4	09000021
5	01000020
6	02000001
7	09000020
8	01000004
9	02000018
10	09000004
11	01000019
12	03000020
13	06000001
14	00000000

În cazul problemelor mai complicate, programarea directă este dificilă. În acest caz se obișnuiește a se întocmi în prealabil o schemă bloc a programului. Fie de exemplu necesar a se calcula funcția

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \dots$$

pentru un argument x oarecare cu o eroare mai mică decît ε.

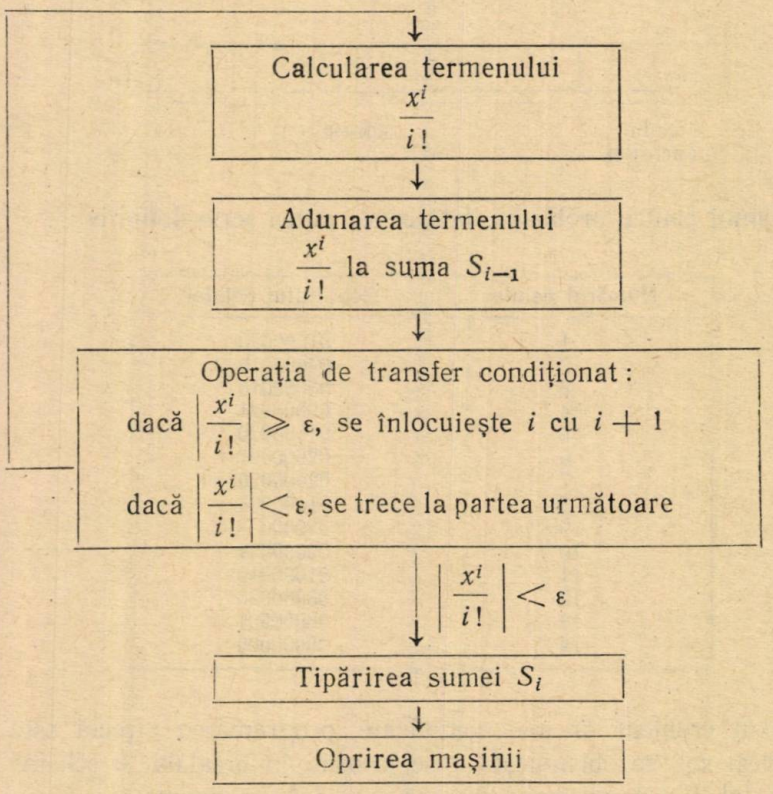
Vom nota :

$$S_n = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \ldots + \frac{x^n}{n!}$$

$$R_n = \frac{x^{n+1}}{(n+1)!} + \frac{x^{n+2}}{(n+2)!} + \ldots$$

Se poate arăta însă că $|R_n| < \frac{x^n}{n!}$ și deci problema se reduce la calculul lui S_n pentru $\left|\frac{x^n}{n!}\right| < \varepsilon$.

Mai jos este dată schema bloc a programului pentru rezolvarea acestei probleme :



În comparație cu viteza de lucru a mașinii automate de calculat, operația de programare durează foarte mult. Din această cauză se tinde a înlocui programarea obișnuită prin programare automată pe care o execută însăși mașina. Studiile în legătură cu programarea automată sînt deja într-un stadiu foarte avansat.

ANUL SOARELUI CALM

de *CORNELIA CRISTESCU*, candidat în științe fizico-matematice

Au trecut aproape 4 ani de cînd s-au încheiat lucrările Anului Geofizic Internațional și probabil, în amintirea multora mai stăruie comunicările date în fiecare seară prin radio: „alerta începe", „alerta continuă" sau „nu este alertă". Anul Geofizic Internațional — această lucrare colectivă imensă a avut ca scop studiul multilateral și atotcuprinzător al proprietăților Pămîntului ca planetă. Astfel s-au studiat forma și dimensiunile Pămîntului, mișcarea sa de rotație, structura scoarței terestre, condițiile meteorologice, *ionosfera, cîmpul magnetic* și altele. La aceste lucrări și-au dat aportul, cercetători din numeroase ramuri ale științei. Trebuie subliniat că fenomenele de pe Pămînt s-au studiat nu izolat, ci în legătura lor reciprocă și, mai ales, în legătură cu *fenomenele ce au loc pe Soare.*

Dacă se privește Soarele prin telescop sau lunetă se observă că suprafața sa este într-o continuă transformare. Uneori se pot vedea pete mai întunecate numite chiar, *pete solare,* care depășesc în dimensiuni diametrul Pămîntului nostru. Petele au temperatura mai scăzută decît restul suprafeței Soarelui. Alte ori spre margine se observă flăcări uriașe, numite *protuberanțe,* care evoluează foarte rapid. Astfel unele protuberanțe se mișcă cu viteza de 400—500 km/sec. Mai amintim apoi, erupțiile și exploziile care se caracterizează printr-o mare rapiditate și intensitate. Toate aceste fenomene de pe suprafața Soarelui alcătuiesc ceea ce se numește *„activitatea solară".* Activitatea solară nu este aceeași mereu, ci variază avînd maxime și minime. Cu ajutorul observațiilor s-a dedus că activitatea solară este periodică, două maxime sau două minime succesive producîndu-se după un interval de aproximativ 11 ani.

Fenomenele de pe Soare influențează foarte puternic atmosfera terestră, cîmpul magnetic al Pămîntului, produc *aurore polare, furtuni magnetice, întreruperea emisiunilor de radio* etc. Printre obiectivele principale ale Anului Geofizic Internațional se afla tocmai studiul acestei influențe. În anii 1957—58 Soarele se găsea la unul din maximele sale. De aceea s-a hotărît ca lucrările Anului Geofizic Internațional să se desfășoare chiar în această perioadă.

Cu această ocazie s-au obținut rezultate foarte importante privind planeta noastră. La lucrări au participat institute științifice și laboratoare din 67 țări, țara noastră fiind inclusă și ea. După 31 decembrie 1958, o serie de țări au continuat să colaboreze la diferite lucrări de cercetare, la invitația diferitelor comitete și uniuni științifice internaționale. Dar pentru ca succesul lucrărilor să fie deplin era nevoie să se studieze influența activității solare asupra Pămîntului și într-o perioadă de minim.

În ianuarie 1961, Comitetul Internațional de Geofizică a hotărît ca de la *1 aprilie 1964 pînă la 31 decembrie 1965,* cînd Soarele are activitate minimă, să se desfășoare lucrările unui program numit *Anul Internațional al Soarelui Calm.* Cu această ocazie, domeniile de cercetare vor

fi mai reduse decît în Anul Geofizic Internațional, studiindu-se mai ales, fenomenele terestre care sînt legate direct de activitatea Soarelui. Totuși din acest motiv nu trebuie considerat că Anul Soarelui Calm este o repetare la scară mai mică, a Anului Geofizic Internațional. Anul Soarelui Calm este o completare firească a Anului Geofizic Internațional. În cercetările ce se vor face se va ține seama de rezultatele obținute pînă acum, privind legătura Soare-Pămînt și se vor folosi cele mai noi cuceriri în domeniul aparatelor de observație.

Care sînt domeniile în care se vor desfășura lucrările?

În primul rînd, se vor face observații asupra activității solare. Folosind experiența Anului Geofizic Internațional se va observa Soarele din numeroase Observatoare situate în diferite puncte de pe Pămînt. Anumite observatoare vor efectua ceea ce se numește *patrularea Soarelui*, adică vor fotografia Soarele cu aparate speciale din minut în minut. În felul acesta va exista siguranța că orice fenomen apărut pe Soare va fi descoperit imediat. Este vorba mai ales de erupțiile solare care au efect aproape imediat asupra Pămîntului. Astfel, *razele X* și lumina *ultravioletă* ajung în atmosfera terestră după 8,5 minute; *particulele* însă, atît cele cu energie foarte mare, cît și cele cu mică energie ajung mai tîrziu, cel mult după 20—40 ore.

De asemenea, se prevede observarea spectrului Soarelui cu ajutorul *rachetelor* și al *sateliților*, pentru a se putea compara cu spectrul corespunzător maximului activității solare.

Razele cosmice, formate din particule încărcate cu electricitate, care bombardează Pămîntul, vor fi obiectul unor cercetări în Anul Soarelui Calm. Pînă în prezent, origina acestor raze a rămas încă necunoscută, totuși, unele tipuri de radiații cosmice depind de activitatea Soarelui și, în special, de erupții. Radiațiile cosmice sînt foarte vătămătoare pentru organisme, mai ales atunci cînd ele sînt expuse un timp mai îndelungat în calea radiațiilor. Atmosfera terestră este cea care ne apără de ele, oprindu-le și filtrîndu-le pe drumul spre Pămînt. Studiul razelor cosmice este deosebit de important în epoca noastră, cînd oamenii încep *să zboare în spațiul cosmic*, ieșind din atmosferă.

Unul din succesele Anului Geofizic Internațional a fost descoperirea așa-numitelor centuri de radiații Van Allen. Cîmpul magnetic al Pămîntului captează și menține particulele ce au mare energie, obligîndu-le să se deplaseze pe liniile de forță ale cîmpului. Există două asemenea centuri: interioară și exterioară. *Centura exterioară*, situată la aproximativ o distanță egală cu 3 raze terestre, depinde de activitatea solară. De aceea va fi foarte interesant de știut, care este configurația acestor centuri în epoca de minim a activității solare.

Studiul centurilor de radiații are o mare importanță pentru zborurile cosmice. Pînă acum zborurile cosmice ale omului s-au efectuat la înălțimi nu prea mari, sub aceste centuri de radiații. În viitor, cînd obiectivele zborurilor vor fi Luna și planetele sistemului solar, *navele cosmice* vor trebuie să treacă dincolo de aceste zone. Pentru a asigura securitatea cosmonauților se vor alege orbite de așa natură, încît navele cosmice să părăsească Pămîntul prin apropierea polilor, ocolind în acest fel, cît mai mult posibil, *centurile de radiație*.

Ionosfera reprezintă acel strat superior al atmosferei, situat la peste 60 km înălțime, care posedă mari sarcini electrice. Ionosfera are proprietatea de a reflecta undele radio care ajung în ea. Dar, ionosfera nu se găsește într-o stare stabilă, liniștită, ci suferă modificări puternice produse de radiațiile solare. Proprietățile ionosferei diferă de la zi la noapte, și de la o zi la alta, în funcție de activitatea solară. Ca urmare a modificărilor produse în ionosferă au loc și schimbări puternice la transmiterea și recepționarea emisiunilor radio. De aceea, studiul ionosferei, legat de activitatea solară, are nu numai o importanță științifică, dar și una practică. Se prevede că acest studiu să se facă cu rachete și sateliți artificiali.

Pămîntul are un cîmp magnetic care se manifestă prin orientarea aproximativ în direcția nord-sud a acului busolei. Polii magnetici ai Pămîntului sînt în apropierea polilor geografici, iar din jurul lor pornesc liniile de cîmp. Se știe că un cîmp magnetic este produs de mișcarea unor particule încărcate cu electricitate. Din regiunile active de pe suprafața Soarelui, și mai ales din pete, pornesc în spațiu particule avînd o mare energie. Acele particule care ajung în straturile superioare ale atmosferei produc aici un cîmp suplimentar care se suprapune peste cîmpul magnetic propriu, al Pămîntului. Ca urmare, apare o *furtună magnetică,* adică o schimbare a cîmpului magnetic terestru. Compararea magnetismului terestru din timpul maximului activității solare cu cel din timpul activității minime va furniza date importante. De aici rezultă necesitatea studiului magnetismului terestru în timpul Anului Soarelui Calm.

În directă legătură cu studiul magnetismului terestru este și studiul aurorelor polare, acele fenomene cerești atît de mărețe și impresionante. Aurorele polare se produc aproape simultan cu furtunile magnetice și au aceeași cauză : particulele încărcate cu electricitate care vin de la petele solare, intrînd în cîmpul magnetic al Pămîntului sînt atrase și dirijate spre polii magnetici. Ajunse în păturile superioare ale atmosferei, aceste particule se ciocnesc cu atomii și moleculele de aci, le aduc în stare de excitare și le fac să *emită lumină.* Astfel se produc aurorele, care de obicei se observă mai ales în regiunile din apropierea polilor. Studiul aurorelor permite să se obțină date cu privire la compoziția și structura straturilor superioare ale atmosferei terestre.

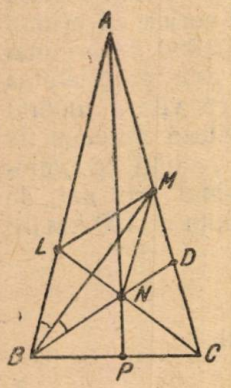
Acestea sînt obiectivele principale ale Anului Soarelui Calm. Pentru ca lucrările să se desfășoare în cele mai bune condiții, savanții din numeroase țări, au început, încă din anul trecut, o vastă activitate de consfătuiri, conferințe și congrese. Au fost alese comitete de organizare pentru diferite regiuni de pe glob și urmează să se distribuie lucrările ce vor fi efectuate. Organizarea va fi similară cu cea a Anului Geofizic Internațional, adică va exista un serviciu al alertelor, vor exista zile mondiale regulate, intervale mondiale speciale.

Anul Geofizic Internațional a însemnat colaborarea cercetătorilor și savanților din țări cu sisteme sociale diferite, iar rezultatele au fost mai mult decît satisfăcătoare. În Anul Soarelui Calm, cercetătorii din diferite țări vor depune din nou eforturile lor pentru a descifra împreună, o altă serie de *taine ale naturii.*

---

au $\sphericalangle A = \sphericalangle CBD$ și $BC = AM$;rezultă că $MM' = DC$; dar $MM' = \frac{MC}{2}$ și deci $DC = \frac{MC}{2}$.

c) Unim pe M cu L și N. Patrulaterul $BLMN$ are diagonalele perpendiculare, fiindcă bisectoarea CL este bisectoare și în triunghiul isoscel BCD, unde C este unghiul de la vîrful triunghiului ($BC = CM$). Rezultă că CO este totodată mediatoare în triunghiul isoscel BCM. Punctele N și L fiind situate pe mediatoarea segmentului BM avem $NB = NM$ și $LB = LM$. În plus, BO în triunghiul BLN este bisectoare și înălțime ; rezultă că triunghiul LBN este isoscel și deci $BL = BN$. Atunci avem $BN = BL = ML = MN$. Fipura $BLMN$ este romb.



Problema 5302

Să se transforme în produs expresia :

$$E = \operatorname{tg} x + \operatorname{tg} 2x - 3 \operatorname{tg} 3x$$

G. D. Simionescu

Soluția autorului : Avem :

$$\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} 2x - 3 \operatorname{tg} 3x = \frac{\sin 3x}{\cos x \cos 2x} - \frac{3 \sin 3x}{\cos 3x} =$$

$$= \sin 3x \frac{(\cos x \cos 2x - \sin x \sin 2x) - 3 \cos x \cos 2x}{\cos x \cos 2x \cos 3x} =$$

$$= \operatorname{tg} 3x \frac{-\sin x \sin 2x - 2 \cos x \cos 2x}{\cos x \cos 2x} =$$

$$= \operatorname{tg} 3x \frac{(-\sin x \sin 2x - \cos x \cos 2x) - \cos x \cos 2x}{\cos x \cos 2x} =$$

$$= -\operatorname{tg} 3x \frac{\cos x + \cos x \cos 2x}{\cos x \cos 2x} = -\operatorname{tg} 3x \frac{1 + \cos 2x}{\cos 2x} = -\frac{2 \cos^2 x \operatorname{tg} 3x}{\cos 2x}.$$

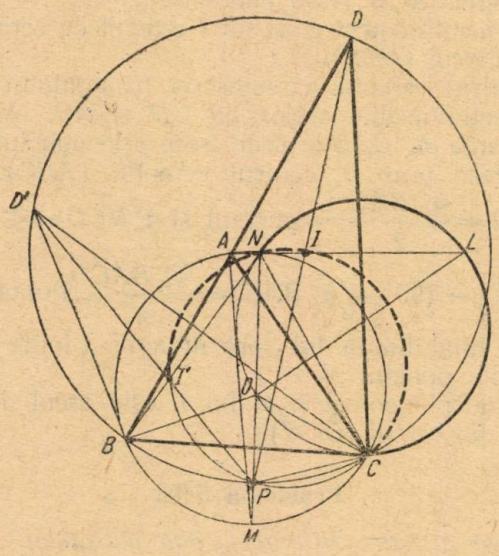
Problema 5353

Triunghiul ABC are latura BC fixă, vîrful A variabil și unghiul A constant ; se prelungește latura AB cu segmentul $AD = AC$ și se formează triunghiul ADC. Se cere : a) locul geometric al centrului cercului înscris în triunghiul ADC ; b) locul geometric al centrului cercului circumscris triunghiului ADC.

Emil Morțun, Pitești

Soluție dată de elevul *Grigorescu I. Șerban*, cl. XI ș.m. 1 N. Bălcescu București. — a) Centrul I al cercului înscris în triunghiul ACD se află la intersecția bisectoarelor unghiurilor CAD și ADC. Bisectoarea lui CAD este perpendiculară pe bisectoarea lui BAC, iar aceasta trece prin punctul fix M, mijlocul arcului de cerc BC. Deducem că și bisectoarea lui CAD trece prin punctul fix N, diametrul opus în cercul (ABC) lui M.

Pe de altă parte avem: $\sphericalangle BAC = \sphericalangle ADC + \sphericalangle ACD = 2\sphericalangle ADC = 2\sphericalangle BDC$ sau $\sphericalangle BDC = \frac{\sphericalangle BAC}{2}$. Rezultă că punctul D descrie un arc de cerc capabil de $\frac{\sphericalangle BAC}{2}$ Centrul acestui arc de cerc se află evident în N. Deducem că bisectoarea lui BDC trece prin punctul fix P, mijlocul arcului BC, pe cercul de centru N. Distingem două cazuri.



1. Dacă DP se află la dreapta față de NP, $\sphericalangle NIP$ este exterior triunghiului AID și avem:

$$\sphericalangle NIP = \sphericalangle ADI + \sphericalangle DAI = \frac{1}{2}\cdot\frac{\sphericalangle BAC}{2} + \frac{180° - \sphericalangle BAC}{2} =$$

$$= 90° - \frac{\sphericalangle BAC}{4} = \text{constant.}$$

Se observă că:

$$\sphericalangle PCN = \sphericalangle BCP + \sphericalangle NCB = \frac{\sphericalangle BAC}{4} + 90° - \frac{\sphericalangle BAC}{2} =$$

$$= 90° - \frac{\sphericalangle BAC}{4}.$$

Punctul C aparține locului geometric, fiind în același timp limita lui spre dreapta. În acest caz deci, locul geometric al lui I e porțiunea NIC (fără punctul C) din arcul de cerc NCP.

2. Dacă DP se află la stînga față de NP, $\sphericalangle NIP$ este opus la vîrf cu AID și deci:

$$\sphericalangle NIP = \sphericalangle AID = 180° - (\sphericalangle ADI + \sphericalangle DAI) = 180° -$$

$$-\left(90° - \frac{\sphericalangle BAC}{4}\right); \sphericalangle NIP = 90° + \frac{\sphericalangle BAC}{4} = \text{constant.}$$

Cum $\left(90^\circ - \frac{\sphericalangle BAC}{4}\right) + \left(90^\circ + \frac{\sphericalangle BAC}{4}\right) = 180^\circ$, rezultă că locul geometric în acest caz este o porțiune din același cerc NCP.

Pentru a stabili limita spre stînga a locului geometric recurgem la construcție: construim triunghiul BCD' (A tinde să coincidă cu B), unde BD' e tangentă la cercul (ABC). I' fiind centrul cercului înscris în triunghiul BCD', rezultă că în acest caz locul geometric al lui I este arcul de cerc NI' din cercul NCP (fără punctul I').

În concluzie, locul geometric al lui I e arcul de cerc CNI' (fără punctele C și I') din cercul (NCP).

b) Fie L centrul cercului circumscris triunghiului ABD. Punctul L se află la intersecția mediatoarelor lui CD și AC. Mediatoarea lui CD e totodată bisectoarea $\sphericalangle CAD$ și deci, trece prin punctul fix N, iar mediatoarea lui AC trece prin O, centrul cercului (ABC). Se observă că: $\sphericalangle NLO = \sphericalangle ACD = \frac{\sphericalangle BAC}{2} = \text{constant}$ și $\sphericalangle NCO = \sphericalangle NCB - \sphericalangle OCB =$

$= \left(90^\circ - \frac{\sphericalangle BAC}{2}\right) - (90^\circ - \sphericalangle BAC) = \frac{\sphericalangle BAC}{2}$. Punctul C aparține deci, locului geometric fiind limita lui spre dreapta. Limita spre stînga a locului geometric este punctul N.

În concluzie, locul geometric al lui L este arcul de cerc CLN (fără punctele C și N) din cercul (OCN).

Problema 5403

Să se arate că în orice triunghi suma patratelor a două laturi este mai mare sau cel puțin egală cu de patru ori aria sa.

I. Hadîrcă, profesor Breaza

Soluție dată de elevii: *Grigorescu I. Șerban*, cl. XI ș.m. 1. N. Bălcescu. *Lusztig Gheorghe*, Timișoara și *V. Crișan*, Aiud.

Avem: $(b-c)^2 \geqslant 0$; $b^2+c^2 \geqslant 2bc$; $2bc \geqslant 2bc \cdot \sin A$.

Prin urmare, $b^2+c^2 \geqslant 2bc \cdot \sin A = 4S$. Deci: $b^2+c^2 \geqslant 4S$.

Egalitatea are loc pentru $b-c=0$ și $\sin A=1$, adică pentru triunghiurile dreptunghice isoscele.

Problema 5479

Să se arate că minimul funcției

$$f(x) = \frac{2}{\left(1+\sqrt{1+\sqrt{1+x}}\right)^3} + \frac{2}{\left(1-\sqrt{1+\sqrt{1+x}}\right)^3} + \frac{1}{\left(1+\sqrt{1+\sqrt{1+x}}\right)^4} + \frac{1}{\left(1-\sqrt{1-\sqrt{1+x}}\right)^4}$$

este $-\frac{25}{16}$ *și corespunde pentru* $x=2{,}2$. *Se poate rezolva fără derivate.*

C. Ionescu-Țiu

Soluție dată de elevul *Grigorescu I. Șerban*, cl. XI ș.m. 1 N. Bălcescu București. Fie $\sqrt{1+\sqrt{1+x}}=z$. Obținem succesiv :

$$f(z)=\frac{2}{(1+z)^3}+\frac{2}{(1-z)^3}+\frac{1}{(1+z)^4}+\frac{1}{(1-z)^4}=\frac{2(3+10z^2-5z^4)}{(1-z^2)^4}$$

Dar : $z^2=1+\sqrt{1+x}$; $z^4=(1+\sqrt{1+x})^2=2+x+2\sqrt{1+x}$

$$\text{Deducem } f(x)=\frac{2(3-5x)}{(1+x)^2}$$

Fie m valoarea acestei fracții. Obținem :

$$mx^2+2(m+5)x+m-6=0$$

și cum x este real, trebuie să avem :

$$\Delta=(m+5)^2-m(m-6)\geqslant 0\,;\ m^2+10m+25-m^2+$$

$$+6m\geqslant 0\,;\ m\geqslant -\frac{25}{16}$$

Minimul fracției este deci, $-\frac{25}{16}$ și corespunde pentru soluția ecuației

$$-\frac{25}{16}x^2+2\left(-\frac{25}{16}+5\right)x-\frac{25}{16}-6=0$$

$25x^2-110x+121=0$ sau $(5x-11)^2=0$, de unde $x=2{,}2$.

Problema 5493

Să se calculeze suma :

$$x^2+x(x+1)^2+x(x+1)(x+2)^2+x(x+1)(x+2)(x+3)^2+\ldots$$
$$\ldots+x(x+1)\ldots(x+n-2)(x+n-1)^2$$

Cl. X Olimpiada 1961, Dnepropetrovsk

Soluție dată de *Gh. Lusztig*, elev Timișoara. — Avem :

$$x(x+1)\ldots(x+n-2)(x+n-1)^2=$$
$$=x(x+1)\ldots(x+n-2)(x+n-1)(x+n)-x(x+1)\ldots$$
$$\ldots(x+n-2)(x+n-1)$$

Dînd lui n valori de la 1 la n și adunînd relațiile obținute, $S=-x+x(x+1)\ldots(x+n-1)(x+n)$.

Problema 5494

Să se simplifice expresia :

$$E=\frac{\sqrt{(a+x)(x+b)}+\sqrt{(a-x)(x-b)}}{\sqrt{(a+x)(x+b)}-\sqrt{(a-x)(x-b)}}$$

dacă $x=\sqrt{ab}$, $a>0$, $b>0$.

Cl. IX, Olimpiada 1961, Lwow

Soluție. — 1° Dacă $a > b > 0$, avem $a - x = a - \sqrt{ab} = \sqrt{a}(\sqrt{a} - \sqrt{b}) > 0$ și $x - b = \sqrt{b}(\sqrt{a} - \sqrt{b}) > 0$, deci, $(a - x)(x - b) > 0$. Deasemenea, numitorul este nenul deoarece:

$$(a + \sqrt{ab})(b + \sqrt{ab}) > (a - \sqrt{ab})(ab - b). \text{ Avem:}$$

$$E = \frac{\sqrt{(a+\sqrt{ab})(\sqrt{ab}+b)} + \sqrt{(a-\sqrt{ab})(\sqrt{ab}-b)}}{\sqrt{(a+\sqrt{ab})(\sqrt{ab}+b)} - \sqrt{(a-\sqrt{ab})(\sqrt{ab}-b)}} =$$

$$= \frac{\sqrt[4]{ab}\left(\sqrt{(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2} + \sqrt{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}\right)}{\sqrt[4]{ab}\left(\sqrt{(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2} - \sqrt{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}\right)} =$$

$$= \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b} + |\sqrt{a} - \sqrt{b}|}{\sqrt{a} + \sqrt{b} - |\sqrt{a} - \sqrt{b}|}$$

și cum am ales $a > b$ rezultă:

$$E = \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b} - \sqrt{a} + \sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

2° Dacă $b > a > 0$ analog avem:

$$E = \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b} - \sqrt{a} + \sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{a} - \sqrt{b}} = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}$$

Soluții bune au mai dat: *Gh. Lusztig, Șerban Grigorescu* și *L. Zsido.*

Problema 5497

Să se arate că oricare ar fi a, m și x reali avem:

a) $x^2 - 2x \cdot \sin a \cdot \cos a + \sin^2 a \geqslant 0,$ (1)

b) $x^2 - 2x \cdot \sin a \cdot \cos a + \cos^2 a \geqslant 0,$ (2)

c) $(1 + m^2)^2 \cdot x^2 - 4m \cdot (1 - m^2)x + (1 - m^2)^2 \geqslant 0,$ (3)

d) $(1 + m^2)^2 \cdot x^2 - 4m \cdot (1 - m^2)x + 4m^2 \geqslant 0,$ (4)

e) $m^2 \cdot x^4 + 4m \cdot x^3 + 2(m^2 + 2)x^2 - 4mx + m^2 \geqslant 0,$ (5)

f) $(m^2 + 1)x^4 + 4mx^3 + 2(m^2 - 1)x^2 - 4mx + m^2 + 1 \geqslant 0$ (6)

În ce cazuri avem egalitate?

C. Ionescu-Țiu

Soluția autorului. — a) Ecuația :

$$x^2 - 2x \cdot \sin a \cdot \cos a + \sin^2 a = 0 \quad (1)$$ are realizantul

$$\Delta_1 = \sin^2 a \cdot \cos^2 a - \sin^2 a = -\sin^4 a < 0.$$

Deducem : $x^2 - 2x \cdot \sin a \cdot \cos a + \sin^2 a > 0$.

Expresia se anulează pentru rădăcinile ecuației (1). Pentru ca aceste rădăcini să fie reale trebuie să avem : $\Delta_1 = -\sin^4 a = 0$; $a = k\pi$.

Deducem : $x^2 - 2x \cdot \sin a \cdot \cos a + \sin^2 a \geqslant 0$.

Egalitatea se obține pentru $x = 0$; $a = k\pi$.

b) Ecuația : $x^2 - 2x \cdot \sin a \cdot \cos a + \cos^2 a = 0$ (2) are realizantul

$$\Delta_2 = \sin^2 a \cdot \cos^2 a - \cos^2 a = -\cos^4 a < 0.$$

Rezultă, analog cu primul caz :

$$x^2 - 2x \cdot \sin a \cdot \cos a + \cos^2 a \geqslant 0$$

Egalitatea se obține pentru $x = 0$; $a = (2k + 1)\frac{\pi}{2}$.

c) Ecuația : $(1 + m^2)^2 x^2 - 4m(1 - m^2)x + (1 - m^2)^2 = 0$ (3) are realizantul : $\Delta_3 = 4m^2 (1 - m^2)^2 - (1 - m^2)^2 \cdot (1 + m^2)^2 = -(1 - m^2)^4 < 0$. Rezultă :

$$(1 + m^2)^2 x^2 - 4m(1 - m^2)x + (1 - m^2)^2 \geqslant 0.$$

Egalitatea se obține pentru $x = 0$; $m = \pm 1$.

d) Ecuația $(1 + m^2)^2 x^2 - 4m(1 - m^2)x + 4m^2 = 0$ (4) are realizantul :

$$= 4m^2 (1 - m^2)^2 - 4m^2 (1 + m^2)^2 = -16m^4 < 0$$

Egalitatea se obține pentru $x = 0$; $m = 0$.

e) Inegalitatea (5) se mai poate scrie :

$$(x^4 + 2x^2 + 1)m^2 + (4x^3 - 4x)m + 4x^2 \geqslant 0$$

$$(1 + x^2)^2 m^2 - 4x(1 - x^2)m + 4x^2 \geqslant 0.$$

Ea se reduce la inegalitatea (4) unde am înlocuit pe m prin x și pe x prin m. Egalitatea are loc pentru $m = 0$; $x = 0$.

f) Inegalitatea (6) se mai poate scrie :

$$(x^4 + 2x^2 + 1)m^2 + (4x^3 - 4x)m + (x^4 - 2x^2 + 1 \geqslant 0$$

$$(1 + x^2)^2 m^2 - 4x(1 - x^2)m + (1 - x^2)^2 \geqslant 0.$$

Ea se reduce la inegalitatea (3), unde am substituit pe x prin m și pe m prin x. Egalitatea e deci pentru $m = 0$ și $x = \pm 1$.

Observație. Inegalitățile c) și d) se pot obține din inegalitățile b) respectiv a) notînd $m = \operatorname{tg}\frac{a}{2}$ și observînd că :

$$\sin a = \frac{2m}{1 + m^2}, \quad \cos a = \frac{1 - m^2}{1 + m^2}.$$

Problema E. 772 (M.F.L.).

Să se simplifice expresia

$$\left[\frac{(x+y)^3+(x-y)^3}{(x+y)^3-(x-y)^3}-\frac{(x+y)^2+(x-y)^2}{(x+y)^2-(x-y)^2}\right]:$$

$$:\left[\frac{(x+y)^2}{(x+y)^3-(x-y)^3}-\frac{x+y}{(x+y)^2+(x+y)(x-y)+(x-y)^2}\right].$$

B. M.

Soluție dată de eleva *Imecs Maria*, școala medie nr. 11 din Cluj. Folosind notațiile $x+y=a$ și $x-y=b$, expresia dată se scrie

$$E=\frac{\frac{a^3+b^3}{a^3-b^3}-\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}}{\frac{a^2}{a^3-b^3}-\frac{a}{a^2+ab+b^2}}=\frac{\frac{a^3+b^3}{a^3-b^3}-\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}}{\frac{a^2}{a^3-b^3}-\frac{a(a-b)}{a^3-b^3}}=$$

$$=\frac{(a^3+a)^3(a+a)-(a^2+b^2)(a^2+ab+b^2)}{\frac{(a-b)(a+b)(a^2+ab+b^2)}{ab}}=$$

$$=\frac{(a^3+b^3)(a+b)-(a^2+b^2)(a^2+ab+b^2)}{ab(a+b)}=-\frac{2ab}{a+b}=$$

$$=\frac{2(x+y)(y-x)}{2x}=\frac{y^2-x^2}{x}.$$

Problema E. 773 (M.F.L.).

Să se descompună în factori expresia

$$E=a^3b+b^3c+ac^3-a^3c-ab^3-bc^3.$$

Szilágyi Károly, Carei

Soluție dată de elevul *Csupor Lajos*, școala medie „Papiu Ilarian" din Tg. Mureș. Grupînd termenii și dînd ca factor pe $a-b$ se obține:

$$E=ab(a^2-b^2)-c(a^3-b^3)+c^3(a-b)=$$

$$=(a-b)[ab(a+b)-c(a^2+ab+b^2+c^3]=$$

$$=(a-b)[a^2b+ab^2-a^2c-abc-cb^2+c^3]$$

Din nou grupînd termenii și dînd ca factor pe $b-c$ putem scrie:

$$E=(a-b)[a^2(b-c)+ab(b-c)-c(b^2-c^2)]=$$

$$=(a-b)(b-c)[a^2+ab-c(b+c)]=(a-b)(b-c)[a^2-c^2+$$

$$+b(a-c)]=(a-b)(b-c)(a-c)(a+b+c)$$

Problema E. 789 (M.F.L.)

De ce nu putem stinge cu apă uleiul aprins?

* * *

Soluție dată de *András Margit*, cl. VII, Școala elementară din comuna Rugănești.

Apa nu stinge uleiul aprins, pentru că greutatea specifică a uleiului fiind mai mică decît a apei, acesta se ridică la suprafață, deci nu se izolează de oxigenul atmosferic care condiționează arderea.

Problema E. 790 (M.F.L.)

Două vase identice conțin cîte un litru de apă, la temperatura de 20°C. În unul din ele introducem o bucată de fier cu masa de 100 g și temperatura de 100°C, iar în celălalt, introducem o bucată de cupru de aceeași masă și temperatură.

În care dintre vase se încălzește mai tare apa? Diferența de temperatură poate fi aproximată de un termometru cu o precizie de 0,1°C?

* * *

Soluție. Apa se încălzește mai tare în vasul în care am scufundat bucata de fier, pentru că fierul are căldura specifică mai mare decît cuprul și prin urmare poate emite mai multă căldură.

În cazul fierului avem

$$1 \frac{\text{cal}}{\text{g}\cdot\text{grad}} \; 1\,000 \text{ g } (t_1 - 20)\,^\circ\text{C} = 0{,}11 \frac{\text{cal}}{\text{g}\cdot\text{grad}} \; 100 \text{ g } (100 - t_1)\,^\circ\text{C},$$ temperatura apei $t_1 = \frac{21 \cdot 100}{1\,011}\,^\circ\text{C} = 20{,}87\,^\circ\text{C}$.

În cazul cuprului

$$1 \frac{\text{cal}}{\text{g}\cdot\text{grad}} \; 1\,000 \text{ g } (t_2 - 20)\,^\circ\text{C} = 0{,}09 \frac{\text{cal}}{\text{g}\cdot\text{grad}} \; 100 \text{ g } (100 - t_2)\,^\circ\text{C}.$$

Temperatura finală va fi

$$t_2 = \frac{20 \cdot 900}{1\,009}\,^\circ\text{C} = 20{,}71\,^\circ\text{C}.$$

Diferența de temperatură $t_1 - t_2 = 0{,}16°C$, deci poate fi înregistrată cu un termometru cu precizia de $0{,}1°C$.

Problema E. 791 (M.F.L.)

Într-o după masă însorită, Nicușor învăța în curte. Tatăl său l-a prins de ochi și i-a așezat în față un stilou alb și altul negru, spunîndu-i că dacă-l alege pe cel alb, amîndouă vor fi ale lui, iar dacă-l ia pe cel negru, nu primește nici unul. După un scurt timp de ezitare, Nicușor cu mîna sigură a ridicat stiloul alb. Cum a procedat?

* * *

Soluție. Se știe că razele solare sînt absorbite mai puternic de corpurile închise la culoare și prin urmare acestea se încălzesc mai mult. Nicușor, atingînd ambele stilouri, l-a ales pe cel mai rece știind că acela are culoare albă.

Problema E. 792 (M.F.L.)

Dece nu este permisă întrebuințarea electromagneților la ridicarea barelor metalice incandescente?

* * *

Soluție. Nu se pot ridica bare metalice incandescente cu ajutorul electromagneților, pentru că prin ridicarea temperaturii barele își pierd proprietățile magnetice.

Notă: fierul încălzit la 800° nu mai poate fi magnetizat.

CHESTIUNI DE EXAMEN

5898. Să se determine coeficienții a, b, c în așa fel ca rădăcinile x_1 și x_2 ale ecuației $ax^2 + bx + c = 0$ și coeficienții ecuației să fie termenii unei progresii aritmetice în ordinea a, x_1, b, x_2, c.

(Journal de Math. Elem. Paris)

5899. Să se rezolve sistemul de ecuații

$$2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} + 2^{x+3} = 4^y + 4^{y+1} + 4^{y+2} + 4^{y+3}$$

$$3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2} + 3^{x+3} = 9^y + 9^{y+1} + 9^{y+2} + 9^{y+3}$$

(Matematikai Lapok, Budapesta)

5900. Să se simplifice fracția

$$\frac{xy^2 + 2yz^2 + yzu + 2xyz + 2xzu + y^2z + 2z^2x + xyu}{xu^2 + yz^2 + yzu + xuz + xyu + uz^2 + zu^2 + xyz}$$

* * *

5901. Să se demonstreze că toate triunghiurile în care $a + c = 2b$ și $b + 2c = 5a$, sînt triunghiuri asemenea.

* * *

5902. Într-un plan sînt date două poligoane oarecare, unul cu 4 laturi și celălalt cu 5 laturi. Știind că nici un vîrf al unui poligon nu se află pe perimetrul celuilalt poligon, să se determine numărul maxim de puncte în care se pot intersecta laturile celor 2 poligoane.

(Pentru O.I.M., 1962, propusă de U.R.S.S.)*

5903. Se consideră o progresie aritmetică infinită a numerelor naturale.

---

*) Din problemele care au fost pregătite pentru a fi date la Olimpiada internațională de matematică (O.I.M.) în iulie 1962 care a avut loc în R.S.C.

a) Să se demonstreze că dacă între termenii acestei progresii se găsesc numere cuburi perfecte (cubul unui număr natural), atunci progresia conține un număr infinit de astfel de termeni. b) Să se dea ca exemple progresii aritmetice infinite între termenii cărora să nu se găsească nici unul care să fie un cub perfect.

(Pentru O.I.M., 1962, propusă de R.S.C.)

5904. Se dă o bucată de tablă de forma dreptunghiulară cu laturile $2a$ și $2b$ $(a < b)$. La cele pentru colțuri se decupează triunghiuri dreptunghice egale astfel ca piesa rămasă să aibe forma unui octogon regulat. a) Să se exprime latura octogonului în funcție de a și b; b) Să se construiască latura octogonului, cunoscînd laturile a și b; c) Care este condiția necesară și suficientă pentru ca să se poată face construcția?

(Pentru O.I.M. 1962, propusă de R.P.R.)

5905. Să se rezolve ecuația

$$\sin^5 x + \cos^5 x = 1$$

cu condiția ca suma $\sin x + \cos x$ să fie rațională.

(Pentru O.I.M., 1962, propusă de R.P.B.)

5906. Intr-un cerc dat să se construiască un triunghi isoscel astfel ca suma bazei și a înălțimei coborîtă pe bază să fie maximă.

(Pentru O.I.M., 1962, propusă de R.P.U.)

5907. Fie a, b, și c numere reale oarecare între care cel puțin două să fie diferite de zero. Să se demonstreze că:

$$\frac{a^2}{b^2+c^2} + \frac{b^2}{c^2+a^2} + \frac{c^2}{a^2+b^2} \geqslant \frac{3}{2}$$

In ce caz avem egalitatea?

(Pentru O.I.M., 1962, propusă de R.P.P.)

5908. Să se demonstreze că dacă a și n sînt numere naturale și n nu este divizibil cu 3, atunci $a^{2n} + a^n + 1$ este divizibil cu $(a^2 + a + 1)$.

(Pentru O.I.M., 1962, propusă de R.P.U.)

5909. Care sînt acele numere naturale x și y care satisfac ecuația

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y})^4 = 3361 - \sqrt{11296320}$$

* * *

5910. Fie a, b, c numere reale, astfel că $a \neq c$. Să se demonstreze că ecuațiile

$$ax^2 + bx + c = 0 \text{ și } cx^2 + bx + a = 0$$

au rădăcini comune atunci și numai atunci cînd $(a + c)^2 = b^2$.

* * *

5911. Pe cele trei muchii ox, oy și oz ale unui triedru tridreptunghic cu vîrful în O se iau lungimile $OA = a$, $OB = b$, $OC = c$.

Se notează cu A', B', C' mijloacele segmentelor BC, CA, AB și cu G centrul de greutate al triunghiului ABC.

e) Să se arate că

$$\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} = \overline{OA'} + \overline{OB'} + \overline{OC'} = 3.\overline{OG}$$

b) Să se exprime mărimea vectorilor $\overline{AA'}$, $\overline{BB'}$, $\overline{CC'}$, în funcție de mărimile vectorilor $\overline{OA}$, $\overline{OB}$, $\overline{OC}$. Să se deducă mărimea fiecăruia din produsele scalare $\overline{OG} \cdot \overline{AA'}$; $\overline{OG} \cdot \overline{BB'}$; $\overline{OG} \cdot \overline{CC'}$.

Ce relație trebuie să verifice a, b și c pentru ca OG să fie perpendiculară pe AA'.

Această relație fiind verificată și punctul A fiind presupus fix, care este locul punctului A' cînd B și C descriu respectiv semi-dreptele oy și oz?

c) Se notează $BC = a'$, $CA = b'$, $AB = c'$ și fie A, B, C, unghiurile triunghiului ABC.

Ce relație există între a', b', și c' dacă $b^2 + c^2 = 2a^2$.

Să se deducă o relație trigonometrică între unghiurile A, B, C.

(Bacalaureat, seria clasic și modern, Dakar, 1962)

5912. Fie funcția $y = 2x - \ln x$. Se cere: a) Domeniul de definiție.

b) Să se reprezinte graficul funcției cînd $0 \leqslant x \leqslant 10$.

c) Să se calculeze cu aproximație de 0,01 a logaritmilor neperieni ale lui 2,3 și 5; apoi pentru $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}$, 6,9 și 10, rezultatele să se pună și sub formă de tablou.

d) Să se arate că $x^2 + x - x \ln x$ este o primitivă a lui y.

Să se afle aria cuprinsă între curbă, axa ox și paralele la oy de abscisa $x = 1$ și $x = 3$.

(Bacalaureat, Mexico, 1960)

5913. Se consideră un dreptunghi înscris în elipsa $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$. Să se stabilească coordonatele vîrfurilor dreptunghiului, astfel ca aria dreptunghiului să fie maximă.

(Inst. Pedagogic Tg. Mureș, 1962)

5914. Se consideră o piramidă regulată $SABCD$, baza $ABCD$ fiind un pătrat. Cunoscînd latura bazei $AB = a$ și muchia laterală $AS = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ să se calculeze unghiul diedrului format de către planele SAB și SBC. Să se calculeze volumul și suprafața totală a piramidei.

(Inst. Pedagogic Tg. Mureș, 1962)

5915. Se dă ecuația

$$f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x + \lambda = 0$$

și se cere: a) Să se discute rădăcinile ecuației după valorile parametrului λ; b) Să se rezolve ecuația pentru $\lambda = -5$; c) Să se reprezinte grafic funcția $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 5$.

(Inst. Pedagogic Tg. Mureș, 1962)

PROBLEME PROPUSE*

5916. Într-un tub de raze anodice avem heliu rarefiat la presiunea de 0,01 torr. La electrozi aplicăm o tensiune de $\frac{33\,470}{9,6}$ *st V* Cunoscînd masa protonului de $1,6723.10^{-24}$ g și masa neutronului de $1,6747.10^{-24}$ g, să se afle viteza pe care o capătă electronul în tub.

Petru Florian, profesor Dej

5917. Să se arate că dacă $A + B + C = 45°$; avem :

$\Sigma \operatorname{tg} A + \Sigma \operatorname{tg} A \operatorname{tg} B = 1 + \operatorname{tg} A \operatorname{tg} B \operatorname{tg} C$

$\Sigma \operatorname{cotg} A + \Sigma \operatorname{cotg} A \operatorname{cotg} B = 1 + \operatorname{cotg} A \operatorname{cotg} B \operatorname{cotg} C$

C. I. T.

5918. Fie $VABC$ o piramidă triunghiulară și M, N, P mijloacele laturilor BC, CA, AB respectiv. Să se stabilească relația :

$$VA^2 + VB^2 + VC^2 + AM^2 + BN^2 + CP^2 = VM^2 + VN^2 + VP^2 + AB^2 + AC^2 + BC^2.$$

* * *

5919 Să se arate că expresia $E = 1^n + 2^n + \ldots + (n-1)^n$ se divide cu n^2, n fiind un număr natural impar. Există valori ale lui n, numere prime, pentru care expresia E să se dividă cu n^3 ?

Șt. Măruşteru, Baia Mare

5920. Folosind notațiile obișnuite într-un triunghi să se demonstreze relația :

$$\left[\frac{r_a - r_b}{\sin\frac{A-B}{2}}\right]^2 + \left[\frac{r_b - r_c}{\sin\frac{B-C}{2}}\right]^2 - \left[\frac{r_c - r_a}{\sin\frac{C-A}{2}}\right]^2 = 8Rr_b,$$

C. Herling, student I.P.B.

5921. Să se rezolve ecuația :

$$x^4 + 2ax^3 + (a^2 + b + c)x^2 + a(b + c)x + bc - d = 0.$$

L. C. Pirșan, student București

5922. Se dau punctele $A(0,3)$, $B(2,1)$, $C(0,-4)$, $D(-1,0)$, $M(3,4)$ și $N(-2,-3)$. Să se construiască un paralelogram cu centrul în originea axelor de coordonate, două din vîrfuri respectiv pe laturile unghiului AMB și celelalte două vîrfuri respectiv pe laturile unghiului CND. Să se afle coordonatele vîrfurilor paralelogramului.

C. Ionescu-Țiu

---

* VIII (5943, 5944, 5945) ; IX (5921, 5926, 5929, 5930, 5936, 5940, 5941) ; X (5918, 5919, 5920, 5924, 5925, 5928, 5934, 5935, 5938, 5942) ; XI (5916, 5917, 5922, 5923, 5927, 5932, 5933, 5937, 5939).

5923. Se consideră parabola $y^2 = 2px$. Laturile unui unghi drept cu vîrful în O, taie curba în M și N. Tangentele în M și N se intersectează în P, iar normalele în Q. Punctul T este mijlocul segmentului MN. Se cere locul geometric al punctelor: T, P și Q, cînd unghiul drept se rotește în jurul punctului O.

C. V. Costăchescu

5924. Să se afle valorile lui x cuprinse între 0° și 360° pentru care avem:

$$f(x) = \frac{\operatorname{tg} x(1 - \operatorname{tg}^2 x)}{(1 + \operatorname{tg} x)^4} + \frac{\operatorname{cotg} x(1 - \operatorname{cotg}^2 x)}{(1 + \operatorname{cotg} x)^4} = 0.$$

Să se cerceteze domeniul de existență al funcției $f(x)$.

C. Ionescu-Țiu

5925. În triunghiul isoscel ABC, $(CA = AB)$ se duce mediana AD și se notează cu I mijlocul ei. O dreaptă care trece prin I taie pe CA și AB respectiv, în E și F. Să se arate că: $\frac{1}{EA} + \frac{1}{AF} = \frac{4}{AB}$.

Stelian Lambă, Constanța

5926. Dacă x_1, x_2, x_3 sînt rădăcinile ecuației $x^3 + ax^2 + ax + a = 0$ atunci există relația: $(x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 + 1)^2 = (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 1)^3$.

L. Pîrsan, București

5927. O elipsă variabilă are un focar fix și e tangentă la două drepte fixe. Se cere locul geometric al celuilalt focar.

Petre Liviu, Pucioasa

5928. Între elementele unui triunghi oarecare există relația

$$p\,\Sigma(b - c)\operatorname{ctg} A = 8R^2 \sin\frac{A - B}{2} \sin\frac{B - C}{2} \sin\frac{C - A}{2}.$$

Strătescu Ion, student

5929. Motorul unei mașini care are consumul orar de benzină (densitatea 0,8 g/cm³ și puterea calorică 10 000 kcal/kg) de 4 litri, are raportul dintre temperatura din cilindru și temperatura apei din sistemul de răcire egal cu 10. Știind că puterea utilă reprezintă 70% din puterea teoretică și că viteza mașinii este de 36 km/h să se afle forța de tracțiune.

V. Brînzănescu, elev Constanța

5930. Dacă $A'B'C'$ este triunghiul ortic al triunghiului ABC și dacă A_1, A_2, A_3; B_1, B_2, B_3; C_1, C_2, C_3 sînt proiecțiile vîrfurilor A, respectiv

B, respectiv C pe latura triunghiului ortic, să se arate că triunghiurile $A_1A_2A_3$, $B_1B_2B_3$, $C_1C_2C_3$ sînt respectiv asemenea cu triunghiurile HBC, HAC, HAB, unde H este ortocentrul triunghiului ABC.

Bratu Klim, student București

5931. Să se afle $\lim\limits_{x\to\infty} x[\sqrt{ax^2+6x+10}-(ax+3)]$

Discuție.

C. Tempeanu, Hunedoara

5932. Se consideră sistemul de axe rectangulare xOy. Se dau punctele $A(0,a)$ și $B(0,b)$, $a>0$, $b>0$ și pe prima bisectoare punctul variabil $M(\lambda;\lambda)$. Se duc dreptele AM și BM care întîlnesc axa Ox în punctele A' și B'. Se cere:

a) Să se scrie ecuațiile dreptelor AM și BM și să se afle coordonatele punctelor A' și B'; b) Dacă notăm abscisele punctelor A' și B' cu x_1 și x_2 să se arate că avem relația

$$\frac{1}{x_1}-\frac{1}{x_2}=\frac{1}{b}-\frac{1}{a}.$$

c) Pentru ce valoare a lui λ segmentul $A'B'=AB$; d) Să se afle locul geometric al intersecției dintre dreapta BB' și perpendiculara pe Ox în punctul A', cînd λ variază.

Aurelian Călinescu, Brașov

5933. Se dă $f(x)=\sqrt{x^2-4}-(mx-n)$, unde $m,\ n\in R$. Să se afle: a) domeniul ei de definiție, b) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

Valentin Munteanu, Cluj

5934. O dreaptă (D) formează cu un plan P un unghi α. Proiecția ei pe plan formează cu o dreaptă (Δ) din plan, un unghi β. Se cere: a) unghiul dintre dreptele (D) și (Δ); b) în ce caz dreptele (D) și (Δ) sînt perpendiculare; c) prin (D) se duce un plan Q paralel cu dreapta (Δ); să se afle unghiul diedru dintre planele P și Q.

Miron Oprea, Ploiești

5935. Se dă polinomul $P(x)=\alpha x^4-\beta x^3+\beta x^2+\alpha x-6$ a) Să se determine α și β astfel ca polinomul să fie divizibil prin x^2+1; b) Fără a face împărțirea, să se afle restul împărțirii polinomului prin x^2+1 pentru $\alpha=1$ și $\beta=-2$.

C. Tempeanu, Hunedoara

5936. Considerăm două cercuri de raze r, r' și fie S centrul lor interior de similitudine, iar T, T' contactele unei tangente exterioare. Notăm cu u distanța de la mijlocul segmentului TT' la linia centrelor și cu u' lungimea perpendicularei din S pe linia centrelor, pînă la intersecția cu tangenta TT'. Să se arate că : $uu' = rr'$.

N. Mihăileanu

5937. Se dă funcția

$$S = \frac{a}{2} \cdot \frac{\cos\beta + k\sqrt{1 - k^2 \sin^2\beta}}{\cos\beta \cdot \sqrt{1 - k^2 \sin^2\beta}}$$

iar între β și x avem

$$x = \frac{a}{2}\left(\operatorname{tg}\beta + \frac{k \sin\beta}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2\beta}}\right).$$

a și k fiind constante. Se cere derivata.

Al. Țigănoiu, inginer

5938. Fie G centrul de greutate al tetraedrului $ABCD$. Dacă triunghiul GAD este dreptunghic în G atunci muchia AD este egală cu bimediana corespunzătoare muchiilor AD și BC.

N. Mihăileanu

5939. Să se calculeze derivata de ordinul n a funcției

$$f(x) = (\sin x \sin a)\, e^{x \cos a}$$

unde a este o constantă.

* * *

5940. Fie P, Q, R, S proiecțiile intersecției I a diagonalelor AC, BD ale patrulaterului $ABCD$ pe laturile AB, BC, CD, DA. Să se arate că dacă AC, BD sînt perpendiculare una pe alta atunci PQ și RS se întîlnesc pe AC iar PS și QR se întîlnesc pe BD.

Gh. Buicliu

5941. Să se rezolve ecuația $6^x + 10^x = 13^x$.

* * *

5942. Se dă un triunghi ABC în care $BC > AC$. Fie f și g bisectoarea interioară și exterioară a unghiului C. Prin C_1 mijlocul lui AB, se duc paralele la laturile AC și BC, care taie pe f și g respectiv în punctele

F_1, F_2 și G_1, G_2. Să se demonstreze că triunghiurile $C_1F_1F_2$ și $C_1G_1G_2$ sînt isoscele. Să se exprime laturile egale în funcție de laturile triunghiului dat ABC.

Matematikai Lapok, Budapesta

5943. Să se arate că expresia

$$\sqrt{36+14\sqrt{6}+14\sqrt{5}+6\sqrt{30}}$$

se poate pune sub formă de sumă de rădăcini patrate a patru numere întregi pozitive.

Mathesis, 1962

5944. Dacă $x^2+y^2=1$, să se arate că $\left(1+\frac{1}{x^2}\right)\left(1+\frac{1}{y^2}\right)\geqslant 9$.

Dacă $u^2<1$ și $v^2<1$, să se arate că $0<u^2+v^2-u^2v^2<1$.

* * *

5945. Să se cerceteze dacă există pătrate perfecte de forma abba.

Eugen I. Popa, s.m. 3 Iași

SUBIECTELE LUCRĂRILOR SCRISE DATE LA CEA DE A V-A OLIMPIADĂ INTERNAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ ȚINUTĂ ÎN R. P. POLONĂ, 1963

5946. Să se găsească toate rădăcinile reale ale ecuației

$$\sqrt{x^2-p}+2\sqrt{x^2-1}=x$$

unde p este un parametru real.

5947. Să se găsească, în spațiu, locul geometric al vîrfului unui unghi drept pentru care una din laturi trece printr-un punct fix A, iar cealaltă latura întîlnește un segment dat BC, cel puțin într-un punct.

5948. Fie $a_1, a_2, \ldots, a_n$ laturile consecutive ale unui poligon convex cu n laturi. Să se demonstreze că dacă toate unghiurile poligonului sînt egale și dacă

$$a_1 \geqslant a_2 \geqslant \ldots \geqslant a_n$$

atunci în mod necesar avem

$$a_1 = a_2 = \ldots = a_n.$$

5949. Să se găsească toate soluțiile x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 ale sistemului de ecuații

$$x_5+x_2=yx_1,\ x_1+x_3=yx_2,\ x_2+x_4=yx_3,$$
$$x_3+x_5=yx_4,\ x_4+x_1=yx_5$$

unde y este un parametru

5950. Să se demonstreze că

$$\cos\frac{\pi}{7}-\cos\frac{2\pi}{7}+\cos\frac{3\pi}{7}=\frac{1}{2}.$$

5951. Cinci elevi A, B, C, D, E, au participat la un concurs. S-a încercat să se prevadă dinainte clasificarea la acest concurs. Cineva, care a presupus că aceasta va fi $ABCDE$, nu a prevăzut bine, pentru nici un elev, locul său și nici nu a indicat bine nici o succesiune a doi concurenți consecutivi.

Altă persoană care a presupus că ordinea va fi $DAECB$ a prevăzut just locurile a doi concurenți și de asemenea a găsit bine succesiunea a două perechi de concurenți consecutivi.

Care a fost adevăratul rezultat al concursului?

EXERCIȚII ȘI PROBLEME PROPUSE

PENTRU CLASELE V–VIII *)

E : 2013. Pe o dreaptă se ia segmentul AB și în prelungire $BC = 2AB$. De aceeași parte a dreptei se construiesc triunghiurile echilaterale ABD și BCE. Pe laturile AD, BD, BE și CE se iau respectiv punctele M, N, R, S, astfel că : $AM=MD$; $BN=ND$; $BR=3RE$ și $CS=3SE$. Să se demonstreze că triunghiul BDE este dreptunghic și are aria de două ori cît a triunghiului ABD, iar patrulaterul $MNSR$ este un paralelogram de aceeași arie cu a triunghiului ABD.

C. Ionescu-Țiu

E : 2014. Se dă diametrul $2r$ al tamburului unei rulete de oțel de lungime l și grosime g. Să se afle diametrul ruletei înfășurate.

Aplicație numerică $r = 2$ cm, $l = 50$ m, $g = 0{,}157$ cm.

Brînzei P. Dan, elev Iași

E : 2015. Dacă $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=0$ atunci

$$\frac{bc}{a^2}+\frac{ca}{b^2}+\frac{ab}{c^2}=3.$$

Atanasiu Ionel, prof. Gugești

E : 2016. Un elev depune la CEC o sumă de bani. Pentru anumite trebuințe scoate această sumă în două rînduri. A doua oară scoate $^3/_5$ din

---

*) V (E : 2014, 2016, 2018, 2021) ; VI (E : 2020, 2022, 2024, 2025) ; VII (E : 2013, 2015, 2024).

banii scoși prima dată. Știind că a scos prima oară cu 43 lei mai mult decît a doua oară, să se afle ce sumă a avut elevul la CEC.

Sulă Octavian, Iași

E : 2017. Să se arate că dacă $a+b=1$, avem :

$$a^4+b^4-2a^3-2a^2b^2+a^2-2b^3+b^2=0.$$

Augustin I. Matei, Cluj

E : 2018. O G.A.C. a arat în prima zi $^2/_7$ din suprafața unui teren, a doua zi $^3/_5$ din rest, a treia zi $^2/_3$ din noul rest, iar în a patra zi cu 28 ha mai puțin ca în a doua zi. Ce suprafață de teren a arat G.A.C. în cele patru zile și cît s-a arat în fiecare zi ?

* * *

E : 2019. Să se arate că :

$$\frac{(a+b)^3-(a-b)^3}{a^4+b^4+(a^2-b^2)^2+(a-b)^4} : \frac{(a+b)^2-(a-b)^2}{(a+b)^3+(a-b)^3}=1.$$

D. Mihalașcu, Pitești

E : 2020. Să se găsească ce numere cuprinse între 1 și 1 000 sînt în același timp pătrate și cuburi perfecte.

Al. Popa, elev Pucioasa

E : 2021. La un magazin se vînd ciorapi cu prețul de 3 lei, 8 lei și 16 lei perechea. În total se vînd 1235 de perechi și ise încasează o sumă de 8695. lei.

Să se afle cîte perechi de ciorapi s-au vîndut din fiecare fel, știind că perechile de ciorapi cu prețul de lei 3 s-au vîndut cu 25 mai puține ca perechile de ciorapi cu prețul de 8 lei și 16 lei la un loc.

* * *

E : 2022. Prin îmbunătățirea organizării procesului de producție numărul muncitorilor care compuneau o echipă de montaj a unor motoare electrice s-a redus de la 5 la 4, producția lunară a echipei rămînînd neschimbată. Să se afle cu cît la sută a crescut productivitatea muncii.

* * *

E : 2023. O G.A.C. a însilozat în prima zi $\frac{3}{11}$ din întreaga cantitate de porumb verde cu care era planificată ; a doua zi a însilozat $\frac{1}{4}$ din

rest; a treia zi, $\frac{2}{7}$ din noul rest și apoi $\frac{7}{9}$ din ultimul rest, după care au mai rămas de însilozat 2 tone. Să se afle cîte tone de porumb verde au fost planificate de gospodăria agricolă colectivă pentru a fi însilozate.

* * *

E : 2025. Printr-un fir de cupru lung de 600 m și cu diametrul 0,07 cm trece un curent cu intensitatea de 27 A. Se cere tensiunea dintre capetele firului (ρ pentru cupru $= 0{,}0168$).

* * *

E : 2024. Să se afle valorile lui x pentru care avem :

$$\frac{1}{\frac{1}{x}-\frac{1}{ax}}+\frac{1}{\frac{1}{x}-\frac{a}{x}}=x\,;\qquad \frac{1}{\frac{1}{a}-\frac{1}{ax}}+\frac{1}{\frac{1}{a}-\frac{x}{a}}=a.$$

C. Ionescu-Țiu

CĂRȚI NOI DE MATEMATICĂ

1. * * * : *Ipotezele care stau la baza geometriei de B .Riemann* (Studii și comentarii de *E. Gergely*). Editura Tehnică, 1963. Biblioteca Societății de Științe Matematice și Fizice din R.P.R. Nr. 55.

Lucrarea cuprinde textul integral scris de B. Riemann. În această problemă, comentariile lui R. Dedekind, H. Weber și ale lui H. Weyl, cum și o sinteză a comentariilor elaborate de savanți sovietici și romîni, urmată de un comentariu al prof. dr. E. Gergely.

O bogată listă bibliografică pune pe cititor în situația de a-și completa și dezvolta cunoștințele în problema ipotezelor care stau la baza geometriei.

Cartea se adresează studenților, cercetătorilor științifici, profesorilor și inginerilor interesați în această problemă.

2. *A. Haimovici : Grupuri de transformări.* Editura didactică și pedagogică, 1963. Biblioteca Societății de Științe Matematice și Fizice din R.P.R. nr. 57.

Apariția broșurii de față în Colecția bibliotecii Societății de matematică și fizică se înscrie în activitatea pe care o duce „Societatea" pe linia contribuției sale la adaptarea programelor analitice de matematici din școlile medii, în funcție de stadiul actual al științei în general și al matematicilor în special, și de nivelul înțelegerii elevilor.

Lucrarea a fost scrisă cu intenția de a putea fi folosită și de elevi. Doar capitolul IV este mai puțin accesibil acestora. El poate fi însă urmărit de elevii ultimei clase și absolvenții școlilor medii iubitori de matematică.

Tabla de materii : I. Transformări elementare (translația în plan, rotația în jurul unui punct în plan, simetria față de o axă în plan, omotetia în plan, exerciții). II. Grupul afin (transformări afine, geometria afină unimodulară, geometria centro-afină, geometria asemănărilor, geometria metrică, exerciții). III. Grupul proiectiv (coordonate omogene, grupul proiectiv, proprietăți proiective, geometrie proiectivă). Cap. IV. Geometrii Cayleyene. Cap. V. Despre noțiunile generale de grup, de echivalență, de geometrie.

3. *A. M. Iaglom, I. M. Iaglom : Probabilitate și informație,* Editura didactică și pedagogică, 1963.

Această carte este o introducere accesibilă într-un nou domeniu al matematicii, teoria informației, strîns legată de cibernetică și care are o serie de aplicații în tehnica telecomunicațiilor, în lingvistică, în biologie etc. În ediția a doua întregul text a fost supus unei revizii minuțioase, aducîndu-i-se numeroase îmbunătățiri. A fost lărgită considerabil analiza

problemelor cu caracter aplicativ. Sînt prezentate date despre caracteristicile informaționale ale unor tipuri concrete de mesaje (limba scrisă) și cea vorbită, foto-telegramele, televiziunea etc.).

Pentru citirea cărții sînt suficiente cunoștințele de matematică din școala medie. Cartea se adresează elevilor din clasele superioare, studenților, corpului didactic din învățămîntul mediu și superior, inginerilor de telecomunicații, specialiștilor în domeniul fizicii, al biologiei, al lingvisticii.

Tabla de materii: I. Probabilitate. II. Entropie și informații. III. Rezolvarea unor probleme de logică cu ajutorul calculului informației. IV. Aplicarea teoriei informației la problema transmiterii mesajelor. Anexa I. Proprietăți ale funcțiilor convexe. Anexa II. Unele inegalități. Anexa III. Tabela valorilor lui — plogp.

4. *O. Sacter. Culegere de probleme de matematici* propuse la examenele scrise de maturitate și de admitere în institute și facultăți, ediția a treia, revizuită și adăugită. Editura tehnică, 1963.

Lucrarea conține probleme date la examene de admitere în institute și facultăți între anii 1951—1962 și la examenele de maturitate între anii 1957—1962. Ea cuprinde probleme de algebră, geometrie, trigonometrie, geometrie analitică și analiză, grupate pe discipline și separat probleme de sinteză.

Problemele corespund tuturor gradelor de dificultate: ușoare, grele și foarte grele.

Rezolvîndu-le, cititorii parcurg teoremele importante din matematica predată în școlile medii de cultură generală și capătă îndemînare pentru rezolvarea altor probleme asemănătoare.

Lucrarea se adresează elevilor din ultimele clase, candidaților la examenele de maturitate și la examenele de admitere în învățămîntul superior.

Tabla de materii: I. Algebră. II. Geometrie. III. Trigonometrie. IV. Geometrie analitică. V. Analiză matematică. VI. Probleme diverse.

5. *D. Boiangiu, E. Nicolau, C. Niță. Instrumente dispozitive și mașini matematice.* Editura tehnică, 1963.

In această lucrare sînt prezentate principalele instrumente, dispozitive și mașini matematice de tip mecanic, pneumatic, electric, electromecanic și electronic.

Cartea se adresează cercurilor largi de ingineri, tehnicieni și studenți, care se interesează de diferitele aspecte ale utilizării instrumentelor, dispozitivelor și mașinilor matematice, precum și tuturor acelora care vor să cunoască principiul de funcționare și modul de folosire a principalelor tipuri de dispozitive, instrumente și mașini matematice, întîlnite în diferite ramuri de activitate.

Tabla de materii: I. Dispozitive de calcul pentru operații prin analogie. II. Instrumente pentru trasarea curbelor. III. Aparate matematice pentru diferențierea și integrarea funcțiilor și funcțiilor de funcție. IV. Mașini de calcul. V. Calculatoare digitale. VI. Principii de programare a calculatoarelor electronice digitale. VII. Calculatoare analogice de tip electronic. VIII. Utilizarea calculatoarelor analogice universale. IX. Calculatoare analogice speciale. X. Modele pentru integrarea ecuațiilor cu derivate parțiale.

CĂRȚI NOI DE FIZICĂ

1. *Angela Negulescu: Demonstrații experimentale pentru lecțiile de fizică* (mecanica, căldura). Editura didactică și pedagogică — 1963. Biblioteca Societății de științe matematice și fizice din R.P.R. Nr. 56.

In lucrarea de față sînt prezentate o serie de experiențe demonstrative privitoare la materia de fizică ce se predă în clasa a VIII-a și a IX-a.

Profesorul de fizică găsește în această lucrare descrierea multor experiențe cu ajutorul cărora poate întări expunerea teoretică formînd la elevi noțiuni clare asupra fenomenelor și legilor fizice.

Experiențele sînt prezentate într-o succesiune logică a ideilor, ajutînd la intuirea fenomenelor din mecanică și căldură.

In lucrare sînt prezentate experiențe numeroase și variate, pentru ca profesorul să poată selecționa pe acelea care sînt mai potrivite posibilităților locale.

In scopul ușurării executării experiențelor, descrierea lor este însoțită de numeroase scheme și desene.

Experiențele descrise sînt mai ales dintre acelea ce pot să fie executate cu mijloace proprii. Unele experiențe pot fi executate de către elevi în cadrul cercurilor de fizică, altele pot fi date ca teme pentru acasă.

2. *Corneliu Buzatu: Culegere de probleme de fizică.* Ediția a III-a. Editura Tehnică, 1963.

Cartea cuprinde probleme rezolvate din capitolele: mecanică, acustică, căldură, electricitate, optică și fizică atomică.

Pentru a veni în ajutorul candidaților la examenele de admitere în învățămîntul superior, în carte sînt cuprinse un număr însemnat de probleme avînd un grad de complexitate mai mare.

Față de edițiile precedente, ediția de față a fost completată cu scurte introduceri teoretice pentru fiecare capitol. De asemenea au fost introduse probleme noi, iar rezolvările altor probleme au fost revizuite și îmbunătățite; s-a accentuat introducerea sistemului internațional de unități.

RUBRICA REZOLVITORILOR DE PROBLEME

Soluții bune primite pînă la 20 aprilie a.c. (urmare)

CLUJ. Duțu Cornel (sergent UM 1909) (5601, 06, 19, 29, 38, 41, 44, 46, 50—52, 56, 59, 60, 65, 69, 71, 74, 77, 78, 82, 83, 88, 89, 91, 95). **Ş.m. N. Bălcescu. Cl. VI. Man Augustin** (E: 1926, 41, 43, 44, 47, 48, 50). **Cl. VIII. Popa Delia** (E: 1900, 30, 31, 34, 41, 52, 58; 5591, 629, 47, 88, 706), **Trif Damian** (E: 1926—28, 31, 34, 35, 39, 41, 48; 5604, 29, 44, 47). **Ş.m. Gheorghe Barițiu. Cl. X. Călugăreanu Grigore** (5590, 91, 95, 99, 600, 04, 12, 17, 19, 24, 26, 29, 31, 46, 47, 52, 69, 70, 74, 53, 69, 70, 74, 75, 87—89, 92, 701, 06, 08), **Marian Iuliu** (5507, 08, 11, 13, 17, 21, 33, 36, 37, 41, 51—53, 59, 65, 66, 77, 84). **Ş.m. Emil Racoviță. Cl. VII. Lascu Ioan** (E: 1926, 27, 34, 35, 39, 41, 48, 50, 52, 53; 5678, 83). **Cl. VIII. Marfievici Andrei** (E: 1926, 27, 30—32, 35, 47, 48, 59; 5591, 604, 24, 29, 88, 89). **Cl. X. Aurori Marta** (5591, 604, 09, 12, 24, 29, 46, 52, 77, 78, 83, 701). **Cl. XI. Andrei Adrian** (5612, 24, 29, 44, 47, 66, 69, 74, 78, 79, 82, 83, 701, 06, 08), **Bodea Ecaterina** (5591, 604, 08, 12, 24, 29, 41, 47, 52, 77, 78, 88, 710), **Feuer Reghina** (5591, 604, 13, 19, 24, 29, 39, 41, 47, 52, 78, 88), **Petreanu Leila** (5542, 54, 55, 61, 84—86, 91, 613, 24, 29, 37, 39, 41, 46, 47), **Radu Valeria** (5591, 604, 13, 19, 24, 29, 41, 47, 52, 77, 78, 83, 88), **Tăpălagă Livia** (5591, 604, 13, 24, 29, 41, 47, 52, 77, 78, 80, 88, 89, 710). **Ş.m. 13. Cl. VII. Stoian Daniela** (E: 1930, 40, 41, 48, 52, 53, 54, 57, 58). **Ş.m. 14. Cl. XI. Heim Rika** (E: 1894, 95, 98—900, 02, 04, 05, 07), **Ludu Mircea** (5591, 97, 601, 02, 13, 24, 30, 37, 38—41, 46, 52).

COGEALIC (Dobrogea). Ş.m. cl. VIII. Dumitru Constantin (E: 1926, 27, 30, 31, 34, 39, 40, 41, 43, 45, 46, 48, 50, 52, 57, 58; 5591, 604, 27, 29, 46, 78, 81, 88, 89, 706), **Jeaca Mihai** (E: 1926, 28, 30, 34, 39, 41, 43, 45, 46, 48, 50; 5591, 604, 29, 47).

CONSTANȚA. Ş.m. 1. Cl. VII. Dobrogeanu M. (E: 1932, 51, 52, 54, 55, 57—60; 5604, 27, 76, 81, 701), **Odae Cornelia** (E: 1932, 35, 51, 54, 56, 57, 59, 60, 62, 63; 5604, 27, 76, 81, 701). **Cl. VIII. Brod Camelia** (E: 1926, 27, 29—32, 35—38, 41, 47—50, 53—57, 59, 60, 62, 63; 5591, 604, 27, 29, 44, 47, 76, 81, 85, 88, 701, 06, 10), **Florescu Sever** (E: 1926—28, 30, 32, 34, 41, 46—48, 50; 5591, 604, 08, 27, 29, 47), **Grădinaru Viorica** (E: 1931, 46, 48, 50, 52, 54, 63; 5591, 604, 29, 46, 48), **Ignat Adrian** (E: 1926—28, 41, 44, 48, 50, 52, 55; 5594, 629, 46, 88, 89), **Papari Iulia** (E: 1931, 41, 46, 48, 50, 52, 59; 5591, 29, 604, 46, 48), **Vătuș Anca** (5594, 27, 30, 46, 47, 79, 81, 85, 88, 89, 691, 706, 10). **Cl. X. Florescu Gh.** (5591, 92, 95, 98, 600, 04, 08, 12, 15, 17, 19, 22), **Leu Mihai** (5591, 604, 06, 09, 21, 24, 29, 47, 52, 56, 59, 65, 66, 76—78, 81, 83, 88, 701, 06). **Ş.m. 2. Cl. VII. Ianopol Gh.** (E: 1926, 27, 29—32, 35—39, 46, 49—51, 53—60, 62, 63; 5604, 27, 76, 81, 701), **Kreissl Carmen** (5588, 91, 600, 04, 12, 15, 19, 24, 29, 44, 46, 52, 58, 62, 66, 76—79, 81, 83, 88, 701, 06). **Ş.m. 3. Cl. IX. Răduinea Nicolae** (E: 1894, 95, 97, 99, 902, 04, 46, 48, 50, 51, 58, 59, 61; 5481, 90, 94, 506, 56, 64, 929, 44, 46, 47, 60, 69, 74, 77, P). **Ş.m. 4. Cl. X. Cătană Marian** (5584, 91, 605, 09, 15, 17, 29, 43, 44, 46, 52, 60, 62, 65, 66, 69, 74, 76—79, 81—83, 88, 89, 701, 10), **Luca Ion** (5541, 44, 45, 51—53, 55, 59, 60, 62, 64, 66, 67, 69, 76, 77, 80, 91, 92, 94, 604, 09, 10, 15, 17, 19, 21, 27, 29, 30, 31, 43, 44, 46, 47, 52, 56, 59, 60, 65; P).

CORABIA. Ş.m. Cl. VIII. Gheorghiu Liana (E: 1926, 36, 41, 46—48, 50, 61; 5629, 88, 89, 710). Cl. IX. Delu Maria (E: 1938, 46, 48, 50, 54, 58; 5591, 94, 604, 29, 45, 65, 77, 88, 89, 701, 10).

COROIEŞTI (Iaşi). Şc. elem. Cl. VII. Bertea Ion (E: 1926, 31, 34, 39, 41, 43, 45, 46, 48, 50), Chiru Teodor (idem), Paraschiv Gh. (idem).

COSTEŞTI. Ş.m. Cl. VIII. Ianeci Ion (E: 1926, 39, 46, 48, 50, 55, 58, 61; 5591). Cl. XI. Burciu Marin (5542, 52, 56, 59, 66, 68, 74, 84, 91, 600, 15, 17, 66, 67, 69—72, 74, 79—83, 89, 701).

CRAIOVA. Ş.m. 1. Cl. VI. Sevah Anca (E: 1934, 40, 41, 43—45, 48, 50, 84). Cl. VII. Păun Ion (E: 1919, 22, 30, 34, 39, 41, 44, 47, 48, 50), Slabu Viorel (E: 1926—28, 30, 31, 34—36, 44—46, 48, 50). Cl. VIII. Conescu Mihai (E: 1926, 27, 31, 35, 36, 39—41, 43, 46—48, 50; 5591, 624, 29, 46), Pascu Doina (E: 1926, 35, 36, 46, 48, 54—56, 58, 61; 5591, 608, 24, 29, 47, 706). Cl. IX. Bîscă Octavian (5590, 91, 94, 600, 04, 08, 10, 12, 13, 15, 17, 19, 22, 24—27, 29, 30, 38, 44, 46—48, 53, 56, 59, 63, 65, 66, 69, 74, 77, 79, 81—83, 85, 88, 89, 91, 95, 701, 05, 06, 10), Enache Doina (5590, 91, 44, 600, 04, 12, 29, 46, 53, 69, 74, 89, 710), Prodana Florea (5590, 91, 94, 604, 17, 19, 24, 25, 27, 29, 30, 48). Cl. X. Ciovică Valeriu (5592, 94, 603, 09, 12, 46, 52, 60, 66, 69, 71, 74, 77, 78, 80, 89), Muşetescu I. (5591, 94, 604, 24, 29, 30, 38, 44—46, 62—64), Popescu Alexandru (5591, 604, 09, 24, 29, 44, 46, 52, 62, 66, 77, 78, 88, 701), Vasilescu Constantin (idem). Cl. XI. Iser Liliana (5590—92, 97, 601, 04, 09, 15, 18, 19, 24, 29, 37, 46, 52, 58), Miluţ Vlad (5590, 91, 95, 600, 04, 15, 19, 29, 37, 46, 74, 80, 88, 89, 92, 706), Zimmel Silvia (5602, 18, 39, 41, 50, 66, 73, 75, 77—79, 82, 89, 92, 701). Ş.m. 2. Cl. VIII. Petrescu A. Ion (E: 1926—32, 34—37, 39; 5591, 604, 08). Cl. IX. Cojocaru Mariana (5591, 604, 15, 24, 29, 46, 66, 69, 74, 76, 79, 81, 85, 88, 89, 91, 701, 06), Rusu Aurelian (E: 1926, 29—31, 34—36, 38, 41, 44, 46—48, 50, 54, 58, 61; 5591, 98, 604, 17, 19, 24, 29, 46, 52, 66, 74, 76, 78, 79, 81, 83, 84, 87—89, 91, 701, 06; P). Cl. X. Dragotă Georgel (5588, 92, 610, 17, 19, 24, 29, 43, 44, 46, 47, 51, 52, 59, 65), Graffer Mircea (5542, 49, 50, 68, 72, 88, 92, 99, 601, 10, 13, 38, 43, 51, 54, 56, 58, 59, 63, 65, 66, 69—71, 73—83, 87—89, 92, 701, 06, 08, 10; P). Cl. XI. Gaber Emil (5590—94, 97, 98, 601—04, 13, 15, 17—20, 22, 51), Vasile Cornel (5600, 01, 15, 37, 38, 64, 66, 67, 70, 74, 80, 85, 88, 91, 92, 806, 07, 10). Ş.m. 3. Cl. X. Hanchievici Kristiana (5624, 29, 66, 69—71, 74, 76, 79, 81, 87—89, 701, 06, 07), Popa Doina (5591, 615, 29, 31, 46, 54, 66, 70, 71, 79, 81, 83, 701, 02, 06, 07, 10), Săvescu Delia (5591, 604, 24, 29, 46, 66, 69—71, 74, 76, 79, 84, 87—89, 701, 05, 07, 10). Cl. XI. Parpală V. (5629, 37, 44, 46, 47, 52, 66, 67, 71, 74, 78, 80, 82, 83, 92, 701). Ş.m. 4. Cl. X. Boicescu Vlad (5542, 50, 53, 65, 69, 72, 76, 77, 90, 91—94, 600, 01, 05, 09, 12, 13, 15, 17, 19, 21, 22, 24, 27, 29, 38, 41, 43, 44, 46, 47, 52—54, 57—60, 65, 66, 69—71, 73—83, 88, 89, 92, 701, 05—08), Gavrilă Gh. (5552, 53, 59, 60, 62, 66, 84, 90, 91, 604, 12, 13, 17, 19, 24, 29, 34, 41, 44—47, 52, 66, 69, 71, 74, 75, 77—81, 83, 88, 701, 10, P), Niculescu Gh. (5507, 33, 35—37, 52, 53, 56, 59, 62, 66, 91, 612, 29, 46, 52).

CUCA (Argeş). Şc. elem. Cl. VI. Matei Eustaţiu (E: 1920, 22, 28, 30, 34, 35, 39, 41, 43, 45).

CURTEA DE ARGEŞ. Ş.m. cl. XI. Vasilescu Pompiliu (5617, 19, 21, 24, 25, 29, 35, 37, 39, 41, 46, 60, 61, 69, 71, 74, 78, 80, 82, 83, 701; P), Turtă Vasile (5541, 51, 65—68, 73, 74, 84, 600, 15, 17—21).

CURTICI. Ş.m. Cl. VIII. Mihu Cristian (E: 1926, 27, 30, 31, 36, 46, 48, 50; 5591, 29, 44, 46, 88, 89), Mocuţa Gh. (E: 1926, 27, 31, 36, 48, 50, 52—54; 5644, 88, 89), Vărădeu Elena (E: 1926, 34, 39, 41, 46—48, 50, 52—54; 5683).

DEJ. Ş.m. Cl. IX. Dodan Ion (5563, 66, 84, 90, 91, 600, 04, 29, 44, 45, 47), Lucaciu Marius (5520, 53, 56, 63, 84, 91, 604, 29, 44, 45, 46). Cl. XI. Straniski Marius (5591, 601, 12, 19, 24, 29, 39, 69, 71, 73—75, 80, 92, 710).

DEVA. Ş.m. Cl. X. Costică Mihai (5590, 91, 604, 24, 29, 44, 46, 52, 60, 69, 74, 77—79, 81, 83, 88, 89, 701).

DETA (Banat). Ş.m. Cl. X. Cîrneacihchi Branco (5666, 69—71, 74, 76—79, 81—83, 88, 701). (În viitor nu se va mai lua în consideraţie rezolvarea problemelor fără enunţul respectiv).

DOROHOI. Ş.m. 1. Cl. VIII. Cower Nesa (E: 1926, 39, 41, 44—46, 48, 50, 58; 5591, 629, 46, 88, 89). Cl. X. Marcovici Berthold (5591, 609, 15, 24, 29, 44—47, 52, 56, 59, 65, 66, 74, 76—78, 81, 83, 706).

DRĂGĂŞANI. Ş.m. Cl. VII. Stanca Emilian (E: 1922, 26, 39, 41, 44, 48, 50; 5591, 608, 24, 29, 46). Cl. XI.

Carcadia Florea (5666, 69, 70, 73, 74, 78—81, 83, 86, 88, 89, 92).

FĂGĂRAŞ. Ş.m. 2. Cl. IX. Grama Gh. (5466, 91, 92, 624, 43, 45, 55, 56, 59, 60, 65, 78, 79, 83).

FĂGET (Banat). Ş.m. Cl. X. Barbani Coriolan (5591, 98, 604, 24, 29, 44, 46, 47, 69, 74, 77, 88, 89. 95), Capotescu Ioan (5591, 98, 610, 19, 29, 44—47, 88, 89, 95), Pătruescu Marius (5591, 98, 600, 04, 17, 19, 24, 29, 44, 46—48, 74, 77).

FĂUREI. Ş.m. Cl. VIII. Broască Neaga (E: 1926, 28, 29, 31, 34, 36, 37, 41, 44—46, 48, 50, 52, 53, 55, 57—59, 65; 604, 47, 88, 706).

FETEŞTI. Ş.m. Cl. IX. Gonciar Ştefan (5541, 44, 55, 59, 66, 68, 77, 91, 94, 604, 08, 19). Cl. XI. Nicolae Sergiu (5591, 600, 04, 15, 19, 23, 24, 27, 29, 37, 44, 46, 58, 60, 64, 65, 67, 69, 70, 71, 74, 76—83, 89, 706, 07).

FOCŞANI. Şc. elem. nr. 2. Cl. V. Kramer Josif (E: 1921, 25, 34, 37, 39, 41, 48, 50).

Ş.m. Unirea. Cl. VII. Liucă Lucia (E: 1934, 39, 41, 48, 53, 58; 5604) Cl. IX. Fulger Mihaela (5553, 91, 604, 29, 47, 79, 87—89, 706). Cl. X. Gheţu Luminiţa (5545, 55, 63, 629, 44—48, 66, 70, 74, 78, 81, 89), Haneş Mariana (5591, 94, 604, 09, 12, 24, 27, 29, 46, 47, 51, 52, 88, 89, 91, 701, 02, 06), Mendelsohn Zephy (5521, 41, 44, 45, 51—55, 58—60, 62—64, 66, 67, 73, 84, 90—92, 94, 95, 98, 600, 04, 08—10, 12, 13, 15, 17, 19, 24, 27, 29, 33, 43, 46, 47, 51, 52).

GĂIEŞTI. Ş.m. Cl. VIII. Prodan Ion (E: 1943, 48, 50, 52, 54, 58; 5629, 44, 46, 88, 89, 91, 706; P).

GALAŢI. Student Codreanu Cornelia (IBG). (5542, 50, 60, 65, 66, 68, 71, 91, 602, 04, 16—18, 23, 29, 34, 41, 46, 60). Şc. elem. nr. 10. Cl. VII. Savin Alexandru (E: 1917—20, 22, 25, 34, 39, 41, 48, 50, 56, 58). Şc. elem. nr. 15. Cl. VII. Manoliu Elena (E: 1926—28, 30, 34, 35, 37—40), Savin Alexandru (E: 1926, 27, 34, 41, 48, 55, 61). Şc. elem. nr. 21. Cl. VI. Carabogdan Elena (E: 1944, 47, 50, 53, 55, 56, 62). Şc. elem. nr. 22. Cl. VII. Nicodim Viorica (E: 1943, 46, 48, 50; 5591, 604, 29, 46). Şc. elem. nr. 23. Cl. VI. Lovin George (E: 1934, 37, 41, 43, 53, 54, 56), Rusu Ecaterina (E: 1943, 44, 53, 55, 56, 59, 62). Cl. VII. Bejan Ortansa (E: 1944, 48, 50, 55, 57, 58, 61, 62), Buboiu Săndiţa (E: 1926, 28, 34, 51, 52, 54, 56), Gabroveanu Rodica (E: 1926, 36, 41, 46, 48, 53, 55, 58, 61), Ghineş Angela (E: 1926, 34, 35, 39, 41, 44, 48), Dinu Smaranda (E: 1919, 21, 26, 28, 34, 35, 39, 46, 50), Lupoaie Marian (E: 1951, 53—58), Rusu Antoaneta (E: 1926, 45, 46, 51, 53, 55, 58), Rădulescu Geta (E: 1926, 34, 35, 39, 41, 44, 48), Wagner Ştefan (E: 1936, 41, 46, 48, 50, 54, 57). Şc. elem. nr. 24. Cl. VII. Boeru Veronica (E: 1927, 29, 31, 34, 36, 39, 44), Herşcovici Isaia (E: 1943, 46—50, 52, 56—58).

Ş.m. 1. Cl. IX. Andrei Violeta (5591, 604, 24, 29, 46, 69, 74, 76, 79, 81, 88, 89), Davidsohn Mihaela (5624, 29, 30, 46, 53, 60, 69, 74, 76, 79, 81, 85, 88, 89, 703), Vîrgolici Eugen (E: 1926, 27, 30, 34, 37, 39, 41, 43; 5591, 94, 604, 15, 24, 29). Cl. X. Reichmann Sebastian (5591, 604, 08, 10, 19, 21, 24, 29, 51, 52, 60, 69, 71, 74, 78, 83, 88, 701). Ş.m. 2. Cl. VIII. Iordan Emil (E: 1917—26, 28; 5558), Mocanu Marian (E: 1936, 52, 55—58, 61, 63; 5644, 47, 62, 706), Picaş Gherghina (E: 1926, 30—32, 34, 36, 41; 5591, 604, 24, 29, 46). Cl. X. Bitică Constantin (5591, 606, 24, 29, 44, 46, 52, 66, 78, 81, 83, 88), Grecu Valeriu (5591, 604, 09, 21, 29, 44, 47, 48, 52, 59, 74, 76, 78, 81, 83, 88), Iliescu Mioara (5591, 604, 24, 29, 46, 47, 52, 65, 76, 81, 89, 706), Marin Marusina (5544, 49—51, 59, 73, 77, 84, 90, 612, 13, 701), Roşu Gh. (5591, 94, 604, 08, 09, 21, 24, 29, 31, 44, 46, 52). Cl. XI. Dadu Marian (5542, 45, 50—53, 56, 59—62, 65, 66, 68, 70, 74, 81, 83, 84, 90, 91, 94, 97, 601, 02, 04, 09, 12, 13, 15—22, 24, 29, 38, 39, 41, 44, 46, 47, 52, 54, 57, 60, 63, 64). Ş.m. 3. Cl. VIII. Parlapan Liliana (E: 1929, 33, 38, 46, 48, 52, 57, 58, 61, 63; 5629, 46, 88). Cl. IX. Selinger Silvia (5541, 52, 53, 59, 62, 63, 66, 91, 94, 604, 08, 19). Cl. XI. Palic Teodor (5542, 626, 29, 31, 35, 43, 44, 46, 47, 70, 88, 706). Ş.m. 4. Cl. IX. Iacobovici Raul (5541, 44, 51, 52, 54, 59, 63, 69, 73, 84, 91, 93, 94). Ş.m. 5. Cl. VIII. Angelescu Gabriela (E: 1916—19, 22, 23, 25, 26, 30; 5552, 60, 63, 91), Burluc Jenica (E: 1916—20, 22, 23, 25, 26; 5552, 60, 63), Dolea Aurelia (E: 1916—18, 21—23, 25, 26, 30; 5552, 60, 63, 91, 604), Dudu George (E: 1918, 21, 26, 39, 41, 44—48). Ş.m. 5. Cl. VIII. Ion Georgeta (E: 1918, 20, 22, 26, 37, 46, 48, 50; 5558—60, 91, 604, 06, 29, 62), Levitchi Rodica (E: 1916—18, 20, 22, 23, 25, 30; 5552, 60, 63, 91, 604), Măceacă Ionel (E: 1917, 21, 23, 35, 41, 48, 50, 52, 53, 61; 644). Cl. IX. Kesler Hendy (5552, 58, 59, 94, 604, 06, 08, 10, 17, 21), Stoian Violeta (E: 1936, 43, 46, 48, 50; 5591, 604, 24, 29, 46). Cl.

X. Bejan Stela (5545, 52, 53, 65, 91—94, 600, 04, 29, 46, 62), Drăguşan Constantin (5552, 65, 62, 66, 88, 91, 604, 29, 44), Ghelţ Elena (5545, 52, 53, 65, 91—94, 600, 04, 29, 46, 51, 52), Gherega Emilian (5552, 53, 60, 65, 66, 88, 91, 604, 24, 29, 44, 46, 47, 51, 52), Luculescu Dumitru (5552, 53, 60, 65, 66, 88, 90, 91, 600, 04, 24, 29, 44, 46, 47). Cl. XI. Lucaci Nicolae (5544, 49, 51, 52, 59, 60, 65, 67, 68, 77, 84, 90, 91). Ş.m. 7. Cl. V. Dumitriu George (E: 1926—28, 35, 41, 45, 48, 50, 61). Cl. VII. Blănaru Elena (E: 1928, 34, 39, 41, 43, 46, 48, 50), Constantinescu Doina (E: 1926, 29, 38, 48, 50, 54, 61), Durubacă Viorica (E: 1934, 39, 41, 43, 46, 48, 50; 5604), Iorga George (E: 1929, 30, 34, 44, 50, 591, 6291). Cl. VIII. Pascu Valerică (E: 1913, 26, 28—31, 34—36, 48, 50; 5591, 604, 29).

GATAIA. Ş.m. Cl. XI. Jurcă Petru (5591, 602, 04, 13, 15, 24, 29, 37, 39, 41, 46, 47).

GOVORA. Şc. elem. Cl. V. Geoiculeasa Viorica (E: 1910—13, 15, 20, 28).

GIURGIU. Ş.m. Cl. IX. **Ivanov Ilie** (5590, 91, 94, 604, 15, 17, 19, 24, 29, 44—48, 52, 53, 56, 58—60, 66, 69, 74, 76—79, 81, 83, 87—89, 95, 701, 05, 06, 10), Măcăneaţă Miron (5591, 604, 17, 29, 46, 60, 66, 69, 74, 79, 81, 88, 706, 10). Cl. X. Berbec Nicolae (5541, 44, 51, 52, 59, 63—66, 69, 73, 84, 91, 601, 04, 12), Marinescu Gh. (5552, 91, 604, 09, 17, 29, 46, 53, 69, 74, 83, 87, 88), Scraba Dumitru (5588, 91, 604, 09, 15, 17, 21, 24, 29, 44, 47, 51, 52, 65), Tănase Marcel (5591, 609, 19, 29, 44, 47, 51, 52, 66, 69, 74, 77, 83, 88, 89, 95, 705), Vasilief Nicolae (5591, 604, 17, 19, 29, 46, 47, 52, 66, 70, 71, 78, 79, 81, 83, 88, 89, 706), Vîrban Viorel (5590, 91, 94, 604, 09, 15, 19, 21, 24, 29, 44, 46, 47, 51, 52), **Vlad Paul** (5588, 90, 91, 94, 604, 09, 15, 19, 21, 24, 29, 44, 45—48, 51—53, 56, 60, 65, 66, 69, 71, 74, 76—79, 81, 83, 87—89, 701, 05, 06, 10).

IBĂNEŞTI (Suceava). Şc. elem. Cl. VII. Toma Eugen (E: 1928, 36, 39, 43, 48, 50, 41, 46, 47).

IANCA (Galaţi). Ş.m. Cl. IX. Tăbîrcă Ianca (5591, 604, 29, 46, 65, 69, 77, 79, 81, 88, 89).

IAŞI. Studenţi. Ciornea D. (5531, 33, 36, 37, 91, 617, 18, 19, 21, 39, 41, 52, 71, 74, 77, 78, 79, 80, 83, 99). Şc. elem. 2. Cl. VI. Susai Marcela (E: 1926—28, 34, 39, 41, 48).

Ş.m. 1. Cl. XI. Ciureanu Anhela (5591, 615, 17—20, 24, 29, 39, 41, 46, 66, 69, 73—75, 80, 88), **Haim Marcel** (5588, 91, 94, 97, 600, 02, 04, 06, 09—13, 15—19, 21, 24, 29, 37—41, 43, 44, 46—48, 51, 52, 56, 58, 60, 62—65). Ş.m. 2. Cl. VII. Leizer Marica (E: 1915, 19, 22, 24, 31, 36, 48). Cl. IX. Alexandru Dimitrie (5591, 608, 10, 24, 29, 44, 46—48, 56, 59, 65, 74, 76, 81, 705), Chiorpec Magda (5591, 604, 24, 29, 46, 74, 85, 88, 89, 705). Ş.m. 3. Cl. VI. Linde Radu (E: 1926—28, 34, 35, 37, 41), Cl. X. **Ciobanu Lucian** (5591, 92, 94, 604, 08, 09, 12, 15, 17, 19, 22, 24, 29, 43, 44, 46—48, 62, 63, 65, 66, 69—71, 74, 77—79, 81, 83, 88, 89, 95, 701, 05, 06), Dobre Traian (5591, 600, 04, 15, 17, 22, 29, 47, 54, 66, 75, 79—81, 88, 701), Eperjesy Gh. (5591, 94, 604, 15, 17, 19, 22, 24, 29, 43, 44, 45, 47, 52, 60, 66, 69—71, 78, 79, 81, 83, 88, 89, 701, 07), Paidos Constantin (5591, 604, 15, 24, 29, 44, 46, 66, 69—71, 74, 79, 81, 83, 87, 88, 701, 06). Cl. XI. Cosma Adrian (5629, 30, 68, 70, 72—75, 80, 81), Largu Mihai (5552, 60—62, 65, 66, 68, 77, 84, 91, 94, 98, 600, 01, 04, 12, 13, 15—20, 22, 24, 29, 37, 38, 39, 41, 43, 44, 47, 52, 53, 58, 60, 63, 64). Ş.m. 4. Cl. V. Ionescu Dan Radu (E: 1921, 25, 27, 34, 35, 39—41, 48, 50, 55, 56, 61, 62). Cl. VI. Angelescu Romulus (E: 1928, 34, 48, 50, 55, 59, 61), Benchea Nicolae (E: 1941—45, 48, 50). Ş.m. 3. Cl. VI. Oblu Eldorina (E: 1926, 28, 40, 48, 53, 62, 63). Cl. VII. Şerban Elena (E: 1951—63; 5676, 78, 83, 708). Cl. VIII. Rucsăndescu Mioara (E: 1926, 34, 39, 41, 43, 44, 46, 48, 50—52, 54, 55, 57, 61). Cl. XI. Cozma Rodica (5556, 65, 66, 68, 70, 76, 80, 85, 86, 90, 602, 15—20, 23, 37—41, 55, 58, 64). Ş.m. 5. Cl. VIII. Susai Emanoil (E: 1926, 27, 30, 33, 34, 36, 39, 44—46, 48, 50; 5591, 604, 27, 29, 41, 44, 46—48). Ş.m. 6. Cl. VIII. **Baciu Mihai** (E: 1927—30, 32, 34, 36, 41, 44, 46—48, 50; 5604), Şmilovici Silviu (E: 1926, 27, 30, 31, 36, 37, 39, 41, 43, 46, 48, 50, 52—54, 49, 61; 5591, 624, 29, 44, 706). Cl. IX. Bradu Cornelie (5591, 604, 06, 17, 29, 69, 74, 76, 81, 83, 88, 89), Polac Lidia X(5551, 53, 59, 91, 604, 06, 17, 29, 69, 706). Cl. X. Thirer Nonel (5591, 604, X09, 12, 17, 21, 24, 27, 29, 44, 46—48, 52, 66, 69, 74, 76—79, 81, 83, 88, 89, 701, 06). Cl. XI. Bradu Brînduşa (5591, 601, 02, 15, 17, 18, 39, 41, 66—68, 70, 73—75, 78—81, 83), Marcovici Iosif (5615, 602, 18, 66, 67, 69, 73, 75, 80, 81). Ş.m. 7. Cl. VII. Burduja Gh. (E: 1915—22, 26—31, 34—36, 38, 39; 5591). Cl. VIII. Burduja Mihai (E: 1926—31, 34—36, 39; 5591, 604, 08).

LIPOVA. Ş.m. 1. Cl. XI. **Pătrugan V.** (5590, 91, 94, 96—98, 603, 04, 09, 12, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 24, 29, 31, 33, 37, 43, 46, 47, 51, 52, 54—58, 60, 61, 64, 66, 67, 69—72, 74, 76—83, 85, 88, 89, 91, 701, 02, 04—08, 10), **Vieru Dan** (5629, 47, 52, 70, 71, 74, 77, 78, 80, 82, 83, 701).

LUGOJ. Şc. elem. 2. Cl. VII. **Radu Elisabeta** (E: 1926—32, 34—37, 39—41, 43—48, 50, 52—54, 56, 58, 60—62; 5591, 688). Şc. elem. 3. Cl. VII. **Arion Gh.** (E: 1915, 17, 21, 25, 26, 28, 39, 48, 58), **Buta Letiţia** (E: 1926, 28, 35, 48, 53, 56, 58, 62), **Dragomir Mariana** (E: 1926, 28, 30, 31, 33, 35, 36, 48, 55, 61), **Popiatoş Rodica** (E: 1928, 30, 35, 36, 50, 57, 61, 62), **Sîrbu Dan** (E: 1915, 17, 19, 21, 22, 25, 26, 28, 45, 61, 62). Şc. elem. 5. Cl. VII. **Gologan Traian** (E: 1926, 34, 41, 45, 46, 48, 50), **Teodori Iuliana** (E: 1926, 28, 31, 34—37, 39—41, 43—46, 48, 50, 57, 58; 5688).

Ş.m. 1. Cl. VIII. **Hărăguş Ştefan** (E: 1926, 27, 30, 31, 33, 34, 39, 41, 45—48, 50; 5591, 604, 24, 29, 44, 47), **Micşa Adrian** (E: 1926, 27, 39, 34, 35, 39; 5591, 604, 88), **Munteanu Vasile** (E: 1926, 31, 33—35, 39, 41, 44, 48, 50, 57, 58; 5591, 604, 24, 29, 46, 48, 88, 706), **Ploşcaru Gabriel** (E: 1926—34, 36, 37, 39, 41, 43, 44, 46—48, 50—53, 55—57, 59, 61; 5591, 604, 08, 24, 29, 44, 47, 88, 89, 701), **Tudoroniu Lucian** (E: 1926—28, 31, 32, 34, 36, 39, 41—44, 46—61, 63; 5591, 604, 29, 44, 46, 47, 88, 89, 91, 706). Cl. IX. **Boldea Ion** (5590, 91, 94, 600, 04, 12, 17, 19, 24, 46), **Lăudăcescu Ioan** (5590, 91, 94, 600, 03, 04, 12, 17, 19, 24, 27, 29, 43, 46, 60), **Şerb Ion** (5553, 62, 65, 67, 76, 80, 90, 93—95, 600, 02, 04, 06, 08—10, 12, 13, 15, 17, 18, 19, 22, 24, 27, 29, 39, 41, 43—48, 53, 56, 59, 60, 62, 65). Cl. X. **Irimescu E.** (5590, 91, 93, 604, 09, 17, 19, 21, 24, 29, 46, 52, 74, 78, 83, 88, 701), **Rusen Georgeta** (5591, 93, 600, 04, 17, 19, 21, 24, 29, 46, 52, 69, 78, 83, 701).

Liceul nr. 1 C. Brediceanu. Cl. IX. **Baloco I.** (5545, 51, 54, 56, 59, 63, 64, 66, 67, 77, 83, 91, 603, 04, 08, 09, 12, 13, 17, 19, 22, 24, 29, 38, 46, 52), **Bulzan Romulus** (5591, 94, 98, 600, 04, 24, 27, 29, 30, 46, 54, 60, 69), **Lăzărescu Mircea** (5507, 17, 23, 32, 35—37, 41, 44, 45, 51, 54, 56, 58, 59, 63, 65—67, 73, 77, 84, 91, 600, 02—04, 09, 12, 13, 18—21, 24, 29, 38, 39, 41, 43, 52, 56, 59, 62), **Popovici Mariana** (5566, 91, 604, 12, 15, 19, 24, 29, 46, 65, 70, 80, 81, 88, 701), **Milici Constantin** (5590, 91, 94, 95, 602, 09, 13, 16, 17, 20, 44, 46, 52, 56, 58, 62, 64—69, 73—83, 89, 90, 701, 04, 12).

LUNCA MUREŞULUI. **Ştefan I. Ştefan** (5597, 655, 57, 61, 64, 69—71, 73, 76, 78, 79, 81, 88, 701, 07, 82).

HALEŞ. Şc. elem. Cl. V. **Bratoşin A.** (E: 1934, 39, 41, 43, 47, 48, 50, 55), **Petre Ion** (E: 1927, 34, 41, 43, 47, 48, 56). **Cudalbu Ştefan** (E: 1927, 28, 39, 41, 43, 47, 50), Cl. VII. **Armăşescu Ion** (E: 1936, 41, 44, 45, 46, 48, 50, 53, 55, 58, 61), **Costescu Ştefan** (E: 1926, 31, 34, 35, 39, 41, 44, 48, 50, 53, 55, 58). Cl. X. **Costescu Ion** (5541, 43—45, 51, 69, 76, 77, 91, 604—06, 09, 12, 17, 19, 21, 22, 24, 29, 31, 46, 52, 60, 66, 69—71, 74, 76—79, 81, 83, 85, 88, 89, 91, 93, 706, 07, 10).

HUŞI. Ş.m. M. Kogălniceanu. Cl. VIII. **Darie Viorel** (E: 1926, 27, 29, 31, 34, 36, 37, 39, 41, 46—48, 50; 5604, 08, 29, 44, 46, 47, 91). Cl. X. **Darie Gheorghe** (5591, 600, 04, 06, 17, 19, 21, 24, 29, 44, 46, 47, 51, 52), **Obreja Vasile** (5543, 49, 51—53, 59, 60, 62—67, 69, 76, 77, 80, 90—94, 604, 09, 12, 17, 19, 24, 29, 40, 43, 44, 46, 47, 52, P).

HUEDIN (Cluj). Ş.m. Cl. VIII. **Sîrba Dorin** (E: 1936, 46, 48, 50, 58; 5591, 29, 46, 47). Cl. X. **Listeş Vasile** (5553, 60, 80, 90, 91, 604, 12, 19, 24, 27, 29, 33, 44, 47, 52, 60, 66, 69—71, 74, 78, 83, 88, 89, 91, 701, 41, 67, 68, 70, 75, 80, 88, 92).

HUNEDOARA. Ş.m. Cl. IX. **Bîltac Sabin** (5591, 94, 604, 29, 44, 46, 69, 74, 76, 77, 79, 88, 89). Cl. XI. **Vaida Victor** (5591, 615, 29, 39, 41, 46, 66, 67, 71, 74, 75, 77—83, 88, 89, 92, 701, P).

MARAŞEŞTI. Ş.m. Cl. X. **Răduţă Ioan** (5666, 69—71, 74, 77, 78, 81, 83, 88, 89, 95, 701, 04—08).

MEDIAŞ. Ş.m. Cl. VII. **Brădişteanu Smarand** (E: 1940 41, 43, 45—51, 53—56, 58, 59, 61—63; 5629, 46, 47, 88, 89, 701, 06). Cl. X. **Brădişteanu Adrian** (5624, 26, 27, 29—31, 33, 43—48, 51—53, 56, 57, 59, 60, 62, 63, 65, 66, 69—71, 73, 77—79, 81—83, 88, 89, 91, 95—97, 701, 03, 04—08, 10, P).

MEHADIA. Ş.m. Cl. VIII. **Erimescu Nistor** (E: 1929, 31, 32, 36, 46, 48, 50—52, 57; 5591, 604, 08, 24, 29, 44, 46—48, 85, 88, 89, 706).

MORENI. Ş.m. Cl. VIII. **Matei C. Ion** (E: 1917—26, 29—32, 34—39, 45, 46, 48, 50; 5560, 63, 66, 91, 94, 604, 12, 15, 19, 24, 29, 44, 46, 53).

MORENI. Ş.m. Cl. VIII. **Scurtu Viorica** (E: 1926, 31, 36, 39, 43, 45, 46, 48, 50; 5591, 604, 29), **Vîlceanu Stelian** (E: 1927, 30, 35, 41, 43, 47, 50, 52—55, 58, 61; 5676, 81, 83, 88, 89). Cl. X.

Matei Gh. (5548, 77, 89—91, 93—95, 98, 600, 01, 03—05, 08, 09, 12, 13, 15, 17, 19, 21, 22, 24, 27, 29—31, 43, 44, 46, 47, 51—54, 57, 58, 60, 66, 69, 70, 74—83, 85, 88, 89, 91, 701, 05, 07, 10, P).

NASAUD. Absolvent Afrim George (5590, 91, 604, 24, 29, 44, 46—48, 88, 89, 91, 701, 03, 05, 06).

Ş.m. George Coşbuc. Cl. IX. Scridonescu Valer (5541, 44, 51, 52, 59, 62—64, 91, 604, 24, 29, 44, 46, 60). Cl. X. Coman Maftei (5560, 63, 91, 600, 04, 06, 09, 12, 19, 24, 29, 43, 44, 46, 47, 52), Peleş Gheorghe (5588, 91, 94, 600, 04, 06, 09, 10, 12, 15, 17, 19, 21, 24, 29, 30, 31, 43—48, 52, 60, 65, 66, 69, 74, 77, 78, 81, 83, 88, 89, 701, 06, 08, 10), Siegelstein Izidor (5591, 94, 98, 600, 04, 06, 09, 12, 15, 19, 24, 29, 30, 35, 43, 44, 46, 47, 48, 51, 52, 57, 58, 65, 66, 69, 71, 74, 77—79, 81, 83, 88, 89, 701, 06). Cl. XI. Acu Dumitru (5551—53, 59—66, 68, 77, 81, 82, 84—86, 88, 90, 91, 97, 600, 02, 04, 06, 12, 13, 15—24, 29, 39, 41, 44, 46, 52, 60).

NEGRU VODĂ. Ş.m. Cl. IX. Dincă Ion (5591, 604, 17, 19, 29, 44, 46, 74, 76, 77, 79, 81, 88, 89, 706).

NEHOIAŞ. Şc. elem. Cl. VII. Filipoiu Georgeta (E: 1926, 28, 30—32, 35, 36, 39, 47, 48, 52, 55, 57—59; 5678, 82, 89).

NOVACI. Ş.m. Cl. VII. Bejancu Savu (E: 1917, 20, 22, 23, 26, 28—32, 34, 36, 38, 46, 48—59 61 62). Cl. VIII. Sişiroi Constantin (E: 1926, 36, 39, 48, 50, 58, 59, 61; 5591, 624, 29, 44, 47, 88, 89, 706), Tomescu Ion (E: 1944, 51, 52, 54, 55, 57—59, 61; 5604, 06, 08, 22, 24, 27, 35, 44, 46—48, 59, 62, 76, 78, 83, 85, 88, 89, 706). Cl. X. Costrei E. (5521, 36, 41, 44, 45, 51—53, 59, 60, 62, 65—67, 77, 90, 91, 94, 600, 04, 09, 11, 12, 15, 17, 19, 21, 22, 24, 29, 31, 44, 46, 52, 54, 58, 60, 64—66, 69, 74—81, 83, 88, 701, 06). Cl. XI. Bejancu Aurel (5581, 88, 90, 91, 94, 96—602, 04, 08—10, 12—22, 24, 27, 39—48, 52—83, 89, 92, P). Cl. XI. Filiş Nicolae (5565, 66, 68, 91, 604, 09, 15, 24, 29, 21, 39, 44, 47, 52, 53, P). Dumitrescu G. (5666—70, 73—78, 80, 82, 88, 89, 92, 701, 03).

Pînă la 25 mai 1963 s-au evidenţiat următorii rezolvitori de probleme din G.M.F.-B:

1. Bunea Bănică (cl. XI ş.m. Deva), 2. Carealeiuc Valentin (cl. VIII ş. m. 4 Ploieşti), 3. Ionescu Pavel (cl. XI ş.m. 1 Ploieşti), 4. Perjeu Emil (absolvent Petrila), 5. Vasiliu Dan (cl. X lic. 1 Lugoj), 6. Borza Ion (cl. XI Orăştie), 7. Moraru Gh. (cl. XI ş.m. Hîrşova), 8. Brînda Rodica (cl. IX lic. 1 Lugoj), 9. Stern Toma (cl. XI ş.m. Timişoara), 10. Galetzki Constantin (cl. XI lic. 1 Lugoj), 11: Pavel Dumitru (cl. IX Pătîrlagele), 12. Nedea Constantin (cl. XI ş.m. Costeşti), 13. Horowitz Ani (cl. XI ş.m. Ocna Mureş), 14. Nicoară Ioan (cl. IX ş.m. 2 Sibiu), 15. Iliescu Elena (cl. VIII ş.m. Răcari), 16. Aniţaş Lucian (cl. XI ş.m. Satu Mare), 17. Vasilescu Ioan (cl. XI ş.m. 1 Ploieşti), 18. Ştefan I. Ştefan (absolvent Lunca Mureş), 19. Bena Dorin cl. IX ş.m. Caransebeş), 20. Dragu Alin (cl. X ş. m. 21. Bucureşti), 21. Flovaiter Ovidiu (cl. XI lic. militar Cîmpulung Moldovenesc), Ionescu V. Marcel (cl. XI ş.m. 1 Piteşti), 23. Joni Nicolae (cl. VIII ş.m. Petroşani), 24. Beniş Vasile (cl. XI ş.m. Satu Mare), 25. Bondache Gavrilă (cl. X complexul şcolar Bîrlad), 26. Chiş Gh. (cl. VIII. ş.m. Borşa), 27. Cimponeru Traian (cl. X lic. 1 Lugoj), 28. Ilie Petre cl. VIII ş.m. 6 Ploieşti), 29. Ilie Vasile (cl. X ş.m. Cernavodă), 30. Modoran Victor (cl. XI ş.m. 20 Bucureşti), 31. Paraschiv Emil (cl. X lic. militar Cîmpulung Moldovenesc), 32. Popescu Dumitru (cl. IX ş.m. 1 Oradea), 33. Balman Alexandru (cl. XI ş.m. 3 Galaţi), 34. Cardaş Vladimir (cl. IX ş.m. Predeal), 35. Ivanovici Elena (cl. VI ş.m. 3 Ploieşti), 36. Wexler Viky (cl. XI ş.m. 1 Botoşani), 37. Depărăţeanu Dan (cl. IX ş.m. Costineşti), 38. Ioan Constantin (cl. XI ş.m. 2 Fălticeni), 39. Oprescu Ovidiu (cl. XI ş.m. Ocna Mureş), 40. Apostol Anghel (cl. XI lic. militar Cîmpulung Moldovenesc), 41. Ghiţescu Mircea (cl. X lic. militar Breaza), 42. Bucur Nicolae (cl. XI ş.m. 1 Ploieşti), 43. Vlad Viorel (cl. X ş.m. Pucioasa), 44. Almer Didi (cl. IX ş.m. 17 Bucureşti), 45. Engländer Alexandru (cl. XI ş.m. 1 Caransebeş), 46. Rîmbu Revişoara (cl. XI ş.m. Pucioasa), 47. Spătaru Aurel (cl. X ş.m. Pucioasa), 48. Uschersohn Iulian (cl. X ş.m. 15 Bucureşti), 49. Dăncilă Ioan (cl. IX ş.m. 3 Sibiu), 50. Grigorescu Stelian (cl. VIII ş.m. 5 Ploieşti), 51. Geluşiu Adrian (cl. XI ş.m. Oraviţa), 52. Ilie Alexe (cl. X ş.m. Rîşnov), 53. Năsălău Pavel (cl. XI ş.m. 1 Caransebeş), 54. Pantelimon Mihai (cl. XI ş.m. Petroşani), 55. Tenenhaus Lucky (cl. X ş.m. 2 Botoşani), 56. Vasilescu Nicolae (cl. VIII ş.m. 6 Piteşti), 57. Albu Vasile (cl. X ş.m. 2 Botoşani), 58. Balica Sergiu (cl. XI ş.m. Brăneşti), 59. Crăciunescu Laurian (cl. XI ş.m. Baia de Aramă), 60. Florescu Florian (cl. VIII ş.m. Orăştie), 61. Lăzăroiu Rodica (cl. XI ş.m. 5 Ploieşti),

62. **Juga Mihai** (cl. IX ş.m. Borşa), 63. **Popa Lucian** (cl. VII ş. elem. 1 Petroşani), 64. **Rotaru Eugenia** (absolventă Cîmpina), 65. **Vişan Ştefan** (cl. VIII ş.m. 2 Ploieşti), 66. **Chircu Teodor** (cl. IX ş.m. 1 Constanţa), 67. **Haim Marcel** (cl. XI ş.m. 1 Iaşi), 68. **Radoiaş Gh.** (cl. VIII ş.m. 2 Ploieşti). 69. **Ţintoiu Ioan** (cl. X lic. militar D. Cantemir, Breaza), 70. **Andrei Titus** (cl. XI Pătîrlagele), 71. **Armeanu Corneliu** (cl. X complexul şcolar Bîrlad), 72. **Aisner Sergiu** (cl. XI ş.m. 1 Ploieşti), 73. **Bodea Adrian** (cl. XI ş.m. 13 Bucureşti), 74. **Boicescu Vlad** (cl. X ş.m. 4 Craiova), 75. **Brădişteanu Adrian** (cl. X ş.m. Mediaş), 76. **Cristescu Mărgărit** (cl. X ş.m. 4 Craiova), 77. **Dolteanu Temistocle** (absolvent Roman), 78. **Ferenţiu Militon** (student Cluj), 79. **Herşcovici Carol** (cl. XI ş.m. 16 Bucureşti), 80. **Manolache N.** (cl. XI ş.m. 22 Bucureşti), 81. **Mihălţeanu Mircea** (cl. XI ş.m. Satu Mare), 82. **Popovici Cornel** (cl. X lic. 1 Lugoj), 83. **Puşcaşu A.** (cl. XI ş.m. Bistriţa), 84. **Rabîncă Nicolae** (cl. IC ş.m. Giurgiu), 85. **Rizea M.** (cl. X ş.m. 2 Craiova), 86. **Rosenberg Flavia** (cl. XI ş.m. Unirea Focşani), 87. **Rusu Dumitru** (cl. VIII ş.m. Petroşani), 88. **Sandu Marin** (cl. X ş.m. 1 Ploieşti), 89. **Stanciu Ion** (cl. XI ş.m. 1 Ploieşti), 90. **Ştefănescu Sabba** (cl. IX ş.m. 1 Bucureşti), 91. **Stoianovici Dumitru** (absolvent, Brăila), 92. **Toader Gh.** (cl. X ş.m. 1 Buzău), 93. **Titel Ligia** (cl. XI ş.m. 2 Caransebeş), 94. **Tomescu Dumitru** (cl. XI ş.m. 1 Ploieşti), 95. **Marinov Corneliu** (cl. XI ş.m. R. Vîlcea), 96. **Puică Ioan** (cl. XI lic. militar Cîmpulung Moldovenesc), 97. **Săraru Sebastian** (cl. XI ş.m. Brăila), 98. **Vlase Aurelian** (cl. IX ş.m. Mediaş), 99. **Boac Monica** (cl. IX ş.m. 3 Sibiu), 100. **Dumitru Mihai** (cl. IX ş.m. 11 Bucureşti), 101. **Farcaş Petru** (cl. VIII şc. de muzică Cluj), 102. **Fulea Ilie** (cl. IX ş.m. 2 Sibiu), 103. **Guică Constantin** (cl. VIII ş.m. Panciu), 104. **Homorodean Ioan** (cl. X Orăştie), 105. **Leibovici Bernard** (cl. XI ş.m. 2 Botoşani), 106. **Mihalache Vasile** (cl. XI ş.m. Săveni, Suceava), 107 **Mîţu Traian** (cl. IX ş.m. 1 Caransebeş), 108. **Niţescu Dan** (cl. VIII ş.m. Pucioasa), 109. **Preda Ion** (cl. XI ş.m. 1 Oradea), 110. **Pupăzan Nicolae** (lt. major Lugoj), 111. **Sava Dan** (cl. IX ş.m. 1 Bucureşti), 112. **Ştefan Constantin** (cl. XI 1 Ploieşti), 113. **Apetrii Mihai** (cl. XI ş.m. 3 Iaşi), 114. **Diaconu Nicolae** (cl. XI ş.m. 1 Piteşti), 115. **Georgescu Mihai** (cl. VIII ş.m. 2 Ploieşti), 116. **Marcus Sergiu** (cl. X ş.m. 3 Galaţi), 117. **Marinaş Radu** (cl. IX ş.m. 3 Sibiu), 118. **Mezaroş Vasile** (cl. IX ş.m. Piatra Neamţ), 119. **Negruţiu Vasile** (cl. IX ş.m. 1. Oradea), 120. **Niţoiu Radu** (cl. VIII lic. nr. 1 Lugoj), 121. **Onofrei Mihai** (cl. XI ş.m. Săveni, Suceava), 122. **Besa Cornel** (cl. XI ş.m. 2 Dej), 123. **Bunea Nicolae** (cl. VIII ş.m. Deva), **Cartianuu Dan** (cl. VII ş.m. 12 Bucureşti), 125. **Ciup Doina** (cl. VIII ş.m. Aiud), 126. **Cojanu Marius** (cl. IX ş.m. 2 Buzău), 127. **Iliescu Lucian** (cl. X ş.m. Giurgiu), 128. **Man Eugen** (cl. X ş.m. 5 Cluj), 129. **Riessel Helene** (cl. X ş.m. 16 Bucureşti), 130. **Sănduc Ioan** (cl. VIII ş.m. Săveni, Suceava), 131. **Stănescu Tudor** (cl. X ş.m. 4 Brăila), 132. **Zăgan Dumitru** (cl. VIII ş.m. 3 Sibiu), 133. **David Tiberiu** (cl. VIII ş.m. Aiud). 134. **Ciobanu Emil** (cl. X Suceava), 135. **Corcoţoi Ion** (cl. X Vaslui), 136. **Grişaru Iosif** (cl. XI Suceava), 137. **Pencu Adrian** (cl. IX Vaslui), 138. **Balu Ioan** (cl. X ş.m. Suceava), 139. **Lupu Monica** (cl. XI ş.m. 2 Sighişoara), 140. **Popescu Mihai** (cl. X ş.m. Slatina), 141. **Duca Bogdan** (cl. VIII ş.m. 2 Sighişoara), 142. **Maftei Eugen** (cl. IX Vaslui), 143. **Bilă Marian** (cl. XI Sibiu).

(Soluţii primite pînă la 25 mai a.c.)

OBIRŞIA VECHE (Oltenia). Şc. 8 ani Florescu Veronica (E: 1940, 43, 45—47, 45—47, 53, 54, 59, 66, 68).

OCNA MUREŞ. Ş.m. Cl. XI. **Horowitz Ossi** (5624, 25, 27, 29, 37—39, 41, 43, 44, 46—48, 51—56, 58—60, 62—83, 88—92, 95, 701, 05—08, 10), **Oprea Ovidiu** (5609, 22, 24, 27, 29, 38, 39, 41, 44, 46, 47, 51, 52. 54, 59, 62 64—73, 80—83, 88—92, 95, 701, 05—08, 10).

ODOBEŞTI (Galaţi). Ş.m. Cl. IX. **Păncescu Adrian** (5624, 44, 45, 53, 60, 69, 74, 76, 77, 79, 81, 88, 89, 96, 706).

OLTENIŢA. Ş.m. Cl. IX. **Chirea Iulian** (5624, 29, 46, 47, 60, 69, 74, 76, 77, 79, 81, 88, 89, 701, 06). Cl. X. **Bucur Nicolae** (5591, 604, 19, 24, 29, 44, 46, 52, 66, 70, 71, 74, 77, 78, 81, 83, 88, 701, 06). **Postelnicu Floarea** (5660, 66, 69, 70, 74, 75, 79, 81, 701, 07, 19, 20, 29—31).

ONEŞTI (Bacău). Cl. VIII. **Ciobanu Mihai** (E: 1926—31, 34, 35, 37, 39—41, 43—48, 50, 51, 53, 57—59, 61; 5591, 604, 24, 26, 46, 48), **Tănase Ion** (E: 1926—29, 31, 34—36, 39, 41—44, 46—48, 50, 52; 5591, 604, 08, 24, 29, 44, 46—48). Cl. XI. **Prună Victor** (5591, 92, 97, 600, 04, 15—19, 24, 29, 46).

ORADEA. Ş.m. 1. Cl. IX. **Borcia Sorin** (5591, 94, 604, 17, 24, 29, 46, 69, 74, 77, 79, 87, 88, 701, 06, 10), **Gavriş Traian** (5591, 93, 94, 604, 10, 15, 17—19, 24, 29, 44, 46, 47, 53, 56, 59, 60, 62, 65), **Gherghel Traian** (5591, 604, 10, 17—19, 24, 26, 29, 44, 46—48, 56,

58—60, 65), Memetea Ovidiu (5591, 94, 604, 24, 29, 46, 55, 58, 69, 74, 81, 85, 88, 89, 61, 706), Negruțiu Vasile (5535, 36, 44, 51—53, 59, 65, 66, 91, 94, 610, 24, 29, 46—48, 52, 56, 59, 62, 65, 66, 74, 76—79, 81, 83, 88, 89, 701, 05, 06, 08), Popescu Dumitru (5601, 11, 24, 29, 38, 39, 41, 45—48, 56, 58—60, 65, 66, 69, 71, 73, 74, 76—79, 81, 82, 89, 95, 705, 06, 08, 13, 15, 16, 24—26, 29, 30, 33, 35—37, 45, 46, 53, 66), Sichet Gheorghe (5591, 604, 12, 15, 19, 24, 29, 45, 47, 60, 65). Cl. X. Kornhauser Alexandru (5588, 90, 91, 609, 10, 12, 17, 19, 21). Cl. XI. **Preda Ion** (5591, 94, 98, 603, 04, 09, 12, 13, 15, 17, 19, 22, 29, 39, 41, 44, 46, 52, 66, 68, 69, 72—78, 81—83, 88, 89, 701, 06). Ş.m. 3. Cl. VIII. Czirjak Katalin (E: 1926, 29, 36, 39; 5591), Gherghel Lucia (E: 1943, 58; 5591, 29, 46—48). **Ş.m. 4.** Cl. IX. Bălan Ivan (5541, 44, 45, 49, 52—54, 56, 59, 60, 62, 63), Fliescher Gheorghe (5624, 29, 30, 44—46, 53, 56, 59, 60, 69, 74, 77, 79, 681, 83, 85, 88, 89, 91, 701, 13, 16, 17, 26, 29, 30, 45, 66). Ş.m. 5. Cl. IX. Günsberger Iosif (E: 1926, 28, 34, 36, 39, 41, 43, 45, 46, 48, 50, 51, 53—58, 61, 63; 5591, 604, 24, 29, 44, 46, 88, 89, 706), Herman Gheorghe (E: 1948, 50—52, 55, 58, 59, 61, 69; 5629, 46, 88, 89).

ORAVIȚA. Ş.m.m. Cl. VII. Novăcescu Constantin (ET: 1927, 28, 35, 46, 48, 54). Cl. VIII. **Florescu Florian** (E: 1926, 28, 30—41, 43—48, 50, 52—59, 61, 63; 5591, 604, 29, 44, 47, 62, 76, 78, 81, 83, 88, 89), Jurcă Dorina (E: 1941, 46, 48, 50, 55, 58, 61, 63, 64, 67, 73; 5753). Cl. X. Olariu Iacob (5624, 29, 44, 46, 52, 70, 78, 83, 88, 701, 06, 25, 29—31), Cl. XI. Cioc Ion (5624; 29, 44, 46, 47, 52, 70, 77, 78, 80, 83, 701, 13, 29—31), **Guleșiu Adrian** (5624, 27, 38, 39, 41, 44, 46, 47, 48, 52, 54, 56, 59, 60, 62, 66—70, 72—75, 77—83, 88, 89, 95, 701, 05, 06, 08, 10), Schweiger Gabriel (5590, 604, 18, 39, 41, 58, 66, 67, 73, 75, 78, 80, 81, 83, 88, 89, 701, 08, 13, 15, 16, 26, 28—31).

ORĂȘTIE. Ş.m. Cl. IX. Beznă Ion (5541, 51, 53, 59, 91, 604, 17, 24, 29, 44, 43, 46, 56, 65), Hunedorean Constantin (5482, 88, 91, 506, 52, 53, 59, 60, 604, 17, 19, 24, 29, 44—46, 69, 74, 77, 79, 81, 83, 87, 88, 95, 701, 06), Lupu Ion (5660, 69, 74, 79, 81, 88, 89, 701, 06, 13, 16, 29, 30). Cl. X. **Homorodean Ioan** (5541, 44, 45, 51—53, 58, 59, 62—64, 66, 67, 69, 77, 84, 91, 94, 604, 06, 12, 15, 17, 19, 22, 24, 27, 29, 44, 46, 52, 53, 56, 59, 60, 62, 65), Ștefan Aurel (5591, 604, 24, 29, 44, 46, 52, 53, 59, 70, 76, 78, 81, 83, 85, 88, 89, 701). Cl. XI. **Borza Ioan** (5588, 90, 92—94, 97, 98, 600—02, 10, 11, 16, 20, 23, 24, 26, 27, 29, 37—41, 44—48, 56—60, 62—83, 88, 89, 92, 701, 04—06, 08, 10, 12).

OREZU (București). Absolventă Ștefănescu Ana (5591, 619, 24, 29, 47, 66, 78, 81, 83, 701, 05, 08).

ORȘOVA.. Ş.m. Cl. VIII. Diculescu Dumitru (E: 1926—29, 31, 32, 34, 36, 38, 39, 41, 47, 48, 51, 53, 54, 56, 61; 5604, 24, 29, 44, 46, 89, 91), Feneșan Maria (E: 1926—28, 31, 34—36, 39, 48, 50; 5591, 604, 08, 27, 29, 44, 47, 88), Ionelia Sanda (E: 1926, 43, 53, 56, 61; 5604, 24, 29, 44, 45), Vișinescu Elena (E: 1926—28, 34, 35, 39, 43, 48, 53, 54, 61; 5624, 29, 88, 89). Cl. X. Fulga Olimpia (E: 5624, 66, 71, 76—78, 81, 83, 88, 89, 91, 701, 05, 06, 08). Cl. XI. Glodeanu Florin (5666, 67, 69, 70, 74, 76—83, 88, 89, 701, 05, 06, 08).

OȚELUL ROȘU. Ş.m. Cl. IX. Cădariu Silviu (5591, 624, 26, 29, 44, 46, 47, 79, 83, 88, 89, 95, 706), Fiat Mircea (5629, 44, 47, 53, 88, 701, 04, 06, 08, 40, 42, 64), Stănescu Dan (5591, 604, 15, 24, 29, 44, 46, 47, 69, 74, 77, 83).

PĂTÎRLAGELE. Ş.m. Cl. VIII. Bîrzoveanu Constantin (E: 1926, 36, 43, 46, 48, 57, 58, 61; 5591, 629, 706), Popa Dumitru (E: 1957, 62—64, 68, 69, 71, 73; 5688, 89, 706). Cl. IX. **Andrei Titus** (5653, 66, 69, 74, 76—79, 81—83, 85, 87—89, 91, 95, 97, 701, 05, 08, 10, 13—16, 24—30, 35, 37, 42, 46, 49, 53, 57), **Pavel Dumitru** (5549, 52, 55, 67, 69, 84, 91, 601, 17, 19, 24, 27, 29, 30, 35, 38, 44—47, 51, 53, 60, 62, 65—67, 69, 74, 76—79, 81—83, 85, 87—89, 91, 95, 97, 701, 05, 10, 13, 15, 24, 26, 27, 29, 30, 35, 37, 42, 49, 53). Cl. X. Enăcescu Dumitru (5544, 45, 49, 51, 52, 64, 69, 84, 617, 24, 27, 29, 31, 44—48, 52, 56, 60, 65), Rotaru Victor (5566, 69, 74, 77, 78, 81, 83, 88, 89, 706, 10).

PĂUNEȘTI (Bacău). Șc. de opt ani. Cl. VII. Agostu Gheorghe (E: 1919, 30, 40, 41, 43, 45, 46—48, 51—53, 56, 57, 61, 64, 68, 73; 5562, 63, 663, 87, 88, 704, 40, 46). Cl. VI. Banciu Virginica 1947, 48, 56, 61, 62, 64, 68, 73), Bernece Maria (E: 1928, 47, 56, 61—64, 73), Duman Florica (E: 1945, 53, 56, 60, 64, 67, 68, 73), Gîdea Otilia (E: 1943, 47, 53, 62, 64, 67, 68, 70, 73), Ignat Elena (E: 1941, 43, 60, 61, 64, 67, 68, 73),

Neagu Elena (E: 1943, 45, 47, 53, 56, 61, 63, 64, 73), Popa Virginica (E: 1943, 47, 61, 63, 64, 68, 73), Rogozan Ileana (E: 1955, 56, 61, 63, 64, 68, 73), Roşu Maria (E: 1941, 50, 53, 56, 63, 64, 68, 73), Sandu Victoriţa (E: 1941, 47, 55, 61, 64, 68, 73; 5706). Cl. VII. Apreutesei Elena (E: 1937, 40, 52, 53, 63, 56, 58, 61, 64, 68, 72; 5704), Banciu Neculai (E: 1919, 24, 30, 41, 43, 45, 46, 48, 50, 52, 57, 61, 64, 68, 69, 73; 5687, 88, 740, 46), Berbece Marioara (E: 1919, 29, 30, 40, 41, 43, 47, 53, 57, 62, 64, 68, 69, 73; 5560, 646, 87, 88, 704, 40, 46, 61), Cantiş Gheorghe (E: 1919, 26, 34, 37, 38, 40, 41, 43—45, 47—49, 54, 56, 57, 59, 64, 68, 69; 5629, 53, 87—89, 746, 53), Cantiş Maria (E: 1916, 19, 43. 45, 48, 50; 5633), Dodu Marioara (E: 1947, 51, 56, 61, 64, 65, 73; 5706), Dumitraşcu Elena (E: 1940, 52, 53, 55, 56, 61, 62, 64, 68, 72; 5706), Neagu Tinca (E: 1926, 40, 41, 43, 45, 48, 52, 57, 61, 64, 68, 69, 73; 5553, 62, 63, 87, 706), Ologu Ion (E: 1946, 53, 55, 61, 64, 68, 73; 5687, 88), Pavel Gheorghe (E: 1948, 52, 53, 56, 61, 64, 68, 72, 73; 5687, 88), Popa Elena (E: 1919, 30, 36, 40, 43, 45, 47, 48, 50, 52, 56, 63, 64, 68, 69, 72, 73; 5604, 46, 740), Răuţă Elena (E: 1907, 10, 14, 15, 17, 18, 25, 40, 41, 43, 45, 46, 50, 52, 56, 63, 64, 68, 73; 5706).

PECICA (Banat). Ş.m. Cl. XI. Springer Anna (5601, 02, 18, 19, 38, 39, 41).

PIATRA NEAMŢ. Ş.m. 1. Cl. VIII. Abramovici Leon (E: 1926, 34, 35, 39, 41, 47, 48, 50, 54, 55, 61, 67, 73; 5644, 47, 83, 713—15). Cl. IX. Buruiană Constantin (5624, 29, 44, 46, 69, 74, 77, 81, 88, 89, 701, 06, 13, 29, 30) Mesaroş Vasile (5624, 25, 27, 29, 30, 44, 46—48, 53, 55, 60, 66, 69, 74, 77, 79, 81, 85, 87—89, 91, 95, 701, 06, 10, 13, 15, 16, 24—27, 29, 30, 32). Cl. X. Bălănescu Petru (5590, 93, 600, 04, 12, 13, 17, 19, 24, 27, 29, 31, 46, 47, 52, 53, 57, 66, 69, 74, 76, 78, 81, 83, 87, 88, 89, 91, 701, 02, 06, 10). Cl. XI. Teodorescu Voltaire (5713, 20, 22, 26, 28—31, 34, 35, 40, 44, 53, 66).

PITEŞTI. Ş.m. 1. Cl. VI. Pantazi Gabriel (E: 1941, 45, 47, 48, 53, 55, 60), Păunescu Ştefan (E: 1907, 10, 13, 21, 48, 54, 55, 60, 61, 66, 67, 70). Cl. VII. Lazăr Mircea (E: 1914, 18, 20, 22, 29, 34—36, 41, 45, 46, 48, 50, 61, 63; 5604, 29, 46). Cl. IX. Arie Alexandru (5624, 29, 46, 48, 53, 56, 65, 74, 77, 81, 88, 89, 91, 95, 701, 05, 06, 10, 13, 15, 16, 25—30, 44, 49), Calotă Aurică (5624, 29, 44, 46—48, 52, 53, 60, 66, 69, 71, 74, 76—79, 81, 88, 89, 701, 05, 08), Drăghici Miron (5619, 27, 30, 34, 44, 76, 88, 91, 705), Maftei Victoria (5624, 29, 46, 60, 69, 74, 77, 95, 706, 29, 30, 45, 53), Nanu Silviu (5591, 94, 600, 04, 09, 15, 17, 19, 29, 43, 46—48, 53, 60). Cl. X. Mihăilescu Ion (5515—43, 45, 47, 54, 64, 90—94, 604, 19, 24, 29, 31, 35, 43—45, 52). Ş.m. 2. Cl. VIII. Luca Elena (E: 1926, 39, 46, 48, 50; 52, 56, 58, 59; 5629, 46), Toma Maria (E: 1926, 39, 46, 48, 50, 52, 57, 58, 61; 5629, 46, 87, 706), Uruioc Georgeta (E: 1926, 39, 46, 48, 50, 52, 56—58, 61; 5629). Cl. IX. Gorgoi Titus (5591, 604, 17, 29, 46, 56, 69, 71, 76, 78, 81, 83, 701, 06, 10), Georgescu Nicolae (5591, 604, 17, 29, 46, 47, 52, 66, 69, 74, 78, 81, 83, 89, 701, 05, 10), Negoescu Ionel (5666, 74, 76, 701, 06, 24—27, 29, 30, 53). Cl. XI. Iancu Ion (5497, 52, 91, 602, 03, 04, 08, 12, 17—21, 24, 29, 39, 41, 46, 47, 52, 66—76, 78—83, 88, 89, 701, 06, 07). Ş.m. 3. Cl. X. Iorgulescu Cornel (5624, 29, 44, 46, 47, 52, 62, 66, 69, 74, 77—79, 81—83, 88, 89, 701, 06, 08). Cl. XI. Diaconu Nicolae (5542, 50, 52, 56, 57, 59, 61, 65—67, 79, 82, 84—86, 91, 600—02, 09, 10, 12, 17—19, 21, 24, 29, 31, 39, 41, 43, 44, 46, 47, 52).

Şc. 8 ani. Cl. VI. Minduţeanu George (E: 1941, 43, 44, 54, 55, 64, 70).

Şc. 8 ani Ştefăneşti. Cl. V. Georgescu Nicolae (E: 1926—28, 34, 39, 53, 55). Absolvent Voicu Ion (5591, 601, 04, 24, 29, 66, 76, 83, 88, 89, 701, 06).

PETROŞANI. Ş.m. Cl. VIII. Ceauşu Mariana (E: 1928, 48, 55, 58, 5591, 624), Duşenco Adrian (E: 1926—28, 39, 46, 48, 50, 56, 58, 61; 5591, 603, 24, 29, 44, 47, 88, 706), Joni Nicolae (E: 1918—20, 22, 27, 30, 37, 39, 41, 46, 48, 50, 52—55, 57—59, 61, 63, 66—70, 73, 75; 5559, 66, 91, 621, 29, 24, 45, 47, 48, 52, 62, 78, 81, 83, 88, 89, 706, 08, 15, 25, 26, 29, 30), Lascu Paul (E: 1951—57, 63; 5689, 706), Martinovici Mihai (E: 1926, 34, 39, 48, 50, 53—58; 5591, 629, 44, 46, 47, 88), Onciu Teodora (E: 1952, 55, 58, 61, 66, 67, 69, 75; 5676, 78, 81, 83, 87—89, 706, 13—15, 26, 29, 30, 42, 52), Pătru Marin (E: 1952, 54, 55, 57—59, 61, 66, 69; 5591, 629, 44, 46, 47, 88). Rusu Dumitru (E: 1943, 48, 50, 52—59, 61, 66—69, 73, 75, 5624, 29, 44, 47, 52, 59, 62, 78, 83, 88, 89, 701, 06, 08, 13—15, 24—26, 29, 30). Cl. IX. Oprişiu Cornel (5591, 94, 604, 08—11, 15, 17, 19, 21, 24, 25, 29, 44, 46—48, 52, 53, 56, 59, 60, 65,

66, 69, 74, 77, 78, 81—88, 89, 701, 05, 06, 08). Cl. X. Goldstein Benjamin (5669, 70, 74, 76, 78, 79, 81, 83, 89, 5701, 10, 13—16, 18—20), Lepădatu Ion (5671, 91, 92, 600, 12, 15, 17, 19, 22, 24, 29, 43, 46—48), Popescu Lucian (5588, 91, 94, 600, 04, 09, 10, 12, 15, 17, 19, 21, 24, 29, 44, 46, 47, 52, 53, 65, 66, 69, 70, 74, 76—79, 81). Cl. XI. **Pantelimon Mihai** (5591, 94, 95, 600, 01, 13, 15, 17—19, 21, 24, 27, 29, 38, 39, 41, 46, 47, 52, 56, 58, 62, 63, 66, 68—75, 77, 78, 80—83, 88, 89, 91, 92, 701, 02).

Şc. 8 ani nr. 1. Cl. VII. **Cristian Gabriela** (E: 1940, 41, 43, 46—49, 51—53, 56—58, 61, 63), Fodor Magdalena (idem), Popa Lucia (E: 1907—15, 17—39, 41, 43—48, 50; 5591, 604).

PLOIEŞTI. **Ş.m. 1.** Cl. V. **Gafiţeanu** Liliana (E: 1940—42, 44, 47, 48, 50, 55, 56). Cl. VI. **Birescu Cristina** (E: 1950, 52—55, 59, 60—63), **Cristea Iulian** (E: 1926—28, 34, 39, 41, 43, 47, 48, 50, 53, 55, 56, 66, 68, 70, 71, 73), Dobrescu Laurenţiu (E: 1928, 34, 39, 41, 43, 47, 48, 50), Gafiţeanu Carmen (E: 1940—42, 44, 47, 48, 50, 53, 54), Grünberg Janos (E: 1941, 43, 54, 55, 67, 70, 71, 73), Ionescu Ioana (E: 1941, 44, 53, 54, 59, 63, 68), Ionescu Marieta (E: 1927, 28, 34, 39, 48, 53, 59), Marinescu Daniela (E: 1941, 43, 48, 50, 52—55, 59, 64, 66, 73). Cl. VII. **Breţcanu Sabina** (E: 1941, 45—48, 50, 52, 53, 55, 60—62). Cl. VIII. **Alexe Nicolae** (E: 1926, 29, 34, 39, 41, 43, 46—48, 50, 52, 55; 5644), **Brătulescu Nicolae** (E: 1926—28, 39, 43, 46, 48, 50, 54, 55, 58, 61; 5591, 604, 24, 29), Butufei Sorina (E: 1926, 31, 34, 36, 38, 41, 46—48, 50—53, 58, 61; 5591, 604, 29, 44, 46, 89), **Bîrzu Marius** (E: 1950, 53, 55—58, 61, 67—70), Ciolac Mariana (E: 1883, 87, 918, 17, 23, 29, 32, 36; 5461, 70, 560, 90, 91, 604, 57, 27, 29, 41, 53, 69, 74, 76, 87, 88), Cuţiuruba Mariana (E: 1926, 29, 31, 34, 37, 39, 50, 54, 58, 61; 5604, 24, 27, 44, 47), Gheorghiu Smaranda (E: 1946, 48, 50, 55, 57, 58, 68, 69, 73; 5629, 44, 47, 88), Ionescu Constanţa (E: 1946, 48, 50, 55, 57, 58, 61, 66, 68, 69, 73; 5629, 44, 46, 47), Ionescu Viorel (E: 1941, 43, 46, 48, 50, 57, 58, 66; 5624, 29, 46, 47, 88, 89, 706), **Pană Constantin** (E: 1951, 57, 58, 64, 69, 72; 5688, 706, 13, 26, 30, 53), Popescu Lidia (E: 1926, 36, 39, 48, 50, 55—58, 61; 5591, 629, 46, 706), Pîrvu Constantin (E: 1929, 31, 34—37, 39, 50—56, 59; 5591, 604, 29, 44, 46—48), Sandu Emilia (E: 1922, 26, 30, 41, 43, 46—41), **Simion Gheorghe** (E: 1849, 26, 48, 50, 52, 58; 5591, 604, 08, 29, 46, 88, 706), Soare Lidia (E: 1941, 43, 47, 48, 50, 57, 58, 64, 66 67; 5646), Stancu Gelu (E: 1926, 27, 34, 35, 39, 41, 46—48, 50, 52, 55, 56, 58, 61; 5591, 629, 48, 88), Şerban Ileana (E: 1915, 18—22, 41, 43—45; 5560, 629, 46), Ştefănescu Doru (E: 1926, 37, 39, 41, 43, 46—48, 50, 51, 58, 61; 5629, 46), Tănăsescu Octavian (E: 1917—22, 25, 26, 28, 30, 32, 34, 36, 39, 43, 48, 50; 5591, 604, 29), Ungvari Adrian (E: 1948, 55, 58, 62—66, 73; 5688, 89, 706), Vasiliu Constantin (E: 1941, 46—48, 50, 57, 58, 61, 67; 5624, 29, 44, 46—48, 88, 89, 706, 53). Cl. IX. **Aisner Sergiu** (5590, 91, 97, 600—02, 04, 12—20, 24, 25, 29—31, 36—41, 46, 47, 61, 79, 83, 88, 92, 740, 43, 53), Anghel Maria (E: 1917, 18; 5549, 91, 602, 24, 29, 33, 66, 69, 76, 78, 81, 83, 87—89, 91, 706), Apostoleanu Anca (5190, 91, 97, 600, 02, 04, 12—14, 17—19, 24, 25, 27—31, 36—39, 41, 46, 47, 61, 79), Becher Maria (5544, 49, 604, 29, 33, 47, 48, 56, 69, 74, 77, 79, 83, 87, 88, 706, 10, 13, 15, 27, 29, 30), Boca Constantin (5591, 94, 604, 17, 24, 29, 46, 47, 69, 74, 76, 88), Bojoacă Petruţa (5544, 49, 91, 610, 24, 27, 29, 33, 66, 78, 83, 87, 88, 706), Bucşa Viorel (5544, 49, 51, 53, 59, 60, 91, 94, 602, 04, 18, 28—30, 44—48, 56, 69, 73, 74, 76, 81, 83, 88, 89, 91), Constantinescu Florian (5624, 62, 69, 74, 81, 88, 89, 91, 706), Cordună Georgeta (5604, 10, 27, 29, 46, 69, 78, 83, 706), Circioiu Victoria (5591, 602, 04, 10, 19, 27, 29, 45, 65, 69, 74, 76, 78, 79, 81—83, 704, 05), Dascăl Hary (5591, 604, 15, 17, 19, 24, 29, 44—47, 60, 62, 69, 74, 76, 79, 81, 83, 88, 89, 91, 706), Diaconescu Amelia (5594, 602, 19, 21, 22, 66, 69, 74, 76, 79, 82, 83, 708), Dumitrescu Gabriel (E: 1965—67, 69, 70, 73, 75; 5591, 604, 17, 19, 29, 46, 58, 65, 69, 74, 76—79, 81, 83, 88, 89, 701, 05, 15, 24—26, 29, 30, 53), Neagu Nicolae (E: 1946; 5562, 91, 604, 24, 29, 44, 46, 47, 60, 69, 74, 76, 77, 79, 81, 83), Nicolae Ştefan (5591, 604, 15, 24, 29, 44, 46, 48, 58, 77, 88), Păunescu Gheorghe (5591, 604, 24, 60, 69, 74, 76, 77, 79, 81, 88, 89), Rotbach Jose (5591, 604, 24, 29, 46, 60, 69, 74, 76, 77, 79, 88), Stoicescu Maria (5602, 04, 10, 17, 19, 22, 29, 60, 83, 701, 06), Silaev Silvia (5615, 17, 22, 26, 44, 45, 47—49, 66, 67, 74, 76, 77, 79, 81, 83, 88, 89, 701, 06, 10, 13—15, 24—30, 36, 42, 53), **Ştefan Constantin** (5591—94, 604,

12, 19, 24, 27, 29, 37, 43, 45—47, 52—54, 56, 57, 65, 66, 70, 71, 74, 77—79, 81, 83, 87—89, 701, 04, 06, 07), Tacea Florin (5544, 51, 52, 59, 65—67, 83, 84, 604, 17, 19, 29, 56, 59, 60), Turcanu Laurenţiu (5224, 70, 403, 552, 91, 604, 29, 44, 46, 47, 69, 81, 82, 88, 89, 706, 25, 29, 30, 53, 66), **Vasilescu Ion** (5541, 44, 50, 51, 53, 59, 60, 66, 69, 73, 76, 84, 90, 91, 604, 06, 08, 10, 15, 19, 24, 25, 29, 44, 46—48, 53, 56, 58, 60, 62, 65, 66, 69, 74, 76—78, 81—83, 85, 88, 89, 91, 95, 705, 06, 10). Cl. X. Apostol Constantin (5624, 29, 44, 46, 47, 51, 52, 78, 81, 83, 701, 06), Andronescu Gabriel (5624, 29, 46, 66, 76, 81, 88, 701, 06, 08, 13, 20, 29—31), **Bucur Nicolae** (5531, 36, 37, 45, 53, 59, 63, 66, 91, 604, 09, 15, 24, 29, 31, 44, 46, 47, 52, 53, 66, 70, 71, 76, 78, 79, 81, 83, 701, 06, 07, 13, 20, 26, 29—31, 36, 43, 45, 53), Caramalis Paula (5624, 29, 31, 46, 47, 70, 71, 78, 83, 701, 06, 20, 24, 29, 26, 30, 31), Cristea Dumitra (5545, 53, 59, 63, 66, 91, 604, 09, 24, 29, 47, 52, 53, 46, 66, 78, 83, 88, 89, 706, 24, 25, 29—31, 45, 53), Drăgoi Victor (5666, 70, 71, 76, 79, 88, 89, 701, 06, 13, 24—26, 29—31, 33, 53), **Filipescu Nicolae** (5590—92, 94, 604, 08, 09, 12, 15, 11, 21, 24, 29, 43, 44, 46, 47, 52, 66, 69—71, 74, 76—79, 81—83, 87—89, 91, 95, 701, 04, 06, 10), Hurduc Dan (5484, 88, 94, 95, 507, 12, 36, 90, 91, 94, 612, 15, 19, 24, 29, 31, 47, 55, 74—76, 79, 81, 83, 88, 89, 701, 06), Iacobescu Gabriel (5590, 91, 604, 19, 24, 29, 31, 46, 47, 74, 88, 89), Iliescu Virgil (5624, 29, 46, 47, 53, 66, 69, 70, 71, 73, 74, 78, 79, 81, 83, 88, 89, 701, 13, 15, 25, 26, 29—31, 33, 36), Ilisei Manuela (5591, 93, 604, 12, 13, 15, 17, 19, 22, 24, 27, 29, 44—48, 52, 53, 56, 60, 66, 69—71, 76—81, 88, 701, 06, 07), **Ionescu Pavel** (5590—92, 94, 600, 04, 06, 12 ,15, 17, 19, 21, 24, 25, 29, 43, 44, 46, 47, 50—54, 56, 59, 60, 66, 69—71, 74, 76—79, 81—83, 85, 88, 89, 95, 701—04, 06, 07, 13—18, 20, 24—33, 35, 37, 39—41, 44—46, 49, 51, 53, 55, 59, 61, 62, 66), Leonte Filip (5591, 604, 12, 19, 24, 29, 46, 70, 74, 87, 88, 701), Maria Petre (5666, 74, 78, 79, 81, 83, 88, 89, 91, 701, 05, 06, 13, 20, 25—32, 46), Mihăilescu Ştefan (5624, 27, 29, 30, 33, 37, 38, 44, 46—48, 52), Nacu Maria (5624, 46, 47, 52, 53, 70, 71, 78, 79, 83, 701, 06, 13, 24, 26, 29—31), Neacşu Ecaterina (5624, 29, 31, 46, 70, 76, 713, 24, 26, 29—31), Negrea Mihai (5624, 29, 46, 48, 51, 66, 71, 76, 78, 79, 83, 88, 94, 701, 06, 24—26, 29—31, 33). **Nica Vasile** (5624, 25, 27, 29, 30, 33, 37—39, 41, 44, 46—48, 52, 53, 66—70, 72, 74, 77, 78, 81, 83, 88, 89, 91, 96, 96, 701, 02, 06, 07, 10), Niţă Elena (5569, 91, 604, 09, 19, 24, 29, 43, 44, 46, 47, 52—54, 56, 57, 59, 63, 66, 70, 71, 73, 74, 78, 79, 83, 89, 701, 06, 13, 24, 26, 29—31), Popescu Alexandrina (5545—47, 52, 59, 63, 66, 91, 604, 09, 24, 29, 52, 53), Raicu Rodica (5624, 46, 53, 70, 71, 74, 76, 78, 79, 83, 89, 701, 06, 13, 24, 29—31), Rusu Adrian (5624, 29, 46, 53, 66, 69, 70, 74, 76, 79, 81, 83, 89, 701, 06), **Sandu Marin** (5591—94, 904, 12, 19, 24, 25, 27, 29, 43, 45—47, 52—54, 56, 57, 60, 65, 66, 70, 71, 74, 77—79, 81, 83, 85, 87, 89, 91, 701, 02, 04, 06, 07), Stoica Gheorghe (5588, 90—92, 94, 604, 06, 09, 12, 17, 19, 21, 22, 24, 29, 43, 44, 46, 47, 52—54, 56, 57, 70, 73, 88, 89), Ştefan Grigore (5666, 71, 76, 78, 79, 83, 88, 89, 701, 06, 25, 26, 29—31, 33), Tomescu Maria (5624, 46, 70, 71, 73, 74, 78, 79, 83, 89, 701, 06, 13, 24, 29—31), Cl. XI. **Cosman Ion** (5591, 601, 04, 12, 13, 16, 17, 19, 23, 24, 29, 30, 41, 44, 46, 52, 62, 63, 66, 71, 74, 76, 77, 79, 80, 82, 88, 701, 06, 08), Costache Tudor (6662, 60, 65, 66, 68, 90, 91, 602, 04, 18, 19, 24, 29, 37—39, 41, 46, 64, 66, 67, 69, 73—75, 79—81, 87—89, 701, 06), Daschievici Virgil (5591, 94, 97, 98, 601, 02, 12, 13, 15, 16—19, 22, 23), Goţonoagă Rodica (5639, 66, 71, 74, 76, 79, 81, 83, 701, 13, 16, 20, 30, 31), Neacşu Viorel (5472, 73, 88, 95, 504, 06, 09, 21, 41, 44, 45), **Stanciu Ion** (5593, 94, 604, 12, 13, 17, 19, 24, 27, 29, 43—37, 52—54, 56, 57, 65, 66, 69—71, 74, 76—83, 87—89, 91, 701, 04), Vîlcereanu Gheorghe (5591, 94, 604, 12, 13, 15, 17, 19, 24, 29, 31, 44, 46, 53, 66, 67, 69—73, 74, 76, 78, 81—83), Weissmann Martin (5602, 18—20, 66, 67, 73, 75, 78, 80—83, 89, 701, 05, 06). **Ş.m. 2.** Cl. VI. Hurban Jacqueline (E: 1926, 27, 34, 39, 41, 55, 63), Popescu Mircea (E: 1948, 54, 56, 59—61). Cl. VIII. Bobonea Paul (E: 1926, 47, 48, 50, 54, 55, 61; 5624, 27, 29, 46, 47, 83, 89), Bănică Georgeta (E: 1926, 39, 46, 48, 50, 52, 55, 57, 58, 61; 5629, 46), Cosma Viorel (E: 1926, 31, 33—35, 37—41, 43, 46, 48, 52, 58), Cristescu Traian (E: 1926, 27, 29—31, 33—37, 39, 41, 43, 45, 46, 48—50; 5591, 604, 24, 27, 29, 44, 46), Diaconu Ştefan (E: 1926, 29—31, 34—36, 39, 43, 46, 48, 50, 58; 5591,

629, 47, 88, 706), Dumitrescu Georgeta (E: 1926, 35, 36, 39, 41, 44, 48, 50, 55, 62), Dîngă Ioan (E: 1940, 52, 54, 58, 61, 63, 67; 5688, 701), Erhan Liliana (E: 1926—28, 32, 34—36, 57, 61; 5629, 44, 46, 48, 81, 88, 89, 706), Florescu Camelia (E: 1940, 46, 48, 50, 52, 54, 61, 67, 73; 5624, 29, 46, 87—89), Georgescu Doina (E: 1926, 31, 33—35, 37—41, 43, 46, 48, 52, 58, 61; 5624, 27, 47), Georgescu Ema (E: 1926, 28—31, 34, 35, 37—39, 45—48, 50, 53—55, 58, 61; 5591, 629, 47, 56, 76, 89, 701, 04, 06), Georgescu Mihai (E: 1926, 27, 29, 31, 33—42, 46, 48, 50—53, 55, 56, 58, 59, 61, 63; 5591, 604, 24, 27, 29, 44, 46, 47, 56, 62, 61).

PANCIU. Ş.m. Cl. VIII. Fătu Ion (E: 1948, 50, 52, 55, 58, 61, 63, 64, 66, 70, 73; 5624, 46, 701, 13), Guică Constantin (E: 1926—28, 30, 31, 34—36, 39, 41, 43, 44, 45—48, 50, 51—55, 57—63; 5591, 624, 29, 44, 46—48, 88, 89, 706). Cl. IX. Melinte Constandache (5951, 604, 17, 19, 24, 27, 29, 46, 60, 66, 69, 74, 76, 79, 81, 88, 89, 701, 06), Melinte Gheorghe (5591, 94, 604, 17, 19, 24, 29, 46, 53, 60, 66, 69, 74, 81, 83, 89, 91, 701, 06), Nedelcu Gheorghe (5630, 45, 52, 53, 60, 62, 65, 69, 77—79, 82, 88, 91, 705, 05, 10, 13, 16), Tudorache Ion (5624, 29, 44, 46, 47, 60, 69, 74—79, 81, 88, 89, 701, 06, 10, 13, 16, 29, 30).

PETRILA. (Lonea). Abs. Perjeu Emil (5590—95, 97, 98, 601—06, 10, 12, 13, 15—20, 22—25, 29—31, 37—41, 43, 45—47, 53—55, 57—61, 63—77, 79—82, 85, 87—89, 92, 96, 701—07, 10).

PLOIEŞTI. (urmare). Ş.m. 2. Cl. VIII. Ionescu Boeru Liliana (E: 1928, 37, 41, 46—48, 50—53, 58, 61, 66, 68, 69, 5629, 46, 48, 85, 89, 91, 706, 15), Manolescu Cristina (E: 1940, 41, 48, 54, 61, 65, 5627, 29, 46, 713, 29, 30), Mazepa Lidia (E: 1941, 47, 51, 52, 54, 55, 58, 66, 5685, 87—89, 713), Moisescu Ana (E: 1948, 51, 55, 58, 61, 65; 5627, 87—89, 706, 13, 29, 30), Neagoe Adriana (E: 1926, 29—31, 34, 36, 39, 43, 46, 48, 50—52, 54—56, 61, 63; 5591, 29, 46, 47, 88, 89, 706), Palancă Radu (E: 1946—48, 50, 54, 65, 66; 5629, 46, 701, 13, 15, 29, 30, 42, 47, 53), Popescu Dan (E: 1934, 39—41, 43, 46, 48, 50, 51, 57, 59, 61; 5604, 29, 47, 88), Raţă Valentin (E: 1925, 28, 34, 39—41, 43, 45—48, 50, 55; 5629, 44), Rădoias Gheorghe (E: 1926—28, 30, 31, 33—35, 37, 39—41, 43, 45—50, 52—59, 61—63; 5504, 24, 27, 29, 44, 47, 48, 88, 89, 706), Steriu Dan (E: 1940, 44, 45, 49, 59, 61; 5624, 27, 44, 56, 59, 62), Ţintă Mircea (E: 1927, 29, 35, 43, 46, 48, 52, 58; 5604, 08, 29, 47, 88), Vişan Ştefan (E: 1922—29, 31—41, 43—46, 48—50; 5559, 91, 604, 24, 27, 29, 44, 46, 47, 76, 78, 81, 88, 89, 701, 06), Grünberg Blimonel (5591, 94, 600, 24, 29, 46, 47, 53, 69, 74, 77, 88, 708), Ionescu Neli (5569, 91, 94, 624, 29, 46, 47, 53, 74, 77, 88, 706), Meţiu Nicolae (5624, 25, 27, 29, 30, 44—47, 53, 59, 65, 66), Orăşeanu Marilena (5624, 29, 47, 53, 60, 69, 74, 77, 81, 87, 88, 706, 10), Radu Vasile (5627, 32—34, 45, 62, 65, 69, 77, 78, 83, 706, 16). Cl. X. Aldulescu Ioana (5600, 06, 66, 69, 76—79, 81, 83, 89, 701), Buzilă Constantin (5588, 90—92, 94, 604, 05, 09, 10, 12, 17, 19, 21, 24, 43, 44, 47, 52), Căproiu Miron (566, 74, 80, 83, 88, 89, 701, 06, 08), Costescu Ion (5512, 17, 21, 31, 45, 59, 62, 63, 66, 67, 91, 92, 94, 604, 09, 12, 21, 22, 24, 29, 43, 44, 46—48, 51—53, 77, 78, 83, 88, 706), Drăgan Radu (5624, 29, 43, 44, 46, 47, 52, 64, 75, 78—80, 88, 89, 701), Iliescu Florin (5591, 93, 94, 98, 604, 09, 12, 21, 24, 29, 43, 44, 46, 47, 52), Mihai Constantin (5624, 29, 44, 47, 52, 66, 70, 77, 78, 81—83, 88, 89, 701, 06, 08), Stoica Nicolaoe (5591, 94, 612, 24, 29, 43, 44, 45, 47, 52, 65, 66, 77, 78, 81, 83, 88, 89, 95, 701, 06, 08, 15, 20, 24, 26, 29, 31, 53), Sucher Solomon (5615, 65, 74—78, 80, 81, 83, 88, 89, 701, 05, 08), Cl. XI. Sima Gabriela (5629, 31, 37—39, 41, 46, 66, 67, 69—71, 77, 79, 80, 92), Căpuz Maria (5658, 60, 62, 66, 67, 70—75, 80, 81, 85, 89, 707). Tomescu Dumitru (5591, 600, 04, 13, 15, 17—19, 24, 27, 29, 38, 39, 44, 45, 52, 53, 57, 60, 63, 65, 70, 71, 73—75, 77—80, 82, 83, 87, 88, 701, 04—08, P). Ş.m. 3. Cl. VI. Cardoş Gheorghe (E: 1926—28, 34, 37, 50, 53, 55, 56, 59, 61, 62), Cl. VIII. Dumitrescu Daniela (E: 1928—31, 34, 36, 37, 44, 45, 47, 48, 50—58, 61—63, 65, 68, 69, 72; 5604, 24, 27, 44, 88, 89, 706, 42, 53), Dîmboviceanu Marinela (E: 1941, 45, 51, 53, 55—57, 59—63, 66, 67, 69, 70—72; 5624, 44, 89, 713, 15, 53), Filiade Gabriela (E: 1928, 34, 37, 41, 46, 48, 50, 58, 63; 5629, 47, 88), Horescu Lucian (E: 1954, 57, 61, 69, 72, 73; 5644, 78, 83, 88, 725, 29, 33), Iscru Liliana (E: 1926, 30, 31, 39, 46, 48, 50, 53, 55, 61; 5591, 629), Ivanovici Elena (E: 1929, 31, 33, 37, 39, 41, 43—46, 48, 50—59, 61—63, 67—75; 5591, 604, 24, 27, 29, 44, 46, 47, 88, 89, 706, 13—15, 29, 30), Manoliu Costel (E: 1946, 48, 50, 64, 67—70, 73; 5629, 88, 89), Cl. IX. Brener Paul (5591, 93,

94, 604, 08, 10, 24, 44, 46, 48, 53, 59, 62, 65, 77, 83), Cherciu Mihai (5591, 604, 19, 24, 27, 29, 46, 53, 69, 74, 77, 81, 88, 91). Cl. X. Profeta Lazăr (5644, 46, 47, 52, 66, 74, 79, 81, 89, 701, 29, 30), Cl. XI. **Lăzăroiu Rodica** (5591, 94, 602, 04, 13, 15, 17—19, 24, 29, 37—39, 41, 46, 52, 57, 58, 63—65, 67—70, 73—75, 78, 83, 88, 89, 91, 92, 701, 05, 10). Ş.m. 4. Cl. VIII. Pascu Vasile (E: 1926, 30, 34, 36, 39, 43, 46—48, 58; 5604, 44, 88), Cl. X. Avramescu Leonida (5624, 29, 46, 52, 66, 78, 83, 701, 24, 25, 28—30), Buturugă Petre (5653, 60, 69, 70, 76, 82, 88, 713, 24, 25, 29, 30, 33), **Carcaleiuc Valentin** (5481, 505—07, 31, 35, 44, 45, 51—54, 59, 60, 62, 64, 66, 91, 604, 06, 08—10, 12, 15, 17, 19, 21, 22, 24, 27, 29, 31, 43, 44, 46, 47, 50, 52, 53, 56, 60, 62, 63, 65, 66, 69, 70, 74, 76—79, 81—83, 87, 88, 91, 99, 701, 05, 06, 13, 15, 19, 20, 24—27, 29—31, 33, 36, 37, 44—46), Dumitraşcu Teodor (5624, 29, 44 46, 51, 52, 66, 77, 78, 81, 89, 730), Nicolae Dumitru (5619, 29, 46, 47, 68, 70, 71, 75, 78, 83, 88, 720, 30, 31), Pavelescu Vasile (5660, 66, 69, 70, 74 76, 78, 79, 81, 83, 88, 89, 91, 701, 13, 15, 20, 25, 28—31, 33, 36), Vasiliu Florin (5624, 29, 44, 46, 47, 51, 52, 88, 89, 701, 44, 53), Ş.m. 5. Cl. VIII. Lungu Valeria (E: 1926, 29, 30, 32, 34—36, 41, 48, 50, 52, 55—58, 61; 5591, 604, 706), Cl. XI, **Grigorescu Stelian** (5591, 93, 600—02, 04, 12, 13, 15—20, 22, 24, 27, 29, 37—39, 41, 46, 47, 55, 57, 58, 60, 61, 64, 69—71, 73—76, 79, 80, 88, 89, 92, 701). Ş.m. 6. Cl. VIII. Rizea Emilia (E: 1912, 14, 15, 17—19, 21, 22, 24—27, 30, 31, 34—37, 39, 46, 50; 5591, 604, 10, 24, 29, 48), Cl. XI. Hristache Florin (5513, 17, 19, 21, 24, 29, 38, 39, 41, 46, 47, 60, 72, 74, 75, 80—82, 88, 89), **Ilie** Petre (5550, 53, 56, 59, 61, 604, 12, 13, 24, 29, 39, 41, 44, 46, 47, 52, 69, 71, 73—76, 78—83, 88, 89, 701, 06, 13, 20—24, 27—31, 34, 40, 45), Grup şcolar Uz. Ilie Pintilie an. II Voinea Gheorghe (E: 1941, 43, 48, 50, 58, 61; 5624, 29, 44, 46, 52, 88, 724, 25, 29).

POTCOAVA (Argeş). Ş.m. 1. Cl. VIII. (E: 1929—31, 36, 39, 41, 43, 46—48, 50, 52, 55—58; 5591, 604, 29, 47, 88, 89, 706).

PUCIOASA. Ş.m. Cl. VIII. Necşoiu Ion (E: 1940, 41, 43, 46, 48, 50, 51, 53—55, 57, 58, 61, 66, 69, 72, 73; 5644, 46—48), **Vasilescu Niculae** (E: 1915, 16, 18—22, 24, 26—28, 30—44, 46—48, 50; 5552, 59, 604, 24, 27, 29, 44, 44, 46—48, 52, 62), **Zegheru Gheorghe** (5544, 59, 97, 604, 24, 27, 29, 44, 48, 52, E: 1917, 18, 21—23, 26, 34, 39, 41, 43, 46—48, 56). Cl. IX. Fireteanu Virgil (5591, 604, 15, 24, 29, 44, 46, 66, 69, 74, 76—79, 81, 88, 89, 95, 701, 10), **Niţescu Dan** (5666, 69, 70, 73, 76—79, 81, 83, 85, 88, 89, 91, 701, 04, 06, 08, 10, 13, 15—17, 24—27, 29, 30, 32, 33, 36, 37, 42, 49, 53, 57), Oprea Veronica (5590, 91, 604, 12, 17, 19, 24, 27, 29, 44, 46, 47, 52, 53, 79, 88, 701), Rizea Gabriel (5541, 48, 65, 93, 604, 17, 19, 45, 54, 58—60, 65, 66, 74, 76—79, 81—83, 85, 88, 89, 700, 03, 06), Vasilescu Ion (5552, 59, 91, 604, 24, 27, 29, 44, 46—48, 52, 62), Cl. X. Măciucă Ion (5591, 604, 15, 17, 19, 24, 29, 44, 46, 52, 66, 74, 77, 78, 81, 83, 88, 89, 91, 701, 06), **Spătaru Aurel** (5590—92, 94, 98, 603, 04, 06, 09, 12, 13, 15, 17, 19, 21, 22, 24—27, 29, 31, 43—47, 51—53, 55—57, 60, 62, 65, 66, 69, 70, 74, 77, 78, 81, 83), **Vlad Viorel** (5588, 90, 01, 600, 04, 06, 09, 12, 15, 17, 19, 21, 22, 24, 27, 29, 31, 38, 44, 46—48, 51, 53, 60, 62, 66, 69, 71, 74—81; 83, 87—89, 701, 04, 06, 10), Cl. XI. Bălăşescu Gabriela (5618, 24, 29, 38, 39, 41, 44, 46, 47, 52, 64, 66), Bălăşescu Magdalena (5616, 23, 29, 38, 39, 41, 44, 47, 52, 75, 78, 80), Doda Gheorghe (5507, 31, 36, 37, 49, 52, 84, 88, 91, 604, 09, 12, 13), Leviţchi Cezarina (5561, 88, 92, 602, 09, 10, 12, 15, 16, 18—24, 29, 46, 47, 64, 66—75, 80, 704, 10). Rîmbu Revişoara (5616, 21, 23, 27, 31, 33, 40, 43, 45, 56, 62—64, 66, 69—74, 76—83, 88, 92, 701, 06, 13, 15, 24—27, 29, 30, 31, 33, 35—37).

PREDEAL. Ş.m. Cl. IX. Silişteanu Ion (5591, 610, 46, 47, 52, 65, 74, 76—78, 83, 716, 24, 29), Cl. X. **Cardoş Vladimir** (5624, 29, 43, 44, 46, 47, 52, 57, 66, 69—71, 77—79, 81—83, 85, 88, 89, 91, 701—03, 06, 13—18, 20, 24—27, 29—31, 33, 35, 36, 40, 42, 49, 53, 66), Mereţ Nicolae (5591. 94, 600, 04, 17, 19, 24, 27, 29, 44, 46, 47, 60, 66, 69, 74, 78, 79, 81—83, 85, 89, 701).

RĂCARI. Ş.m. Cl. VIII. **Iliescu Elena** (E: 1926—63, 5591, 604, 08, 24, 27, 29, 44, 46, 48, 85, 87—89, 91, 706), Cl. XI. Burchilă Constantin (5666, 69, 70—72, 74, 76, 80—82, 89, 92, 701, 06, 07), Teodorescu Alexandru (5639, 41. 52, 56, 66, 68—71, 73—75, 78, 80, 88, 707).

RĂDAUŢI. Ş.m. Cl. IX. Frănkel Marius (5624, 29, 46, 47, 69, 74, 77, 81, 83,

87—89, 716, 24, 25, 29, 30), Cl. X. Socoliul Mihai (5591, 600, 04, 12, 13, 66, 71, 75, 76, 80, 81, 88, 89, 707). Cl. XI. Kiimmel Iacob (5556, 90, 604, 17, 24, 29, 37, 38, 40, 46, 47, 52, 54, 60, 64, 66, 67, 69, 70, 71, 74, 76, 78—83, 88, 89, 92, 701, 06, 07, 10), Stroleţchi Mircea (5624, 29, 46, 74, 77, 81, 83, 87—89, 710, 13, 16, 29, 30, 49), Weinstein Jack (5590, 603, 27, 56, 88, 713, 16, 19, 20, 24—31, 33, 35, 40).

RECAŞ. Ş.m. Cl. VIII. Coată Petre (E: 1952, 53, 57, 58, 61; 5666, 81, 83, 87—89, 706, 13, 15, 29, 30, 32), Cl. IX. Paşcă Teodor (5666, 69, 74, 76, 77, 79, 81, 83, 85, 87—89, 91, 701, 13, 15, 16, 24, 26, 28—30, 32).

REŞIŢA. Ş.m. Cl. IX. Buţă Viorel (5591, 93, 94, 604, 17, 19, 24, 29, 46—48, 81, 88, 89, 91, 95, 706, 10).

ROMAN. Ş.m. Cl. VIII. Pamfil Valeriu (E: 1926, 27, 34, 39, 41, 47, 48, 50, 61; 5591, 604, 29, 44, 47), Rugină Andrei (E: 1951, 52, 54, 55, 58, 61, 63, 65, 66, 73; 5688, 715, 29 53), Abs. Dolteanu Temistocle (5590, 91, 600—02, 04, 13, 16, 17—19, 22, 24, 27, 29, 31, 38, 39, 46, 53, 54, 60, 66, 68—71, 73—76, 79—81, 87, 88, 97, 701, 07, 10).

ROŞIORII DE VEDE. Ş.m. Cl. VIII. Bleau Gheorghe (E: 1926—28, 30, 33—37, 39, 46—48, 50; 5591, 604, 29, 44, 46, 47), Ceapă Ianxu (E: 1927, 29, 32, 41, 44—46, 48, 50; 5591, 604, 46), Nicolae Maria (E: 1941, 48, 52, 55, 58, 61, 66, 70, 72, 73; 5629, 47, 53, 87, 726), Radu Gheorghe (E: 1928, 31, 36, 39, 43, 46, 48, 50, 57; 5591, 629, 44, 46, 706), Săndulescu Ion (E: 1915, 18, 27, 28, 30, 31, 34, 35, 39, 41—44, 48, 50, 52—55, 57—62; 5591, 608, 24, 29, 44, 46—48, 88, 89), Toader Mihai (5512, 91, 93, 604, 24, 27, 29, 47, 88, 89, 706, 865), Truşcă Marian (E: 1927, 28, 39, 51, 52, 55, 57—59, 61, 5689, 706), Cl. IX. Clipcea Rada (5591, 94, 617, 19, 22, 29, 69, 74, 76, 79, 81, 710), Cl. X. Iordan Nicolae (5590, 91, 15, 18, 39, 41, 43, 44, 46, 51, 52, 58, 64, 78, 80, 83, 88).

RIMNICU SĂRAT. Ş.m. Cl. X. Tănăsescu Horaţiu (5591, 600, 04, 08, 12, 15, 19, 66, 74, 78, 83, 88, 89), Cl. XI. Guţă Mihai (5629, 39, 41, 46, 64, 69, 71, 78, 82, 83, 701, 06, 29—31), Vrabie Constantin (5588, 617, 19, 21, 37, 60, 66, 69, 74, 79, 80, 81, 83, 88, 89, 91).

RIMNICU VILCEA. Ş.m. Cl. VIII. Buricea Mihai (E: 1926, 27, 30, 39, 41, 43, 52, 54, 57, 58, 60, 66, 67, 69, 75; 5648, 56, 66, 81, 89, 701, 06, 13—15, 24—26, 29, 30, 45, Cl. IX. Cismaru Valentin (5624, 29, 45—47, 65, 77, 724, 25, 29, 30, 45), Dina Marin (5594, 619, 27, 48, 56, 59, 66, 69, 74, 79, 81, 85, 95, 701, 06, 13—17, 24—26, 29, 30, 45, 49), Droaşcă Bogdan (5591, 94, 604, 08, 10, 17, 19, 24, 29, 44, 46, 53, 56, 59, 65, 66, 69, 77, 79, 81, 88, 701, 16, 17, 24, 26, 49), Dumitraşcu Liviu (5591, 93, 94, 619, 24, 29, 30, 46, 47, 66, 76, 77, 79, 81, 87—89, 706, 10, Ghelmef Florentina (5591, 604, 17, 19, 29, 45, 46, 59, 60, 65, 69, 74, 77, 79, 81, 706, Marinov Corneliu (5591, 93, 94, 604, 08, 10, 17, 19, 22, 24, 25, 29, 44, 46—48, 53, 56, 59, 60, 65, 69, 74, 77, 81, 88, 89, 95, 713, 16, 17, 24, 25, 29, 30, 45, 49, 76, 79, Tigmeanu Ion (5553, 54, 94, 617, 19, 53, 69, 74, 76, 79, 81, 88, 89, 701, 06, 10), Cl. X. Ionescu Ion (5592, 93, 612, 15, 21, 33, 43, 50, 51, 55, 56, 57, 66, 69, 71, 74, 76—79, 81, 83, 88, 89, 91, 701, 06, 07, 13—20, 24—31, 33, 39—42, 44—46, 66), Răduţ Florica (5590—94, 98, 600, 04, 09, 12, 24, 29, 46, 52), Cl. XI. Buţă Pompiliu (5590, 91, 94, 604, 15, 17—19, 24, 27, 29, 38, 41, 44, 46—48, 60, 66, 68, 88, 89, 91, 92, 706, 10), Tănase Ilie (5588, 97, 98, 612, 20, 21, 23, 48, 51—53, 56, 57, 62, 63, 65—68, 79—83, 87, 88, 92, 701, 06, 10), Trăistaru Liviu (5591, 604, 15, 17—19, 24, 29, 41, 43, 52, 66, 69, 73, 74, 78, 80, 82, 83).

RIŞNOV. Ş.m. Cl. X. Ilie Alexe (5624, 26, 27, 29, 43, 44, 46—48, 52, 56, 59, 66, 69—71, 74, 77—79, 81, 83, 85, 88, 89, 91, 97, 701, 02, 05, 06, 13, 15—18, 25, 28, 29, 31, 42, 52.

RUPEA. Ş.m. Cl. VIII. Boldea Nicolae (E: 1946, 52, 54, 55, 57, 58, 61, 62, 66, 67, 69; 5689, 706, 26), Vlad Ion (E: 1952, 54, 55, 57, 58, 62, 64, 66, 69, 72, 73; 5688, 89, 706), Cl. IX. Diaconescu Nicolae (5398, 454, 92, 500, 01, 12, 19, 23, 30, 34, 56, 57, 65, 66, 69, 76, 83, 84, 86), Cl. X. Munteanu Corina (5521, 23, 54, 69, 600, 12, 18, 22, 31, 32, 34, 46, 47, 69, 71, 73, 74, 76, 78, 79, 81, 83, 87—89, 91, 97, 701, 06), Puvi Nicolae (5624, 29, 46, 51, 52, 66, 69, 70, 78, 81, 83, 89, 706, 13, 25, 26, 29—31, 36, 53), Şchiopu Veronica (5590, 94, 604, 19, 24, 29, 46, 47, 66, 69, 74, 89).

SALCIA. Şc. elem. Cl. VII. Dună Ion (E: 1929—32, 36, 39, 45, 46, 49, 51, 52, 57, 58).

SALONTA. Ş.m. Cl. VIII. Pop Viorica (E: 1941, 46, 47, 50, 52, 58, 61; 5629, 44, 46, 88, 89, 710). Cl. IX. Aristan Floarea (5624, 29, 44, 46, 47, 53, 69,

74, 77, 88, 89, 701, 06), Ban Amelia (5624, 29, 44, 46, 47, 53, 69, 74, 77, 88, 89, 701, 05), Tudor Dan (5553, 60, 62, 91, 604, 17, 19, 24, 29, 44, 45, 47), Cl. XI. Vorcea Valeria (5553, 60—62, 66, 68, 91, 604, 12, 13, 17—19, 24, 37—39, 41, 46, 60, 67—74, 77, 81, 83, 89, 701, 05).

SATU MARE. Ş.m. Cl. VII. Mitaru Alexandru (E: 1951—59, 61, 62, 65, 66, 68—70, 73), Cl. VIII. Chilian Gheorghe E: 1922, 25, 23, 30, 31, 34, 35, 37, 39, 40, 43; 5604), Glodeanu Dan (E: 1922, 25—23, 30, 31, 34, 37, 39—41, 43, 45—48, 50, 55, 58, 61; 5591, 604, 29, 44, 46, 47), Moisuc Vladimir (E: 1918, 20—22, 25, 28, 30, 31, 34, 37, 39, 41, 43, 48, 50; 5647), Oşan Mihai (E: 1941, 46—48, 50, 58. 61, 66, 68; 5629, 44, 47), Pop Gheorghe (E: 1943, 45, 46, 51, 52, 55, 57, 53, 61, 65, 66, 73; 5629, 45, 47, 706, Timoc Dorel (E: 1940, 43, 46, 48, 51, 52, 54, 57, 58, 61; 5629, 45, 83, 89, 706), Cl. IX. Gatină Vasile (5560, 66, 91, 93, 617, 19, 24, 20, 46, 47, 52, 62), Székery Iuliana (5591, 93, 619, 24, 29, 46, 60, 66, 74, 89), Cl. X. Ferenczi Francisc (5591, 604, 09, 29, 44, 46, 47, 88, 89, 701, 29—31). Cl. XI. Aniţaş Lucian (5601, 15, 17, 19, 24, 27, 33, 44, 45, 52, 53, 56, 60, 64, 66—71, 73—75, 78—83, 88, 89, 92, 95, 701, 05, 07, 10, 13, 16, 20, 24—26, 28—31, 34, 36, 40, 51, 53), Benis Vasile (5590, 94, 616, 20, 23, 24, 27, 53, 66—75, 78—83, 88, 91, 92, 95, 701, 05, 07, 10, 13, 16, 20, 24—26, 28—31, 35, 36, 40, 51, 53), Kató Iosif (5612, 18, 39, 41, 52, 71, 73—75, 78, 82, 83), Mihălţianu Mircea (5591, 602, 09, 12, 13, 18, 24, 39, 70, 71, 73—75, 78—83, 88, 704, 05), Panczel Andrei (5588, 90, 91, 600, 01, 08, 12, 15—17, 19—24, 26, 29, 37—39, 41, 44—48, 50—53, 56, 58—60, 62—65, 71).

SALIŞTE (Sibiu). Ş.m. Cl. VIII. Banciu Pantelimon (E: 1926, 31, 34, 35, 41, 48, 50, 52, 53, 55, 58: 5591, 604), Hanciu Marilena (E: 1941, 46, 48, 50, 51—53, 55, 58, 64, 68; 5629, 13, 47, 53). Cl. X. Arsin Gheorghe (5591, 604, 09, 29, 46, 66, 78, 81, 88, 701, 06), Marcu Nicolae (5591, 600, 04, 09, 19, 21, 24, 29, 46, 52, 66, 74, 78, 81, 83, 88, 701, 06—08).

SĂRMAŞ. Cl. VIII. Sărac Ignat (E: 1926, 27, 33—36, 39, 41, 43, 44, 47, 48, 50; 5591, 604, 29, 44, 46). Cl. X. Borş Iacob (5588, 90, 91, 94, 600, 04, 09, 11—13, 15, 17, 19, 24, 26, 29, 35, 46, 47, 51, 52, 58, 60), Rusu Vasile (5590, 91, 604, 09, 12, 17, 19, 21, 24, 26, 29, 35, 43, 44, 46, 47, 52, 60).

SĂVENI (Suceava). Ş.m. Cl. VIII. Clocotici Valentin (E: 1927, 41, 43—48, 50; 5591, 604, 29, 44, 46). Grinzaid Lidia (E: 1941, 46, 48, 50, 52, 54. 55, 61, 67, 68; 5624, 29, 88, 89). Sănduc Ioan (E: 1926, 34, 36, 39, 41, 46—48, 50—54, 59, 61, 62; 5629, 44, 46, 78. 81, 88, 89, 91, 706). Cl. IX. Andrei Mircea (5666, 69, 74, 76, 79, 81, 88, 89, 91, 95, 706), Bucher Dumitru (5591, 604, 24, 29, 44, 46, 47, 53, 59, 60, 62, 65). Cl. XI. Grisaru Iosif (5591, 600, 04, 13, 17—19, 24, 29, 39, 41, 44, 46, 47), Mihalache Vasile (5551, 59, 61, 65, 66, 68, 84, 91, 94, 600, 02, 04, 08, 09, 12, 13, 15, 17—22, 24, 29, 31, 39, 41, 43, 44, 46—48, 51—53, 58, 64), Norses Gheorghe (5591, 604, 12, 24, 29, 44, 64, 66, 67, 69—71, 74, 76—78, 83, 88, 89, 701, 06), Onofrei Mihai (5551, 59, 61, 63, 66, 68, 84, 91, 94, 600, 02, 04, 08, 09, 12, 13, 15, 17—22, 24, 29, 31, 39, 41, 43, 44, 46—48, 51—53, 60).

SCĂENI (Ploieşti). Ş.m. Cl. XI. Gotonoagă Rodica (5591, 600, 04, 17—19, 21, 24, 29, 46, 52, 69, 82, 708).

SCHELA MARE (Moreni). Ş.m. Cl. VIII. Frenţ Maria (E: 1926—31, 34—36, 39, 41, 43, 46, 48, 50, 53, 51; 5706).

SEBEŞ ALBA. Ş.m. Cl. IX. Berghea Vasile, (5591, 94, 604, 24, 29, 44, 45, 47, 88, 89, 91, 706), Sava Maria (5656, 62, 66, 69, 74, 76, 77, 79, 81, 85, 87—89, 91, 95, 706, 13, 15, 17, 24—26, 28—30, 49).

SIBIU. Ş.m. 1. Cl. VIII. Avram Ruxandra (1919—22, 24, 25, 34, 41, 46, 48, 50—52, 54—56, 58, 63, 65; 5629), Băcilă Maria (E: 1925, 23, 33, 34, 36, 41, 44, 47, 43, 50, 52, 55, 57, 58, 61, 63, 66, 67, 73; 5591, 639), Bucerson Melania (E: 1925, 23, 34, 36, 41, 48, 50, 55, 57, 61, 63; 5591), Kerten Andrei (E: 1947, 48, 50, 53, 57—59, 65, 68, 69; (5688), Opriş Emilia (E: 1941, 46, 48, 50, 51, 55, 58, 61, 63, 69; 5629), Radu Rodica (E: 1941, 46, 48, 50—52, 55, 56, 58, 61, 63; 5629), Stoia Maria (E: 1943, 50, 52, 55, 57, 58, 61, 63, 66, 67, 69; 5689). Cl. IX. Achim Ana (5669, 74, 76, 77, 87—89, 701, 06, 26, 29, 30), Balomiri Adrian (5624, 76, 77, 79, 81, 87—89, 701, 05, 10, 13, 16), Bărbos Nicolae (5624, 29, 46, 69, 74, 76, 77, 81, 87—89, 701, 06, 10), Bratu Ion (5666, 69, 74, 79, 81, 85, 87—89, 701, 10, 25), Bucur Delia (5646, 53, 66, 69, 74, 76, 79, 81, 85, 87—89, 706, 10), Ciucianu Adrian (5645, 74, 77, 79, 81, 87, 83, 701, 05, 10, 29, 30), Dragomir Veronel (5658, 69, 74,

76, 77, 87—89, 701, 06, 08, 10), Florea Mihai (5644, 66, 69, 74, 76, 77, 79, 81, 88, 89, 706, 10), Homner Emil (5552, 53, 56, 60, 62, 63, 66, 91, 604, 24, 29, 46), Lupu Mihai (5608, 30, 66, 74, 76, 77, 79, 81, 85, 87—89, 91, 701, 06, 08, 10, 13, 16, 24, 25, 29; 30, 49), Marica Eugen (5624, 46, 74, 76, 77, 79, 81, 87—89, 701, 06, 10), Nuțescu Radu (5669, 74, 76, 77, 81, 87—89, 701, 06, 08, 10), Petru Niculina (5669, 74, 76, 77, 87—89, 701, 06, 13, 29, 30), Rădoi Oliviu, (5674, 76, 77, 85, 88, 89, 701, 06, 08, 25, 26, 29, 30), Tatu Maria (5669, 76, 77, 85, 87—89, 701, 06, 26, 29, 30), Vladovici Mihai (5666, 74, 76, 77, 81, 85, 87—89, 710, 29—30). Cl. X. Galea Ion (5629, 52, 66, 69, 74, 77—79, 81, 83, 85, 88, 89, 91, 96, 701, 06, 10), Morariu Iosif (5624, 29, 46, 66, 74, 78, 79, 83, 85, 88, 89, 96, 701, 06, 10). Părăian Maria (5624, 29, 66, 74, 78, 79, 81, 83, 88, 89, 96, 701, 06, 10), Stern Samuil (5559, 609, 24, 43, 44, 59, 62, 65, 77, 78, 82, 83, 701). Cl. XI. Cora Dana (5591, 602, 04, 24, 29, 37, 39, 41, 46, 51, 52, 67, 71, 73, 74, 88, 706). Ș.m. 2. Cl. VIII. Eneșel Horea (E: 1926, 30—32, 34, 40, 46, 52, 57, 58, 61—63; 5591, 604, 87—89, 706, 10), Franticiu Lucia (E: 1926, 31, 34, 39, 41, 46—48, 52—58, 60, 61, 63, 65—69, 73; 5624, 29, 88, 89, 713), Gavriș Maria (E: 1931, 32, 34, 40, 46, 48, 52, 58, 61, 5604, 29, 88, 89), Giura Floarea (E: 1926, 30—32, 34, 40, 45, 46, 50, 57, 58; 5591, 604, 29, 44), Luca Ilie (E: 1918, 22, 25, 26, 30, 46, 48, 50; 5591, 629, 46), Marcu Maria (E: 1941, 43, 44, 46, 48, 50, 55, 58, 61, 73; 5688, 710, 29, 30), Matei Petre (E: 1926, 31, 32, 34, 40, 48, 50, 57, 58; 5591, 604, 24, 46), Mititeanu Carmen (E: 1926, 31, 32, 34, 40, 46, 48, 52, 58, 61; 5591, 604, 29, 88, 89). Părăianu Ana (E: 1941, 44, 46, 48, 50, 55, 58, 61, 73; 5629, 85, 88, 729, 30), Zamfirescu Doru (E: 1917—19, 21—23, 25, 26, 28—30, 35, 46, 48; 5559), Cl. IX. Constantin Marian (5604, 15, 17, 52, 53, 66—75, 80, 82, 83, 701, 06), Fulea Ilie (5624, 25, 27, 29, 30, 44—47, 53, 60, 66, 69, 74, 76—79, 81, 85, 87—89, 701, 04, 08, 10, 13, 15—17, 26, 27, 29, 30, 45, 53), Nicoară Ioan (5590, 91, 94, 600, 04, 08, 10, 15, 17, 19, 22, 24, 25, 27, 29, 30, 44—48, 53, 56, 59, 60, 65, 66, 69, 74, 76—79, 81, 83, 85, 87—89, 95, 701, 04, 05, 08, 10, 24—30, 33), Oprean Constantin (E: 1926, 31, 32, 34, 40, 45, 46, 48, 50, 58; 5591, 604, 24, 29, 46). Cl. X. Simion Virgil (5588, 90, 91, 94, 98, 604, 05, 08—10, 12, 15, 17, 19, 21, 22). Ș.m. 3. Cl. VIII. Bălășan Dorin (E: 1940, 48, 50, 52, 54, 57, 58, 5624, 29, 46—48, 88, 89, 91), Vulcu Lucia (E: 1917—20, 22, 25, 26, 31, 34, 36, 39; 5604), Zăgan Dumitru (E; 1926, 33, 35, 40, 41, 45—47, 50, 52—58, 61; 5624, 27, 29, 44, 47, 48, 66, 74, 78, 79, 81, 85, 87, 89, 701, 06, 10). Cl. IX. Albinaru Doina (5591, 93, 604, 29, 35, 46, 47, 53, 62, 66, 69, 74, 76, 79, 81, 85, 88, 706, 10), Boac Monica (5551—53, 64, 90, 94, 98, 5613, 17, 19, 22, 24, 25, 29, 44—48, 60, 64, 69, 74, 77—79, 82, 83, 95, 705, 13, 15, 24, 25, 29, 30, 33, 36, 37), Boeriu Adriana (5591, 600, 04, 29, 35, 46, 62, 74, 79, 88, 706), Bucur Ileana (5590, 98, 604, 15, 25, 30, 74, 77, 81, 85, 88, 89, 91, 95), Ciapă Simona (5594, 24, 29, 47, 68, 74, 79, 88, 89, 95, 701), Dăncilă Ioan (5602, 16, 18, 89, 95, 701), Dăncilă Ioan (5602, 16, 18, 39, 41, 67, 72—78, 82, 83, 85, 87, 93, 95, 97, 705, 08, 10, 13—17, 24—33, 36, 37, 42, 45, 46, 48, 51, 61, 66), Dinulescu Aurelian (5552, 62, 64, 69, 90, 91, 94, 604, 08, 17, 22, 24), Geleriu Dan (5602, 05, 06, 18, 21, 37, 39, 41, 60, 64—83, 87—89, 91, 92, 95, 701—04, 06, 10), Ghișoiu Carmen (5594, 56, 62, 91, 98, 604, 24, 29, 44, 46, 47, 59, 65), Gîlea Doina (5591, 604, 17, 44, 46, 47, 60, 62, 69, 74, 79, 88), Gîlea Octavian (5629, 44, 46, 76, 79, 81, 85, 88, 89, 91, 706, 10, 13—17, 24—26, 29, 30, 37, 42, 45, 53), Lefter Marilena (5593, 600, 04, 29, 35, 46, 47, 60, 62, 74, 79, 88, 706), Marinuș Radu (5625, 29, 44—47, 53, 59, 60, 65, 66, 69, 74, 76, 79, 81, 83, 85, 88, 89, 701, 06, 10, 13, 16, 17, 24—30, 49), Măigrădeanu Cornel (5562, 90, 91, 94, 604, 21, 44, 46, 47, 53, 88, 89), Moldoveanu Rodica (5552, 91, 604, 19, 29, 46, 47, 62, 69, 74, 79, 88, 89, 95, 706), Munteanu Rodica (5590, 91, 93, 94, 604, 15, 17, 19, 22, 24, 25, 29, 46, 47, 88), Pascu Ioan (5541, 44, 51, 91, 94, 604, 19, 24, 29, 46, 47, 60), Părăian Sanda (5590, 91, 94, 604, 25, 29, 47, 74, 88, 89, 701, 06, 10), Poenaru Daniela (5591, 93, 604, 29, 35, 46, 47, 62, 74, 79, 88, 706), Popa Corina (5552, 56, 62, 63, 69, 91, 604, 74, 79, 88, 701), Popescu Doina (5591, 94, 98, 604, 19, 22, 24, 69, 74, 79, 88, 89, 95, 701, 06), Stanciu Virginia (idem). Stroe Floarea (5552, 62, 90, 91, 94, 604, 08, 17, 22, 24, 29, 30, 33, 44—47, 88, 89, 91), Tanasciuc Lucia (5544, 53, 55, 63, 94, 604, 44, 55, 69, 74, 88). Cl. X. Bîrză

Ilie (5666, 69—71, 74, 77—79, 81, 83, 85, 87—89, 91, 97, 701, 04, 06, 10, 13—15, 18—20, 24—31, 40, 46, 61), Ionescu Mircea (5624, 29, 44, 46, 52, 66, 76, 83, 88, 706, 13, 24, 25, 29, 42), Nicoară L. (6690—92, 94, 98, 600, 04, 13, 17, 22, 29, 30), Percec Liviu (5666, 69, 70, 74, 77, 78, 81, 83, 85, 88, 89, 91, 701), Taraneul Ion (5548, 64, 77, 94, 604, 15, 24, 29, 44, 46, 52). Cl. XI. **Bilă Marian** (5590, 91, 600, 01, 02, 04, 12, 13, 15, 17—20, 24—27, 29—31, 33, 37—39, 41, 43, 47, 53—55, 57, 58, 60, 63, 66, 67, 69—71, 74), Manea Octavian (5588, 90—92, 94, 97, 601, 09, 12, 13, 15, 17—20), Vijiilă Constantin (5591, 601, 02, 12, 13, 17—20, 24, 29, 39).

Ş.m. 4. Cl. VII. Trașcă Laura (E: 1926, 28, 31, 35, 38, 39, 41, 48, 50, 52, 53, 55, 57—59, 61). Cl. VIII. Mureșanu Mircea (E: 1941, 48, 50, 61, 64, 66, 68, 69; 5629, 44, 47, 85, 88, 706).

Șc. 8 ani nr. 8. Cl. VII. Moraru Vasile (E: 1926—28, 31—35, 44, 48, 41—48, 60, 61).

SIGHET. Cl. X. Cvasciuc Ștefan (5624, 29, 43, 47, 52, 70, 78, 83, 701, 24—26, 29—31), Iacobovici Maier (E: 5590—92, 94, 600, 04, 08, 09, 12, 13, 15, 17, 19), Perl Edita (5590—93, 95, 98, 600, 04—05, 12, 15, 17, 19, 24, 26, 27, 29, 33, 43, 46, 47, 52—54), Stern Samuil (5666, 70, 73, 79, 81, 88, 89, 720, 24—26, 29—31), Werner Eva (5590—93, 95, 98, 604, 05, 12, 15, 17, 19, 24, 26, 27, 29, 33, 43, 47, 52—54, 57, 60). Cl. XI. Beress Antal (5553, 59—61, 65, 66, 68, 74, 84, 91, 95, 607, 17, 19).

SIGHIȘOARA. **Ş.m. 1.** Cl. VIII. Cartiș Teodor (E: 1926, 39, 43, 46—48, 52, 55—58, 61, 62). Cl. IX. Fodor Margit (5591, 94, 604, 08, 18, 19, 24, 29, 46, 69, 74, 79), Gvozdinski Margareta (5624, 27, 29, 39, 41, 47, 73, 75, 721—23, 34), Predescu Gheorghe (5541, 53, 59, 60, 90, 91, 93, 600, 04, 05, 08, 10, 17, 19, 24, 39, 47), Vajda Elemer (5594, 604, 08, 17, 24, 29, 46, 69, 74, 76, 77, 79, 88, 706). Cl. X. Bad Nicolae (5591, 604, 12, 21, 29, 44, 46, 47, 52, 62, 83, 88), Chimoaică Rosina (5591, 600, 12, 29, 31, 46, 47, 54, 75, 77, 78, 80, 83), Floca Margareta (5604, 27, 45, 52, 54, 74, 76, 78, 80, 83, 88, 701, 06), Gligor Doina (5562, 91, 612, 22, 46, 47, 74, 75, 77, 78, 80, 88, 701), Iacob Nicolae, (5612, 24, 27, 29, 31, 46, 47, 54, 74—76, 80, 83, 88), Moldovan Valeria (5591, 12, 24, 29, 31, 46, 47, 52, 54, 73, 78, 80, 87, 88, 701, 06), Răducan Doina (5631, 46, 74—76, 78—80, 87, 88, 706, 31). Cl. XI. Olteanu Elena (5591, 600, 04, 24, 27, 29, 46, 47, 54, 69, 75, 80, 701, 10). Urdea Viorel (5591, 602, 04, 12, 15, 17, 18, 23, 24, 27, 29, 31, 37, 39, 41, 44, 46, 47, 52, 60, 64, 66, 67, 69—71, 73—76, 78, 80—83, 701, 06).

Ş.m. 2. Cl. VIII. Duca Bogdan (E: 1927, 28, 31—35, 37, 40, 41, 43—48, 50—56, 58—63; 5608, 27, 39, 44, 48, 77, 83, 85, 88, 706). Cl .IX. Blau Aurel (5660, 69, 74, 76, 77, 79, 81, 88, 89, 710, 29, 30). Cl. X. Bădeu Mihai (5552, 53, 59, 91, 604, 12, 24, 29, 44, 46, 47, 52), Bloos Fritz (5591, 604, 15, 24, 29, 46, 47, 70, 78, 83, 88, 89, 701), Codrea Ion (5552, 53, 56, 59, 91, 604, 12, 24, 29, 46, 47, 52, 66, 69, 74, 76—79, 83, 88, 701, 06, 08), Klöss Imgrid (5591, 604, 15, 19, 24, 29, 46, 71, 78, 83, 89, 701), Lingner Gert (5591, 604, 15, 20, 29, 46, 47, 52 69, 70, 78, 83, 88, 701, 10), Mînzaru Remus (5666, 69, 74, 76—79, 83, 701, 06, 08), Klusch Doris (5467, 591, 604, 15, 19, 24, 29, 46, 70, 71, 78, 83, 88, 89, 701), Keul Sofia (5591, 604, 15, 19, 24, 29, 46, 701, 71, 78, 83, 701). Cl. XI. Costea Viorica (5591, 604, 24, 39, 46, 47, 70, 71, 75, 88, 701, 06).

SIRET. **Ş.m.** Cl. IX. Airinei Mihai (5591, 604, 19, 24, 29, 46, 47, 69, 74, 77, 81, 88, 89, 706). Cl. X. Vasileniuc Dumitru (5598, 600, 09, 15, 45, 65, 69, 74, 77, 78, 88, 701). Cl. XI. Abramiuc Iaroslava (5591, 94, 604, 15, 18, 24, 29, 37, 39, 41, 47, 49, 60), Cilievici Doina (5597, 601, 15, 16, 23, 37, 38, 53, 54, 67, 69, 79), Parisier Nori (5669), 70, 73, 74, 79, 83, 88, 92, 701, 29—31).

SIMERIA. **Ş.m.** Cl. X. Albon Victor (5624, 29, 31, 33, 51, 66, 69—71, 75, 78, 81, 83, 88, 710, 16, 31). Cl. XI. Cigmăian Dan (5588, 618, 24, 35, 38, 48, 71, 75, 78, 79, 82, 83, 88).

SINAIA. **Ş.m.** Cl. VIII. Gagel Cristina (E: 1927, 39, 41, 43, 45—48, 50, 54; 5629, 46), Marinică Lucian (E: 1925, 38, 39, 41, 46, 48, 52, 58, 61; 5591, 604, 29, 46, 76, 81, 88, 89), Negulescu Ion (E: 1941, 45, 47, 48, 50, 57, 66, 69, 70, 73, 75; 5627, 48, 56, 66), Tudor Catalina (E: 1917, 18, 20—22, 24, 26, 28, 34, 35, 39, 43, 45, 46; 5624, 29, 45). Cl. IX. Catană Ilie (5595, 603, 10, 17, 52, 63, 65, 69, 74, 77—79, 81, 83, 85, 88, 89, 91, 701, 05, 10), Gavrilă Zoe (5591, 604, 17, 19, 24, 29, 46, 60, 69, 74, 81, 83, 89, 709).

SLATINA. **Ş.m.** Cl. VIII. Buicescu Radu (E: 1842—44, 60, 61, 63; 5624, 27, 44, 46, 77, 81, 83), Sîrbuleasa Maria

(E: 1946, 48, 50, 53, 57, 58, 61; 5629, 46, 88, 89, 706). Cl. IX. Bobescu Florin (5674, 77, 83, 88, 89, 701, 06, 15, 24, 25, 26, 29, 30), Chelaru Vasile (5629, 44, 46, 69, 76, 77, 81, 88, 89, 701, 06, 24, 29, 30), Ilie Titus (5624, 29, 46, 53, 69, 74, 85, 88, 89, 706, 16, 53, 59), Ionescu Viorel (5591, 604, 24, 29, 46, 53, 69, 74, 88, 89, 706, 77), Manolache Ion (5624, 29, 46, 52, 69, 79, 88, 89, 706, 16, 25, 26), Ştefan Virgil (5624, 29, 44, 46, 74, 77, 78, 88; 725, 26, 29, 30). Cl. X. **Popescu Mihai** (5591, 600, 04, 14, 15, 17, 19, 24, 29, 33, 43—46, 52, 55—57, 60, 62, 66, 69—71, 74, 76—79, 81, 83, 85, 88, 89, 91, 97, 701, 06, 07).

SOLCA. **S.m.m.** Cl. VIII. Boca Paraschiva (E: 1926, 28, 36, 39, 41, 46, 48, 50; 5591, 604, 08, 29).

SUCEAVA. **Ş.m.** Cl. VIII. Weitman Eugen (E: 1926, 27, 30, 32, 34, 39, 41, 47, 38, 40, 53, 54, 61; 5591, 629, 89). Cl. IX. Andrei Mircea (5713, 24—30, 33, 35, 36, 75), Hertzberg Mozes (5591, 604, 17, 22, 24, 29, 46, 52, 60, 63, 74, 77, 81, 88, 89, 705, 10), Kostrakievici Sorin (5629, 46, 47, 74 77, 81, 88, 91, 715—17, 29, 30), Rosenheck Simon (5591, 94, 604, 24, 29, 46, 69, 74, 77, 81, 88, 89, 706), 10, Rotaru Viorel (5652, 60, 77—79, 81, 95, 706, 10, 13, 27, 29, 30). Cl. X. **Balu Ioan** (5588, 600, 04, 05, 08—10, 12, 18, 19, 21, 24—26, 29, 31, 33, 43—48, 52—54, 56, 57, 59, 62, 66, 71, 81, 90, 91), Raţă Mircea (5624, 45, 47, 60, 74, 79, 81, 95, 706, 13, 20, 27, 31). Cl. XI. Coifman Hardy (5550—53, 56, 60, 63, 65, 66, 68, 74, 81, 91, 601, 02, 04), **Grisaru Iosif** (5538, 45, 48, 52, 53, 66, 67, 69—83, 88, 89, 91, 701, 05, 06, 13, 15, 24—26, 28—31, 33, 34, 42).

TEACA. **Ş.m.m.** Cl. VIII. Polgar N. (E: 1952, 53, 55, 58, 61—64, 66, 73, 88, 89, 701, 06).

TECUCI. **Ş.m. 1.** Cl. VIII. Anton Ion (E: 1926, 33 34, 38, 39, 41, 44, 47, 48, 50, 5604, 44), Borş Niculina (E: 1918, 22, 25, 29, 30, 32, 35, 36, 39, 41, 50, 54, 55, 58, 61, 63; 5590, 91, 604, 29, 46, 53, 63, 88, 712), Cărăuş Maria (E: 1915, 19, 21, 22, 25, 28, 31, 34, 35, 39; 5529, 56), Cuciug Marcel (E: 1927, 27, 34, 35, 39, 46, 48, 50, 53, 58, 61; 5629, 46), Drăgan Ovidiu (E: 1926, 34, 39, 41, 44, 48, 50, 52, 55, 56, 59, 61), Hamzea Monica (E: 1927, 41, 48, 50, 53, 55, 58; 5629, 43), Iacob Cristina (E: 1925, 35, 36, 39, 41, 45, 50, 57—59, 61; 5590, 629, 46, 53, 63), Ifrim Vasile (E: 1926, 27, 34, 39, 41, 48, 50, 55, 56, 61; 5629, 43), Lăcustă Ion (E: 1926, 34, 39, 41, 44, 48, 50, 52, 53, 55, 56, 59, 61; 5644), Miluea Puiu (E: 1926, 31, 34, 36, 39, 41, 48, 55, 56, 59; 5629, 44), Oancă Mioara (E: 1926, 35, 50, 58, 59, 61; 5590, 91, 629, 46, 53, 63), Oproiu Janeta (E: 1951, 53, 56, 59, 65, 68—70, 72, 73, 75; 5624, 689), Sbîrnea Anita (E: 1926, 35, 50, 58, 59, 61; 5591, 629, 46, 53, 63), Sevastie Ion (E: 1926—28, 34, 39, 53, 55, 58, 59; 5629, 44, 46, 89), Suliman Gheorghe (E: 1927, 28, 34, 36, 39, 46, 48, 50, 53, 55, 58, 61; 5629). Cl. IX. Alter Surica (5624, 29, 46, 48, 77, 88, 89, 91, 706, 13, 29, 30). Cl. X. Jelachi Maria (5676, 78, 88, 89, 701, 06, 13, 24, 25, 29, 31, 33), Strătilă Georgeta (5666, 69, 64, 65—79, 81, 83, 88, 89, 701, 06). Cl. XI. Drăgan Marcel (5565, 67, 86, 88, 91, 95, 604, 06, 09, 10, 12, 15, 17, 19, 21).

Ş.m. 2. Cl. VIII. Cuciug Costică (E: 1927, 28, 34, 36, 39, 46, 48, 50, 53, 58, 61; 5629), Irimia Magda (E: 1930, 32, 43, 45—48, 50, 56, 72; 5591, 604, 29, 46, 88, 704), Sima Constantin (E: 1941, 43, 47, 48, 50, 52—56, 59, 61). Cl. X. Chirvăsuţă Ion (5644, 45, 58, 76, 77, 89, 715, 24—26, 29, 30, 53). Cl. X. Ecea Gheorghe (5591, 604, 09, 15, 29, 31, 44, 45, 66, 77, 78, 81, 83, 88, 89, 701, 06).

TIMIŞOARA. **Ş.m. 1.** Cl. VIII. Cionea Florin (E: 1951—53, 56—58, 61, 65, 68, 69; 5553, 688), Colunghin Daniţa (E: 1940, 51, 55—58, 61, 64, 67; 5687, 88, 753), Copeti Adriana (E: 1925, 26, 30, 36, 40, 45, 46, 51—56, 57, 61, 64, 65, 68; 5604, 29, 47, 88), Dragomir Georgeta (E: 1940, 51—54, 57, 58, 61, 68, 69, 5683), Drăgolici Doina (E: 1951, 52, 54, 55, 57, 58, 60, 61, 66, 68, 72, 73; 5648, 87), Fischer Odette (E: 1951—57, 74—66, 68, 69), Grofşoreanu Alina (E: 1955—58, 64, 67—70, 5687), Iacob Cornelia (E: 1952, 54—58, 61, 64, 67, 69, 5687, 88), Ionoi Maria (E: 1940, 51—54, 57, 61, 68, 69, 88; 5753), Iutchin Ion (E: 1901, 04, 07, 17, 20, 40, 47, 53, 58, 65, 69; 5688, 753), Marcu Cornelia (E: 1917, 18, 20, 25, 26, 36, 41, 46, 48, 50—52, 54, 55, 57, 58, 61, 66, 70, 72, 73; 5629, 46), Marcu Felicia (: 1940, 50—54, 57, 58, 61, 68, 69; 5688). Cl. X. Bogoevici Doru (5624, 29, 46, 47, 52, 66, 70, 74, 83, 701, 05, 40), Crişan Dorel (5666, 78, 79, 81, 83, 715, 20, 24—26, 31, 45), Stanciu Delia (5651, 69—71, 74, 76—78, 81, 83, 701, 20, 31), Toader Voicu (5591, 94, 98, 601,

04, 15, 17, 19, 21, 24, 29, 30, 44, 46, 47, 51—53, 69—71, 78, 79, 81, 83, 85, 89, 703), Wallachy Eveline (5590, 91, 94, 600, 04, 15, 17, 19, 22, 24, 29, 46, 47, 51, 52, 58, 62, 66, 69, 74, 77, 81, 85, 88, 89, 91, 706, 20, 28—31). Cl. XI. Catalina Ion (5579, 600, 02, 09, 14, 17—19, 21, 39, 41, 45, 49, 58, 60, 62, 65, 66, 69—76, 78—83, 88, 89, 701, 06, 08).

URLAȚI. Ș.m. Cl. VIII. Nicolae Valeria (E: 1926, 36, 39, 41, 46—48, 50; 5591, 624, 29, 44, 46).

URZICENI. Ș.m. Cl. VIII. Ionescu Leonida (E: 1926, 31, 32, 34, 38, 41, 44—46, 48, 50; 5591, 604, 08, 29, 44, 46), Zaharia Maria (E: 1917—19, 22, 23, 26, 27, 29, 44; 5559, 60, 91, 608, 29, 46, 48). Cl. IX. Barbu Aurelia (5591, 94, 604, 17, 29, 46, 58, 60, 69, 74, 76, 77, 81, 88, 89, 701). Cl. X. Cuncev Ion (5552, 91, 600, 04, 12, 15, 17, 19, 24, 29, 44, 46), Dumitrache Georgeta (5591, 94, 600, 04, 12, 15, 24, 29, 46, 53, 60, 66, 701, 06). Cl. XI. Gheorghe Ion (5666, 67, 73, 74, 76, 81, 701, 06, 23, 25, 29, 30, 34).

VALEA LUI MIHAI. Ș.m. Cl. VIII. Vesa Ioan (E: 1926, 31, 34, 35, 41, 46, 48, 50, 52, 53, 55, 57—59, 63; 5591, 604, 29, 47).

VASLUI. Ș.m. Cl. IX. Juverdeanu Ștefan (5624, 29, 46, 60, 66, 69, 74, 76, 77, 79, 81, 85, 89, 95, 705, 06, 13, 29, 30), **Maftei Eugen** (5564, 90, 93, 94, 98, 600, 04, 08, 13, 17, 19, 24, 25, 27, 29, 44, 46, 47, 56, 58, 60, 66, 69, 74, 76, 77, 79, 81, 85, 87—89, 91, 95, 701, 03, 06, 10), Pascaru Arnold (5591, 93, 94, 600, 04, 08, 17, 19, 22, 24, 29, 44—48, 60, 62, 69, 74, 76, 77, 79, 81, 85, 87—89, 96, 706), **Pencu Adrian** (5591, 93, 94, 600, 04, 08, 10, 15, 17, 19, 22, 24, 27, 29, 41, 44, 46—48, 53, 56, 59, 60, 65, 66, 67, 74, 76, 77, 79, 81, 85, 87, 88, 89, 91, 95, 701, 05, 06, 10). Cl. X. **Corcoțoi Ion** (5590, 92, 94, 604, 21, 22, 24, 25, 27, 29, 31, 39, 41, 43, 44, 46, 47, 50—52, 59, 60, 63, 66, 69—71, 73—75, 77—79, 81—83, 87—89, 701, 05, 06, 13, 15, 16, 20, 24—26, 28—31).

ZĂVOI. Șc. 8 ani. Cl. VIII. Doba Floarea (E: 1918—24, 33, 35, 36, 41, 44, 46—49, 52—54, 58, 59, 61, 63).

ZIMNICEA. Ș.m. Cl. X. Broscaru Aurel (5624, 29, 52, 56, 58, 66, 69, 74, 77—79, 83, 85).

ZLATNA. Ș.m. Cl. X. Anghel Dan (5590, 91, 600, 15, 17, 19, 29, 47, 51, 52, 74, 78).

Pînă la 25 mai 1963 s-au mai primit soluții bune la problemele propuse în G.M.F.-B de la următorii rezolvitori de probleme:

ABRUD. Ș.m. **Horia, Cloșca și Crișan.** Cl. X. Bordei Tudor (5624, 29, 46, 57, 66, 71, 81, 83, 701, 16, 26, 29—31).

ADJUD. Ș.m. Cl. X. Pavel Angela (5591, 608, 09, 12, 29, 31, 46, 51, 56, 62, 77, 78, 81—83, 88, 89, 701).

AGNITA. Ș.m. Cl. IX. Ștefănescu Dan (5660, 76, 79, 710, 13, 16, 25—27, 29, 30, 37).

AIUD. Ș.m. **Avram Iancu.** Cl. VIII. David Rodica (E: 1943, 45—47, 52, 55, 58, 61; 5629, 44, 46, 89). Cl. X. **Ciup Doina** (5632, 38, 42, 43, 51, 52, 54, 56, 66, 68, 69, 71, 74—76, 78—81, 83, 88, 89, 93, 701, 06, 10, 15, 17, 19, 20, 25, 31, 43, 53, 61, 65), Negreanu Artemiu)5624, 29, 31, 46, 65, 69—71, 78, 81, 89, 725, 31, 53), Toma Emanuela (5624, 29, 31, 43, 52, 73, 75, 78, 80, 83, 701, 06, 20, 29— 31, 61). Cl. XI. **David Tiberiu** (5638, 60, 62, 66—71, 78—83, 89, 90, 92, 701, 08, 10, 13, 15, 20, 22, 27—31, 34, 40, 45, 53, P).

ALBA IULIA. Șc. elem. nr. 1. Cl. VII. Darămuș Aurica (E: 1931, 4, 52, 55, 58, 61, 62; 5604).

Ș.m. **Horia Cloșca și Crișan.** Cl. IX. Tulbure Mirea (5591, 604, 08, 24, 29, 44—48, 56, 59, 65, 69, 74, 77, 79, 81, 88, 701, 05). Șerdeanu Ion (5591, 600, 04, 24, 29, 46, 51—53, 66, 69, 83, 87, 88, 701), Tulbure Bogdan (5590, 91, 600, 04, 15, 17, 19, 24, 29, 44—48). Cl. XI. Almași Eduard (5666—75, 78—83, 87—90, 92, 96, 706, 07, 10), Bîrlogeanu Dan (5638, 43, 46, 63, 64, 69, 72, 74, 75, 89, 92, 707, 21, 22, 25, 29—31, 53).

ALEXANDRIA. Nicolae Ioan-Rîplea (tehnician) (5543, 45, 53, 60, 65, 66, 68, 84, 91, 600, 04).

Ș.m. **Alexandru Ion Cuza.** Cl. XI. Boștenaru Liviu (5591, 604, 19, 24, 29, 31, 39, 41, 46, 58, 60, 62, 65, 69, 73—75, 77—79, 81—83, 89).

ARAD. Ș.m. 2. **Olga Bancic.** Cl. VI. Biticu Mihaela (E: 1956, 59, 61—64, 73), Trifu Valeria (E: 1926—28, 34, 35, 39, 41).

Ș.m. 3. Cl. X. Bihoiu Rodica (5591), 94, 608, 24, 25, 29, 44, 46, 48, 51, 52, 65), Bozian Maria (5594, 608, 24, 25, 29, 44, 48, 51, 52, 65), Cociu Lavinia (5648, 50, 52, 62, 77, 78, 83, 713, 15, 16, 20, 30), Kaflikiewicz Andrei 5608, 15, 17, 19, 21, 44, 51, 52, 54, 57, 60, 77, 78, 83), Roșculeț T. (2 P).

BABADAG. Ș.m. Cl. XI. Lepădatu Cornel (5624, 25, 29, 37, 38, 41, 46, 58,

60, 66—83, 85, 91, 92, 97, 701, 02, 06, 10).

BĂBENI (Argeș). Ș.m. Cl. XI. Drugan Gheorghe 5591, 629, 37, 39, 41, 46, 46, 58, 67, 69, 74, 75, 78, 80—82).

BACĂU. Ș.m. 1. Cl. IX. Opriș Paul (E: 1936, 46, 48, 50, 52, 58; 5591, 604, 15, 17, 19, 22, 24, 27, 29, 30, 44, 46, 47, 53, 60, 69, 74, 76, 79, 81, 85, 89, 91, 703, 06). Cl. X. Strulovici Bernard (5666, 69—71, 74, 76—79, 81, 83, 85, 87—89, 97, 701, 06, 10). Cl. X. Botezatu Liliana (5602, 13, 17—20, 36—39, 41, 66—70, 73, 75, 80, 92).

BAIA DE ARAMĂ. Ș.m. Cl. IX. Grindeanu Nicolae (5624, 29, 46, 66, 60, 69, 74, 77, 79, 81, 88, 89, 701, 06, 10, 16, 27), Lazăr Ioan (5674, 76, 77, 79, 89, 706, 13, 24, 25, 27, 29, 30, 36). Cl. X. **Crăciunescu Laurian** (5588, 90, 604, 12, 15, 17, 29, 31, 43, 44, 46, 48, 51, 52, 56, 60, 65, 66, 69, 74, 75, 77—79, 81, 83, 88, 705, 13, 16, 20, 24—31, 33, 45, 46), Giugiuc C. (5590, 91, 604, 12, 13, 15, 17, 19, 24, 29, 31, 46, 47, 51—53, 58, 60, 66, 69, 74, 78, 79, 81, 83, 88, 89, 701, 06, 10), Guran Vasile (5666, 70, 71, 74, 77—79, 81, 83, 88, 89, 701, 06, 29—31), Popescu Ion (5604, 12, 17, 19, 29, 31, 44, 46, 69, 71, 74, 76, 78, 83, 713, 20, 30). Cl. XI. Panduriță T. 5667, 78, 79, 88, 92, 713, 27, 29—31, 36, 46).

BAIA MARE. Student Puha Alexandru (Inst. pedag. 3 ani — matem. an. I) (5604, 10, 29, 27, 39—41, 44, 46, 51, 52, 56, 58—60, 62, 64).

Ș.m. 1. Cl. VIII. Pintea Cornelia (E: 1929, 34, 36, 38, 46, 57, 58, 69; 5591, 604, 29, 88, 89), Răfan Salomeia (E: 1929, 38, 55, 57, 58, 69; 5604, 29, 46, 88, 89, 729, 30). Cl. IX. Botoș Clara (5646, 65, 69, 74, 77, 83, 88, 89, 95, 725, 29, 30), Mehler Erna (5629, 46, 65, 69, 74, 77, 83, 88, 725, 26, 29, 30). 30). Cl. X. Petrean Liviu (5591, 92, 94, 608, 15, 19, 44, 45, 47).

BĂICOI. Ș.m. IX. Bercaru Gh. (5629, 46, 58, 60, 66, 69, 74, 76, 81, 87, 88, 89, 710, 25).

BALȘ (Oltenia). Ș.m. Cl. X. Olteanu Marin (5588, 91, 98, 604, 24, 29, 44, 46, 47, 52, 59, 65, 66, 70 ,71, 74, 77, 77, 78, 83, 87, 88), Voiculescu Florian (5550—60, 91, 604, 06, 09, 12, 19, 29, 44, 46, 52, 56).

BEIUȘ. Ș.m. 1. Cl. VI. Trifu O. (E: 1941, 43—45, 47, 48, 58). Cl. VIII. Lazăr Miron (E: 1946—48, 50; 5624, 29, 44, 46—48).

BEȘINOVA VECHE (Banat). Ș.m. Cl. VII. Peiov Ana-Maria (E: 1926, 31, 32, 36, 38, 46, 48, 54, 59).

BISTRIȚA. Absolvent Verveagă T. (5637, 40, 66—75, 79—81, 85, 88, 89, 701, 02).

Ș.m. Cl. VII. Fucă Sergiu (E: 1953—63; 5689, 91, 706). Cl. IX. Buta Grigore (5669, 74 ,76—79, 81, 83, 88, 89, 95, 701, 05, 06, 08, 10, 13, 15, 24—27, 29, 30, 36, 53), Popescu Șerban (5629, 44, 46, 47, 69, 74, 88, 706, 13 ,29, 30, 53), Sacină Gh. (5629, 44—47, 53, 60, 65, 69, 74, 77, 79, 81, 85, 89, 91). Cl. X. Banu Sever (5615, 17, 19, 24, 29, 44, 46, 47, 52, 60, 77, 78, 82, 83, 88, 701, 08), Petri Radu (5591, 624, 29, 44, 46, 47, 52, 78, 83, 88, 701, 06), Rusu Alexandru (5591, 69, 74, 77—79, 81—83,85, 87—89, 95). Cl. XI. Buta Adrian (5671, 76, 77, 82, 88, 707, 13, 22, 24—26, 28—31, 34, 36, 42), Cudric Leon (5663, 64, 70, 81, 706, 13, 22, 25, 28—31, 33, 34), Feurdeanu Petru (5629, 31, 38, 39, 41, 44, 46, 47, 51, 52, 56, 60, 63, 64), Ilovan Aurel (5591, 602, 04, 12, 13, 17, 19, 29, 39, 41, 44, 46, 47, 52), Preda Pompiliu (5588, 91, 602, 13, 15—23), **Pușcașu A.** (5627, 31, 37, 43, 48, 50, 53, 58, 60, 62—65, 67, 77, 79—81, 88, 89, 92, 701, 705—08, 10, 13, 15, 20—22, 25, 27—31, 34, 40, 45).

BÎRLAD. Ș.m. 2. Cl. VIII. Badea Lori (E: 1940, 42, 43, 49, 51, 52, 54, 56, 59, 60, 62—73; 5648, 88, 89, 706), Poghirc Lucia (E: 1952, 53, 55, 56, 62, 65, 66, 69, 73, 75; 5685, 89, 91, 706, 53). Cl. IX. Botez Ilie (5591, 604, 24, 29, 30, 44, 53, 74, 76, 81, 85, 88, 89, 706), Crețu Claudiu (5624, 29, 46, 47, 69, 74, 81, 88, 89, 724—26, 29).

Complexul școlar. Cl. VIII. Bădărău A. (E: 1948, 52, 53, 55, 56, 58, 59, 61; 5706), Bîra Cornelia (E: 1951—56, 58, 59, 61; 5688, 706), Bosoc Veronica (E: 1946—48, 52, 53, 58, 59, 61, 68; 5629, 88, 706), Burcioagă Ion (E: 1941, 43, 45, 48, 50, 70, 73; 5629, 46, 47, 713, 15, 25), Cioobtaru Maria (E: 1940, 43, 46, 50, 58, 5591, 629, 46, 89), Dobrin Aurel (E: 1948, 51—56, 58, 59, 61; 5688, 706), Gușcă Maria E: 1937, 45, 47, 53, 68; 5608, 713—15), Harnagea Lucia (E: 1946—48, 52, 53, 58, 59, 61, 68; 5629, 88, 706), Hîncu Mircea (E: 1937, 43, 51, 53, 55, 56, 58, 59, 61; 5688, 89, 706), Leibovici D. (E: 1941, 43, 45, 46, 48, 50, 53, 57; 5629, 44, 46, 47), Munteanu Irina (E: 1851—56, 58, 59, 61; 5685, 88, 89, 91, 706), Păsat Rodica (E: 1940, 50, 53, 56, 58, 59, 61; 5646, 88, 706), Stoleru Linu (E:

1915, 19, 20, 22, 26, 31, 34, 36, 39), Surdeanu Doina (E: 1953, 58, 61, 68, 73, 88, 89; 5706, 13, 15, 25), Taşcă Lucreţia (E: 1931, 34, 39, 43, 46, 48, 50, 54, 59, 61; 5629, 47, 88, 706). Cl. X. **Armeanu Corneliu** (5590, 94, 600, 05, 09, 12, 15, 17, 19, 21, 22, 24, 26, 29, 43, 46, 47, 51—53, 59, 60, 65, 66, 69—71, 74, 77—79, 81—83, 85, 88, 89, 91, 701, 02), **Boidachi Gavrilă** (5590, (5590, 94, 95, 98, 605, 06, 12, 15, 29, 22, 24, 27, 30, 43, 44, 47, 48, 51, 52, 56—60, 62, 65, 66, 69—71, 74, 76—85, 88, 89, 91, 701, 02, 06, 07, 10), Borzaşi Corneliu (5600, 21, 24, 28, 31, 44, 46, 47, 51, 52, 60, 69, 78, 83, 88, 701), Butnaru Art. (5591, 604, 19, 24, 29, 44, 47, 53, 69, 79, 88), Chirică Iachi (5617, 60, 66, 69—71, 74, 77—79, 81, 83, 88—90, 701). Cl. XI. Iordan Dumitru Michel (5506, 07, 12, 21, 24, 28, 30—38, 41, 42, 44, 51—53, 59), Olariu Victoria (5624, 37—39, 41, 64, 68, 69, 71, 73, 80, 81).

BLAJ. **Ş.m. Ion Mureşan.** Cl. VIII. Haneş Viorel (E: 1904—43, 46—48, 50, 56, 64, 66, 68, 73; 5926), Ignat Mihai (E: 1940, 41, 43, 46—48, 50, 64, 66, 68, 69, 71, 73; 5629, 44), Moldoveanu (E: 1940—43, 45, 47, 48, 50, 64, 66, 69, 70, 72, 73; 5629), Zailer Cristian (E: 1940—43, 45, 47, 48, 50, 64, 66, 68, 69, 71, 73; 5629). Cl. X. Atanasiu Adriana (5591, 94, 604, 15, 29, 31, 66, 69, 70, 76, 81, 96, 701, 31), Berar Romeo (5691, 24, 29, 46, 47, 66, 76—78, 81, 83, 88, 89, 706, 10), Berar Aurel (5624, 27, 29, 47, 66, 69, 74, 76—78, 81, 83, 85, 88, 89, 91, 701, 02, 06, 10), Brnîză Roman (5666, 69, 71, 74, 76, 78, 81, 83, 85, 88, 89, 95, 705, 06, 10), Danciu Ştefan (5591, 600, 04, 12, 13, 17, 19, 24, 29, 44, 46, 47, 52, 53, 60, 66, 69, 74, 77, 81, 88, 89, 701, 06, 10), Guţu Emilia (5590, 91, 600, 04, 29, 31, 66, 70, 71, 74, 79, 81, 88, 89, 96), Lodroman Lucia 5590, 91, 600, 04, 24, 29, 66, 70, 74, 79, 81, 88, 89, 96, 710), Morar Gh. (5591, 604, 29, 44, 46, 51, 52, 66, 74, 78, 81, 83, 85, 89, 701, 06, 10), Sîrbu Livia 5591, 604, 24, 29, 46, 66, 70, 71, 74, 79, 81, 88, 89, 701, 10), Socol Minerva (5591, 600, 04, 24, 29, 66, 70, 71, 74, 84, 88, 89, 701, 06, 10), Stremţan Nicolae (5593, 600, 17, 19, 24, 53, 59, 60, 66, 69, 74, 76—78, 81—83, 88, 89, 701, 06, 10, 25).

BOLINTINUL DIN VALE (Bucureşti). **Ş.m.** Cl. VIII. Tăchescu Ion (E: 1948, 50, 52, 55, 57, 58, 61, 63, 67, 72; 5629, 46, 47, 701, 06, 13, 29).

BORSA. **Ş.m.** Cl. VIII. **Chiş Gheorghe** (E: 1926, 27, 31—59, 61, 62; 5591, 604, 19, 24, 29, 44—47, 53, 60, 69, 74, 88, 89, 706, P). Cl. IX. **Juga Mihai** (5591, 604, 17, 19, 24, 28, 29, 30, 45—48, 53, 60, 69, 74, 76, 79, 81, 88, 89, 701, 06, 13—17, 24—30, 32, 33,

BOTOŞANI. **Şc. elem. nr. 1** Cl. VI. Manolache Constantin (E: 1920, 26—28, 34, 35; 5566).

Ş.m. 1 A. T. Laurian. Cl. VIII. Cozmanciuc Veronia (E: 1947, 48, 55, 57, 57, 58, 61; 5624, 29, 88, 706), Neamţu Maria (E: 1947, 55, 57, 58, 61; 5624, 29, 88, 706), Ştefanov Nichita (E: 1946, 47, 55, 57, 58, 61, 69; 5583, 706), Văcăreanu Raluca (E: 1941, 47, 53, 57, 58, 61—63, 69; 5688, 706). Cl. IX. Asiminoaie Maria (5669, 74, 76, 77, 81, 88, 89, 713, 16, 29, 30), Cuciureanu Mariana (5629, 46, 59, 69, 74, 77, 89, 713, 25, 26, 29, 30), Dobrescu Alexandru (5629, 58, 66, 74, 76, 77, 81, 89, 725, 26, 29, 30, 53), Latu Mariana (5591, M29, 46, 66, 69, 76, 77, 79, 81, 88, 89, 713, 29, 30), Leibovici Marica (5629, 46, 60, 69, 74, 76, 77, 81, 89, 725, 29, 30), Ungureanu Nicoleta (5629, 59, 60, 69, 74, 76, 77, 89, 713, 25, 26, 29, 30). Cl. XI. Pincu Ioseph (5590—94, 98, 604, 15, 17, 19, 24, 29, 43, 44, 46, 47, 50—52, P), **Wexhsler Wiky** (5602, 25, 26, 50, 51, 57, 61, 66—83, 86—90, 92, 701, 02, 06, 08, 10, 13, 15, 19—22, 29—31, 34, 39, 44).

Ş.l. 2. Cl. X. **Albu Vasile** (5624, 29, 30, 33, 44, 46, 50—52, 60, 65, 66, 70, 71, 74—81, 83, 87—89, 701, 06, 08, 10, 13, 15, 19, 20, 25, 27—31, 39, 44), **Tenenhaus Lucky** (5600, 06, 08, 09, 11, 15, 17, 19, 24, 29, 31, 33, 44, 46, 47, 50—52, 60, 65, 71, 75—81, 83, 88, 701, 10, 13, 15, 20, 25, 27—32, 44). Cl. XI. **Leibovici Bernard** (5591, 604, 13, 17—19, 24, 27, 29, 30, 36, 42, 45, 49, 53).

38, 39, 41, 46, 52, 53, 58, 60, 69—71, 73—76, 78—80, 82, 83, 87—89, 92, 706, 07, 10).

Absolvent Baras Robert (5722—25, 28—32, 34, 35, 40, 51, 80, 95, P).

BRAD. **Ş.m. A. Iancu.** Cl. VIII. Drig Simion (E: 1941, 43, 45—48, 50, 52, 53, 55, 57—59, 61, 66, 69, 72; 5627, 46, 47, 88, 706, 13, 24, 29, 30), Fornade Corneliu (E: 1952—63; 5688, 89, 91, 701, 06).

BRĂNEŞTI. **Ş.m.** Cl. XI. **Balica Sergiu** (5591, 601, 02, 04, 21, 24, 29, 38, 39, 41, 44—47, 52, 58, 60, 62, 65—67, 69—71, 73—83, 85, 88, 89, 92, 701, 06, 07).

BRĂILA. Absolvent **Stoianovici Dumitru** (5591, 600—02, 04, 08, 15, 18, 19, 22, 24, 29, 31, 38, 39, 41, 46, 48, 54, 58, 60, 66, 69—71, 73—81, 83, 88, 707, 08, 10).

Ş.m. 3. Cl. VIII. Abramovici Liviu (E: 1952, 53, 55, 58, 59, 61, 68; 5524, 44, 88, 713, 53), Barbăneagră Gabriela (E: 1926, 31, 48, 50, 52, 54, 57, 61; 5591, 604, 08, 29, 46, 88), Popa Tinca (E: 1926, 28, 34, 39, 43, 44, 46, 48, 50, 54; 5591, 629). Cl. IX. Bibicu Mariana (5591, 604, 08, 19, 24, 29, 44—46, 60, 65, 69, 74, 79, 87, 88, 706, 710), Ene Valeria (5591, 604, 15, 17, 19, 24, 29, 66, 76—78, 81), Cl. X. Bulduru Delia (5591, 604, 09, 17, 24, 29, 33, 46—48, 52, 88), Grünberg Rodica (5617, 19, 44, 69, 77—79, 83, 88, 89, 701, 06). Cl. XI. Abramovici Ella (5591, 600, 02, 04, 15, 17—20, 24, 29, 37—39, 41, 44, 46, 47, 52, 60, 66, 67, 69, 73, 74, 78, 80, 82, 83, 88), Albu Ileana (5591, 602, 12, 13, 20, 24, 39, 41, 67, 68, 70, 71, 73, 75, 79, 80, 707), Asmit Teodor (5588, 91, 600, 08, 10, 15, 21, 24, 37, 39, 44, 46—48, 50, 52, 56, 601, 04), Cazacu Elena (5637, 38, 43, 47, 48, 58, 66, 67, 72—75, 80—82, 88), Gomolea Viorica (5591, 604, 15, 18, 19, 22, 24, 29, 39, 41, 46, 52, 69, 70, 73, 74, 77, 80, 82, 83), Săraru Sebastian (5508, 91, 600—02, 04, 06, 08, 09, 12, 13, 15, 17—19, 21, 29, 39, 41, 44, 46—48, 52, 53, 60, 69, 74, 75, 77—80, 82, 83, 95, 701, 05, 06).

Ş.m. 4 Cl. VIII. Dafinei Adrian (E: 1927, 36, 46—38, 40, 58; 5591, 604, 08, 29, 44, 48, 88). Cl. X. **Stănescu Tudor** (5590, 91, 600, 04, 08, 09, 15, 17, 19, 21, 24, 26, 29, 31, 44, 46—48, 52, 53, 60, 65, 66, 70, 74, 77, 78, 81, 83, 88, 89, 95, 701, 05, 06, 710).

BRAŞOV. Absolventă Bîrsan Adriana (5591, 94, 601, 03, 04, 12, 17, 19, 29, 38, 41, 46).

Şc. elem. nr. 3. Cl. VI. Corniciuc M. (E: 1926—28, 34, 35, 41, 43—45, 61).

Şc. elem. nr. 4. Cl. VII. Bătătorescu Anton (E: 1926—31, 34, 35, 37, 38).

Ş.m. 4. Cl. XI. Gîrneţ Florentina (5591, 94, 601, 03, 04, 08, 12, 13, 17—20).

Ş.m. 5. Cl. IX. Bărbat Horia (5591, 94, 604, 24, 29, 44, 46, 69, 74, 81, 88, 91, 706, 10), Dumitraş Dan (5591, 604, 17, 19, 24, 29, 44, 46, 47, 50, 74, 76, 77, 81, 88, 701, 06, 08).

BREAZA. **Liceul militar D. Cantemir.** Cl. X. Alexandrescu Grigore (5624, 44, X46, 47, 52, 78, 79, 83, 87, 88, 701, 13, 29—31), Birtea Ioan (5591, 92, 94, 604, 09, 24, 29—31, 43, 44, 46, 47, 52, 54, 78, 89, 701, 06, 29—31, 51), Bîsceanu Dan (5624, 27, 29, 30, 44, 46, 69, 76, 88, 89, 701, 06, 25, 29, 30), Cismaru Gheorghe (5629, 40, 44, 52, 70, 74, 77, 78, 83, 88, 701, 05, 25, 26, 29, 30), Constantinescu Ion (5644, 66, 78, 79, 81, 83, 87, 88, 701, 13, 20, 25, 29—31), Frate Sorin (5600, 19, 21, 24, 29, 43, 44, 46, 52, 66, 78, 83, 88, 89, 701), Gagiu Remus (5624, 44, 47, 52, 66, 69, 78, 81, 83, 85, 87—89, 701, 05), Gheorghe Anton (5631, 47, 70, 71, 710, 13, 15, 20, 25—27, 29—31, 33, 45), Gheorghe Ion (5619, 66, 69—71, 76, 79, 81, 83, 89, 701, 06), **Ghiţescu Mircea** (5625, 26, 31, 42, 53, 57, 60, 62, 63, 66, 69—71, 74, 76—79, 81, 83, 87—89, 91, 93, 97, 702, 05—08, 10, 11, 13, 16—20, 25—31), Iacovici Eugeniu (5629, 46, 48, 52, 66, 69, 70, 76—78, 81, 83, 88, 89, 701), Ionescu Ionel (5592—94, 609, 24, 27, 31, 44, 47, 48, 51, 58, 88, 701), Ionescu Stelian (5624, 29, 43, 44, 46, 47, 52, 53, 78, 83, 88, 89, 720, 25, 29, 30), Ivan Mircea (5666, 71, 77—79, 83, 88, 701, 06, 24, 29, 44, 46, 52), Manea Gheorghe(5624, 29, 44, 47 69—74, 78, 83, 89, 701, 24, 25, 29, 31), Marina Nicolae (5624, 33, 46, 52, 74, 77, 79, 81, 89, 705, 08, 13, 20, 25, 45), Mihalache Drăgan (5624, 29, 43, 46, 47, 52, 76, 78, 83, 88, 89, 701, 29, 30), Nica Petre (564, 27, 29, 44, 46, 47, 69, 76, 77, 78, 83, 88, 89, 701, 05), Rusacov Costică (5624, 29, 43, 44, 46, 47, 52, 78, 83, 89, 701, 13, 29, 30), Ruşanu Stelian (5629, 30, 46, 60, 69, 76, 81, 88, 89, 706, 16, 17, 26, 29, 49), **Ţintoiu Ioan** (5624, 29, 33, 44, 46, 47, 52, 60, 66, 69—71, 74, 76—79, 81, 83, 88, 89, 701, 05, 08, 13—15, 17, 19, 20, 24—26, 29—31, 37, 42, 43, 46, 61), Voinea Gh. (5600, 15, 19, 21, 24, 43, 44, 47, 52, 78, 83, 88).

BUCECEA. **Ş.m. Tamler Iosub** (E: 1940, 41, 43, 46—50, 54, 56, 59, 61, 66, 67; 5629, 44).

BUCUREŞTI. Drăgan St. Marin (tehnician IOR) (5629, 44, 48, 59, 65, 66, 70, 71, 74, 76—83, 88, 89, P), Vasile Ion (conductor auto IRTA) (E: 1943, 46—48— 50; 5624, 27, 29, 46, 53).

Centrul şcolar de construcţii, trustul I. Anul I. Nanu Ion (E: 1930, 53, 57, 65—70, 73; 5725, 26).

Şc. elem. nr. 2. Cl. VI. Bordea Carmen Doina (E: 2926—28, 34, 35, 37, 39—45, 48, 50, 53, 54).

Şc. elem. nr. 99. Cl. VI. Ghihac Viorel (E: 1926—28, 34, 35, 37, 39, 41, 43—45, 47, 50).

Şc. elem. nr. 114. Cl. VI. Mănescu Antoaneta (E: 1926—28, 34, 35, 39, 41, 43, 44, 61).

Şc. elem. nr. 122. Cl. VII. Musceleanu Ion (E: 1952, 53, 57, 58, 61; 5678, 83, 706).

Şc. elem. nr. 171. Cl. VII. Manolache Nicolae (E: 1926, 30, 41, 44—46, 50, 52, 54, 55, 58, 61).

Ş.m. 1. N. Bălcescu. Cl. VIII. David Liana (E: 1941, 48, 52—56, 59, 61, 68, 73; 5676, 83, 89). Cl. IX. Atanasiu Ioana (5629, 46, 49, 52, 69, 74, 77, 81, 85, 89, 706), Rîmniceanu Andrei (5669, 77, 79, 83, 701, 06, 08, 13, 15, 16, 24, 29, 30), Sava Dan (5676, 713—17, 24—30, 33, 35—37, 40, 42, 45, 46, 49, 52, 53, 62, 66, 68, 70, 77, 92, 96, 99, 802, 11), Ştefănescu I. Sabba (5644, 53, 54, 62, 66, 69, 76—79, 81, 83, 85, 88, 89, 93, 97, 701, 05, 06, 08, 10, 13, 15—17, 24—30, 33, 35—37, 40, 45, 46, 49, 56, 62, 66). Cl. X. Baillavoine M. (5688, 89, 701—03, 07, 13, 15, 16, 18, 20, 24—33, 35, 37), Colban Mihai (5590, 91, 94, 604, 09, 12, 15, 17, 19, 22), Ştefănescu Dan (5624), 29, 44, 46, 47, 52, 65, 66, 69, 74, 77, 78, 81, 83, 89, 701, 06).

Ş.m. 4. Aurel Vlaicu. Cl. VIII. Bucura Alexandru (E: 1961, 63, 65—70, 73; 5629, 88, 726), Enache Nicolae (E: 1917, 18, 22, 26, 28, 34, 51, 53, 55, 58-61—63; 5591, 604, 68, 706, P). Cl. X. Vasiliu Ileana (5591, 600, 15, 24, 29, 46, 66, 88, 701, 20, 24—26, 29—31). Cl. XI. Radu Gabriel (5591, 604, 30, 33, 38, 39, 41, 44, 46, 52, 54, 57-66, 69, 71, 74, 75, 78, 80, 82, 83-85, 91, 96—99, 702, 06, 10, 12).

Ş.m. 5 M. Sadoveanu. Cl. X. Dianu Mihai (5591, 604, 17, 19, 24, 29, 46, 50—52, 60, 66, 69, 74, 78, 79, 81, 83-88, 89, 91).

Ş.m. 6. Ilie Pintilie. Cl. VIII. Frăţilă Iliada (E: 1926, 34, 39, 52, 58, 61; 5604, 88, 91, 706).

Ş.m. 7. I. L. Caragiale. Cl. IX. Bercovici Tulida (5624, 27, 29, 46, 48, 53, 60, 69, 74, 77, 79, 85). Cl. X. Opriş Valentin (5643, 44, 46, 47, 51, 52, 56, 59, 60, 65, 74, 77, 83).

Ş.m. 8. E. Racoviţă. Cl. IX. Săvulescu Roxana (5591, 94, 600, 04, 17, 22, 24, 27, 29, 30, 60, 69, 74, 79). Cl. X. Busuioc Mihaela (5624, 27, 29, 46, 52, 53, 58, 60, 63, 66, 81, 89, 701), Constantin Martiana (5591, 604, 24, 29, 46, 66, 69, 81, 88, 89, 706, 29—31). Dumitrescu Mircea (5624, 27, 29, 46, 53, 88, 89, 701, 25, 26, 29—31).

Ş.m. 10. Cl. VI. Albu Bujor (E: 1920, 26—28, 35, 41, 43, 44, 48, 50). Cl. X. Diamant Petre (5624, 29, 52, 53, 54, 57, 60, 66, 70, 71, 74, 81, 83, 701-07), Olteanu Monica (5629, 31, 46, 60, 66, 70, 71, 74, 78, 83, 89, 701).

Ş.m. 11 D. Cantemir. Cl. VIII. Frucht Iacob (E: 1943, 44, 48, 50, 52, 54—56, 58, 61; 5629, 44, 88, 89). Cl. IX. Anton Gh. (5624, 44, 47, 48, 66, 81, 89, 716, 25, 26, 29, 30, 33, 49, 66), Cojocaru Radu (5552, 53, 66, 69, 91, 604, 17, 18, 24, 29, 44—46, 48, 60, 713, 16, 25), Dumitru Mihai (5624, 25, 29, 44, 46—48, 53, 60, 62, 65, 66, 69, 74, 77, 79, 81, 85, 88, 89, 91, 95-701, 05, 06, 08, 13, 16, 17, 24—30, 49, 58), Ursulescu Octavian (5624, 27, 29, 27—39, 41, 44, 46, 52, 53, 56, 58—60, 63, 64).

Ş.m. 12. Spiru Haret. Cl. VII. Cartianu Dan (E: 1926—37, 39, 41, 42, 44—48, 50, 52, 55—63; 5591, 604, 29, 46, 88), Pomîrlan Tudor (E: 1946, 48, 50, 58, 72, 73; 5629. 46, 89, 706, 29, 30, 30). Cl. X. Bădescu Felicia (5624, 29, 31, 43, 44, 46, 47, 52, 56, 66-69—71, 74, 76—78, 81, 83, 87—89, 91, 97, 701, 06, 10, 13—16, 18, 20, 24—33, 37), Petrescu Antoniu (5591, 604, 24, 29, 46, 60, 66, 69, 70, 74—76, 701, 06). Tilenski Mircea (5604, 12, 15, 24, 29, 46, 52, 88, 91, 708).

Ş.m. 13. Mihai Viteazul. Cl. VIII. Gheorghe (E: 1941, 47, 48, 50, 58; 5681, 88, 706, 13, 15, 44). Cl. XI. Badea Adrian (5591, 601, 02, 04, 24, 27, 29, 39, 41, 44—46, 52, 66, 69, 73—75, 77—81, 83, 88, 701, 05, 06, 13, 15, 22, 24—27, 29—31, 35, 36).

Ş.m. 15. Cl. X. Mereuţă Doina Anca (5590, 93, 94, 604, 12, 13, 15, 17, 19, 22, 29, 46).

Ş.m. 16. Cl. X. Riessel Helene (5629, 45—47, 52, 56, 57, 59, 60, 65, 66, 69, 70, 74, 76—79, 81, 83, 88, 89, 702, 13, 15, 17—20, 24, 26, 27, 29—31, 53). Cl. XI. Herşcovici Carol (5624, 29, 37—39, 41, 44, 46—48, 50, 52—54, 56, 59, 60, 63, 64, 66—83, 89, 705, 08).

Ş.m. 17. Cl. IX. Almer Didi (5590, 91, 93, 94, 98, 600, 04, 08—11, 15, 17, 19, 22, 24, 29, 44, 46—48, 52, 60, 62, 65, 66, 69, 74. 77—79, 81—83, 85, 87—89, 92, 95, 97, 701, 06, 10), Weinberg Liliana (5591, 94, 604, 15, 17, 19, 24, 29, 44, 46—48, 53, 60, 69, 74, 77—79, 81—83, 88, 89, 95, 701). Cl. XI. Kanner Sanda (5591, 94, 613, 66, 70, 74, 75, 80, 81, 85, 88, 91, 701, 10).

Ş.m. 19. Cl. VIII. Ilie Romeo (E: 1950, 52, 55, 57, 58, 61, 63, 66, 67, 69, 70; 5681, 88, 89, 713, 15, 24, 26).

Ş.m. 20. Cl. IX. Enculescu Marilena (5591, 94, 617, 19, 22, 27, 29, 46, 60, 69, 74, 79, 81), Neagu Dumitru

ORSZÁGOS MŰSZAKI KÖNYVTÁR ÉS DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT 1883

91. 604, 17, 24, 29, 30, 45—47, 53, P). Cl. XI. **Modoran Victor** (5590, 91, 94, 98, 601, 02, 04, 12, 13, 15—20, 23, 24, 29, 31, 37—39, 41, 44, 46, 53, 58, 60, 64, 66—74, 76, 79, 80, 81, 84, 88, 92, 701, 05, 07, 10).

Ş.m. 21. Cl. VIII. Voiculescu Dan (5715, 19—21, 27, 30, 31, 35, 36, 40, 46, 56, 62, 66, 67, 69, 70, 95, 800, 04, 09, P, N), Cl. X. **Dragu Alin** (5541, 44, 45, 50, 52, 53, 59, 60, 62, 63, 65—67, 69, 77, 80, 88, 90—93, 95, 600, 02—04, 06, 08, 09, 12, 13, 15, 17—19, 21, 22, 24, 27, 29, 33, 38, 39, 41, 46, 48, 52, 53, 56, 60, 65).

Ş.m. 22. Cl. VIII. **Becea Aurel** (E: 1926—29, 35, 36, 39, 44, 46, 48; 5591, 29, 44, 48), Motoi Marian (E: 1940, 43, 46, 47, 49, 51, 57, 58; 5627, 29, 44, 48, 85, 88, 89, 91), Timaru Sever (E: 1945, 48, 52—63, 65, 69, 73; 5629, 47, 88, 706, 10). Cl. IX. Stan Daniel (5644, 46, 48, 56, 59, 60, 65, 66, 77, 81, 85, 89, 91, 701, 05, 06, 10). Cl. XI. **Manolache N.** (5591, 601, 02, 04, 12, 13, 15, 17—19, 22, 24, 29, 31, 38, 39, 41, 44, 46—48, 52, 60, 64, 69, 71, 73—83, 88, 92, 701).

Ş.m. 23. Cl. VIII. Băluţă Tudor (E: 1945, 51—53, 55, 57, 58, 61; 5629, 46, 88, 706, P), Weiss Iosif (E: 1926, 27, 31, 46, 54, 55, 57, 58, 61; 5591, 604, 46, 88), Zaharia Dragoş (E: 1941, 43, 44, 48, 50, 52, 5644, 46, 47, 88, 89. Cl. X. Alexandru Adrian (5591, 604, 08, 09, 21, 24, 29, 44, 46, 52, 78, 83, 88, 89), Lupuleţ Manole (5545, 52, 59, 66, 77, 91, 604, 06, 08, 09, 15, 19, 21, 22, 24, 29, 31, 44, 46, 52, 62, 66, 78, 81, 83, 88, 89).

Ş.m. 24. Cl. VI. Năstase Adrian (E: 1926—28, 33—35, 38, 39, 41, 43—45, 47, 48, 50).

Ş.m. 25. Cl. VIII. Abramovici Paula (E: 1941, 43, 46, 48, 50, 57, 58, 61, 66, 73; 5629, 88, 713, 14, 26, 30, 36), Constantin Ion (E: 1946, 48, 57, 58, 61, 69; 5591, 604, 29, 713—15, 26, 29, (5541, 44, 51, 53, 59, 60, 66 67, 30, 36), Konscinski Minca (E: 1943, 56, 57, 61, 62, 66, 69, 70, 73; 5688, 89, 713, 14, 25, 29, 30). Cl. X. Duşa Mircea ş(5624, 29, 44, 46, 50—52, 66, 77, 78, 81, 83, 88, 89, 701, 06), Mureşanu Mihai (5624, 29, 46, 66, 81, 88, 89, 701, 06, 13, 16, 29—31), **Uschersohn Iulian** (5624, 27, 29, 30, 33, 43, 44, 46, 47, 50—52, 62, 66, 70, 77—79, 81, 83, 85, 88, 89, 91, 95, 701, 02, 04, 06, 08, 13, 18—20, 24—27, 29—31, 33, 36, 39).

Ş.m. 30. Cl. VIII. Vătui Marin (E: 1953, 65, 66, 68, 70, 5676, 83, 724; 26, 27, 29, 30). Cl. X. Conache Petre (5667, 68, 72, 76, 91, 728—30, 34, 39, 41, 44, 45, 68, 77, 80—82, 87, 95).

Ş.m. 31. Cl. XI. Creţu Liviu (5588, 91, 600, 02, 18—21, 29, 39, 41, 46, 47, 52, 70, 73, 75, 78, 80—83, 88).

Ş.m. 33. Cl. VII. Munteanu Cornel (E: 1941, 43, 45, 48, 53, 55, 56, 58).

Ş.m. 34. Cl. VIII. Grabovski Adrian (E: 1949, 52, 54, 61, 63, 66—68, 71, 73; 5629, 44, 47, 78, 83, 88, 713, 15, 26, 36).

Ş.m. 36. Cl. X. Carabineanu Marcel 5624, 35, 44, 46, 51, 66, 78, 81, 83, 88, 89, 720, 29—31), Gabrielescu Horia (5624, 27, 29, 46, 66, 69—71, 74, 79, 88, 97).

Ş.m. 37. Cl. X. Dobrescu Nicolae (5624, 29, 46, 52, 69, 701, 10, 13, 20, 2[illegible]—26, 29—31).

Ş.m. 38. Cl. X. Spirescu Cristian (5604 15, 17, 19, 22, 66, 69—71, 74, 76, 88).

Ş.m. 40. Cl. VI. Constantin Cornel (E: 1940, 41, 43—45, 47, 48, 50, 55, 59).

BUHUŞI. Ş.m. Cl. IX. Schmid Gabriel 5624, 29, 46, 56, 69, 77, 87, 88; 5706, 27, 29, 30).

BUJOR (Galaţi). Absolvent Bejan Mircea (5542, 45, 53, 55, 56, 60, 63—66, 68, 71). 29, 30).

BUŞTENI. Absolvent Bîrsan A. (5624, 29, 46—48, 52, 58, 66, 70, 73—79, 81, 83, 88, 89, 701, 07, 13, 15, 16, 29, 30).

Ş.m. Cl. VIII. Avram Doina (E: 1934, 36, 39, 41, 43, 46, 48, 50; 5591, 604, 29, 47).

BUZĂU. Şcoala specială de artă. Cl. VI. Ionescu Dan (E: 1928, 34, 37, 39, 41, 43, 45, 48, 50).

Ş.m. 1. Cl. X. Ionescu Mircea (5648, 52, 56, 58, 90, 91, 93, 600, 04, 24, 29, 44, 46, 47), **Toader Gh.** (5590, 91; 604, 12, 13, 15, 19, 24, 29, 38, 39, 41, 44, 46, 47, 52, 60, 62, 66—70, 74, 75, 77—83, 88, 89, 92, 701, 04, 06, 07, 10).

Ş.m. 2. Cl. VIII. Miron Nicolae (E: 1926, 32, 36, 39, 41—43, 51—55, 57—59, 61, 63; 5566, 604, 15, 29, 47, 76, 78, 83, 88). Cl. IX. **Cojanu Marius** (5553, 60, 63, 91, 94, 600, 04, 15, 17, 19, 24, 29, 30, 44, 46, 48, 53, 56, 58—60, 65, 66, 69, 74, 77—79, 81, 83, 88, 89, 95, 701, 05, 10; P).

CĂTRE REZOLVITORII DE PROBLEME

Corespondenţii care ne trimit probleme rezolvate trebuie să redacteze fiecare problemă separat, însoţind-o de toate calculele necesare şi de figuri desenate cu îngrijire. Nu se vor trimite soluţiile mai multor probleme pe aceeaşi foaie.

Se primesc lunar într-un plic soluţii numai la problemele şi exerciţiile din ultimele trei numere apărute. Pe plic se va scrie localitatea şi şcoala pe care o urmează rezolvitorul pentru a se evita confuzii la întocmirea rubricii rezolvitorilor de probleme şi a listei celor evidenţiaţi. *Evidenţiaţii trebuie să aibă cel puţin 36 soluţii bune.*

Problemele care se propun de către colaboratorii revistei să fie clar alcătuite şi însoţite de soluţii, să fie personale, iar nu luate din cărţi sau reviste. Elevii sînt sfătuiţi să înceapă a propune probleme numai după ce au rezolvat un număr destul de mare de exerciţii şi probleme. Problemele propuse, dar necorespunzătoare, nu se pot publica. Dacă un corespondent constată că unele probleme propuse au fost publicate în cărţi sau reviste, este rugat să arate precis volumul şi pagina unde a mai apărut enunţul sau soluţia problemei respective. Solicităm probleme interesante, legate de practică.

Corespondentul nostru care a citit şi a înţeles deplin multe din soluţiile publicate, a rezolvat multe din problemele propuse, poate şi este îndemnat să încerce, să schiţeze cîte o notă rezultată dintr-o observaţie făcută cu ocazia rezolvării unei chestiuni mai grele. Aceste note să fie *revăzute de mai multe ori înainte de a fi trimise*, pentru ca redactarea lor să fie *cît mai clară şi concisă*. Figurile să fie făcute separat. În redactare se vor evita prescurtările. Nu se va scrie: $\parallel = ; \sim ; \ast . \ast . : \perp : \parallel ;$: Tr., etc. iar trecerea de la un calcul la altul să fie explicată pentru a putea urmări uşor desfăşurarea unei demonstraţii. Manuscrisele nepublicate nu se înapoiază.

La publicarea problemelor rezolvate se vor menţiona rezolvitorii care au dat o bună redactare şi o soluţie interesantă, sau mai multe metode de rezolvare.

Elevii claselor IX—XI sau studenţii vor trimite soluţii la problemele propuse pentru claselor VIII—XI. Problemele rezolvate trebuie să fie din ultimele trei numere apărute în G.M.F.—B sau M.F.L. Problemele rezolvate de matematică şi fizică vor fi expediate o dată în cursul unei luni într-un singur plic şi vor fi însoţite de un borderou cu numărul problemelor, scrise în ordine crescîndă. Pe plic se va scrie şcoala, clasa şi localitatea rezolvitorului. Problemele propuse vor fi scrise pe foi separate.

Elevii claselor V—VII vor fi anunţaţi la rubrica rezolvitorilor de probleme dacă trimit cel puţin 7 probleme bine rezolvate, iar elevii claselor VIII—XI, pentru cel puţin 12 probleme bine rezolvate. Elevii din clasa VIII pot trimite soluţii şi la E: V—VIII.

Autorii sînt rugaţi să semneze clar la sfîrşitul lucrării personale pe care o trimit pentru publicat şi adresa lor exactă.

— Majoritatea cărţilor apărute în Biblioteca Societăţii de ştiinţe matematice şi fizice sînt epuizate. Cele apărute recent se pot procura numai din librării, deoarece S.S.M.F. sau redacţia G.M.F.-B nu se ocupă cu vînzarea de cărţi şi nici cu primirea de abonamente.

— Fiecare abonat este rugat să facă cunoscută G.M.F.-B şi altor colegi, pentru a face abonamentele din vreme în vederea planificării tirajului lunar.

Tirajul fiind limitat revistele se trimit mai întîi abonaţilor şi de aceea rugăm colaboratorii G.M.F.-B, să se aboneze de îndată pentru restul numerelor (9—12). Costul este de 1,50 lei exemplarul.

— Abonamentele se pot face individual sau colectiv prin oficiile poştale locale sau prin factorii poştali.

ERATĂ — La problema 5884 în loc de $= 1$ se va scrie $= \sqrt{2}/2$.
— La problema 5886 exponentul este 1963. n.

Întreprinderea Poligrafică Nr. 6 — c. 1609 **Index 41601** **Lei 1,50**

E 1426

KAT

SOCIETATEA DE ȘTIINȚE MATEMATICE ȘI FIZICE
DIN R.P.R.

GAZETA MATEMATICĂ ȘI FIZICĂ

(SERIA B)

PUBLICAȚIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Anul XIV septembrie 1963

9

GAZETA MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ
(SERIA B)
Anul XIV, nr. 9 — septembrie 1963

SUMARUL

		pag.
1.	La început de nou an şcolar de E. Blideanu	513
2.	Aplicaţii ale analizei combinatorii în calculul probabilităţilor de Gabriel Mihoc şi Ion Moga	515
3.	Construcţia unui ceas de expunere electric cu ajutorul tubului cu neon de Iosif Nagy	523
4.	Note matematice de Laurenţiu Lupaş	528
5.	Aplicaţiile tubului cu neon la studierea fenomenelor legate de oscilaţiile electro-magnetice de Iulius Gross şi Iosif Nagy	535
6.	Noutăţi din ştiinţă şi tehnică de Eftimie Grecu . .	538
7.	Rezultatele obţinute la cea de a V-a Olimpiadă Internaţională de matematică ţinută în Iulie 1963. .	539
8.	Probleme rezolvate (5450, 5456, 5459, 5460, 5485; E: 1688, 1834, 1843, 1880, 1892; M.F.L.: 853, 855, 858, 859, 860)	540
9.	Chestiuni de examen (5952—5966)	555
10.	Probleme propuse (5967—5995)	558
11.	Exerciţii şi probleme propuse pentru clasele V—VIII (E: 2026—2041)	563
12.	Rubrica rezolvitorilor de probleme	565

ANUL XIV 9 SEPTEMBRIE

COMITETUL DE REDACŢIE

Allincăi M., profesoară; Atanasiu V., conf. univ., redactor pentru fizică; Cristea I., asistent; Ionescu-Bujor C., prof. univ.; Ionescu-Ţiu C., profesor, redactor pentru matematică; Kiss E., conf. univ.; Koch Fr., lector; Kovacs K., conf. univ.; Muşat I., profesor; Petrovanu A., profesor; Sacter O., conf. univ., redactor şef; Simionescu D. Gh., conf. univ.

REDACŢIA: Str. Academiei, 14 — Tel. 14.46.53 — Bucureşti I

Articolele, notele, recenziile, problemele propuse sau rezolvate, corespondenţa privitoare la activitatea matematică şi fizică a şcolilor, precum şi orice material informativ care ar putea interesa redacţia noastră se vor trimite pe adresa de mai sus

SZÁGOS NŰSZAKI KÖNYVTÁRÉS DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT 1883

GAZETA MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ
(SERIA B)
PUBLICAŢIE LUNARĂ PENTRU TINERET
Anul XIV, nr. 9 septembrie 1963

LA ÎNCEPUT DE NOU AN ŞCOLAR

EUGEN BLIDEANU
director general adjunct în Ministerul Învăţămîntului

Începutul fiecărui an şcolar are semnificaţii adînci pentru elevi şi profesori.

După un popas în care forţele s-au refăcut şi altele noi s-au adăugat, drumurile vor fi străbătute mai uşor spre culmile luminoase ale ştiinţei.

Bucuria întîlnirilor, a revederilor din primele zile, care nicicînd nu se manifestă pe o scară atît de întinsă, lasă locul gîndurilor înaripate, a hotărîrilor ferme şi a eforturilor susţinute pentru înfăptuirea planurilor de viitor, a idealurilor de viaţă spre care aspiră milioanele de tineri îndrumaţi cu grijă şi cu dragoste de profesorii lor harnici şi pricepuţi.

Tineretul nostru are fericirea de a trăi, de a-şi făuri viitorul în anii puterii populare care a creat condiţii minunate pentru care fiecare tînăr să-şi poată dezvolta nestingherit toate forţele şi aptitudinile creatoare, să se pregătească spre a deveni cît mai folositor societăţii, patriei sale.

Pe linia creării acestor condiţii menite să asigure tinerei generaţii posibilităţi de a se bucura din plin de binefacerile ştiinţei şi culturii se înscriu şi pregătirile care de multe luni se desfăşoară în vederea deschiderii acestui an şcolar.

Zeci de mii de oameni ai muncii din diferite sectoare şi-au adus o contribuţie preţioasă la pregătirea condiţiilor pentru ca munca în noul an şcolar să fie tot mai rodnică.

Constructorii au ridicat clădiri de şcoală, dînd în folosinţă aproape 4500 de săli de clase ajutînd astfel la cuprinderea în şcoala generală de 8 ani a tuturor copiilor de vîrstă şcolară şi la un număr sporit de elevi în învăţămîntul mediu.

Muncitorii şi tehnicienii din tipografii au depus eforturi deosebite pentru a asigura apariţia la timp a manualelor şcolare, pentru ca astfel elevii să le aibă la timp şi o dată cu primele lecţii predate să caute cu migală şi perseverenţă în paginile lor adevăruri noi, adunate din munca şi strădaniile generaţiilor trecute. Numai pentru învăţămîntul de cultură generală au fost tipărite circa 22 milioane exemplare de manuale şcolare dintre care peste 17,5 milioane vor fi date gratuit elevilor din cl. I—VII ale învăţămîntului general.

Continuînd munca depusă în anii anteriori, în noul an şcolar unităţile de învăţămînt vor fi înzestrate cu noi aparate de laborator, cu instrumente de calcul, cu cantităţi sporite de hărţi, planşe, tablouri şi alte sortimente didactice pentru care statul nostru a alocat suma de circa 45 milioane lei.

Muncitorii și tehnicienii din întreprinderile și secțiile de material didactic au confecționat și produs în mari cantități o serie de aparate noi cum ar fi : ampermetre și voltametre demonstrative, truse de modele articulate pentru predarea geometriei plane, aparate pentru punerea în evidență a fenomenului de rezonanță în mecanică și în electricitate ș.a.

În practica școlii noastre se aplică pe scară din ce în ce mai largă mijloace didactice moderne cum ar fi : diafilmele, filmele didactice, magnetofoanele care au sarcina să ridice eficacitatea lecțiilor și să ajute la înțelegerea mai adîncă a problemelor de către elevi, la o mai temeinică însușire a cunoștințelor.

În noul an școlar, noi filme didactice vor putea fi folosite la lecțiile de fizică, chimie, biologie, agricultură ; izotopii radioactivi și fabricarea alcoolului etilic, precum și o serie de diafilme ca de exemplu : fabrica de mase plastice din București, Laminorul de țevi de la Roman, O zi de practică în zootehnie și altele.

Acestea constituie, pe lîngă multe alte măsuri pentru crearea unor condiții tot mai bune de învățătură, o dovadă grăitoare a grijii deosebite de care este înconjurat tineretul de către partidul și guvernul nostru.

Misiunea pe care o au de îndeplinit profesorii pe cît este de frumoasă, pe atît este de mare răspundere. Ei transmit elevilor în fiecare lecție, din tezaurul de cunoștințe adunat de-a lungul timpurilor și manifestă o grijă exigentă pentru ca aceste cunoștințe să fie însușite cît mai temeinic de elevi. La rîndul lor elevii, trebuie să depună o muncă sistematică, perseverentă, activă și conștientă pentru ca aceste cunoștințe să nu fie învățate pe de rost, ci să reprezinte rezultatul propriilor lor căutări, corectări, observații și judecăți.

În fața tineretului nostru stau exemple luminoase de muncă pline de abnegație de care au dat dovadă atîția oameni înaintați din diferite domenii ale culturii noastre. Pilde vii demne de urmat, pline de avînt creator se întîlnesc astăzi în țara noastră în toate domeniile unde oamenii muncii, de orice profesie ar fi, își exprimă prin munca lor hotărîrea neclintită de a făuri patriei prezent și viitor de aur.

Cît de mult are de învățat tineretul din exemplul de muncă al acestor oameni care-l mobilizează să se avînte pentru a da viață visurilor lui îndrăznețe și pornirilor generoase.

Elevii noștri, date fiind condițiile în care ei trăiesc și a posibilităților care le sînt create, pot astăzi să manifeste preocupări multiple pentru diferite domenii ale cunoașterii umane.

În cadrul școlii toate obiectele de învățămînt contribuie la formarea orizontului de cultură generală, la dezvoltarea multilaterală a elevilor și studiul lor temeinic trebuie să preocupe în egală măsură pe toți elevii.

Pe acest fond larg de preocupări se profilează însă o preferință, un interes deosebit pentru studiul unei discipline sau unui grup de discipline.

Interesul pe care un număr tot mai mare de elevi îl manifestă pentru studiul științelor matematice și fizice, prezintă o deosebită importanță.

Matematica și fizica sînt științe care stau la baza tehnicii și tehnologiei moderne, cuceririle lor se folosesc pe scară largă în producție, în diverse sectoare ale economiei naționale.

Pentru ca țara noastră să aibă în viitor cît mai mulți și pricepuți muncitori, tehnicieni, ingineri, oameni de știință care să fie purtători ai pro-

gresului științific și tehnic, în școala de cultură generală trebuie să crească mereu rîndurile iubitorilor de matematică și fizică, să sporească preocupările lor pentru aceste vaste domenii ale cunoașterii umane.

La începutul noului an școlar urăm elevilor și profesorilor noi succese în activitatea lor.

APLICAȚII ALE ANALIZEI COMBINATORII ÎN CALCULUL PROBABILITĂȚILOR

GABRIEL MIHOC și *ION MOGA*, studenți București

Definiția noțiunii de probabilitate s-a mai dat în alte articole ale G.M.F.-B printre care și în articolul „Probabilități" de M. Iosifescu și R. Theodorescu apărut în nr. 3/1962.

În cele ce urmează ne propunem să arătăm cum se aplică elementele de analiză combinatorie la calcularea probabilităților unor evenimente.

Reamintim că probabilitatea producerii unui eveniment este raportul dintre numărul de cazuri favorabile și numărul cazurilor posibile cu condiția ca toate cazurile să fie egal posibile.

De exemplu, probabilitatea de a scoate o bilă roșie dintr-o urnă care conține 5 bile albe și 8 roșii identice ca mărime, greutate etc. este $\frac{8}{13}$.

Din definiția ce s-a dat rezultă că probabilitatea este un număr cuprins între 0 și 1. Cînd probabilitatea producerii unui eveniment este 1 avem certitudinea producerii lui, iar cînd această probabilitate este 0, evenimentul este imposibil.

În rezolvarea multor probleme de teoria probabilităților, dificultatea constă în enumerarea cazurilor posibile și favorabile.

Să considerăm un exemplu: Care este probabilitatea ca aruncînd 2 zaruri să obținem o dublă?

Numărul cazurilor posibile, adică toate combinațiile de numere ce se pot forma cu două zaruri, este 36. Acestea sînt:

11	21	31	41	51	61
12	22	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
16	26	36	46	56	66

unde trebuie observat că „1, 2" este distinct de „2, 1", deoarece în cazul „1, 2", 1 apare pe primul zar și 2 pe al doilea, dar în cazul „2, 1" invers.

Numărul cazurilor favorabile este 6, căci putem obține șase duble. Deci probabilitatea de a obține o dublă este $\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$.

Vom pune acum o altă problemă: Să considerăm o urnă cu a bile albe, b bile roșii și c bile negre. Care este probabilitatea ca scoțînd o bilă din urnă ea să fie albă sau roșie?

Notăm cu $P(A)$ probabilitatea de a scoate o bilă albă, cu $P(R)$ probabilitatea de a scoate o bilă roșie și cu $P(A$ sau $R)$ propabilitatea de a scoate o bilă albă sau roșie, adică probabilitatea căutată în problemă.

Avem evident, $P(A) = \frac{a}{n}$, $P(R) = \frac{b}{n}$, $P(A \text{ sau } R) = \frac{a+b}{n}$, unde am notat $n = a+b+c$. Obținem egalitatea $P(A \text{ sau } R) = P(A) + P(R)$.

Regula de mai sus de adunare a probabilităților este generală.

Dacă A și B sînt două evenimente incompatibile (adică nu pot avea loc simultan) avem relația:

$$P(A \text{ sau } B) = P(A) + P(B), \tag{1}$$

unde am notat cu $P(A)$ și $P(B)$ probabilitatea producerii evenimentului A, respectiv B și cu $P(A \text{ sau } B)$ probabilitatea producerii măcar a unuia din evenimentele A și B.

În cazul problemei de mai sus evenimentul care constă în scoaterea unei bile albe este incompatibil cu evenimentul care constă în scoaterea unei bile roșii, căci scoțînd o bilă din urnă ea nu poate fi simultan albă și roșie.

Vom generaliza proprietatea (1) demonstrînd relația

$$p(E_1 \text{ sau } E_2 \text{ sau} \ldots \text{ sau } E_n) = p(E_1) + p(E_2) + \ldots + p(E_n), \tag{1'}$$

unde am notat cu $p(E_1 \text{ sau } E_2 \text{ sau} \ldots \text{sau } E_n)$ probabilitatea producerii măcar a unuia din evenimentele independente $E_1, E_2 \ldots, E_n$. Demonstrația o vom face prin inducție completă. Pentru $n=2$ relația (1') devine relația (1), deci este adevărată. Presupunem adevărată relația

$$p(E_1 \text{ sau } E_2 \text{ sau} \ldots \text{ sau } E_{n-1}) = p(E_1) + p(E_2) + \ldots + p(E_{n-1})$$

și trebuie să arătăm că și relația (1') este adevărată.

Notăm cu A evenimentul care constă în producerea măcar a unuia din evenimentele independente $E_1, E_2 \ldots, E_{n-1}$.

Avem evident, $p(E_1 \text{ sau } E_2 \text{ sau} \ldots \text{sau } E_{n-1} \text{ sau } E_n) = p(A \text{ sau } E_n)$ și acum, aplicînd proprietatea (1), avem:

$$p(A \text{ sau } E_n) = p(A) + p(E_n) = p(E_1 \text{ sau } E_2 \text{ sau} \ldots \text{ sau } E_{n-1}) + p(E_n) = p(E_1) + p(E_2) + \ldots + p(E_n).$$

Să considerăm o urnă cu a bile albe și b bile negre, în total n bile. Care este probabilitatea ca făcînd două extracții, prima bilă să fie albă, iar a doua neagră.

Notăm cu A evenimentul care constă în scoaterea unei bile albe la prima extracție și cu B/A evenimentul care constă în scoaterea unei bile negre la a doua extracție, dacă A s-a produs. Notăm cu AB evenimentul care constă în scoaterea unei bile albe la prima extracție și a unei bile negre la a doua extracție. Avem

$$p(A) = \frac{a}{n}, \qquad p(B/A) = \frac{b}{n-1}.$$

La prima extracție avem n posibilități, căci putem extrage oricare din cele n bile. Cum la a doua extracție avem n-1 posibilități rezultă că cele două extrageri se pot face în $n(n-1)$ moduri diferite.

Să numărăm cazurile favorabile, adică atunci cînd se produce evenimentul AB.

La prima extracție avem a cazuri favorabile, iar la a doua extracție b; deci numărul total al cazurilor favorabile este ab. Rezultă

$$p(AB) = \frac{ab}{n(n-1)} = \frac{a}{n} \cdot \frac{b}{n-1} = p(A) \cdot p(B/A).$$

Trebuie observat că în cazul problemei noastre nu ne mai interesează producerea evenimentului B, dacă evenimentul A nu s-a produs. Proprietatea de mai sus este generală.

Fie A și B două evenimente B producîndu-se numai după A, avem relația

$$p(AB) = p(A) \cdot p(B/A), \tag{2}$$

unde cu $p(AB)$ am notat probabilitatea producerii evenimentului A și apoi a evenimentului B.

Și această proprietate poate fi generalizată:

$$p(E_1 \cdot E_2 \ldots E_n) = p(E_1)\, p(E_2/E_1) \ldots p(E_n/E_1 E_2 \ldots E_{n-1}) \tag{2'}$$

unde E_i $(1 \leqslant i \leqslant n)$ sînt niște evenimente astfel ca E_i să se poată produce numai după ce s-au produs evenimentele $E_1, E_2, \ldots, E_{i-2}, E_{i-1}$, iar prin $p(E_1 E_2 \ldots E_n)$ am notat probabilitatea producerii tuturor evenimentelor E_i $(1 \leqslant i \leqslant n)$.

Demonstrația o facem tot prin inducție completă.

Pentru $n=2$ relația (2') devine relația (2) care este adevărată.

Presupunem adevărată relația

$$p(E_1 E_2 \ldots E_{n-1}) = p(E_1)\, p(E_2/E_1) \ldots p(E_{n-1}/E_1 E_2 \ldots E_{n-2})$$

și notăm cu A evenimentul care constă în producerea tuturor evenimentelor $E_1 E_2 \ldots E_{n-1}$.

Avem $p(E_1 E_2 \ldots E_n) = p(A.E_n)$ și aplicînd proprietatea (2),

$$p(AE_n) = p(A) \cdot p(E_n/A) = p(E_1 E_2 \ldots E_{n-1}) \cdot p(E_n/E_1 E_2 \ldots E_{n-1}) =$$
$$= p(E_1) \cdot p(E_2/E_1) \ldots p(E_{n-1}/E_1 E_2 \ldots E_{n-2}) \cdot p(E_n/E_1 E_2 \ldots E_{n-1})$$

adică relația pe care trebuia să o demonstrăm.

2. *Exemple.*

I. Într-o crescătorie de pui vine un achizitor care vrea să cumpere k pui. El este pus să-și aleagă dintr-un lot de n pui, dintre care k pui sînt albi și restul roșii. Care este probabilitatea ca luînd la întîmplare k pui, toți puii să fie albi?

Putem lua k pui în C_n^k moduri diferite, un singur mod de alegere fiind favorabil, acela în care toți cei k pui sînt albi. Deci, probabilitatea căutată este $\frac{1}{C_n^k}$.

Vom rezolva aceeași problemă printr-o altă metodă.

Luînd un pui la întîmplare probabilitatea de a fi alb este $\frac{k}{n}$.

Presupunînd acest eveniment realizat, probabilitatea ca luînd a doua oară un pui el să fie tot alb este $\frac{k-1}{n-1}$.

Dacă presupunem și acest eveniment realizat și luăm un al treilea pui, probabilitatea ca el să fie tot alb este $\frac{k-2}{n-2}$ și așa mai departe.

Rezultă, presupunînd că am luat k-1 pui albi, probabilitatea ca luînd și a k-oară puiul, el să fie tot alb este $\frac{1}{n-k+1}$.

Conform proprietății (2') probabilitatea de a se realiza toate aceste evenimente este produsul probabilităților fiecărui eveniment în parte. Deci:

$$P = \frac{k}{n} \cdot \frac{k-1}{n-1} \cdot \frac{k-2}{n-2} \cdot \ldots \cdot \frac{1}{n-k+1} = \frac{k!}{n(n-1)(n-2)\cdots(n-k+1)}.$$

Cum probabilitățile trebuie să fie egale rezultă

$$\frac{1}{C_n^k} = \frac{k!}{n(n-1)\cdots(n-k+1)} \text{ sau : } C_n^k = \frac{n(n-1)\cdot\ldots\cdot(n-k+1)}{k!} =$$

$$= \frac{n!}{k!\,(n-k)!}$$

adică formula combinărilor.

Să calculăm acum, probabilitatea ca luînd n-k pui la întîmplare ei să fie roșii.

Putem formula această problemă și astfel:

Care este probabilitatea ca alegînd n-k pui la întîmplare, cei rămași să fie albi?

În această formulare se observă că problema este identică cu cea rezolvată anterior, deci avem aceiași probabilitate. Cum probabilitatea pentru a doua problemă este $\frac{1}{C_n^{n-k}}$, rezultă egalitatea

$$\frac{1}{C_n^{n-k}} = \frac{1}{C_n^k}, \text{ sau } C_n^{n-k} = C_n^k$$

și am demonstrat astfel, prin altă metodă, o formulă cunoscută din analiza combinatorie.

II. La o manifestație se defilează în rînduri de n persoane. Care este probabilitatea ca așezînd într-un rînd la întîmplare n elevi, aceștia să fie ordonați după înălțime, cel mai înalt elev fiind așezat în flancul drept?

Probabilitatea ca cel mai înalt elev să fie așezat primul din flancul drept este $\frac{1}{n}$.

Presupunînd acest eveniment realizat, probabilitatea ca al doilea elev ca înălțime să fie așezat pe locul imediat următor este $\frac{1}{n-1}$, căci numai n-1 locuri au rămas libere.

Presupunînd și acest eveniment realizat probabilitatea ca al treilea elev ca înălțime să fie așezat imediat la stînga celui de-al doilea elev este $\frac{1}{n-2}$ și așa mai departe.

Considerînd realizate cele n-1 evenimente care constau în ordonarea primilor n-1 elevi după înălțime rezultă că celui mai mic elev îi rămîne ultimul loc, cel din flancul stîng.

Aplicînd proprietatea (2') rezultă probabilitatea căutată:

$$n = \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{n-1} \cdot \frac{1}{n-2} \cdot \ldots \cdot \frac{1}{1} = \frac{1}{n!}.$$

Vom rezolva acum, altfel problema.

Cei n elevi pot fi așezați în P_n (permutări de n obiecte) moduri diferite, o singură așezare fiind favorabilă, aceea după înălțime. Deci, avem P_n cazuri posibile și un caz favorabil.

Rezultă

$$p = \frac{1}{P_n} = \frac{1}{n!} \text{ sau } P_n = n!$$

adică formula permutărilor.

III. În trei vagoane de tramvai s-au urcat nouă călători. Fiecare călător se urcă într-un vagon la întîmplare. Care este probabilitatea ca: a) în primul vagon să se afle 3 persoane? b) ca în fiecare vagon să se afle cîte 3 persoane?

a) Cei trei călători care se suie în primul vagon pot fi aleși în C_9^3 moduri diferite. Ceilalți 6 călători trebuie să se suie în celelalte două vagoane.

Fiecare are două posibilități, deci cei 6 călători se pot sui în 2^6 moduri diferite în cele 2 vagoane. Pentru o alegere a celor 3 călători din primul vagon avem 2^6 moduri diferite de așezare a celorlalți călători în ultimele 2 vagoane.

Dar cum avem C_9^3 moduri diferite de alegere a călătorilor din primul vagon rezultă că avem în total $2^6 \cdot C_9^3$ cazuri favorabile.

Numărul cazurilor posibile este 3^9, căci avem 9 călători, fiecare avînd posibilitatea de a se sui în oricare din cele 3 vagoane.

Probabilitatea căutată este deci:

$$p = \frac{2^6 c_9^3}{3^9} = \frac{2^6 \cdot 9.8.7.}{3^9 \cdot 1.2.3} = \frac{1792}{6561} \approx 0{,}273.$$

b) În primul vagon 3 călători se pot alege în C_9^3 moduri diferite. În al doilea vagon se pot alege 3 călători din cei 6 rămași în C_9^3 moduri diferite, rămînînd încă 3 călători pentru ultimul vagon.

Asociind C_9^3 moduri în care se pot alege trei călători pentru primul vagon cu C_6^3 moduri în care se pot alege 3 călători pentru al doilea vagon se obține numărul cazurilor favorabile $C_6^3 \cdot C_9^3$.

Cum numărul cazurilor posibile este același ca și la punctul a) probabilitatea căutată este

$$p = \frac{C_6^3 C_9^3}{3^9} = \frac{6.5.4.9.8.7}{(3!)^2 3^9} = \frac{560}{6561} \approx 0{,}085$$

adică o probabilitate destul de mică.

IV. Într-o urnă sînt tot atîtea bile albe ca și roșii. Se fac n extracții succesive din urnă punînd de fiecare dată bila extrasă din nou în urnă. Care este probabilitatea ca printre cele n bile extrase să se găsească α bile albe și $n-\alpha$ bile roșii $(\alpha \leqslant n)$?

Notăm prin A apariția unei bile albe și prin R apariția unei bile roșii. Vom obține succesiunea de forma $ARAAR\ldots$ unde numărul total al literelor este egal cu n. Sîntem într-un caz favorabil dacă într-o asemenea succesiune avem α litere A și $(n-\alpha)$ litere R. Probabilitatea de a obține o bilă albă, adică litera A, într-o extracție este $\frac{1}{2}$, căci numărul bilelor albe este egal cu numărul bilelor roșii. La fel, probabilitatea de a obține litera R este egală cu $\frac{1}{2}$. Prin urmare, probabilitatea obținerii succesiunii de mai sus, ca de altfel probabilitatea obținerii oricărei succesiuni este $\frac{1}{2^n}$.

Există însă, C_n^α combinații distincte de n litere A și R în care avem α litere A și $(n-\alpha)$ litere R. Prin urmare, probabilitatea căutată este

$$p = \frac{1}{2^n} \cdot C_n^\alpha .$$

Notăm cu $E\alpha$ evenimentul care constă în existența $\alpha\alpha$ bile albe printre cele n extrase. Avem evident

$$p\,(E_0 \text{ sau } E_1 \text{ sau } \ldots \text{ sau } E_n) = 1$$

căci măcar unul din evenimentele $E\alpha\ (0 \leqslant \alpha \leqslant n)$ se va produce în mod cert. Dar relația de mai sus se poate scrie:

$$p\,(E_0) + p\,(E_1) + \ldots + p\,(E_n) = 1 \text{ sau: } \frac{1}{2^n} C_n^0 + \frac{1}{2^n} C_n^1 + \ldots + \frac{1}{2^n} C_n^n = 1$$

sau, în sfîrșit:

$$C_n^0 + C_n^1 + \ldots + C_n^n = 2^n$$

regăsim astfel, o formulă cunoscută din analiza combinatorie.

V. Într-un coș se găsesc n ouă proaspete și m ouă stricate. Care este probabilitatea ca luînd la întîmplare k ouă printre ele să se găsească r ouă stricate?

Numărul cazurilor posibile este C_{m+n}^k, căci trebuie să formăm o grupă de k ouă din cele $m+n$ existente în coș.

Să numărăm acum, cazurile favorabile (scoaterea a r ouă stricate!)

Putem scoate r ouă stricate în C_m^r moduri diferite, iar restul de $k-r$ ouă trebuie să fie proaspete. Ouăle proaspete pot fi scoase în C_n^{k-r} moduri diferite, deci în total avem $C_m^r \cdot C_n^{k-r}$ cazuri favorabile. Obținem:

$$p_r = \frac{C_m^r \cdot C_n^{k-r}}{C_{m+n}^k}$$

unde am pus indicele r, deoarece această probabilitate depinde de r.

Să presupunem $k \geqslant m$. Notăm cu $E_i (0 \leqslant i \leqslant m)$ evenimentul care constă în scoaterea a i ouă stricate. Avem evident

$$p(E_0 \text{ sau } E_1 \text{ sau} \ldots \text{sau } E_m) = 1.$$

Dar $p(E_0 \text{ sau } E_1 \ldots \text{sau } E_m) = p(E_0) + p(E_1) + \ldots + p(E_m) = 1.$

Înlocuind $p(E_i)$ cu $p_i (0 \leqslant i \leqslant m)$ obținem identitatea:

$$\frac{C_m^0 C_n^k}{C_{m+n}^k} + \frac{C_m^1 C_n^{k-1}}{C_{m+n}^k} + \ldots + \frac{C_m^r C_n^{k-r}}{C_{m+n}^k} + \ldots + \frac{C_m^m C_n^{k-m}}{C_{m+n}^k} = 1 \text{ sau:}$$

$$C_m^0 C_n^k + C_m^1 C_n^{k-1} + \ldots + C_m^r C_n^{k-r} + \ldots + C_m^m C_n^{k-m} = C_{m+n}^k.$$

Am demonstrat astfel, destul de simplu, o formulă complicată din analiza combinatorie.

VI. Care este probabilitatea ca $C_n^5 (n \geqslant 5)$ să fie un număr divizibil cu 5?

$$C_n^5 = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{5!}.$$

Pentru ca C_n^5 să fie divizibil cu 5 este necesar ca produsul $n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)$ să fie divizibil cu 25, cu alte cuvinte să fie un multiplu de 25.

Față de 25, un număr oarecare se scrie sub forma

$$n = \mathfrak{M}\, 25 + q \qquad 0 \leqslant q \leqslant 24.$$

Există deci, 25 de forme diferite, după cele 25 valori pe care le ia q. Din acestea următoarele 5 cazuri sînt favorabile:

$$n = \mathfrak{M}\, 25;\ n = \mathfrak{M}\, 25 + 1;\ n = \mathfrak{M}\, 25 + 2;\ n = \mathfrak{M}\, 25 + 3;$$

$$n = \mathfrak{M}\, 25 + 4.$$

căci, dacă n se prezintă sub una din formele de mai sus, cel puțin un termen al produsului $n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)$ este un multiplu de 25.

În concluzie, avem 25 de cazuri posibile dintre care 5 sînt favorabile, deci $p = \frac{5}{25} = \frac{1}{5}$.

VII. *Problema concordanței.* Într-o urnă se găsesc n bile identice ca mărime, greutate etc., numerotate de la 1 la n. Extrăgînd pe rînd, cîte o bilă din urnă, care este probabilitatea ca la extragerea k să găsim bila cu numărul de ordine k (să avem o concordanță) ?

Să așezăm bilele în ordinea extracției într-un șir. Trebuie să calculăm care este probabilitatea ca termenul k din șir să fie chiar bila cu numărul k.

Este evident că putem face extragerea celor n bile în $n!$ moduri diferite, adică permutări de n obiecte. În această problemă este avantajos să numărăm cazurile nefavorabile și scăzînd apoi din numărul cazurilor posibile vom obține numărul cazurilor favorabile.

Vom nota numărul cazurilor nefavorabile cu A_n. Este ușor de observat că acest număr depinde de numărul bilelor și de aceea am pus un indice n. Dacă avem un caz nefavorabil prima bilă din șir ar avea unul din numerele 2, 3, 4, ..., n. În acest caz, a doua bilă sau are numărul 1 sau unul din numerele 3, 4, 5, ..., n.

Vom considera separat aceste două cazuri.

Dacă bila a doua din șir are numărul 1, atunci pentru ca acest caz să fie nefavorabil trebuie ca așezarea bilelor cu numerele 3, 4, 5, ..., n să fie în așa fel ca să nu avem nici o concordanță. Numărul acestor cazuri este evident egal cu numărul cazurilor nefavorabile pentru $n-2$ bile, adică cu A_{n-2}.

Să considerăm acum, cazul cînd pe al doilea loc în șir se găsește o bilă cu unul din numerele 3, 4 pînă la n. Numărul acestor cazuri este egal cu numărul cazurilor nefavorabile pentru $n-1$ bile, adică cu A_{n-1}. Deci, numărul tuturor cazurilor nefavorabile în care pe primul loc în șir se găsește bila cu numărul 2 este $A_{n-1} + A_{n-2}$.

Dar, pe primul loc în șir se poate găsi oricare din bilele cu numerele 2, 3, ..., n, deci în total $n-1$ posibilități. Deci, numărul cazurilor nefavorabile este

$$\text{(a)} \qquad A_n = (n-1)(A_{n-1} + A_{n-2}).$$

Dacă notăm cu p_n probabilitatea de a nu avea nici o concordanță avem $p_n = \frac{A_n}{n!}$.

Din (a) deducem prin împărțire cu $n!$

$$\frac{P_n}{n!} = (n-1)\left[\frac{A_{n-1}}{n!} + \frac{A_{n-2}}{n!}\right] = (n-1)\left[\frac{1}{n} \cdot \frac{A_{n-1}}{(n-1)!} + \frac{1}{n(n-1)} \cdot \frac{A_{n-2}}{(n-2)!}\right]$$

sau :

$$p_n = \frac{n-1}{n} p_{n-1} + \frac{1}{n} p_{n-2}\,;\; p_n = p_{n-1} - \frac{1}{n} p_{n-1} + \frac{1}{n} p_{n-2}\,;$$

$$p_n = p_{n-1} - \frac{1}{n}(p_{n-1} - p_{n-2}).$$

Pentru $n=1$, $A_1=0$, $p_1=0$.

Pentru $n=2$, din două cazuri posibile unul este favorabil şi unul nu; deci $p_2=\frac{1}{2}$.

$$p_3 = p_2 - \frac{1}{3}(p_2 - p_1) = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2.3},$$

$$p_4 = p_3 - \frac{1}{4}(p_3 - p_2) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2.3} - \frac{1}{4}\left(-\frac{1}{2.3}\right) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2.3} + \frac{1}{2.3.4},$$

$$p_5 = p_4 - \frac{1}{5}(p_4 - p_3) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2.3} + \frac{1}{2.3.4} - \frac{1}{5} - \frac{1}{2.3.4} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2.3} +$$

$$+ \frac{1}{2.3.4} - \frac{1}{2.3.4.5}.$$

. . . . . .

$$p_n = p_{n-1} - \frac{1}{n}(p_{n-1} - p_{n-2}) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2.3} + \frac{1}{2.3.4} + \cdots + \frac{(-1)^{n-1}}{2.3\ldots(n-1)} -$$

$$- \frac{1}{n}\frac{(-1)^{n-1}}{2.3.4\ldots(n-1)} = \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \cdots + \frac{(-1)^{n-1}}{(n-1)!} + \frac{(-1)^n}{n!}.$$

Probabilitatea căutată în problemă este

$$P = \frac{n! - A_n}{n!} = 1 - \frac{A_n}{n!} = 1 - p_n = 1 - \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \ldots + \frac{(-1)^n}{n!}$$

căci numărul cazurilor favorabile este $n!-A$.

Din rezolvarea acestor probleme ne dăm seama de utilitatea analizei combinatorii în calculul probabilităţilor, dar şi de posibilitatea folosirii calculului probabilităţilor în demonstrarea unor formule de analiză combinatorie.

SĂ CONSTRUIM CU MIJLOACE PROPRII

MODELE ŞI APARATE DE FIZICĂ

CONSTRUCŢIA UNUI CEAS DE EXPUNERE ELECTRIC CU AJUTORUL TUBULUI CU NEON

de prof. *NAGY IOSIF*

Calitatea fotografiilor executate în laboratoarele foto depinde de mai mulţi factori, dintre care unul este şi dozarea cantităţii de lumină atît la expunerea filmului, cît şi la aparatele de mărit, în momentul măririi fotografiilor.

După alegere, timpul de expunere la prelucrarea filmului este foarte important să fie menţinut neschimbat. Acest lucru se realizează prin citirea unui ceasornic prin numărare începînd cu 11, 12, 13,... (aceste

numere pronunțîndu-se aproximativ, în intervale egale de timp) sau folosind anumite cesornice speciale numite și ceasuri de expunere, care sînt costisitoare etc.

Dificultatea acestor metode constă în citirea neprecisă a ceasornicului, din cauza vizibilității reduse la lumina roșie sau galbenă sau în nerespectarea pronunțării uniforme a cifrelor 11, 12, 13 ș.a.m.d

Scopul articolului de față este de a face cunoscut membrilor cercurilor foto, precum și elevilor care lucrează individual, construirea a două

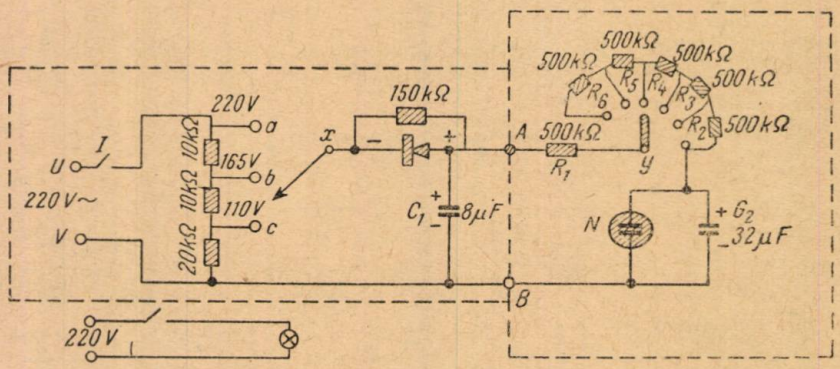


Fig. 1

aparate: unul care indică timpul ales, necesar expunerii, deci un indicator de timp, și altul care deschide automat circuitul ținînd cont și de variațiile tensiunii.

Principiul de funcționare al aparatului se bazează pe acea proprietate a lămpii cu neon, că tensiunea de aprindere este mai mare decît cea de stingere. Pe de altă parte încărcarea condensatorului printr-o rezistență necesită un timp a cărui mărime depinde de diferența de potențial de la bornele circuitului, de valoarea rezistenței, de capacitatea condensatorului etc.

Principiul de funcționare al unui circuit *R, C* și bec cu neon (fig. 2) a fost tratat amănunțit în G.M.F.-B 11/1962. Menționez doar, că aprinderea becului cu neon indică sfîrșitul intervalului de timp ales.

Descrierea aparatului și materialul necesar:

6 rezistențe ohmice de cîte 500 kΩ, 1/4 W
1 rezistență de 150 kΩ pentru protejarea detectorului
2 rezistențe de cîte 10 kΩ și 5 W
1 rezistență de 20 kΩ și 5 W
1 diodă cu germaniu DGT-27 (se poate înlocui cu echivalentele ei DGT-25 sau un redresor cu seleniu pentru 220 V)
1 condensator electrolitic de 8μF/450 V
1 condensator electrolitic de 32μF/450 V de bună calitate
1 bec cu neon tip N-25 fabricație MGI Electrofar, avînd $U_{ap.}$=80 V și $U_{st.}$=70 V
13 bucșe de radio, conductori pentru legături, conductori bifiliari flexibili cu fișe, placaj sau o placă izolantă

Schema aparatului (fig. 1).

După cum se vede din figura 1 aparatul are două părți principale: redresorul compus din trei rezistențe, dioda și condensatorul de filtraj.

Circuitul compus dintr-un grup de rezistențe legate în serie, bec cu neon și un condensator electrolitic de bună calitate (100—200 MΩ/μF). Este foarte important să ținem seamă de calitatea condensatorului din circuitul al doilea, mai ales atunci cînd dorim să obținem intervale de timp mai lungi de 60 secunde.

Studiind montajul din figura 1, observăm că în circuitul redresorului se găsesc trei rezistențe legate în serie, totalizînd 40 kΩ legate la 220 V. Rezultă că pentru fiecare 10 kΩ corespunde o cădere de tensiune de 55 V, adică putem obține diferite tensiuni pe care urmează să le redresăm și să le filtrăm.

Perioada oscilațiilor poate fi calculată cu o formulă bine cunoscută: $T = CR \cdot \ln \frac{U - U_s}{U - U_a}$, în care T este intervalul de timp între două oscilații consecutive exprimate în secunde, C este capacitatea condensatorului în farazi, R este rezistența în ohmi, U este tensiunea continuă de pe bornele circuitului (fig. 2), U_a este tensiunea de aprindere și U_s este tensiunea de stingere.

Cu această formulă dacă dorim putem schimba prin calcul valoarea rezistențelor din figura 1, precum și capacitatea C_2 ceea ce duce la schimbarea perioadei oscilațiilor. În folosirea formulei de mai sus trebuie să

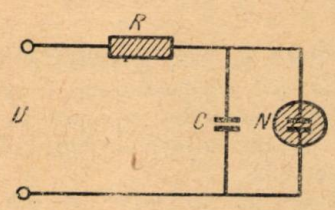


Fig. 2

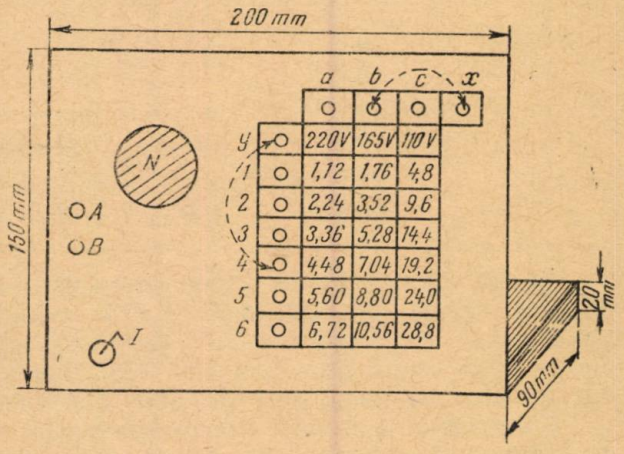


Fig. 3

ținem cont de unitățile de măsură și de transformarea logaritmului din baza „e" în baza „10", ușor calculabil cu tabelele de logaritmi. Putem face substituția:

$$T = CR \frac{1}{M} \log \frac{U - U_s}{U - U_a}$$

în care M se numește modul de transformare și are valoarea $\frac{1}{2{,}3}$, adică

$\frac{1}{M} = 2{,}3$. Folosind valorile din montaj (fig. 1) putem obține următoarele intervale de timp (tabelul următor) :

U în volți	T în secunde	R în $k\Omega$
220	1,12	$R = 500$
	2,24	$R + R = 2 \times 500$
	3,36	$R + R + R = 3 \times 500$
	4,48	$R + R + R + R = 4 \times 500$
	5,60	$R + R + R + R + R = 5 \times 500$
	6,72	$R + R + R + R + R + R = 6 \times 500$
165	1,76	$R = 500$
	3,52	$R + R = 2 \times 500$
	5,28	$R + R + R = 3 \times 500$
	7,04	$R + R + R + R = 4 \times 500$
	8,8	$R + R + R + R + R = 5 \times 500$
	10,56	$R + R + R + R + R + R = 6 \times 500$
110	4,8	$R = 500$
	9,6	$R + R = 2 \times 500$
	14,4	$R + R + R = 3 \times 500$
	12,2	$R + R + R + R = 4 \times 500$
	24,0	$R + R + R + R + R = 5 \times 500$
	28,8	$R + R + R + R + R + R = 6 \times 500$

În caz că se schimbă tensiunea rețelei, evident și durata iluminării filmului, devine alta, în cazul nostru aparatul are proprietatea de a „ține sema" de aceste variații. Ex. dacă scade tensiunea — aceasta atrage după sine o iluminare mai slabă, dar și condensatorul se încarcă într-un timp mai lung, deci variațiile sînt compensate.

Construcția aparatului. Panoul frontal are o mărime de 200×150 mm, confecționat din ebonită sau placaj, avînd grosimea de 3—4 mm. Platforma se poate construi din scîndură uscată de mărime 150×90×20 mm. Pe panoul din față montăm : bucșe de radio sau o regletă de bucșe de radio care se găsește în comerț, cu 7 poziții la care rezistențele de cîte 500 kΩ sînt legate în serie ; bucșe de radio pentru schimbarea tensiunii de alimentare, de care legăm cursorul x (fig. 1) de la redresor și bucșele a, b, c de la rezistențele de 20 kΩ, respectiv 10 și 10 kΩ ; 2 bucșe A și B, 1 orificiu de vizare pentru becul cu neon.

Pe platforma orizontală montăm condensatorii electrolitici, ținînd seamă de polaritatea lor. Menționez că așezarea pieselor, precum și metodele de schimbare a bornelor depinde de bunul plac al constructorilor.

Folosirea aparatului. Aparatul descris mai sus poate fi alimentat cu curent alternativ sau cu curent continuu (din alimentator sau altă sursă de curent continuu cu tensiune cunoscută).

a) În curent alternativ procedăm în felul următor : în camera obscură vom aşeza indicatorul nostru de timp lîngă aparatul de mărit şi în mod normal vom stabili un timp de expunere cu metodele cunoscute. Cu aju-

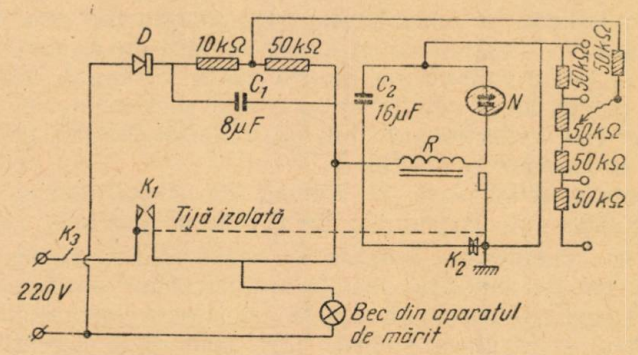


Fig. 4

torul tabelului 1 găsit în apropierea luminii roşii stabilim mărimea rezistenţei în funcţie de tensiune de alimentare. De exemplu, dacă avem nevoie de un timp de expunere de 7 secunde, din tabel găsim la o tensiune de 165 V, valoarea corespunzătoare a rezistenţei, 4×500 kΩ.

Facem legătura între borna *x* (fig. 1—3) şi *b*, pentru 165 V, sau între borna *x* şi *a*, respectiv *x* şi *c*, pentru alte tensiuni (220, 110 V); vom lega borna *y* (fig. 1—3) la borna 4 pentru care corespunde o rezistenţă de 4×500 kΩ).

Verificînd legăturile cuplăm cu un cordon flexibil bornele *u* şi *v* la prizele circuitului de alimentare şi închidem circuitul. După 10—15 secunde apare primul semnal — se aprinde becul cu neon, pentru un timp foarte scurt. Semnalul următor apare după 7 secunde. Acest lucru se repetă atîta timp cît avem circuitul de alimentare închis.

Schimbarea bornelor cu ajutorul tabelului atrage după sine schimbarea intervalului de timp. Putem evita folosirea separată a tabelului dacă înscriem pe platforma vopsită în alb, cifrele corespunzătoare valorilor *U* şi *R*, cu vopsea neagră, bine vizibilă la lumina roşie (fig. 3).

După toate acestea putem începe expunerea. La un semnal aprindem sursa de iluminat din corpul aparatului de mărit, iar la următorul semnal o stingem.

b) Dacă folosim curent continuu de la un alimentator construit de I.M.D. Bucureşti, nu vom folosi legăturile *x—a* etc., ci conectăm direct bornele *A* şi *B* (fig. 3) la curent continuu. De aici în colo se lucrează ca mai sus.

Observaţii. Fidelitatea aparatului faţă de valorile din tabel, depinde de calitatea rezistenţelor folosite. Recomandăm rezistenţe cu toleranţe ±1% sau ±5%. Rezultatele sînt mulţumitoare şi în cazul toleranţelor mai mari.

Al doilea aparat are ca proprietate deosebită față de primul, faptul că decuplează automat și sursa de iluminat din aparatul de mărit. Schema aparatului se găsește în fig. 4. Principiul de funcționare este asemănător cu precedentul, deosebirea este că releul R, deschide circuitul prin contactele K_1, în momentul descărcării condensatorului C_2 și scurtcircuitează prin K_2, adică ajută la descărcarea totală a condensatorului. Fenomenul se repetă numai în cazul folosirii și a întrerupătorului K_3. Materialul necesar este indicat în schemă (fig. 4), construcția este asemănătoare, la fel și stabilirea timpului de expunere se face cu ajutorul rezistențelor.

Releul se poate confecționa dintr-o cască telefonică, schimbînd membrana cu o paletă lungă de 40 mm, pe care vom monta contactul K_2. Cu ajutorul unei tije confecționată dintr-un material izolant, prinse de paletă se va pune în mișcare contactul K_1.

În practică, releul are un bobinaj de 20 000 spire, cu sîrmă de diametru de 0,05 mm, consumînd un curent de 0,5 mA.

Luînd în considerare simplitatea construcției, precum și calitățile și utilitatea lor recomandăm membrilor cercurilor de fizică să construiască aceste aparate care sînt foarte folositoare laboratoarelor de foto, stabilind astfel o legătură strînsă între cele două cercuri. Pe de altă parte primul aparat poate fi folosit la executarea anumitor experiențe de fizică, de ex.: mișcarea uniformă sau la studiul mișcărilor oscilante etc., unde vom avea nevoie de intervale de timp egale.

NOTE MATEMATICE

CITEVA RELAȚII METRICE BAZATE PE IDENTITĂȚI TRIGONOMETRICE

1. Într-un triunghi ABC se cunosc identitățile:

$$\sin A \cdot \sin (B - C) + \sin B \cdot \sin (C - A) + \sin C \cdot \sin (A - B) = 0 \quad (1.1)$$

și

$$\sin^3 A \cdot \sin (B - C) + \sin^3 B \cdot \sin (C - A) + \sin^3 C \cdot \sin (A - B) = 0 \quad (1.2)$$

1.1. *În triunghiul ABC fie $\sphericalangle A > \sphericalangle B > \sphericalangle C$; se notează cu A', B', C' mijloacele laturilor și cu H_a, H_b, H_c picioarele înălțimilor.*
Avem:

$$H_b A' = \frac{1}{2} BC - AB \cos B = R \sin A - 2R \sin C \cos B = R \sin (B - C).$$

Similar:

$$H_b B' = R \sin (A - C) \quad \text{și} \quad H_c C' = R \sin (A - B)$$

și ținînd seama de relațiile (1.1) și (1.2) obținem că:

$$a \cdot H_a A' - b \cdot H_b B' + c \cdot H_c C' = 0 \quad (1.11)$$

și

$$a^3 \cdot H_aA' - b^3 \cdot H_bB' + c^3 \cdot H_cC' = 0 \qquad (1.12)$$

Observație. Relația (1.11) reprezintă și o condiție necesară și suficientă ca trei perpendiculare ridicate pe laturile unui triunghi să fie concurente — în cazul de față relația este verificată de înălțimile triunghiului.

1.2. Dreptele lui *Simson* corespunzătoare punctelor A', B', C' față de triunghiul ortic intersectează laturile BC, CA, AB respectiv în A_0, B_0, C_0.

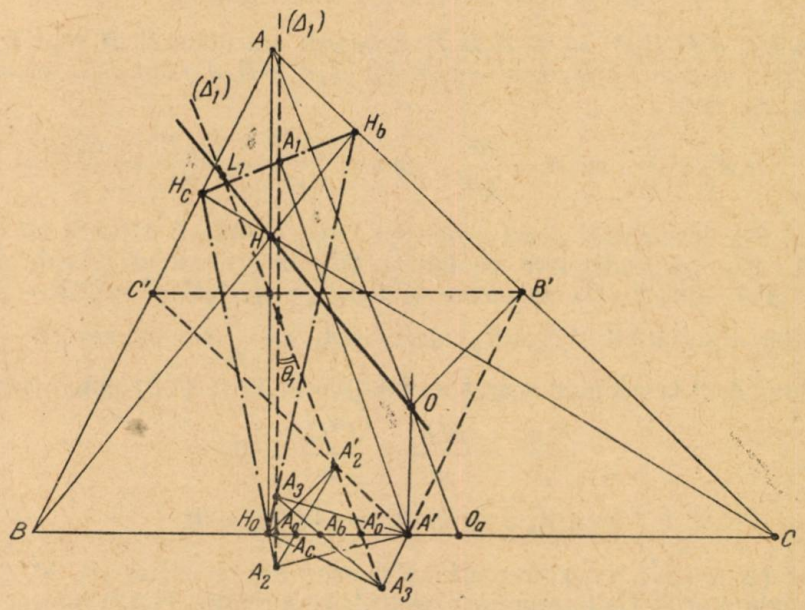


Fig. 1

Fie A_1, A_2, A_3 proiecțiile punctului A' pe laturile H_bH_c, H_cH_a, H_aH_b ale triunghiului ortic. Similar se construiesc punctele B_1, B_2, B_3 și C_1, C_2, C_3.

Avem :

$$\sphericalangle H_aH_bA' = \sphericalangle CH_bH_a - \sphericalangle CH_bA' = \sphericalangle B - \sphericalangle C$$

și din triunghiul $H_bA'A_3$ avem :

$$A_3A' = H_bA' \cdot \sin(B - C)$$

dar :

$$H_bA' = \frac{1}{2}\, BC = \frac{1}{2}\, a = R \sin A$$

de unde :

$$A_3A' = R \sin A \sin (B - C)$$

și ținînd seama de relațiile (1.1) și (1.2) obținem:

$$A_3A' - B_3B' + C_3C' = 0 \tag{1.21}$$

și

$$a^2 \cdot A_3A' - b^2 \cdot B_3B' + c^2 \cdot C_3C' = 0 \tag{1.22}$$

Triunghiurile $A'A_3H_a$ și $A'H_aA_2$ sînt egale deoarece $\sphericalangle A_3H_aA' = \sphericalangle A'H_aA_2 = \sphericalangle A$, deci rezultă că $A'A_3 = A'A_2$ sau:

$$A'A_2 - B'B_2 + C'C_2 = 0 \tag{1.23}$$

$$a^2 \cdot A'A_2 - b^2 \cdot B'B_2 + c^2 \cdot C'C_2 = 0. \tag{1.24}$$

Avem: $\sphericalangle H_cH_bA' = \sphericalangle H_cH_aB$ deoarece patrulaterul $H_cH_bA'H_a$ este inscriptibil, și deci: $\sphericalangle H_cH_bA' = \sphericalangle A$, iar $A_1A' = H_bA' \cdot \sin A$ în triunghiul $H_bA'A_1$, de unde:

$$A_1A' = \frac{a}{2} \cdot \sin A = \frac{a^2}{4R} \quad \text{deci:} \quad \frac{A_1A'}{a^2} = \frac{B_1B'}{b^2} = \frac{C_1C'}{c^2} \tag{1.25}$$

1.3. S-a demonstrat (vezi problema 2942, G.M.F.-B 1/1958) că dreapta A_1A_0 este perpendiculară pe latura BC. În triunghiul $A'A_1A_0$ avem: $A'A_0 = A'A_1 \cdot \sin(B-C)$ deoarece $\sphericalangle A'A_1A_0 = \sphericalangle A_3H_bA' = \sphericalangle B - \sphericalangle C$ în patrulater inscriptibil $A'A_3A_1H_b$; deci, $A'A_0 = \frac{a}{2} \sin A_3 \sin(B-C)$ în triunghiul $A_1A'A_0$ și ținînd seama de relațiile (1.1) și (1.2) putem scrie că:

$$\frac{A'A_0}{a} - \frac{B'B_0}{b} + \frac{C'C_0}{c} = 0 \tag{1.31}$$

$$a \cdot A'A_0 - b \cdot B'B_0 + c \cdot C'C_0 = 0. \tag{1.32}$$

Fie (Δ_1), (Δ_2), (Δ_3) dreptele lui Simson ale punctelor A', B', C' față de triunghiul ortic. Ca interpretare geometrică a relației (1.32) punem spune că dreptele (Δ_1), (Δ_2) și (Δ_3) sînt concurente, vezi observația de la (1.11).

Avem:

$$A_0C = A'A_0 + A'C = \frac{a}{2} \sin A \cdot \sin(B-C) + \frac{a}{2}$$

și ținînd seama de relațiile (1.1) și (1.2) obținem:

$$\frac{A_0C}{a} - \frac{B_0A}{b} + \frac{C_0B}{c} = \frac{1}{2} \tag{1.33}$$

și:

$$a \cdot A_0C - b \cdot B_0A + c \cdot C_0B = \frac{1}{2} \cdot (a^2 - b^2 + c^2). \tag{1.34}$$

Fie (Δ_1'), (Δ_2'), (Δ_3') dreptele lui Simson ale punctelor H_a, H_b, H_c față de triunghiul $A'B'C'$. Dreapta (Δ_1') intersectează laturile $B'C'$, $C'A'$, $A'B'$ respectiv, în punctele A_1', A_2', A_3' — similar se construiesc și punctele B_1', B_2', B_3' și C_1', C_2', C_3'.

Dreapta lui Simson a punctului A' față de triunghiul ortic este perpendiculară pe BC, deci și pe $B'C'$. Deci triunghiurile $H_aH_bH_c$ și $A'B'C'$ sînt triunghiuri S (vezi Tr. Lalescu — Geometria triunghiului — pag. 22) — relațiile dintre ele fiind reciproce. Dreptele lui Simson ale vîrfurilor triunghiului $A'B'C'$ față de triunghiul ortic sînt concurente și reciproc, dreptele lui Simson ale vîrfurilor triunghiului ortic față de triunghiul $A'B'C'$ sînt concurente. Toate aceste 6 drepte sînt concurente în mijlocul segmentului ce unește ortocentrele celor două triunghiuri.

Observație. — Triunghiul $A'H_bH_c$ este isoscel deoarece $A'H_c = A'H_b = \frac{a}{2}$ și deoarece $A'A_1$ este perpendiculară pe H_bH_c rezultă că A_1 este mijlocul lui H_bH_c. Deci, dreptele (Δ_1), (Δ_2), (Δ_3) trec prin mijloacele laturilor triunghiului $H_aH_bH_c$. Această proprietate n-o are și triunghiul $A'B'C'$ deoarece perpendiculara din H_a pe $B'C'$ — adică înălțimea AH_a — nu trece prin mijlocul laturii $B'C'$. Distanța δ de la un punct M pînă la dreapta lui Simson corespunzătoare acestui punct față de triunghiul $A'B'C'$ este dată de relația:

$$4R^2 \cdot \delta_M = MA' \cdot MB' \cdot MC'$$

deci, urmează că:

$$\delta_{Ha} = \frac{abc}{16R} \cdot \frac{\sin(B - C)}{a}$$

de unde:

$$a^2 \cdot \delta_{Ha} - b^2 \cdot \delta_{Hb} + c^2 \cdot \delta_{Hc} = 0 \qquad (1.35)$$

și:

$$a^4 \cdot \delta_{Ha} - b^4 \cdot \delta_{Hb} + c^4 \cdot \delta_{Hc} = 0 \qquad (1.36)$$

Conform relațiilor (1.1) și (1.2), pentru A' față de triunghiul ortic avem:

$$\delta_{A'} = \frac{R}{4} \cdot \sin^2 A \cdot \sin(B - C)$$

de unde:

$$a \cdot \delta_{A'} - b \cdot \delta_{B'} + c \cdot \delta_{c'} = 0 \qquad (1.37)$$

și

$$\frac{\delta_{A'}}{a} - \frac{\delta_{B'}}{b} + \frac{\delta_{C'}}{c} = 0 \qquad (1.38)$$

1.4. a) Punctele A', H_a, A_2, A_3, A_2', A_3' sînt conciclice — diametrul cercului fiind chiar $A'H_a$. În acest cerc avem:

$$A_2A_3 = H_aA' \cdot \sin 2A = R \sin(B - C) \cdot \sin 2A$$

dar se știe că: $H_bH_c = R \sin 2A$, de unde: $\frac{A_2A_3}{H_bH_c} = \sin(B - C)$ și ținînd

seama de (1.1) și (1.2) obținem :

$$a \cdot \frac{A_2A_3}{H_bH_c} - b \cdot \frac{B_2B_3}{H_cH_a} + c \cdot \frac{C_2C_3}{H_aH_b} = 0 \tag{1.41}$$

și :

$$a^3 \cdot \frac{A_2A_3}{H_bH_c} - b^3 \cdot \frac{B_2B_3}{H_cH_a} + c^2 \cdot \frac{C_2C_3}{H_aH_b} = 0. \tag{1.42}$$

b) Am demonstrat la (12) că $A_3A' = A_2A'$; însă

$$\sphericalangle A_2'A'B = \sphericalangle C \text{ și } \sphericalangle BA'A_3 = \sphericalangle B'A'C = \sphericalangle B,$$

deci :

$$\begin{aligned} A_2'A_3' = A'H_a \cdot \sin \sphericalangle A_2'A'A_3' = A'H_a \cdot \sin (B + C) = \\ = A'H_a \sin A = A_3A' = A_2A' \end{aligned} \tag{1.43}$$

deci avem :

$$A_2'A_3' - B_2'B_3' + C_2'C_3' = 0 \tag{1.44}$$

și :

$$a^2 \cdot A_2'A_3' - b^2 \cdot B_2'B_3' + c^2 \cdot C_2'C_3' = 0. \tag{1.45}$$

c) Deoarece $A'A_2 = A_2'A_3'$ rezultă că $\widehat{A_2A_2'A'} = \widehat{A_3'A'A_2}$ deci urmează că A_2A_2' este paralelă cu $A'A_3'$ sau : $A_2A_2' \parallel AB$ sînt paralele. Similar A_3A_3' cu AC.

d) Punctul A_1' este intersecția înălțimii AH_a cu $B'C'$ — deci este situat la mijlocul înălțimii AH_a. La fel, punctele B_1' și C_1' împart înălțimile BH_b și CH_c în două părți egale.

e) Dreapta (Δ_1) este perpendiculară pe BC. Fie θ_1 unghiul dintre cele două drepte Simson corespunzătoare punctelor A' și H_a față de triunghiurile $H_aH_bH_c$ și respectiv $A'B'C'$. Fie $(\Delta_1' ; BC) \equiv A_0' ; (\Delta_2' ; CA) \equiv B_0'$; și $(\Delta_3' ; AB) \equiv C_0'$.

Avem :

$$\theta_1 = 180° - \sphericalangle A_2'A_0'H_a - \sphericalangle A_3A_0A' = 90° - \sphericalangle A_2'A_0'H_a =$$

$$= 90° - \sphericalangle A'H_aA_3' - \sphericalangle A_2'A'H_a = 90° - (90° - \sphericalangle B) - \sphericalangle C = \sphericalangle B - \sphericalangle C.$$

Similar :

$$\theta_2 = \sphericalangle A - \sphericalangle C \qquad \text{și} \qquad \theta_4 = \sphericalangle A - \sphericalangle B$$

de unde :

$$\theta_1 - \theta_2 + \theta_3 = 0 \tag{1.46}$$

și deoarece $\sphericalangle H_aAA' = \sphericalangle B - \sphericalangle C$ rezultă că : (Δ_1') este paralelă cu OA, însă $A'A_1$ și OA sînt paralele, (Δ_1') și $A'A_1$ sînt paralele. Diametrul cercului circumscris triunghiul ABC ce trece prin A intersectează pe BC în O_a ; deoarece $A_1'A_0'$ este paralelă cu AO_a și A_1' este mijlocul luj AH_a rezultă că ; $H_aA_0' = A_0'O_a$.

2. Sînt cunoscute identitățile :

$$\operatorname{tg}A + \operatorname{tg}B + \operatorname{tg}C = \operatorname{tg}A \cdot \operatorname{tg}B \cdot \operatorname{tg}C \tag{2.1}$$

sau :

$$\operatorname{ctg}A \cdot \operatorname{ctg}B + \operatorname{ctg}B \cdot \operatorname{ctg}C + \operatorname{ctg}C \cdot \operatorname{ctg}A = 1 \tag{2.2}$$

Relația (2.1) putîndu-se scrie și astfel :

$$\frac{\operatorname{tg}B}{\operatorname{tg}A} + \frac{\operatorname{tg}C}{\operatorname{tg}A} + 1 = \operatorname{tg}B \cdot \operatorname{tg}C. \tag{2.3}$$

2.1. Fie $(A_3A_3'; BC) \equiv A_b$ și $(A_2A_2'; BC) \equiv A_c$.

În triunghiul H_aA_3A' avem :

$$\sphericalangle A_3H_aA' = \sphericalangle A ; \sphericalangle A_3A'H_a = 90° - \sphericalangle A ; \sphericalangle H_aA_3A_3' = \sphericalangle B$$

și :

$$\sphericalangle A_3'A_3A' = 90° - \sphericalangle B.$$

Scriind teorema sinusului pentru triunghiurile $H_aA_3A_b$ și A_bA_3A' rezultă că :

$$\frac{H_aA_b}{A_bA'} = \frac{\sin B}{\cos B} \cdot \frac{\cos A}{\sin A} = \frac{\operatorname{tg}B}{\operatorname{tg}A} \tag{2.11}$$

Similar se arată că :

$$\frac{H_aA_c}{A_cA'} = \frac{\operatorname{tg}C}{\operatorname{tg}A} \tag{2.12}$$

Din relațiile (2.11) și (2.12) și cele analoage lor rezultă

$$\frac{H_aA_b}{A_bA'} \cdot \frac{H_bB_c}{B_cB'} \cdot \frac{H_cC_a}{C_aC'} = \frac{H_aA_c}{A_cA'} \cdot \frac{H_bB_a}{B_aB'} \cdot \frac{H_cC_b}{C_bC'} = 1, \tag{2.13}$$

De asemenea, rezultă relația :

$$(CA'A_bH_a) \cdot (CB'B_aH_b) = 1 \tag{2.14}$$

adică raportul anarmonic al punctelor C, B', B_a și H_b este egal cu inversul raportului anarmonic al punctelor C, A', A_a și H_a.

2.2. Avem : $A'A_0 = \frac{a}{2} \cdot \sin A \cdot \sin (B - C)$ și rezultă că :

$$H_aA_0 = R \sin (B - C) - R \sin^2 A \cdot \sin (B - C) = R \cos^2 A \cdot \sin (B - C)$$

de unde:

$$\frac{A'A_0}{H_aA_0} = \operatorname{tg}^2 A\,;\quad \frac{B'B_0}{H_bB_0} = \operatorname{tg}^2 B \quad \text{și} \quad \frac{C'C_0}{H_cC_0} = \operatorname{tg}^2 C. \tag{2.21}$$

În triunghiul $A'A_2'A_0'$ scriind teorema sinusului obținem:

$$\frac{A'A_0'}{\sin(90^\circ - B)} = \frac{A'A_2'}{\sin(90 - B + C)} = \frac{R\sin(B - C)\cdot\cos C}{\cos(B - C)}$$

de unde $A'A_0' = R\cdot\operatorname{tg}(B - C)\cdot\cos B\cdot\cos C$ și:

$$A_0'H_a = R\sin(B - C) - R\operatorname{tg}(B - C)\cos B\cos C =$$
$$= R\cdot\operatorname{tg}(B - C)\sin B\cdot\sin C$$

deci:

$$\frac{A'A_0'}{H_aA_0'} = \operatorname{ctg} B\cdot\operatorname{ctg} C\,;\quad \frac{B'B_0'}{H_bB_0'} = \operatorname{ctg} C\cdot\operatorname{ctg} A\,;$$
$$\frac{C'C_0'}{H_cC_0'} = \operatorname{ctg} A\operatorname{ctg} B. \tag{2.22}$$

și ținînd seama de relația (2.2) rezultă că:

$$\frac{A'A_0'}{H_aA_0'} + \frac{B'B_0'}{H_bB_0'} + \frac{C'C_0'}{H_cC_0'} = 1. \tag{2.23}$$

Din (2.11), (2.12) și (2.22) ținînd seama de identitatea (2.3) rezultă că:

$$\frac{H_aA_b}{A_bA'} + \frac{H_aA_c}{A_cA'} + 1 = \frac{H_aA_0'}{A_0'A'} \tag{2.24}$$

De asemenea rezultă relația:

$$\frac{A'A_b}{A_bH_a} : \frac{A'A_0}{A_0H_a} = \frac{A'A_0'}{A_0'H_a} : \frac{A'A_c}{A_cH_a} = \operatorname{ctg} A\operatorname{ctg} B \tag{2.25}$$

deci:

$$(A'H_aA_bA_0) = (A'H_aA_0'A_c) \tag{2.26}$$

sau:

$$(A'H_aA_bA_0') = (A'H_aA_bA_c) \tag{2.27}$$

2.3. Triunghiurile $A_1'HL_1$ și AHO sînt asemenea deoarece (Δ_1') și OA sînt paralele, și unde:

$$L_1 \equiv (\Delta_1'\,;\ OH) \qquad \text{deci:} \quad \frac{L_1H}{L_1O} = \frac{A_1'H}{AA_1'}$$

și:

$$AA_1' = \frac{1}{2}h_a = R\sin B\sin C,$$

de unde:

$$A_1'H = R\,(\sin B \cdot \sin C - 2\cos A) = R \cdot (2\cos B.\cos C - \sin B.\sin C)$$

Deci:

$$\frac{L_1H}{L_1O} = 2\text{ctg}B \cdot \text{ctg}C - 1$$

şi în cazul figurii mai avem:

$$\frac{L_2H}{L_2O} = -2\,\text{ctg}\,C\,\text{ctg}\,A + 1 \quad \text{şi} \quad \frac{L_3H}{L_3O} = -2\,\text{ctg}\,A\,\text{ctg}\,B + 1$$

şi ţinînd seama de (2.2) rezultă că:

$$-\frac{L_1H}{L_1O} + \frac{L_2H}{L_2O} + \frac{L_3H}{L_3O} = 1 \qquad (2.31)$$

Laurenţiu Lupaş, student I. P. Bucureşti

PENTRU CERCURILE DE FIZICĂ

APLICAŢIILE TUBULUI CU NEON ÎN STUDIEREA FENOMENELOR LEGATE DE OSCILAŢIILE ELECTROMAGNETICE

de prof. *GROSS IULIU* şi prof. *NAGY IOSIF*

Becurile cu neon sînt întrebuinţate în majoritatea ramurilor industriei şi tehnicii, de exemplu, pentru semnalizare, control etc. Sursa de lumină propriu zisă este lumina catodică, care acoperă electrodul negativ, în cazul curentului continuu, cînd presiunea gazului din interior este de 10—30 torri. Coloana pozitivă lipseşte. Tubul conţine un amestec de gaze neon şi heliu, iar electrozii sînt construiţi din fier acoperit cu un strat de bariu.

Ionizarea este produsă la tensiune constantă, în general, dar poate primi diferite valori, 75—80 V, care depind de structura lămpii.

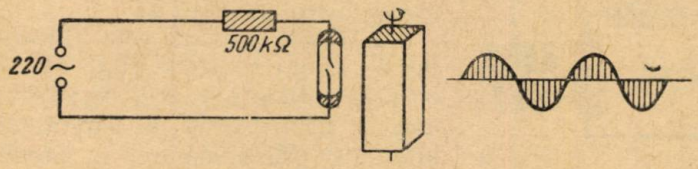


Fig. 1

Fig. 2

Intensitatea curentului admisibil care trece prin lampă variază, la unele construcţii ridicîndu-se la 15—20 mA. În cazul tuburilor mai mici intensitatea nu depăşeşte ordinul de mărime al microamperilor. Curentul

are o tendință de creștere care ar putea produce arderea electrozilor din tub. Din această cauză se leagă în serie o rezistență a cărei mărime este indicată de caracteristicile tubului (5 kΩ — 1 MΩ).

Unele aplicații ale lămpii cu neon ca de exemplu, găsirea fazei, producerea oscilațiilor basculante, indicator de curent la celule fotoelectrice sînt descrise în G.M.F. seria B 11/1962.

Becul cu neon mai are o serie de aplicații. Cu ajutorul lui se pot studia fenomele electromagnetice. Fiindcă efectuarea experiențelor

Fig. 3

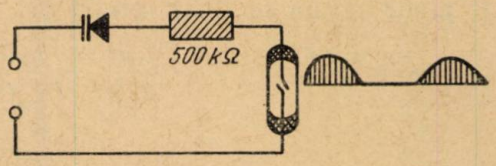


Fig. 4

necesită dispozitive simple se recomandă efectuarea lor în cadrul cercurilor de elevi.

Experiențe. 1. Pentru a pune în evidență însușirile curentului alternativ vom alcătui circuitul următor, format dintr-o rezistență și un bec cu neon, ca în figura 1. Privind printr-o oglindă rotitoare vom observa oscilațiile curentului alternativ, datorită faptului că electrozii tubului își schimbă necontenit polaritatea, în funcție de alternanța curentului.

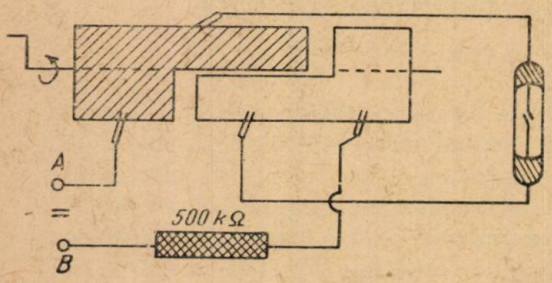


Fig. 5

În figura 2 se arată apariția luminii la catod, odată sus și apoi jos, în oglindă se vor observa cele două alternanțe ale luminii.

Este important ca tubul cu neon, care se găsește în comerț, să fie așezat într-o poziție verticală, pe un suport confecționat dintr-un material izolant (fig. 3).

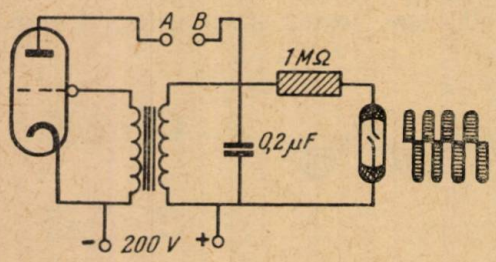


Fig. 6

2. Dacă circuitul este alimentat de la un redresor (fig. 4), în oglinda rotitoare vom observa numai o componentă a curentului alternativ. Menționăm că în circuit nu se găsește un grup de netezire.

3. Oscilațiile curentului alternativ cu frecvențe variabile, pot fi puse în evidență cu ajutorul aparatului descris (G.M.F.-B, 4/1962), dacă efectuăm montajul din figura 5. Vom alimenta bornele A și B cu curent continuu, obținut fie de la alimentatorul confecționat de I.M.D.-

București, fie de la orice sursă de curent continuu care are o tensiune mai mare de 80 V. Dacă manivela montată pe axa tamburului (fig. 5) rămîne în repaus, în oglinda rotitoare se va vedea o dîră luminoasă continuă.

Punînd în mișcare de rotație tamburul vom observa o alternanță înceată a coloanei luminoase de pe un electrod pe celălalt. La o turație destul de mică fenomenul devine vizibil chiar și cu ochiul liber, fără oglindă rotitoare.

4. Punerea în evidență a oscilațiilor acustice cu becul de neon. Oscilațiile acustice pot fi produse cu ajutorul unui oscilator cu tub

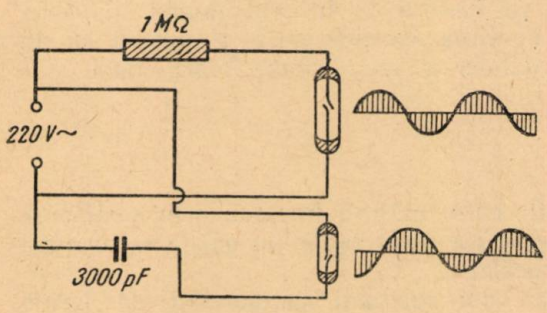


Fig. 7

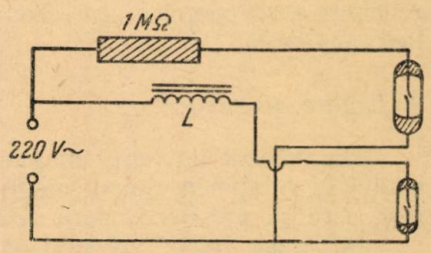


Fig. 8

electronic. Perioada oscilațiilor acustice depinde de capacitatea condensatorului legat în paralel cu borna primară a unui transformator școlar cu aceleași caracteristici. În circuitul grilei se găsește bobina secundară a aceluiași transformator ; folosim bornele pentru 8 volți (fig. 6).

Oscilațiile obținute pot fi auzibile cu difuzorul găsit în circuitul anodic-bornele A, B și vizibile cu ajutorul becului cu neon și oglinzii rotitoare. Tipul tubului electronic este de 6 ϕ 5, dar se poate folosi orice triodă sau pentodă.

5. Punerea în evidență a defazajului dintre curent și tensiune într-un circuit cu rezistență, capacitate și bec cu neon (fig. 7).

Dacă privim în oglinda rotitoare ambele becuri fiind alimentate cu curent alternativ, vom observa două curbe deplasate una față de cealaltă. Condensatorul folosit este de 3000 pF/500 V.

6. Punerea în evidență a defazajului dintre tensiune și curent într-un circuit cu rezistență, inductanță și bec cu neon. Procedeul de punere în evidență a oscilațiilor se face analog cu cazul precedent. Ca inductanță L vom folosi bobina secundară din inductorul Ruhmkorff (fig. 8). Curbele obținute vor fi asemănătoare cu cele precedente, dar defazajul diferit. Pentru a mări sau micșora suprafața luminoasă a catodului este recomandabil să legăm în serie o rezistență variabilă pînă la 1 M Ω.

NOUTĂȚI DIN ȘTIINȚĂ ȘI TEHNICĂ

1. *Centrală electrică vulcanică.*

În anul 1963, pe apa curgătoare Panjetka, în sudul peninsulei Kamciatka, va începe construirea unei centrale electrice care va folosi căldura vulcanilor activi. A fost aprobat proiectul centralei cu o putere de 5000 kW.

Amestecul de abur și apă format la o adîncime de 300—500 m va fi adus la suprafață prin sonde speciale. De aici el va fi dirijat printr-o conductă spre turbine. S-au și forat 20 de sonde în care temperatura amestecului atinge 200°C, iar presiunea 7 atmosfere.

Centrala electrică vulcanică va deservi la început numai industria locală. Ulterior se proiectează sporirea considerabilă a puterii ei în vederea aprovizionării cu electricitate a unor orașe mari, cum este Petropavlovsk.

2. *Lagăre magnetice.*

S-a realizat un lagăr magnetic care înlătură frecarea prin susținerea axului în rotație în cîmpul magnetic. La acest lagăr nu există un contact fizic care să provoace uzură și încălzire.

În acest lagăr se utilizează doi magneți permanenți de formă inelară care se resping reciproc.

Spațiul de aer asigurat între cele două inele de forța cîmpului magnetic preîntîmpină frecarea la rotirea axului.

3. *Acid acetic din țiței.*

După cum se știe, industria are nevoie de uriașe cantități de acid acetic ieftin. El este necesar la producția de mase plastice, coloranți, fibre sintetice, medicamente.

Recent, în Anglia a fost descoperit un procedeu de obținere a acidului acetic prin oxidarea directă a unor produse petrolifere. În urma acestui proces se obțin ca produse secundare acizi valoroși: acidul formic, necesar în producția farmaceutică și chimică, acidul propinic, folosit la fabricarea peliculei cinematografice neinflamabile, a mătăsii artificiale, a parfumurilor, lacurilor și vopselelor și în sfîrșit, acidul succinic, folosit în fotochimie, medicină și fitotehnie. Din acest acid se obține un ierbicid care este și un extrem de puternic stimulator biogenetic, capabil să sporească cu 50% și chiar mai mult producția la hectar.

Obținerea sa în calitate de produs secundar este mult mai avantajoasă decît prin procedeul vechi de distilare uscată a chihlimbarului.

Presarea hidraulică a metalelor.

Un metal obișnuit în stare solidă, presat din toate părțile cu o presiune de 10 000 de atmosfere, capătă proprietățile unui fluid. Un grup de colaboratori ai Institutului pentru fizica presiunilor înalte al

Academiei de științe a U.R.S.S. au pus la punct un procedeu nou de presare hidraulică a metalelor. Noul procedeu tehnologic permite obținerea de semifabricate sub formă de țevi și bare cu un profil complicat și cu dimensiuni precise. Prin noua metodă se mărește rezistența metalului și se menține plasticitatea sa.

Fizica presiunilor înalte a creat mari posibilități în domeniul elaborării de noi oțeluri și de diferite aliaje a căror obținere este de neconceput în condiții uzuale. Potrivit ipotezei emise de Leonid Vereșciaghin, membru corespondent al Academiei de științe a U.R.S.S,. la o presiune de 200 000 de atmosfere și la temperatură de 4000°C, poate fi realizată alierea chiar a magneziului fuzibil cu tantalul greu fuzibil.

Grecu Eftimie, student București

REZULTATELE OBȚINUTE LA CEA DE-a V-a OLIMPIADĂ INTERNAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ ȚINUTĂ LA WROCLAW ÎN R. P. POLONĂ ÎNTRE 5—12 IULIE 1963

Au participat cîte 8 elevi din clasele X—XII din următoarele țări: R. P. Bulgaria, R. S. Cehoslovacă, R. S. F. Jugoslavă, R. D. Germană, R. P. Polonă, R. P. Romînă, R. P. Ungară și U.R.S.S.

Subiectele date au fost publicate în G.M.F.-B. nr. 8/1963 și au avut un punctaj total de 40 puncte.

S-au acordat următoarele premii:

PREMIUL I

1. *Mapopetkin T.* din U.R.S.S. 39 puncte,
2. *Sarkisian P.* din U.R.S.S. 39 puncte,
3. *Tolpigo A.* din U.R.S.S. 38 puncte,
4. *Zsido Laszlo,* din cl. XI Ș.m.5 Brașov, R.P.R. 37 puncte,
5. *Dacar F.* din R.S.F.Y. 36 puncte,
6. *Danes J.* din R.S.C. 35 puncte,
7. *Zanțev R.* din U.R.S.S. 35 puncte.

PREMIUL II

1. *Fișman B.* din U.R.S.S. 34 puncte,
2. *Lovasz L.* din R.P.U. 34 puncte,
3. *Szidarovsky F.* din R.P.U. 33 puncte,
4. *Gerencser L.* din R.P.U. 32 puncte,
5. *Pelikan J.* din R.P.U. 32 puncte,
6. *Boljevski I.* din R.S.F.Y. 31 puncte,
7. *Lusztig Gheorghe* din cl. XI, Ș.m. 3 Timișoara R.P.R. 31 puncte,
8. *Veaginter S.* din U.R.S.S. 30 puncte,
9. *Fazekas P.* din R.P.U. 29 puncte,
10. *Smirnov S.* din U.R.S.S. 29 puncte,
11. *Petek P.* din R.S.F.Y 28 puncte.

PREMIUL III

1. *Andreev K* din U.R.S.S. 27 puncte,
2. *Eckstein Gheorghe* din cl. XI Ș.m. 3 Timișoara R.P.R. 27 puncte,
3. *Mrsevic M.* din R.S.F.Y. 27 puncte,
4. *Corradi G.* din R.P.U. 26 puncte,
5. *Zaimov V.* din R.P.B. 26 puncte,
6. *Grigorescu Șerban* din cl. XI. Ș.m. 1 București, R.P.R. 25 puncte,
7. *Makai E.* din R.P.U. 25 puncte,
8. *Mate A.* din R.P.U. 23 puncte,
9. *Riedel R.* din R.D.G. 23 puncte,
10. *Wajnryb B.* din R.P.P. 23 puncte,
11. *Zemanek J.* din R.S.C. 23 puncte,
12. *Bilcev S.* din R.P.B. 22 puncte,
13. *Küchler U.* din R.D.G. 22 puncte,
14. *Gancarzewicz J.* din R.P.P. 21 puncte,
15. *Gancev T.* din R.P.B. 21 puncte,
16. *Schwarz H.* din R.D.G. 21 puncte,
17. *Spircu Tiberiu* din cl. X. s.m. 1 Arad R.P.R. 21 puncte,
18. *Torunczyk H.* din R.P.P. 21 puncte.

PROBLEME REZOLVATE

Problema 5450

Într-un punct M variabil de pe o elipsă se consideră o tangentă oarecare (Δ). *Fie* M_1 *proiecția lui M pe axa mare. Să se afle locul geometric al intersecției lui OM cu paralela dusă prin* M_1 *la* (Δ) *cînd M descrie elipsa. Același caz cînd* M_1' *este proiecția lui M pe axa mică. Discuție.*

Vodă Gh. Viorel, București

Soluția autorului. Fie punctul $M \in (\Gamma)\ \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - 1 = 0$ de coordonate $a\cos\alpha$ și $b\sin\alpha$. Ecuația tangentei în M:

$$(\Delta) \equiv \frac{x\cos\alpha}{a} + \frac{y\sin\alpha}{b} - 1 = 0.$$

Panta tangentei:

$$m_{(\Delta)} = -\frac{b\cos\alpha}{a\sin\alpha}$$

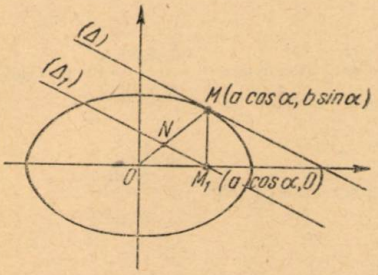
Ecuația dreptei (OM):

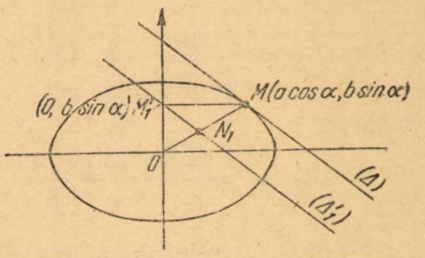
$$(OM) \equiv y = \frac{b\sin\alpha}{a\cos\alpha} \cdot x. \qquad (1)$$

Ecuația dreptei care trece prin M_1 și este paralelă cu (Δ),

$$(\Delta_1) \equiv y = -\frac{b\cos\alpha}{a\sin\alpha}(x - a\cos\alpha) \qquad (2)$$

deci, trebuie să eliminăm parametrii $\sin\alpha$ și $\cos\alpha$ între relațiile (1) și (2).





Într-adevăr, dacă înmulțim aceste relații membru cu membru obținem :

$$y^2 = -\frac{b^2}{a^2}x(x - a\cos\alpha)$$

sau :

$$a^2y^2 = -b^2x^2 + ab^2x\cdot\cos\alpha$$

de unde :

$$\cos\alpha = \frac{b^2x + a^2y^2}{ab^2x}$$

însă

$$b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$$

deci :

$$\cos\alpha = \frac{a^2b^2}{ab^2x} = \frac{a}{x} \qquad (3)$$

din (1) deducem :

$$\sin\alpha = \frac{ay\cos\alpha}{bx} = \frac{a\cdot y\cdot\frac{a}{x}}{bx} = \frac{a^2y}{bx^2} \qquad (4)$$

Ridicînd la patrat și însumînd relațiile (3) și (4) se obține

$$\frac{a^2}{x^2} + \frac{a^4y^2}{b^2x^4} = \sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

sau :

$$a^2b^2x^2 + a^4y^2 = b^2x^4 ; \quad y^2 = \frac{b^2}{a^4}x^2(x^2 - a^2)$$

sau :

$$y = \pm \frac{b}{a^2} \cdot x \cdot \sqrt{x^2 - a^2}$$

care reprezintă ecuația locului căutat.

Studiem cazul cînd M'_1 este proiecția lui M pe axa mică. Avem :

$$(OM) \equiv y = \frac{b \sin\alpha}{a \cos\alpha} \cdot x \quad (1'); \quad (\Delta'_1) \equiv y - b \sin\alpha = -\frac{b \cos\alpha}{a \sin\alpha} x \quad (2')$$

deoarece

$$(\Delta) \equiv \frac{x \cos\alpha}{a} + \frac{y \sin\alpha}{b} - 1 = 0, \text{ deci : } m_{(\Delta)} = -\frac{b \cos\alpha}{a \sin\alpha}$$

Înmulțind relațiile (1') și (2') căpătăm :

$$y(y - b \sin\alpha) = -\frac{b^2}{a^2} x^2 \quad \text{sau :} \quad a^2y^2 - a^2by \sin\alpha = -b^2x^2$$

de unde :

$$\sin\alpha = \frac{a^2y^2 + b^2x^2}{a^2by} = \frac{a^2b^2}{a^2by} = \frac{b}{y} \qquad (3')$$

dar :

$$\cos\alpha = \frac{b\,x \sin\alpha}{ay} = \frac{bx \cdot \frac{b}{y}}{ay} = \frac{b^2x}{ay^2} \qquad (4')$$

de unde :

$$\frac{b^2}{y^2} + \frac{b^4x^2}{a^2y^4} = \sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

sau :

$$a^2y^4 - a^2b^2y^2 - b^4x^2 = 0.$$

Fie $y^2 = z$ deci avem :

$$a^2z^2 - a^2b^2 \cdot z - b^4x^2 = 0 \quad \text{și} \quad z = \frac{a^2b^2 \pm \sqrt{a^4b^4 + 4a^2b^4x^2}}{2a^2} =$$

$$= \frac{a^2b^2 \pm ab^2\sqrt{a^2 + 4x^2}}{2a^2} = \frac{b^2(a \pm \sqrt{a^2 + 4x^2})}{2a}$$

deci :

$$y = \pm b \cdot \sqrt{\frac{a \pm \sqrt{a^2 + 4x^2}}{2a}}$$

care reprezintă ecuația locului căutat.

Discuție. Să studiem ecuația locului în primul caz. Funcția, $y=\pm \pm \frac{b}{a^2} \cdot x \cdot \sqrt{x^2-a^2}$ este definită pentru $x^2-a^2 \geqslant 0$ adică $x \in (-\infty, -a] \cup [a, +\infty)$ însă se observă pentru $x=0 \rightarrow y=0$, deci funcția este reală deși $x=0$ nu aparține intervalelor de mai sus.

Așadar, origina axelor de coordonate este un punct izolat al curbei date.

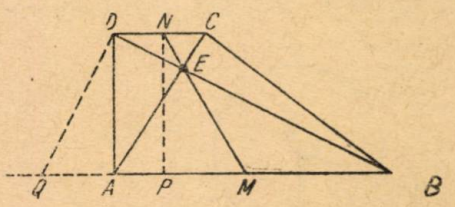
Punctul $N \equiv (OM, \Delta_1)$ va fi totdeauna interior elipsei, deci abscisa lui va îndeplini una din condițiile $0 \leqslant x \leqslant a$ sau $-a \leqslant x \leqslant 0$. Însă, aceste condiții vin în contradicție cu domeniul de definiție al curbei găsite ca loc geometric. Numai origina axelor de coordonate și extremitățile elipsei de pe axa Ox satisfac enunțul problemei și ecuația găsită ca loc geometric.

Problema 5456

Să se arate că într-un trapez dreptunghi ortodiagonal: a) *segmentul de dreaptă care unește mijloacele bazelor este media aritmetică a bazelor;* b) *înălțimea este media geometrică a bazelor;* c) *diagonala mică este media geometrică între baza mică și suma bazelor;* d) *diagonala mare este media geometrică între baza mare și suma bazelor.*

Z. *Bogdanov*, profesor, București

Soluție dată de *Pencu Adrian*, clasa IX, Vaslui. Notăm $AB=b$. $CD=c$. $AC=d$, $BD=D$. Fie M, N mijloacele bazelor, E intersecția diagonalelor. Punctele N, E, M sînt colineare pentrucă $\sphericalangle CEN = \sphericalangle AEM$, triunghiurile NEC și AEM fiind asemenea, ca triunghiuri isoscele care au cîte un unghi egal: $\sphericalangle NCE = \sphericalangle MAE$.



a) $ME=\frac{B}{2}$ iar $EN=\frac{b}{2}$ fiind mediane în triunghiuri dreptunghice corespunzătoare ipotenuzei. Deci: $MN=ME+EN=\frac{B+b}{2}$.

b) Coborîm din N perpendiculara NP pe AB. Avem $PM=AM-AP=\frac{B-b}{2}$. În triunghiul dreptunghic MNP teorema lui Pitagora ne dă:

$$h^2=NP^2=MN^2-PM^2=\left(\frac{B+b}{2}\right)^2-\left(\frac{B-b}{2}\right)^2=B \cdot b.$$

c) În triunghiul dreptunghic ACD avem: $d^2=h^2+b^2=B \cdot b+b^2=b(B+b)$.

d) În triunghiul dreptunghic ABD *avem*: $D^2=h^2+B^2=B \cdot b+B^2=B(B+b)$.

Soluția II-a. Paralela prin D la diagonala CA întîlnește pe AB în Q. În triunghiul dreptunghic QDB avem:

b) $AD^2=AQ\cdot AB$, dar $AQ=b$, $AB=B$, $AD=h$, deci $h^2=B\cdot b$;

c) $DQ^2=QB\cdot QA$, dar $DQ=d$, $QB=B+b$, deci $d^2=b(B+b)$;

d) $DB^2=BA\cdot BQ$, deci $D^2=B(B+b)$.

Problema 5459

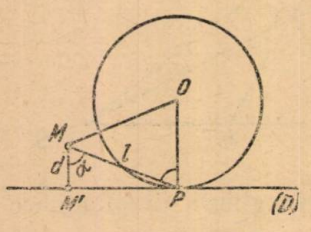
Fie (Γ) un cerc concentric cu cercul înscris în triunghiul oarecare ABC, iar l_a, l_b, l_c distanțele unui punct M din interiorul triunghiului ABC situat pe (Γ) (în ipoteza că există asemenea puncte) la punctele de contact ale cercului înscris cu laturile BC, CA, AB. Dacă a, b, c sînt lungimile laturilor BC, CA, AB ale triunghiului să se arate că valoarea expresiei $E=al_a^2+bl_b^2+cl^2$ este constantă oricare ar fi poziția lui M din interiorul triunghiului și situat pe (Γ).

Toma Albu, student, București

Soluția autorului. Fie un cerc de centru O și rază r, tangent unei drepte (D) în punctul P, iar M un punct din plan cu $OM=R$ și $MP=l$. Fie M' proiecția ortogonală a lui M pe (D) și $MM'=d$. Notăm $\sphericalangle M'MP=\sphericalangle MPO=\alpha$. Avem evident $d=l\cos\alpha$ și $R^2=l^2+l^2-2lr\cos\alpha$ de unde deducem

$$d=\frac{l^2+r^2-R^2}{2r}.$$

Revenind acum la problema noastră considerăm distanțele d_a, d_b, d_c ale lui M la BC, CA, AB. Conform considerațiilor anterioare avem:



$$d_a=\frac{l_a^2+r^2-R^2}{2r} \tag{1}$$

$$d_b=\frac{l_b^2+r^2-R^2}{2r} \tag{2}$$

$$d_c=\frac{l_c^2+r^2-R^2}{2r} \tag{3}$$

unde r este raza cercului înscris în triunghiul ABC, iar R este raza lui (Γ). Înmulțind relațiile (1), (2), (3) respectiv cu $\frac{a}{2}$, $\frac{b}{2}$, $\frac{c}{2}$ apoi adunînd relațiile astfel obținute și ținînd seamă că M este situat în interiorul triunghiului ABC, avem:

$$S=\frac{1}{4r}[E+(a+b+c)(r^2-R^2)]$$

Dar $S=pr$ (notațiile fiind cele obișnuite). Deci,

$4pr^2=E+2p(r^2-R^2)$ de unde: $E=2p(r^2+R^2)=$ constant.

Observații 1. Problema se poate pune și invers. Să se găsească locul punctelor M din plan pentru care $al_a^2 + bl_b^2 + cl_c^2 = k =$ constant.

Se notează cu R distanța de la M la centrul cercului înscris în triunghiul ABC. Urmînd procedeul de mai sus se găsește:

$al_a^2 + bl_b^2 + cl_c^2 = k = 2p(r^2 + R^2)$ de unde: $R = \sqrt{\frac{k}{2p} - r^2}$ = constant.

Dacă $R \leqslant r$ adică, $k \leqslant 4pr^2$ locul cerut este întreg cercul concentric cu cercul înscris și cu raza $\sqrt{\frac{k}{2p} - r^2}$ În cazul cînd acest cerc intersectează laturile triunghiului ABC locul lui M este constituit din arcele acestui cerc cuprinse în interiorul triunghiului.

Dacă cercul de mai sus conține în interiorul său punctele A, B, C locul cerut este mulțimea vidă.

Evident, trebuie să avem $\frac{k}{2p} \geqslant r^2$ sau $k \geqslant 2pr^2$. Dacă $k = 2pr^2$, locul cerut este centrul cercului înscris în triunghiul ABC.

2. Fie D, E, F punctele de contact ale cercului înscris în triunghiul ABC cu laturile BC, CA, AB, iar I centrul acestui cerc. Avem:

$BD = r \operatorname{ctg}(IBD) = r \operatorname{ctg}(IDF)$; $DC = r \operatorname{ctg}(ICD) = r \operatorname{ctg}(IDE)$ deci,

$$BC = a = BD + DC = r[\operatorname{ctg}(IDF) + \operatorname{ctg}(IDE)]$$

sau:

$$a = r\left(\operatorname{ctg}\frac{B}{2} + \operatorname{ctg}\frac{C}{2}\right)$$

Dar:

$$\frac{B}{2} = \frac{\pi - (A + C)}{2} \quad \text{și} \quad \frac{C}{2} = \frac{\pi - (A + B)}{2},$$

deci:

$$\operatorname{ctg}\frac{B}{2} = \operatorname{tg}\left(\frac{A}{2} + \frac{C}{2}\right) = \operatorname{tg}(FED)$$

$$\operatorname{ctg}\frac{C}{2} = \operatorname{tg}\left(\frac{A}{2} + \frac{B}{2}\right) = \operatorname{tg}(DFE).$$

Schimbînd acum notațiile, adică notînd cu ABC triunghiul DEF avem:

$$(\operatorname{tg} B + \operatorname{tg} C)\, l_a^2 + (\operatorname{tg} C + \operatorname{tg} A) l_b^2 + (\operatorname{tg} A + \operatorname{tg} B)\, l_c^2 = \text{const.}$$

unde l_a, l_b, l_c sînt distanțele unui punct din plan situat pe un cerc concentric cu cercul circumscris triunghiului ABC (evident M trebuie să fie situat în interiorul triunghiului obținut prin ducerea tangentelor în A, B, C la cercul circumscris) la A, B, C.

3. Dacă se consideră și punctele de pe cercul (Γ) situate în exteriorul triunghiului avem de exemplu, pentru punctele de pe (Γ) care se află în interiorul unghiului BAC, relația:

$$-al_a^2 + bl_b^2 + cl_c^2 = 2p(r^2 + R^2)$$

iar pentru punctele de pe (Γ) situate în interiorul unghiului opus la vîrf cu unghiul BAC avem:

$$al_a^2 - bl_b^2 - cl_c^2 = 2p\,(r^2 + R^2).$$

4. Problema se generalizează pentru un poligon plan circumscriptibil. Folosind notații analoage cu cele din enunțul problemei avem

$$a_1l_1^2 + a_2l_2^2 + \ldots + a_nl_n^2 = 2p\,(r^2 + R^2)$$

aceasta pentru punctele de pe (Γ) situate în interiorul poligonului.

5. Dacă în locul cercului O și al dreptei (D) din considerațiile preliminare ale soluției considerăm o sferă O și un plan (P), ajungem la situația din plan. Putem deci formula următoarea proprietate:

Dacă (π) este un poliedru cu n fețe circumscriptibil unei sfere atunci oricare ar fi punctul M din interiorul poliedrului situat pe o sferă (Σ) concentrică cu sfera înscrisă în (π) avem:

$$A_1 \cdot l_1^2 + A_2 \cdot l_2^2 + \ldots + A_n \cdot l_n^2 = A\,(r^2 + R^2) = \text{const}$$

unde A_i sînt ariile fețelor poliedrului, iar l_i este distanța lui M la punctul de contact al sferei înscrise cu fața de arie A_i, r fiind raza sferei înscrise în (π), R raza sferei (Σ), iar A aria laterală a lui (π).

Considerațiile de la 1 și 3 sînt valabile și în acest caz.

6. Dacă în locul cercului înscris (respectiv sferei înscrise) considerăm un cerc exînscris (o sferă exînscrisă) rezultatele sînt analoage.

7. Dacă (Γ), respectiv (Σ) sînt situate în interiorul triunghiului echilateral ABC respectiv în interiorul tetraedrului echifacial $ABCD$, oricare ar fi punctul M de pe (Γ) respectiv (Σ) avem:

$$l_a^2 + l_b^2 + l_c^2 = \text{const.}$$
$$l_1^2 + l_2^2 + l_3^2 + l_4^2 = \text{const.}$$

Problema 5460

Dacă $a+b+c=0$, să se arate că:

$$\frac{ab\,(a-b)}{(1+a)\,(1+b)\,(1-c)} + \frac{bc\,(b-c)}{(1+b)\,(1+c)\,(1-a)} + \frac{ca\,(c-a)}{(1+c)\,(1+a)\,(1-b)} + \frac{(a-b)\,(b-c)\,(c-a)}{(1-a)\,(1-b)\,(1-c)} = 0$$

C. N. Tudor, Bucureşti

Soluție dată de *Popescu Mihai*, clasa X, Slatina. Relația de demonstrat se mai scrie:

$$\frac{ab\,(a-b)\,(1+c)}{1-c} + \frac{bc\,(b-c)\,(1+a)}{1-a} + \frac{ca\,(c-a)\,(1+b)}{1-b} + \frac{(a-b)\,(b-c)\,(c-a)\,(1+a)\,(1+b)\,(1+c)}{(1-a)\,(1-b)\,(1-c)} = 0$$

Să notăm cu $E(a, b, c)$ primul membru al acestei relații și să aducem fracțiile la același numitor. Numărătorul va fi atunci:

$$M(a, b, c) = ab(a-b)(1+c)(1-a)(1-b) +$$
$$+ bc(b-c)(1+a)(1-c)(1-b) + ca(c-a)(1+b)(1-a)(1-c) +$$
$$+ (a-b)(b-c)(c-a)(1+a)(1+b)(1+c).$$

După cum se vede M conține numai monoame de gradele trei, patru, cinci și șase. Monoame de gradul trei se obțin din:

$$M_3 = ab(a-b) + bc(b-c) + ca(c-a) + (a-b)(b-c)(c-a). =$$
$$= a^2b - ab^2 + b^2c - bc^2 + c^2a - ca^2 + abc - ac^2 - a^2b + a^2c - b^2c +$$
$$+ bc^2 + ab^2 - abc = 0.$$

Monoame de gradul patru se obțin din:

$$M_4 = ab(a-b)(c-a-b) + bc(b-c)(a-c-b) + ca(c-a)(b-a-c) +$$
$$+ (a-b)(b-c)(c-a)(a+b+c) = 2abc(a-b+b-c+c-a) = 0,$$
$$\text{căci } a+b+c=0.$$

Monoame de gradul cinci se obțin din:

$$M_5 = ab(a-b)(ab-ca-cb) + bc(b-c)(bc-ac-ab) +$$
$$+ ca(c-a)(ac-ab-bc) + (a-b)(b-c)(c-a)(ab+bc+ca) =$$
$$= ab(a-b)[ab+bc+ca-2c(a+b)] +$$
$$+ bc(b-c)[ab+bc+ca-2a(b+c)] +$$
$$+ ca(c-a)[ab+bc+ca-2b(a+c)] +$$
$$+ (a-b)(b-c)(c-a)(ab+bc+ca) = [ab+bc+ca)M_3 +$$
$$+ 2abc[c(a-c) + a(b-c) + b(c-a)] = 0$$

ținînd cont iar de $a+b+c=0$ și încă $M_3=0$.

Monoamele de gradul șase din:

$$M_6 = a^2b^2c(a-b) + b^2c^2a(b-c) + c^2a^2b(c-a) +$$
$$+ abc(a-b)(b-c)(c-a) = abc[ab(a-b) + bc(b-c) + ca(c-a) +$$
$$+ (a-b)(b-c)(c-a)] = abc\,M_3 = 0.$$

Cum $E(a, b, c) = \dfrac{M_3+M_4+M_5+M_6}{(1-a)(1-b)(1-c)}$ și $M_3=M_4=M_5=M_6=0$ rezultă ceea ce trebuie arătat.

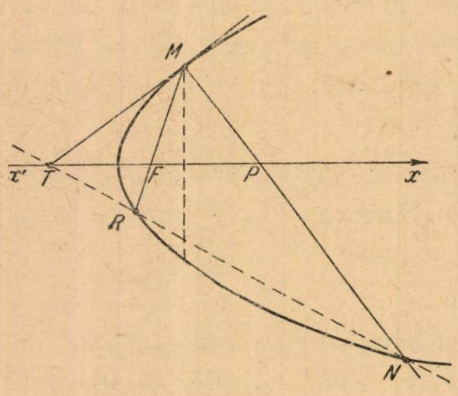
Problema 5485

Pe o parabolă cu focarul în F se consideră un punct M. Dreapta MF și normala în M întîlnesc din nou parabola, respectiv în punctele R și N, iar tangenta în M taie axa de simetrie în T. Să se determine poziția punctului M în cazul cînd punctele N, R, T sînt colineare.

A. Bazacov, profesor, T. Severin

Soluție dată de *Umbreș Alexandru*, cl. XI Baia de Aramă. Considerăm parabola raportată la axa de simetrie și tangenta în vîrful ei; ecuația parabolei va fi $y^2=2px$.

Calculăm coordonatele lui N. Ecuația normalei în punctul $M(\alpha, \beta)$ este $\frac{y-\beta}{\beta}+\frac{x-\alpha}{p}=0$, pentru care o intersectăm cu parabola $y^2=2px$. Se obține ecuația $\frac{y-\beta}{\beta}+\frac{y^2-\beta^2}{2p^2}=0$ unde s-a ținut seamă că $\beta^2=2p\alpha$.



Ecuația se mai poate scrie:

$$(y-\beta)\left(\frac{1}{\beta}+\frac{y+\beta}{2p^2}\right)=0$$

de unde se obține $y_1=\beta$,

$$y_2=-\frac{2p(p+\alpha)}{\beta}.$$

Ordonata lui N va fi deci $-\frac{2p(p+\alpha)}{\alpha}$ iar abscisa se obține înlocuind pe y în ecuația parabolei. Ne dă după efectuarea calculelor $x=\frac{2p(p+\alpha)^2}{\beta^2}$.

Pentru simplificare de calcul notăm $p+\alpha=n$ (n fiind abscisa punctului de intersecție al normalei cu axa xx'). Deci,

$$N\left(\frac{2pn^2}{\beta^2};\ \frac{-2pn}{\beta}\right).$$

Calculăm coordonatele lui R. Ecuația dreptei MF este

$$\frac{y}{\beta}=\frac{2x-p}{2\alpha-p} \text{ sau: } \frac{y-\beta}{\beta}=\frac{2x-2\alpha}{2\alpha-p}.$$

Facem intersecția ei cu parabola de ecuație $y^2=2px$. Pentru aceasta înlocuim pe x cu $\frac{y^2}{2p}$ în ecuația dreptei MF. Se obține succesiv:

$$\frac{y-\beta}{\beta}=\frac{y^2-2\alpha p}{(2\alpha-p)p};\quad \frac{y-\beta}{\beta}=\frac{y^2-\beta^2}{(2\alpha-p)p}$$

sau:

$$(y-\beta)\left(\frac{p}{\beta}-\frac{y+\beta}{2\alpha-p}\right)=0$$

de unde $y_1=\beta$ și $y_2=-\frac{p^2}{\beta}$.

Deci, ordonata lui R este $-\frac{p^2}{\beta}$, iar abscisa se obține înlocuind valoarea ordonatei în ecuația parabolei. Avem: $x=\frac{y^2}{2p}$; $x=\frac{p^3}{2\beta^2}$, deci coordonatele lui R sînt:

$$R\left(\frac{p^3}{2\beta^2}; -\frac{p^2}{\beta}\right).$$

Coordonatele lui T sînt $-\alpha$; și 0; deci $T(-\alpha, 0)$.

Pentru ca punctele N, P, R să fie colineare trebuie să avem:

$$\Delta=\begin{vmatrix} -\alpha & 0 & 1 \\ \frac{p^3}{2\beta^2} & -\frac{p^2}{\beta} & 1 \\ \frac{2pn^2}{\beta^2} & -\frac{2pn}{\beta} & 1 \end{vmatrix}=0$$

Dezvoltăm determinantul Δ și obținem $\Delta=(p-2n)\left(\alpha-\frac{pn}{2\alpha}\right)\cdot\frac{p}{\beta}$.

Condiția $\Delta=0$ duce la ecuațiile: $p-2n=0$ și $\alpha-\frac{pn}{2\alpha}=0$.

Prima ecuație se mai scrie, ținînd seama că $n=p+\alpha$:

$$p-2p-2\alpha=0 \quad \text{sau:} \quad \alpha=-\frac{p}{2}$$

soluție care nu convine problemei fiindcă la parabolă avem $\alpha \geqslant 0$.

Ecuația a II-a ne dă succesiv:

$2\alpha^2-p\alpha-p^2=0$ de unde: $\alpha_1=p$ și $\alpha_2=-\frac{p}{2}$. Deci,

$\Delta=0$, numai în cazul cînd $\alpha=p$.

Punctul M este determinat avînd coordonatele $M\ (p; p\sqrt{2})$. De asemenea și simetricul lui M față de axa xx' corespunde problemei. În concluzie sînt două puncte pe parabolă astfel ca N, P, R să fie colineare:

$$M(p; p\sqrt{2}) \quad \text{și} \quad M'(p; -p\sqrt{2}).$$

Problema E: 1688

Să se arate că la orice număr de trei cifre, la care cifra zecilor este media aritmetică a cifrelor unităților și sutelor, adunîndu-se o singură dată numărul ce-l formează cifra unităților sale, se obține un număr divizibil cu 7.

Stelian Lambă, profesor Tuzla

Soluție dată de *Brad Corneliu*, cl. VIII, Constanța. Dacă însemnăm cu a, b și c cifrele numărului despre care vorbim, vom avea:

$$\overline{abc} + c = 100 \cdot a + 10 \cdot b + 2 \cdot c =$$

$$= 100 \cdot a + 10 \cdot \frac{a+c}{2} + 2 \cdot c = 100 \cdot a +$$

$$+ 5 \cdot (a + c) + 2 \cdot c = 100 \cdot a + 5 \cdot a + 5 \cdot c +$$

$$+ 2 \cdot c = 105 \cdot a + 7 \cdot c = \overline{m}7 + \overline{m}7 = \overline{m}7.$$

Problema E : 1834

Un aliaj de aluminiu cu o greutate de 60 kg a fost obținut prin topirea a două aliaje cu conținut diferit de aluminiu. Înainte de topire procentul de aluminiu din primul aliaj era cu 45 mai mic decît procentul de aluminiu din al doilea aliaj. Cunoscînd cantitatea de aluminiu din primul aliaj, egal cu 12 kg, iar din al doilea aliaj egală cu 15 kg, să se calculeze procentul de aluminiu al fiecărui aliaj.

V. Vodă și *S. Alexandru*, elevi, București

Soluție dată de *Nicolaescu Corneliu*, cl. VIII, Sm. 3 București. Fie $x\%$ procentul de aluminiu din primul aliaj. Atunci procentul celui de-al doilea aliaj va fi: $(x+45)\%$. Deci, greutatea primului aliaj este $\frac{12 \cdot 100}{x}$ kg, iar greutatea celui de-al doilea $\frac{15 \cdot 100}{x+45}$ kg.

Prin amestecarea lor a rezultat un aliaj în greutate de 60 kg. Deci, putem forma ecuația:

$$\frac{1\,200}{x} + \frac{1\,500}{x+45} = 60,$$

de unde:

$$1\,200x + 54\,000 + 1\,500x = 60x^2 + 2\,700x$$

sau

$$54\,000 = 60x^2; \qquad x = \pm 30, \text{ deci } x = 30\%$$

iar la cel de-al doilea aliaj procentul este 75%.

Problema E : 1843

O motocicletă costă cît 2 motorete și o bicicletă. Motocicleta costă cu 4800 lei mai mult decît motoreta, iar motoreta costă cît 2 biciclete și încă 2400 lei. Să se afle prețul fiecăreia.

* * *

Soluție dată de *Maftei Eugen*, elev, Vaslui. Considerăm bicicleta ca unitate și vom exprima costul motocicletei și motoretei în funcție de costul bicicletei. Deci, două motorete costă cît 4 biciclete și încă 4800 lei. Moto-

cicleta costînd cu 4800 lei mai mult decît motoreta, ea va costa cît 2 biciclete și încă 4800+2400 lei. Adică vom avea cinci părți plus 4800 egal cu 2 părți plus (2400+4800) lei. Adică, o parte este egală cu 800. Ea reprezentînd costul bicicletei, rezultă că bicicleta costă 800 lei.

O motoretă costă cît 2 biciclete plus 2400 lei, adică costă $2 \times 800 + 2400 = 4000$ lei.

Motocicleta costa cu 4800 lei mai mult decît motoreta.

Problema E : 1880

Normele de tehnica securității prevăd că priza de pămînt la care se leagă toate părțile instalațiilor pentru sudarea electrică trebuie să aibă rezistența de 4 Ω. Ce lungime are un conductor de cupru, dacă are aceeași rezistență, secțiunea 1,5 mm, iar rezistivitatea de 0,0175 $\frac{\Omega \text{ mm}^2}{m}$?

Gh. I. Căpitan, profesor, Anina

Soluție dată de *Chiș Gheorghe*, cl. VIII Borșa. Rezistența unui conductor în funcție de dimensiunile și natura conductorului este dată de relația $R = \rho \frac{l}{S}$, de unde $l = \frac{R \cdot S}{\rho}$.

Înlocuind cu datele din enunț se obține:

$$l = \frac{4\,\Omega \cdot 1{,}5\,\text{mm}^2}{0{,}175 \frac{\Omega\,\text{mm}^2}{m}} = \frac{6}{0{,}0175}\,m \text{ sau: } l = 342{,}857 \text{ m}.$$

Problema E : 1892

Un troleibuz pleacă de la parcul de cultură și odihnă cu un număr oarecare de persoane, taxatorul încasînd 10 lei. Presupunînd că la fiecare stație se dau jos 3 persoane și se urcă 4 și că prețul biletului este același pentru tot traseul, să se calculeze cîte persoane au călătorit cu troleibuzul, știind că acesta a sosit cu 28 persoane în stația Patria, iar taxatorul a încasat 26 lei.

V. Vodă, elev, București

Soluție dată de *Vasilescu Nicolae*, clasa VIII, Ș.m. 6 Ploiești. Fie n numărul persoanelor cu care a plecat troliebuzul; y — costul unui bilet, z — numărul stațiilor intermediare. Putem forma ecuațiile:

$$xy = 10\,; \qquad x + z = 28\,; \qquad (x + 4z)\,y = 26$$

Prima ecuație reprezintă banii încasați de taxator în stația inițială. Deoarece la fiecare stație coboară cîte trei persoane și se urcă patru, înseamnă că la fiecare stație efectivul călătorilor se mărește cu o persoană.

Deci, suma $x+z$ reprezintă numărul călătorilor aduși în stația Patria. Ecuația a treia reprezintă banii încasați de taxator de-a lungul traseului.

Dacă scădem prima ecuație din ultima și simplificăm cu 4 obținem: $ty=4$. Adunînd această relație primei ecuații avem: $y(x+z)=14$. Însă $x+z=28$, deci, $y=0{,}50$ lei.

Numărul total al călătorilor este $N=\frac{26}{0{,}50}=52$.

Problema 853 (M.F.L.)

Să se demonstreze că expresia

$$E=11\cdot 3^{2n}\cdot 5^{n+1}-257\cdot 2^{3n-2}$$

pentru orice număr natural impar se divide prin 1961.

Fila Jenő, Zalău

Soluție dată de elevul *Mihucz János*, școala medie nr. 3 din Sibiu. Deoarece 1961 și 4 sînt prime între ele, expresiile E și $4E$ se divid în același timp cu 1961. De aceea vom arăta că $4E$ se divide cu 1961.

Deoarece $1961=37\cdot 53$ și 37 și 53 sînt prime trebuie să arătăm că $4E$ se divide separat prin 37 și prin 53.

Expresia dată se scrie în felul următor:

$$4E=2^2\cdot 11\cdot 3^{2n}\cdot 5^n\cdot 5-257\cdot 2^{3n}=220(3^2)^n\cdot 5^n-257\cdot(2^3)^n=$$
$$=220\cdot 45^n-257\cdot 8^n=220(45^n-8^n)-37\cdot 8^n.$$

Expresia din paranteză se divide prin $45-8=37$. Termenul al doilea la fel se divide prin 37.

În mod analog arătăm, grupînd termenii altfel, că $4E$ este divizibil cu 53:

$4E=220\cdot 45^n-257\cdot 8^n=477\cdot 45^n-257(45^n+8^n)$. Dar $477=53\cdot 9$, deci este divizibil cu 53. Expresia 45^n+8^n care se găsește în paranteză — deoarece n este impar — este divizibil cu $45+8=53$. Deci $4E$ se divide prin 53.

Problema 855 (M.F.L.)

Să se demonstreze că dacă $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$ sînt termenii unei progresii aritmetice, atunci are loc egalitatea:

$$\frac{1}{\sqrt{a_1}+\sqrt{a_2}}+\frac{1}{\sqrt{a_2}+\sqrt{a_3}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt{a_{n-1}}+\sqrt{a_n}}=\frac{n-1}{\sqrt{a_1}+\sqrt{a_n}}$$

* * *

Soluție dată de *Németh Miklós*, școala medie „Ion Slavici" din Arad. Dacă notăm cu d rația progresiei, termenul general al sumei se scrie:

$$\frac{1}{\sqrt{a_i}+\sqrt{a_i+d}},$$

de unde raționalizînd numitorul rezultă

$$\frac{\sqrt{a_i}-\sqrt{a_i+d}}{-d}.$$

Deci suma se poate pune sub forma următoare:

$$\frac{1}{\sqrt{a_1}+\sqrt{a_2}}+\frac{1}{\sqrt{a_2}+\sqrt{a_3}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt{a_{n-1}}+\sqrt{a_n}}=-\frac{1}{d}(\sqrt{a_1}-\sqrt{a_2}+$$

$$+\sqrt{a_2}-\sqrt{a_3}+\ldots+\sqrt{a_{n-1}}-\sqrt{a_n})=\frac{\sqrt{a_n}-\sqrt{a_1}}{d}=$$

$$=\frac{(\sqrt{a_n}-\sqrt{a_1})(\sqrt{a_n}+\sqrt{a_1})}{d(\sqrt{a_n}+\sqrt{a_1})}=\frac{a_n-a_1}{d(\sqrt{a_1}+\sqrt{a_n})}=\frac{a_1+(n-1)d-a_1}{d(\sqrt{a_1}+\sqrt{a_n})}=$$

$$=\frac{n-1}{\sqrt{a_1}+\sqrt{a_n}}$$

ceea ce era de demonstrat.

Problema 858 (M.F.L.)

Să se demonstreze că dacă x_1, x_2 și x_3 sînt rădăcinile reale ale ecuației

$$a^3(b-c)x^3+b^2(c-a)x^2+c^2(b-a)x+(a-b)(b-c)(a-c)=0,$$

atunci valoarea sumei $\operatorname{arc\,tg} x_1+\operatorname{arc\,tg} x_2+\operatorname{arc\,tg} x_3$ nu depinde de valorile parametrilor a, b, c.

Égli János

Soluție dată de elevul *Béres Antal*, școala medie „Filimon Sîrbu" din Sighet.

Fie $x_1=\operatorname{tg}\alpha_1$, $x_2=\operatorname{tg}\alpha_2$ și $x_3=\operatorname{tg}\alpha_3$. Știm că

$$\operatorname{tg}(\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3)=\frac{\operatorname{tg}\alpha_1+\operatorname{tg}(\alpha_2+\alpha_3)}{1-\operatorname{tg}\alpha_1\operatorname{tg}(\alpha_2+\alpha_3)}=$$

$$=\frac{\operatorname{tg}\alpha_1+\operatorname{tg}\alpha_2+\operatorname{tg}\alpha_3-\operatorname{tg}\alpha_1\operatorname{tg}\alpha_2\operatorname{tg}\alpha_3}{1-\operatorname{tg}\alpha_1\operatorname{tg}\alpha_2-\operatorname{tg}\alpha_1\operatorname{tg}\alpha_2-\operatorname{tg}\alpha_2\operatorname{tg}\alpha_3}.$$

Din egalitatea de mai sus rezultă că

$$\operatorname{arc\,tg} x_1+\operatorname{arc\,tg} x_2+\operatorname{arc\,tg} x_3=\operatorname{arc\,tg}\frac{x_1+x_2+x_3-x_1x_2x_3}{1-(x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3)}=$$

$$=\operatorname{arc\,tg}\frac{-b^2(c-a)+(a-b)(b-c)(a-c)}{a^2(b-c)-c^2(b-c)}.$$

Efectuînd calculele și simplificînd obținem egalitatea

$$\operatorname{arc\,tg} x_1+\operatorname{arc\,tg} x_2+\operatorname{arc\,tg} x_3=\operatorname{arc\,tg} 1,$$

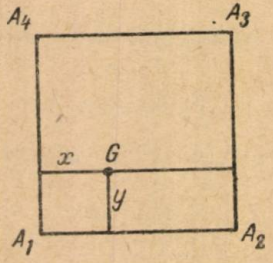
ceea ce am avut de demonstrat.

Problema 859 (M.F.L.)

Suprafața unei mese cu patru picioare este un pătrat de latură 2 m. Pe masă așezăm o bilă de 4 kgf astfel încît de la o margine a mesei să fie la o distanță de x metri, iar de la cealaltă margine de y metri. a) *Să se calculeze în funcție de x și de y forțele care acționează aparte pe fiecare picior al mesei.* b) *Cum putem mișca bila pe masă ca forța care acționează asupra unuia dintre picioare să fie constantă (1 kgf)? (Greutatea mesei o neglijăm).*

Rafain Dezső, Odorhei

Soluție dată de elevul *Dályai Pál*, școala medie „Bolyai Farkaș" din Tg.-Mureș. a) Să notăm cu A_1, A_2, A_3 și A_4 colțurile mesei și cu F_1, F_2, F_3 și F_4 forțele care acționează asupra picioarelor corespunzătoare și fie bila în punctul G. Să calculăm forțele care acționează asupra a două margini opuse ale mesei. Deoarece sistemul se găsește în echilibru putem aplica lege momentului de rotație. Notînd cu G_1 respective cu G_2 forțele care acționează asupra marginile A_1A_4 și A_2A_3 obținem următoarele: $G_1 \cdot 2 = 4\,(2-x)$, de unde $G_1 = 2\,(2-x)$ *kp* și în mod analog $G_2 = 2x(2-y)$. Pe baza aceleiași legi putem scrie $F_1 \cdot 2 = G_1\,(2-y)$, $F_2 \cdot 2 = G_2\,(2-y)$, $F_3 \cdot 2 = G_2\,y$ și $F_4 \cdot 2 = G_1\,y$, de unde $F_1 = (2-x)\,(2-y)$ *kp*, $F_2 = x\,(2-y)$ *kp*, $F_3 = xy$ și $F_4 = (2-x)\,y$.



b) Să mișcăm bila pe masă astfel încît forța F_3 să fie constantă, 1 *kp*. In acest caz $xy = 1$ sau $y = \frac{1}{x}$ Deci curba căutată este un arc de hiperbolă echilaterală care trece prin centrul pătratului.

Problema 860 (M.F.L.)

Se dă elipsa

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

Să se determine acele puncte de pe elipsă în care normala la elipsă se găsește la distanță maximă de la centrul elipsei; să se calculeze distanța maximă.

* * *

Soluție dată de elevul *Kiss Lajos*, școala medie nr. 4 din Oradea. Ecuația tangentei la elipsă în punctul (x_0, y_0) este

$$\frac{x_0 x}{a^2} + \frac{y_0 y}{b^2} - 1 = 0,$$

iar ecuația normalei

$$-y_0 a^2 x + x_0 b^2 y + x_0 y_0 (a^2 - b^2) = 0$$

Distanța de la centrul elipsei la normală este deci

$$d = \frac{x_0 y_0 (a^2 - b^2)}{\pm \sqrt{y_0^2 a^4 + x_0^2 b^4}}.$$

Această distanță este maximă cînd expresia

$$\frac{x_0^2 y_0^2}{y_0^2 a^4 + x_0^2 b^4} = \frac{1}{\frac{y_0^2 a^4 + x_0^2 b^4}{x_0^2 y_0^2}} = \frac{1}{\frac{a^4}{x_0^2} + \frac{b^4}{y_0^2}}$$

este maximă. Deoarece

$$\frac{x_0^2}{a^2} + \frac{y_0^2}{b^2} = 1,$$

CHESTIUNI DE EXAMEN

Olimpiada de Fizică, etapa regională
23 martie 1963. Lucrare scrisă

5952. Se suspendă de un fir cu lungimea de 1,5 m, un vas plin cu apă. Firul fiind fixat la un capăt, i se imprimă sistemului o mișcare de rotație, uniformă, în plan vertical. Masa totală (vas + apă) este de 3 kg.

Să se calculeze: a) numărul de rotații pe secundă pe care trebuie să le facă vasul pentru ca apa să nu cadă din vas.

b) Tensiunea maximă pe care o suportă firul cînd se efectuează 2 rotații pe secundă.

(clasa a VIII-a)

5953. Prin măsurarea presiunii atmosferice s-a stabilit că ea corespunde presiunii unei coloane de acid sulfuric înaltă de 588,88 cm și cu densitatea de 1,8 g/cm³. Considerînd temperatura aerului egală cu 0°C, să se stabilească: a) presiunea atmosferică exprimată în torr și în At. b) masa unui litru de aer în aceste condiții. c) valoarea forței ascensionale ce acționează la pornirea de la sol asupra unui balon plin cu heliu în condițiile de mai sus, dacă volumul balonului este de 200 m³, iar nacela, învelișul și aparatura cîntăresc 100 kg (forța se va exprima în N și kgf). Volumul heliului este tot de 200 m³.

($\varrho_{He} = 0{,}000178$ g/cm³, $\varrho_{aer\ normal} = 0{,}001293$ g/cm³, $\varrho_{Hg} = 13{,}6$ g/cm³).

(Clasa IX și anul III școli pedagogice)

5954. O baterie de elemente este formată din patru ramuri legate în paralel, fiecare ramură conținînd un număr n de elemente, fiecare element are tensiunea de 6 V și rezistența internă de 0,2 Ω.

Bateria debitează curent unui consumator format din două reostate cu lămpi, legate în serie. Primul reostat are 10 lămpi montate în paralel,

fiecare lampă avînd puterea de 100 W și tensiunea nominală de 100 V, al doilea reostat are 10 lămpi montate în paralel, fiecare lampă avînd puterea de 200 W și tensiunea nominală de 100 V.

Să se calculeze: a) valoarea rezistenței suplimentare introdusă în circuit (se va indica și cum se montează), pentru ca lămpile să funcționeze la tensiunea lor nominală. b) numărul de elemente pe o ramură a bateriei în această situație.

(Clasa X și anul IV școli pedagogice)

5955. Un obiectiv fotografic este format din două lentile acolate (lipite), una biconvexă ($n_1=1{,}5$) alta concav convexă, divergentă ($n_2=1{,}38$). Razele de curbură sînt egale între ele pentru cele două fețe ale lentilei convergente și pentru fața concavă a lentilei divergente, iar fața liberă a lentilei divergente are raza de două ori mai mare decît raza celeilalte fețe. Știind că distanța focală a sistemului este de 15 cm, se cere: a) raza de curbură a lentilei convergente. b) distanța focală a fiecăreia dintre cele două lentile.

Se presupune că centrele optice a celor două lentile sînt confundate.

(Clasa XI și anul VI școli pedagogice)

5956. Pentru a produce un lucru mecanic util de 270 000 kgf.m necesită: un motor Diesel, 185 g motorină, o mașină cu abur, 0,6 kg cărbune și un motor cu electroaprindere 0,25 kg benzină. Puterile calorice ale combustibililor sînt: motorina 10 000 kcal/kg, cărbune, 7 350 kcal/kg, benzină 11 000 kcal/kg. În vederea comparării celor trei feluri de mașini termice, se cere: a) canitatea de căldură cedată de combustibili; b) cantitatea de căldură echivalentă cu lucrul mecanic produs; c) randamentul mașinilor; d) randamentul unui motor electric care consumă o energie electrică de 0,8 kWh, pentru a produce același lucru mecanic.

Ce concluzii se pot trage?

(Anul I școli tehnice de maiștri)

5957. Care va fi energia cinetică și energia potențială a unui punct material de masa $m=0{,}5$ g, care oscilează armonic cu amplitudinea $A=5$ cm și frecvența $\nu=\frac{1}{\pi}$ Hz, cînd acesta se găsește la distanța $y=4$ cm de poziția de echilibru.

(Anul V școli pedagogice)

5958. Un tren cu masa de 490 t și cu viteza de 45 km/h este oprit brusc prin frînare. Ce cantitate de căldură se degajă?

(Anul I școli profesionale)

5959. O sursă de energie electrică avînd t.e.m. 126 V, produce un curent electric de 25 A. Să se calculeze:

a) energia electrică produsă în timp de 8 ore, b) puterea produsă de sursă.

(Anul II școli profesionale)

Chestiuni date la admiterea în facultatea de fizică, Iași, 1962.

5960. Într-un triunghi ABC se consideră punctul I centrul cercului înscris și I' centrul cercului exînscris ce corespunde laturii BC.

a) Să se arate că patrulaterul $IBI'C$ este inscriptibil.

b) Să se demonstreze că în patrulaterul inscriptibil $IBI'C$ avem relația $BI' \cdot CI + BI \cdot CI' = II' \cdot BC$;

c) Să se găsească volumul născut prin rotirea triunghiului ABC în jurul uneia din laturile sale în funcție de $BC=a$, $CA=b$, $AB=c$;

d) Să se arate analitic că ortocentrul, centrul de greutate și centrul cercului circumscris triunghiului ABC sînt trei puncte colineare.

* * *

5961. Într-un triunghi oarecare ABC cu unghiurile ascuțite, fie AA', BB', CC' înălțimile.

a) Să se arate că $A'C = \frac{AC}{BC} \cdot B'C$; b) Să se stabilească relația $BC^2 = AC \cdot B'C + AB \cdot BC'$; c) Să se găsească locul geometric al punctului comun înălțimilor, cînd latura BC rămîne fixă, iar vîrful A se deplasează pe dreaptă paralelă la bază, se cere să se reprezinte grafic acest loc geometric. d) Se dă un triunghi cu laturile 3 cm, 4 cm, 6 cm. Să se calculeze aria și volumul corpului rezultat prin rotirea triunghiului dat în jurul laturii celei mai mici.

* * *

5962. Într-un vas de sticlă în formă de U se găsesc în echilibru două lichide nemiscibile, diferite. Știind că lichidul de jos este apă, să se calculeze densitatea celuilalt lichid, care constituie o coloană de 12 cm înălțime, diferența de nivel fiind de 8 cm.

* * *

5963. O lentilă convergentă subțire de 15 cm distanța focală este așezată orizontal, la 40 cm deasupra fundului unei cuve. La 30 cm deasupra lentilei, pe axa ei principală, se găsește un punct luminos P. Se toarnă apă în cuvă pînă ce imaginea P' a lui P se face pe fundul cuvei. Care este grosimea stratului de apă, dacă indicele de refracție al apei este 4/3 ?

* * *

5964. Se dă ecuația

$$(2m-1)x^2 - 2(m+1)x + m + 1 = 0 \qquad (1)$$

unde m este un parametru real.

a) Pentru care valori ale lui m ecuația (1) are rădăcini reale ?

b) Să se cerceteze pentru care valori ale lui m rădăcinile reale x_1, x_2 ale ecuației (1) sînt în relația

$$x_1^3 + x_2^3 < x_1 x_2^3 + x_1^3 x_2$$

Se vor folosi relațiile între rădăcini și coeficienți.

c) Să se studieze variația rădăcinilor x_1, x_2 ca funcții de m.

* * *

5965. Să se rezolve ecuația

$$\frac{1}{\sin x}+\frac{1}{\cos x}=m$$

precizînd pentru ce valori ale parametrului m soluțiile sînt posibile.

* * *

5966. Se dă ecuația

$$\sin^2 x+2\sin x\cos x-2\cos^2 x=m$$

unde m este un parametru real.

a) Să se găsească valorile lui m pentru care ecuația are soluții reale; b) Să se rezolve ecuația și să se scrie explicit, expresia lui x ca funcție de m, $x=f(m)$; c) Să se calculeze derivata acestei funcții $x=f(m)$; d) Să se rezolve ecuația (1) în cazul $m=-\frac{3}{2}$.

* * *

PROBLEME PROPUSE*

5967. Se dă un cub $ABCDA'B'C'D'$ avînd muchia egală cu a. Se prelungește latura AB cu $BE=x$.

a) Să se determine x așa încît unghiul făcut de dreapta ED' cu planul bazei $ABCD$ să fie de 30°; b) Să se determine unghiul pe care îl face ED' cu planul $ADD'A'$; c) Ce măsură are unghiul făcut de ED' cu dreapta AD? d) Să se calculeze lungimea segmentului de pe dreapta ED' situat în interiorul cubului?

Corneliu Georgescu, Craiova

5968. Se dă polinomul:

$$P(x)=6x^4+2x^3+13x^2+(2m-3n-4)x+\left(\frac{4m-9n+2}{6n}\right).$$

a) Să se determine m și n astfel încît polinomul dat să se dividă cu x^2+2; b) Fie cîtul diviziunii $Q(x)$. Să se calculeze valoarea sumei $S=Q(1)+Q(2)+\ldots+Q(p)$, p fiind un număr natural; c) Să se arate că expresia $E=(p+1)S$ se divide cu 6, oricare ar fi p numărul natural.

V. Băghină, Breaza

*) VIII (5983, 5988, 5990, 5993); IX (5972, 5976, 5977, 5978, 5979, 5981, 5985, 5991, 5992, 5995); X (5967, 5968, 5969, 5973, 5975, 5984, 5986, 5987); XI (5970, 5971, 5974, 5980, 5982, 5989, 5994). Soluțiile se primesc pînă la 30 decembrie 1963).

5969. Suma pătratelor primele $4n$ numere naturale mai mari ca 5 și nedivizibile cu 5 este 4120. Care sînt aceste $4n$ numere?

Lucian Mănescu, R. Vîlcea

5970. Să se studieze pe ce intervale funcția $y = ax^2 + bx + c$ admite funcție inversă și apoi să se găsească funcția inversă.

Aplicație: $f(x) = 2x^2 - 6x + 4$.

I. Popescu, Adjud

5971. Se dă parabola $y = \frac{a}{2}x^2$ și un punct variabil M pe parabolă. Tangenta dusă în M la parabolă taie axa Ox în punctul N. Să se găsească locul geometric al centrului de greutate al triunghiului ONM.

* * *

5972. Se dau două cercuri secante în M și N și prin punctul M se duce o secantă variabilă BC. Să se găsească locul geometric al centrului de greutate al triunghiului ABC, unde A este un punct variabil pe un cerc O exterior din același plan. (În legătură cu problema 5503).

Grigorescu I. Șerban, elev București

5973. Să se afle toate valorile lui x pentru care avem pe rînd fiecare din următoarele 6 relații:

$$\operatorname{tg}\frac{x}{2} = \frac{\pm\sqrt{1+\operatorname{tg}^2 x} - 1}{\operatorname{tg} x}; \quad \sin\frac{x}{2} = \frac{1}{2}\left[\sqrt{1+\sin x} \pm \sqrt{1-\sin x}\right];$$

$$\cos\frac{x}{2} = \frac{1}{2}\left[\sqrt{1+\sin x} \pm \sqrt{1-\sin x}\right].$$

Se va considera separat cazurile cu + și — dinaintea radicalului.

* * *

5974. Pentru care valori reale ale lui x avem:

$$\frac{1}{\sqrt{\operatorname{cotg} x} - \sqrt{\operatorname{tg} x} + 2} + \frac{1}{\sqrt{\operatorname{cotg} x} - \sqrt{\operatorname{tg} x} - 2} = \frac{1}{\sqrt{\operatorname{tg} x + \operatorname{cotg} x - 2} + 2} +$$

$$+ \frac{1}{\sqrt{\operatorname{tg} x + \operatorname{cotg} x - 2} - 2} = \frac{2\sqrt{\operatorname{tg} x}}{\operatorname{tg} x - 1} = \frac{2}{\sqrt{\operatorname{tg} x} - \sqrt{\operatorname{cotg} x}} = \frac{\sqrt{2\sin 2x}}{\sqrt{1-\sin 2x}}.$$

C. Ionescu-Țiu

5975. Să se demonstreze că pentru orice n natural există inegalitățile:

$$\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \ldots + \frac{1}{n^2} < \frac{3}{4},$$

$$\frac{1}{2^3} + \frac{1}{3^3} + \ldots + \frac{1}{n^3} < \frac{1}{4}.$$

Stan Dumitru, student

5976. Se dă un triunghi isoscel ABC $(AB = AC)$. Pe latura AC se ia deoparte și de alta a lui C, segmentele $CD = CD' = BC$. Se notează cu E și E' respectiv mijloacele segmentelor BD și BD'. Dreptele CE și CE' taie înălțimea triunghiului ABC dusă din A, respectiv în F și F', iar BF taie latura AC în G. Să se arate că:

a) BF este bisectoarea unghiului ABC; b) triunghiurile BEC și $BE'C$ sînt egale; c) triunghiul DBD' este dreptunghic; d) unghiurile DBG și $D'BF'$ sînt egale.

Simon Petru, Tg. Mureș

5977. Să se rezolve sistemul:

$$\begin{aligned} xyz^{x-1} &= a \\ x(x-1)y^2z^{x-2} &= b \\ x(x-1)(x-2)y^3z^{x-3} &= c \end{aligned}$$

Aplicație: $a = 240$, $b = 1\,440$, $c = 6\,480$.

Emil Isac, Tg. Jiu

5978. Dacă într-un triunghi oarecare ABC ducem linia mijlocie MN (punctul N pe latura AB și M pe latura AC), iar prin punctul R, interior segmentului AM ducem o paralelă la AB care taie linia mijlocie în P și latura BC în S, să se demonstreze:

a) $\dfrac{PS}{PR} - \dfrac{PN}{PM} = 1$; b) în cazul cînd punctul P se găsește și pe bisectoarea interioară a unghiului A există relația $\dfrac{1}{PR} = \dfrac{1}{AM} + \dfrac{1}{AN}$; c) în cazul de la punctul 2, să se calculeze perimetrul triunghiului PRM cunoscînd laturile a, b, c ale triunghiului ABC.

Lucian Mănescu, R. Vîlcea

5979. Se dă un cerc cu centrul în C și de rază r, iar în planul său un punct fix A. Prin punctul A se duce o secantă variabil care taie cercul în punctele N și P. Prin punctele N și P se duc paralelele NM și PM respectiv la CP și CN. Să se găsească locul geometric al punctului M, cînd secanta se rotește în jurul punctului A.

* * *

5980. Să se arate că într-un triunghi ascuțit-unghi avem:

$$-\operatorname{cotg} 2A - \operatorname{cotg} 2B - \operatorname{cotg} 2C \geqslant \operatorname{cotg} A + \operatorname{cotg} B + \operatorname{cotg} C \geqslant \operatorname{tg}\frac{A}{2} +$$

$$+ \operatorname{tg}\frac{B}{2} + \operatorname{tg}\frac{C}{2} \geqslant \operatorname{tg}\left(45° - \frac{A}{4}\right) + \operatorname{tg}\left(45° - \frac{B}{4}\right) + \operatorname{tg}\left(45° - \frac{C}{4}\right) \geqslant \sqrt{3}.$$

C. Ionescu-Țiu

5981. Se dau două cercuri tangente exterioare de raze r_1 și r_2, unde $r_2 > r_1$. Tangentele exterioare se intersectează într-un punct A și au puncte comune B și C cu cercul de rază r_2. Să se demonstreze că raza cercului înscris triunghiului ABC este media armonică a razelor cercurilor date.

* * *

5982. Să se calculeze suma:

$$\frac{3}{10}+\frac{5}{30}+\frac{7}{170}+\ldots+\frac{2n+1}{n^4+2n^3+3n^2+2n+2}.$$

Benone Săvulescu, Buzău

5983. Se dă paralelogramul $ABCD$ și M un punct mobil pe CD. Dreptele AM și BM taie diagonalele BD și AC respectiv în A' și B'. Intersecția diagonalelor fiind O să se arate că: aria $A'MB' = 2$ aria $A'OB'$.

Ionel Atanasiu, Gugești

5984. Să se arate că într-un triunghi oarecare ABC avem:

$$\frac{\sin\frac{A}{2}}{\sin\frac{B}{2}\cos\frac{C}{2}}+\frac{\sin\frac{B}{2}}{\sin\frac{C}{2}\cos\frac{A}{2}}+\frac{\sin\frac{C}{2}}{\sin\frac{A}{2}\cos\frac{B}{2}}\geqslant 2\sqrt{3},$$

Dinescu Nicolae, elev București

5985. Se dă un triunghi ABC, unde $a > c > b$. Dacă se înscrie un dreptunghi având baza pe latura BC cu diagonala minimă, să se arate că există relația: $2aS = d\sqrt{a^4+4S^2}$, S fiind aria triunghiului și d diagonala dreptunghiului înscris.

N. Bebea, profesor Pucioasa

5986. Să se arate că dacă x, y, z, t sînt arce situate respectiv în cadranele I, II, III și IV din cercul trigonometric, atunci avem:

$$\frac{1}{2}(\sin x+\sin y-\sin z-\sin t)>\sin^2\frac{x}{2}+\cos^2\frac{y}{2}+\cos^2\frac{z}{2}+\sin^2\frac{t}{2}.$$

Miron Oprea, Ploiești

5987. Să se calculeze suma:

$$S=\frac{1}{1.2}+\frac{2}{1.2.3}+\frac{3}{1.2.3.4}+\ldots,+\frac{n}{1.2.3\ldots(n+1)}.$$

I. Atanasiu, Gugești

5988. Un mobil cu greutatea $G = 1$ kgf este așezat la periferia unui disc așezat într-un plan orizontal, fiind legat de centrul discului cu un fir de lungime 0,5 m. Discul fiind pus în mișcare de rotație la un moment dat firul se rupe și mobilul execută o mișcare rectilinie pe planul orizontal cu coeficientul de frecare de alunecare $\eta = 0{,}01$ oprindu-se după 3 metri. Să se determine tensiunea în fir și viteza de rotație în rot/min în momentul ruperii firului.

* * *

5989. O rezistență de încălzire dezvoltă 28 kcal în 2 minute, absorbind un curent de intensitate $5A$. În paralel cu încălzitorul sînt montate două rezistențe legate în serie de valori R_1, necunoscută și $R_2 = 200\ \Omega$. Un voltmetru de rezistență internă $\rho = 2\,500\ \Omega$ măsoară pe rezistența R_2 o tensiune de 100 V. Să se determine valoarea rezistenței R_1 și puterea consumată în circuit.

* * *

5990. O sticlă plină cu apă cîntărește 300 g. Plină cu alcool de densitate 0,8 g/cm³ cîntărește 250 g. Plină cu eter cîntărește 200 g. Care este densitatea eterului ?

* * *

5991. Ce tensiune trebuie să aplicăm unei bare de oțel ca să căpătăm aceeași alungire relativă ca în cazul încălzirii la 100°C ?

* * *

5992. Un ciocan de fier de 1 kg lucrînd continuu timp de 2 minute s-a încălzit cu 30°C. Dacă pentru încălzirea ciocanului s-a folosit numai 40% din căldura rezultată din transformarea lucrului mecanic, să se calculeze lucrul mecanic total și puterea.

* * *

5993. Un vagon de 12 tone fiind izbit, a început să se miște cu viteza de 5 m/s și sub acțiunea forței de frecare s-a oprit după un minut. Să se afle forța de frecare și accelerația mișcării.

* * *

5994. Un condensator $C = 4\,\mu F$ este încărcat la tensiunea $U = 500$ V, apoi este decuplat de la sursa de alimentare și legat în paralel cu doi condensatori $C_1 = 2\ \mu F$ și $C_2 = 6\,\mu F$ legați în serie. Care sînt sarcinile și tensiunile pe cei trei condensatori ?

* * *

5995. Se consideră patrulaterul inscriptibil $ABCD$ și o dreaptă variabilă (Δ) ce trece prin intersecția I a diagonalelor patrulaterului. Să se afle locul geometric al punctului de intersecție al tangentelor la cercul circumscris patrulaterului în punctele unde cercul este tăiat de dreapta (Δ). Discuție.

Stănescu I .Cicerone, student I.P.B.

EXERCIȚII ȘI PROBLEME PROPUSE

PENTRU CLASELE V–VIII *)

E : 2026. În triunghiul oarecare ABC, fie A_1, B_1, C_1 ; A_2, B_2, C_2 picioarele înălțimilor, respectiv mijloacele laturilor BC, CA și AB. Să se arate că:

$$\sphericalangle A_1C_2B_1 + \sphericalangle B_1A_2C_1 + \sphericalangle C_1B_2A_1 = 180°$$

T. Căsăndroiu, elev Ploiești

E : 2027. Mărind suprafața grădinii de zarzavat, conducerea unei gospodării agricole colective a mai repartizat echipei însărcinată cu cultivarea grădinii, 34 femei și 1/3 din numărul bărbaților pe care-l avea echipa așa că numărul membrilor echipei a crescut cu 44, ajungînd egal cu de patru ori numărul bărbaților pe care-l avea echipa la început. Din cîte femei și cîți bărbați era compusă echipa la început ?

Florea I. Dumitrescu, Craiova

E : 2028. Numărul stațiilor de C.F.R. este cu 170 mai mare ca cel al haltelor de C.F.R. Dar dacă 3 halte s-ar transforma în stații atunci raportul lor ar fi $\frac{273}{229}$. Să se calculeze :

a) numărul de stații C.F.R., 2) numărul de halte C.F.R.

I. Munteanu profesor Vaslui

E : 2029. O pereche de pantofi, după două reduceri de 4% și 5%, costă acum 180 lei și 40 bani. Să se afle cît costau pantofii înainte de cele două reduceri.

* * *

E : 2030. În 1965 se vor produce în țara noastră, aparate de radio de 6 ori mai multe decît dublul televizoarelor, iar biciclete cu 90 000 mai puține decît triplul frigiderelor și al televizoarelor la un loc. În total se vor produce 930 000 obiecte din cele 4 feluri amintite. Cîte biciclete, frigidere, televizoare, și aparate de radio se vor produce în 1965, în țara noastră ?

Martin Mettler, profesor Vișeul de sus

E : 2031. Să se arate că $205_6 + 413_5 = 353_7$ (unde indicii 6, 5, 7 arată bazele de numerație în care sînt scrise numerele respective).

D. M. Tomoioagă

---

*) V (E : 2027, 2028, 2033, 2038) ; VI (E : 2029, 2032, 2034, 2036, 2039, 2041) ; VII (E : 2026, 2030, 2031, 2035, 2037, 2040). Se primesc soluțiile pînă la 30 decembrie 1963).

E : 2032. Strunjirea unui ax trebuie să se facă la o turație a strungului de 150 rot/min și un avans al cuțitului de 0,2 mm/rot. În aceste condiții timpul de mașină necesar pentru strunjirea axului este 31 min. Prin găsirea unui mod de prindere mai rigidă a piesei de prelucrat, strungarul a putut să execute strunjirea la o turație de 235 rot/min și un avans de 0.28 mm/rot. Cu cîte minute s-a redus timpul de mașină ?

* * *

E : 2033. O echipă de muncitori a fost planificată să taie un număr oarecare de copaci în 60 de zile. Dacă ar fi tăiat cu 10 copaci mai mulți pe zi ar fi terminat lucrarea în 50 de zile. Să se afle cîți copaci au fost tăiați în 60 de zile ?

* * *

E : 2034. La o bibliotecă s-au distribuit la cititori în prima zi, 4% din totalul cărților, a doua zi, după ce s-au mai introdus pe inventar un număr de 1200 cărți noi s-au mai distribuit cititorilor încă 5% din cărțile rămase în bibliotecă, împreună cu cele noi, iar a treia zi, după ce s-au trecut pe inventar încă 1200 cărți, din cărțile rămase disponibile s-au trimis pe teren pentru cititori încă 10%. Cînd s-a făcut calculul s-a observat că biblioteca avea cu $\frac{121}{500}$ din cărțile avute la început, mai mult. Cîte cărți a avut la început biblioteca ?

* * *

E : 2035. Să se arate că :

$$\frac{1}{\frac{1}{a^{n-p}}+\frac{1}{a^n}}+\frac{1}{\frac{1}{a^n}+\frac{1}{a^{n+p}}}=a^n$$

Caz particular : $n=9$, $h=4$, $a=10$.

C. Ionescu-Țiu

E : 2036. Un trunghi are laturile a, $a+r$ și $a+2r$.

a) Dacă a este constant care este valoarea cea mai mare posibilă a lui r.

b) Dacă r este constant să se determine valoarea cea mai mică a lui a.

I. Stănescu, Sibiu

E : 2037. Se dă unghiul $xoy=6°$. Începînd din O se iau punctele A_1, A_3, A_5, ... pe ox și A_2, A_4, A_6, ... pe oy încît să avem $OA_1=A_1A_2=A_2A_3=A_3A_4=A_4A_5=\ldots A_{n-1}A_n=a$ (constant). Se cere n.

Cîte grade poate avea cel mult unghiul α pentru a avea $n=29$, adică între ox și oy să poată fi desenate cel puțin 28 bare, ultima fiind $A_{28}A_{29}$.

C. Ionescu-Țiu

E : 2038. O G.A.C. trebuie să semene după plan cîte 50 ha pe zi. Semănînd cîte 56 ha pe zi a terminat semănatul cu 2 zile înainte de termen și a semănat cu 2 ha mai mult decît era prevăzut în plan. Cîte hectare a semănat ?

Sulă Octavian, Valea Rea, Iași

E : 2039. Fie un trapez isoscel $ABCD$ în care unghiul a este unghiul alăturat bazei mari și unghiul b este unghiul pe care îl face una din diagonale cu baza mare ; știind că unghiul b plus de trei ori unghiul a fac 180° și că unghiul a este mai mare decît 45°, dar mai mic decît 60° și dîndu-se lungimea diagonalei : $AC = BD = 5$ cm și lungimea bazei mari $AB = 7$ cm, să se construiască trapezul $ABCD$.

Octavian Persache, elev, București

E : 2040. Ce devine expresia

$$E = x\,(x-a)\,(x-b) + b\,(a-b)\,(x-b) - a\,(a-b)\,(x-a) - abx$$

cînd x ia pe rînd valorile : $(a-b)$; $(a+b)$; $(b-a)$.

Apoi să se arate că expresia E se mai poate scrie :

$(x-a+b)\ (x-a-b)\ (x+a-b)$.

* * *

E : 2041. În filmul „Misterul celor doi domni N", un colecționar de date personale ale oamenilor născuți la 29 februarie a obținut, printr-un calcul, că în Varșovia ar trebui să existe circa 750 oameni născuți la 29 februarie. Să se afle pe această bază, populația Varșoviei.

Popa Eugen, elev clasa VII, s.m. 3 Iași

RUBRICA REZOLVITORILOR DE PROBLEME

CALAFAT. Ş.m. Cl. X. Bora Ana (5629, 66, 71, 81, 701, 06, 13, 29—31, 33, 53), **Diaconescu Irina** (5629, 75, 76, 78, 80, 83, 720, 29—31), **Spulbăr Marcela** (5629, 66, 75, 76, 78, 80, 83, 720, 29—31, 33).

CALAN. Ş.m. Cl. VIII. Agheniței Chirică (E: 1941, 43—48, 50; 5629, 44, 46, 47).

CĂLĂRAȘI. Ş.m. Cl. X. Dimulescu Emil (5624, 46, 52, 83, 88, 89, 701, 06, 20, 26, 27, 30, 31, 37), **Petruș Valentina** (5713—15, 20, 24—26, 29—31, 33, 37, 43, 53), **Cl. XI. Palanciuc Gheorghe** (5668, 73, 75, 80, 705, 20—23, 28—30, 33, 34, 36).

CARANSEBEȘ. Ş.m. 1. Cl. IX. Bena Dorin (5627, 30, 31, 33, 38, 39, 41, 43, 54, 55, 60, 62, 66, 69—71, 73—79, 81—83, 85, 88, 89, 91, 95, 701, 04—06, 08, 10, 13, 15—17, 20, 24—27, 29—31, 35), **Iena Aurel** (5629, 35, 38, 40, 44, 47, 59, 62, 65, 76, 78, 81—83, 85, 88, 89, 91, 95, 701, 03, 06, 10, 13, 24, 26, 29, 46, 53), **Mițu Traian** (5624, 29, 44, 46—48, 53, 62, 65, 66, 69, 76—79, 81—83, 88, 89, 91, 705, 13, 15, 16, 20, 24—31, 33, 37, 42), **Munteanu Eugenia** (5660, 69, 74, 76, 77, 81, 85, 88, 701, 06, 29, 30). **Cl. XI. Engländer Alexandru** (5624, 27, 29, 37—39, 41, 44, 46—48, 52, 64, 66, 67, 39—71, 73—76, 78—83, 87—89, 701, 06, 13, 15, 20, 22, 25, 26, 28—31, 34), **Năslău Pavel** (5624, 29, 37—39, 41, 44, 46, 47, 53, 58, 66—71, 73—76, 79—89, 701, 06, 10, 13, 15, 16, 20, 25—31, 34, 35).

Ş.m. 2. Cl. VIII. Brebu Ion (E: 1943, 45, 50, 58; 5624, 29, 46, 47, 62, 78, 88, 706). Cl. IX. Stepănescu Ion (5646, 66, 69, 74, 77, 81, 88, 89, 706, 13, 25, 26). Cl. X. Murgulescu Antonie (5643, 69, 74, 78, 79, 81, 83, 706, 13, 20, 29—31), Percec Liviu (5644, 47, 66, 76—78, 83, 88, 89, 701, 25, 32, 33). Cl. XI. Titel Ligia (5591, 604, 07, 09, 10, 13, 15, 17—20, 22, 24, 29, 33, 37—39, 41, 43, 44, 46—48, 52, 53, 63—74, 79, 80).

CERNAVODĂ. Ş.m. Cl. X. Ilie Vasile (5552, 53, 60, 91, 604, 24, 29, 31, 44, 46—48, 52, 53, 56, 60, 65, 66, 69, 74, 76—78, 81, 83, 85, 88, 89, 91, 701, 06, 10, 13—17, 20, 24—33, 49).

CHIŞINĂU CRIŞ. Ş.m. Cl. X. Ciul Mihai (5669, 74, 76, 78, 79, 83, 88, 89, 701, 05, 06, 13, 15, 20, 27, 29—31, 53).

CIMPINA. Absolventă Rotaru Eugenia (5645, 53, 62, 63, 65, 66—69, 71—83, 88, 89, 701, 06, 07, 13, 16, 17, 20, 25, 28—31, 40, 41, 43, 45, 46, 51).

Şc. elem. nr. 1. Cl. VII. Ivaşcu Florin (E: 1921, 31, 34, 35, 41, 52, 55, 56, 60, 61, 63, 67, 70, 79).

Ş.m. 1. Cl. VIII. Almăşeanu Floria (E: 1940, 43, 47—50, 55; 5627, 29, 44, 47, 88), Berbeanu V. (E: 1946, 48, 53, 55, 58, 61, 68, 69; 5647), Chiţu Nicolae (E: 1952—55, 57, 58, 61, 63, 68, 69, 73; 5689, 706, 29, 30), Giubernea Gh. (E: 1952, 53, 55, 57, 58, 60, 61; 5627, 44, 47, 88, 706), Matei Nicolae (E: 1957, 58, 61, 69, 73; 5713—15, 24, 26, 27), Moldoveanu Adriana (E: 1940, 50, 53, 55, 57, 58, 68, 69; 5713, 15, 27, 32), Moldoveanu Florica (E: 1948, 50, 66, 69; 5724, 25, 27, 29, 32, 36), Oncioiu Dan (E: 1940, 41, 44, 46—50, 55, 58; 5629, 44, 88), Palade Mihail (E: 1953, 55, 57, 58, 60, 61, 66, 69, 73; 5706, 26, 29, 30, 36, 53), Pipera Violeta (E: 1968, 69, 73; 5714, 15, 24—27, 29, 30, 32, Ştefănescu Pompilia (5689, 713—15 24—27, 29, 32, 53), Ştefăniu M. (E: 1948, 50, 53, 54, 57—59; 5591, 604, 27, 29, 88), Tănase Gabriela (E: 1968, 69, 73; 5714, 15, 24—27, 29, 30, 32), Teodorescu Remus (E: 1941, 43, 46—50; 5629, 44, 88, 713).

Ş.m. 2. Cl. VIII. Brad Victor (E: 1926, 29, 31, 32, 34—36, 39, 41, 44, 46, 48, 50, 52, 53, 58, 59, 61; 5591, 604, 29, 46, 47, 78, 83, 88, 706).

CIMPULUNG MOLDOVENESC. Şcoala Elem. nr. 2. Cl. VII. Popescu Ovidiu (E: 1951, 56, 59, 62—67, 69, 70, 73).

Liceul Dragoş-Vodă. Cl. X. Iacoban Ioana (5541, 59, 63, 609, 21, 24, 45, 47, 48, 51, 52).

Liceul militar Ştefan cel Mare. Cl. IX. Pescaru Adrian (5624, 29, 44, 46, 47, 53, 69, 74, 79, 81, 85, 89, 703, 06, 10, 24, 25, 27, 29, 30, 42, 49, 53). Cl. X. Creţu Dumitru (5678, 83, 88, 708, 24—31, 33, 37), Demeter Andrei (5590, 91, 94, 600, 04, 06, 12, 19, 24, 27, 29, 30, 33, 43), Paraschivoiu Emil (5590—92, 94, 98, 600, 04, 09, 12, 17—19, 21, 22, 24, 29, 31, 39, 41, 43, 44, 46, 47, 51—54, 59, 60, 62, 65, 66, 69—71, 74—78, 80—83, 88, 89, 701, 04, 08). Cl. XI. Amorţilă Ionel (5590, 98, 600, 02, 38, 43, 44, 51—53, 78, 82, 83, 88, 710), Apostol Vanghel (5588, 90, 600—02, 10, 13, 15, 17—21, 26, 29, 31, 33, 39, 41, 43—48, 51—54, 56—60, 62, 65, 69, 73, 75, 78, 82, 83, 92, 701), Drumea Vladimir (5624, 27, 29, 38, 39, 41, 43—48, 53, 56, 59, 62, 65, 69, 73, 74). Cl. XI. Flovaiter Ovidiu (5624, 29, 31, 38, 39, 41, 44, 46, 47, 58, 66—71, 73—83, 88, 89, 92, 96, 701, 04, 06—08, 10, 13, 20, 24—26, 28—31, 33, 34, 37, 51), Ghiţan Marin (5590, 602, 38, 43, 44, 51, 52, 78, 82, 83, 88, 710), Isac Viorel (5624, 29, 39, 41, 44, 46, 47, 52, 78, 82, 83, 88, 710), Maftei Nicolae (5652, 64, 70, 71, 73—75, 77—83, 88, 701, 06—08, 13, 21, 22, 29—31, 34, 53), Nicolescu Marian (5643, 60, 66, 67, 69—71, 73—75, 77—83, 88, 89, 701, 05—08, 13, 1, 21—24, 266—31, 34, 37, 53), Voian Ştefan (5560, 97, 624, 29, 37—41, 44, 46, 47, 51, 52, 66, 67, 69, 70, 73—76, 78, 80, 82, 83, 86, 92, 701, 07, 08, 13, 20—22, 25, 27—29, 31, 32, 34, 40, 43).

CIMPULUNG MUSCEL. Ş.m. Dinicu Golescu. Nicula Nicolae (5551, 53, 62, 64, 76, 77, 90, 91, 612, 19, 24, 29, 44, 52).

CLUJ. Ferenţiu Militon (student an. I), (5590—95, 600—04, 12, 13, 15—22, 27, 29, 31, 33, 37—41, 46—48, 52,57, 64).

Şc. elem. nr. 3. Cl. VII. Farcaş Ana (E: 1926, 28, 31, 34, 37, 39, 41, 52).

Ş.m. George Coşbuc. Cl. V. Chintoanu Radu (E: 1926, 37, 40, 43, 48, 50, 50).

Ş.m. 2. Cl. V. Steuermann Vera (E: 1940, 43, 45, 48, 50, 55, 67).

Ş.m. 4. Emil Racoviţă Cl. X. Hadnagy Vasile (5509, 91, 604, 22, 24, 46, 52, 66, 78, 83, 88, 729, 30), Koşa Dezideriu (5624, 29, 46, 52, 77, 78, 83, 88, 89, 701, 20, 29, 30), Pagu Florin (5624, 29, 44, 46, 52, 66, 76—78, 83, 88, 89, 701), Rotund Ioan (5624, 46, 52, 77, 78, 83, 88, 701, 25, 26, 29, 30). Cl. XI.

Jakab Margareta (5591, 604, 13, 19, 24, 29, 30, 41, 47, 52, 78, 88), Palade Mihaela (5591, 604, 13, 24, 29, 41, 46, 47, 52, 77, 78, 83, 88, 92, 710).

Ş.m. 5. G. Bariţiu. Cl. X. Călugăreanu Grigore (5671, 73, 724—26, 29—31, 40, 46, 53; P), Man Eugen (5591, 94, 604, 12, 15, 19, 22, 24, 29, 31, 44, 46, 47, 66, 69—71, 74, 76, 79, 88, 89, 701, 06, 07, 15, 16, 20, 24—31).

Ş.m. 8. N. Bălcescu. Cl. VI. Man Augustin (E: 1955, 56, 59, 67, 70, 71, 73). Cl. VIII. Brădişteanu Mircea (E: 1941, 44—46, 48, 50, 55, 58, 61, 63; 5629, 47), Breharu Tamara (E: 1952—58, 60, 61, 68, 69), Bunea Doina (E: 1952, 54, 56, 63, 67, 73; 5675, 701, 13), Lupan Anca (E: 1941, 46, 48, 50, 54, 55, 57, 58, 61,69), Mărcuş Cornelia (E: 1952, 55, 57, 58, 61, 66, 69—71, 73; 5688, 89), Mareş Maria (E: 1952—58, 61, 69; 5688), Scurei Stelian (E: 1941, 43—48, 50; 5629, 44, 46, 47), Serdean Cornelia (E: 1952, 54, 55, 57, 58, 61, 63, 69, 73; 5689), Vasiliu Rodica (E: 1941, 48, 52—56, 59, 61; 5676, 83, 89). Cl. IX. Coroiu Ioan (5666, 74, 77, 89, 706, 24—26, 28—30, 49), Cristian Voi chiţa (5629, 46, 69, 74, 76, 79, 81, 88, 89, 701, 06, 29, 30), Olaru Ana (5629, 69, 74, 77, 7, 81, 83, 88, 95, 701, 06, 24), Palade Constantin (5629, 46, 54, 81, 88, 89, 796, 24—26, 29, 30), Perl Toma (5624, 29, 44, 46, 48, 69, 74, 76, 77, 79, 81, 83, 88, 89). Cl. X. Holan Suzana (5558, 90, 91, 89—600, 04, 09, 12, 15, 17, 19, 21), Muică Dumitru (5646, 52, 66, 74, 76—78, 81, 83, 89, 701, 05, 20, 28, 31, 33), Săndulescu Constantin (5591, 604, 21, 24, 29, 52, 66, 76—78, 81, 83, 88, 89, 701).

Ş.m. 13. Cl. VIII. Aciu Mihai (E: 1941, 43, 48, 50, 52—58, 61, 63; 5647, 76, 81, 88, 89, 706), Heim Réak (E: 1917—22, 25, 26, 31, 35). Cl. IX. Iancu Elena (5629, 69, 74, 76, 79, 81, 85, 88, 89, 706, 25, 45, 49). Cl. X. Emanoil Liana (5638, 39, 41, 43, 44, 69, 71, 73—75, 77, 88, 92), Varfalvy Ştefan (5591, 604, 24, 29, 44, 46—48, 66, 76, 81, 85, 88, 701).

Şcoala medie de muzică. Cl. VIII. Farkaş Petru (E: 1926—35, 40, 41, 43—48, 51—59; 5624, 29, 44, 46—48, 87—89, 701).

CONSTANŢA. **Şc. elem. nr. 11.** Cl. VII. Fostery Antonio (E: 1926, 31, 41, 44, 48, 50, 51, 54, 58; 5591, 688, 701, 06).

Şc. elem. nr. 12. Cl. VII. Ioan Adrian (E: 1941, 47, 48, 50, 55, 61; 5537).

Ş.m. 1. Mircea cel Bătrîn. Cl. VIII. Gherghişan Florin (E: 1926, 31, 34, 35, 41, 43, 44, 48, 50, 52, 58, 61; 5629, 47), Mihăescu Rodica (E: 1926, 29—31, 33, 34, 46, 48, 50; 5591, 604, 24, 29, 47). Cl. IX. Chircu Theodor (5624, 25, 27, 29, 33, 44, 46—48, 56, 59, 60, 65, 66, 69, 74, 76, 77, 81, 83, 85, 88, 89, 91, 701, 06, 08, 13, 15—17, 24—26, 28—30, 33, 42, 66). Cl. X. XBorcea Cristian (5591, 609, 24, 29, 44, 46, 48, 52, 54, 66, 70, 71, 77, 81, 83, 88, 89). Cl. X. Popica Radu (5628, 29, 44, 46, 52, 66, 77—79, 83, 88, 89, 95, 713, 20, 24, 25, 29—31, 53).

Ş.m. 6. Cl. VIII. Teleman Gheorghe (E: 1848, 926, 30, 47, 48, 52, 59, 61; 5591, 629, 88, 710).

CORABIA. **Ş.m.** Cl. VIII. Filip Nicolae (E: 1941, 45, 46, 48, 50, 52, 55, 7, 58, 61, 66—69, 73).

COSTEŞTI (Argeş). **Ş.m.** Cl. IX. **Depărăţeanu Dan** (5567, 88, 91, 93, 94, 604, 08, 15, 17, 19, 22, 24, 29, 44, 46—48, 51—53, 56, 60, 66, 69, 74, 76—79, 81, 83, 85, 88, 89, 91, 701, 06, 10; P). Cl. XI. **Nedea Constantin** (5567, 88, 91, 93, 94, 601, 02, 04, 06, 08, 12, 13, 15, 17, 19, 22, 24, 29, 31, 37, 38, 41, 44, 46—48, 50—53, 56, 58, 60, 64, 66, 69—79, 81—83, 88, 89, 91, 701, 06, 10).

CRAIOVA. **Ş.m. 1.** Cl. VI. Sevah Anca (E: 1953, 55, 56, 59—63). Cl. VII. Slabu Dan Viorel (E: 1951—62). Cl. VIII. Vulpescu Nicolae (E: 1943, 48, 50, 57, 58, 61, 69; 5629, 46, 706). Cl. IX. Băeşu Ieronim (5541, 44, 51, 52, 56, 59, 64, 84, 91, 94, 644, 45), Dumitrescu Natalia (5590, 91, 94, 600, 04, 12, 29, 46, 53, 69, 74, 89), Sandu Darius (5615, 17, 19, 44, 45, 47, 48, 60, 74, 77, 79, 88, 89, 701, 06), Stăncuţ Lucia (5594, 612, 15, 25, 38, 43, 48, 53, 60, 63, 69, 74, 76, 77, 79, 81, 85, 88, 89, 93, 95, 701, 06, 10, 13, 16, 25, 26, 29, 30, 37, 41). Cl. X. Dinca Aurel (5666, 74, 77, 78, 80, 81, 83, 88, 89, 701, 13, 15, 16, 20, 24—26, 29—31, 33), Smarandache Ştefan (5624, 29, 46, 52, 62, 66, 77, 78, 88, 701, 29—31, 36, 43), Cl. XI. Stănculescu Aurel (5591, 92, 600, 04, 15, 18, 19, 24, 29, 46, 52, 70, 78, 80).

Ş.m. 2. Cl. VIII. Creţu Adrian (E: 1926, 29, 31, 34, 36, 39, 41, 43, 44, 46, 48, 50, 52, 54, 55, 56—58, 61; 5591, 27, 29, 44, 46, 47, 66, 76, 81, 83, 88, 706), Diaconu Ştefan (E: 1926, 29, 31, 35, 39, 46—48, 50, 52, 55, 57, 58, 61; 5591, 644, 46, 83, 705),

Dragotă A. Levinia (E: 1966—68, 71, 73, 75; 5624, 87—89, 701, 06, 10, 13, 15), Georgescu Dan (E: 1941, 44—48, 50, 58; 5629, 44, 46—48, 88), Petrescu Ioan (E: 1940—42, 45—48, 50; 5624, 27, 29, 46, 48). Cl. IX. Bălcescu Daniela (5624, 29, 46, 69, 74, 79, 81, 88, 89, 706, 26, 29, 30, Dumitraşcu Sever (5624, 29, 46, 62, 74, 78, 88, 89, 706, 13, 25, 26, 29, 30), Gîdea Liviu (5624, 29, 44, 46, 48, 713—16, 24—27, 29, 30), Guşoiu Livia (5624, 29, 46, 69, 74, 79, 88, 89, 706, 13—16, 26, 30), Pretorian Cezar (5629, 46, 69, 79, 88, 89, 713—16, 26, 29, 30), Rusu Georgeta (5604, 17, 19, 24, 27, 29, 44, 46—48, 60, 69, 74, 76, 81, 88, 89, 706), Stoiculescu Elena (5624, 29, 46, 69, 74, 76, 79, 706, 13, 27, 29, 30), Uidamac Pericle (5624, 29, 46, 69, 74, 76, 77, 81, 88, 89, 706, 17, 29, 30). Cl. X. Băianu Ion (5591, 29, 46, 66, 70, 76, 78, 79, 81, 83, 87—89, 701, 06, 10, 13, 17, 29—31), Barad Morel (5670, 71, 74, 78—81, 89, 91, 93, 701, 06), Călina Ioan (5624, 29, 46, 50, 51, 71, 77—80, 87—89, 706, 31), Ciobănescu Teodor (5624, 29, 33, 71, 44, 46, 47, 51, 52, 66, 71, 76, 78, 81, 83, 88, 89, 701), Gavrilă Şerban (5624, 29, 43, 44, 46, 47, 70, 71, 76, 78, 80, 83, 88, 89, 701, 06, 10), Oclei Gheorghe (5624, 29, 44, 46, 51, 52, 66, 70, 76, 77, 87—89, 701, 06, 10), Petrescu Ioana (5624, 25, 29, 43, 66, 70, 78, 81, 89, 701, 13, 16, 27, 28, 31, 40), Rizea M. (5624, 29, 43, 44, 46, 47, 50—52, 66, 70, 71, 76—83, 87—89, 701, 06, 08, 10, 13, 16, 18—20, 26—31 39, 40). Cl. XI. Vasile Cornel (5639, 41, 72, 73, 75, 79, 81, 87, 701, 13, 16, 17, 20—22, 26, 27, 29—31, 34, 40, 46, 49, 51).

Ş.m. 3. Cl. VIII. Dumitriu Dan (E: 1952—55, 58, 59, 61—63, 73; 5644, 753), Macovescu Doru (E: 1926, 27, 29, 45, 46, 48, 50, 53, 55, 58, 63; 5629), Marinescu M. (E; 1930, 34, 35, 38, 40, 43—45, 50, 55, 56, 61; 5645), Raicea Elena (E: 1944, 46, 48, 50, 58; 5629, 46, 48, 58, 88, 89, 701, 06). Cl. IX. Cracă Ilie (5591, 93, 604, 19, 29, 44—46, 65, 69, 74, 77, 710), Diaconescu Mihaela (5624, 29, 46, 69, 74, 77, 81, 88, 89, 706, 13, 30), Silian Andrei (5624, 29, 46, 69, 74, 77, 81, 88, 89, 706, 26, 29).

Ş.m. 4. Cl. VIII. Păfăluţă Nicolae (E: 1943, 50, 51, 53, 54, 58, 51; 5604, 08, 24, 29, 78, 83). Cl. IX. Colcea George (5535, 36, 51, 59, 64, 92, 94, 604, 22, 44, 47, 48, 59, 60, 65, 77, 79, 81, 83, 87, 89), Tudor Tache (5591, 604, 29, 46, 47, 77, 83, 88, 89, 701, 05, 06), Ţăndăreanu Nicolae (5527, 44, 52, 59, 73, 84, 91, 604, 24, 29, 46, 47, 60, 69, 74, 77, 79, 83, 88, 89, 706). Cl. X. Badea Dumitru (5591, 604, 12, 29, 44, 46, 69, 71, 73, 83, 88, 89, 701), Bogdan Ştefania (5624, 29, 44—47, 50, 51, 71, 76, 78, 80, 83, 88, 706, 29), Boicescu Vlad (5588, 604, 31, 33, 39, 48, 50, 51, 63, 85, 87, 91. 96, 710, 13—15, 17—20, 24—33, 35, 36, 39, 40, 46, 51, 53, 59, 66), Buzatu Aurelia (5552, 53, 91, 604, 12, 24, 46, 69, 71, 75, 76, 78, 83, 88, 701, 25, 31), Calagiu Nicolae (5624, 29, 31, 44, 45, 47, 64, 70, 71, 75, 76, 78, 83, 88, 701, 25, 31), Chirea Mihail (5591, 604, 24, 29, 46, 71, 76, 78, 80, 83, 89, 701). Chiriţă Gh. (5591, 624, 29, 71, 77—80, 83, 88, 89, 701), Cristescu Mărgărit (5588, 90, 602, 06, 09—11, 13, 18, 21, 22, 39, 41, 45, 50, 51, 53, 54, 57, 65, 66, 69—71, 73, 75—83, 88, 89, 701, 06, 08), Ionescu Niculina (5591, 604, 24, 46, 71, 78—80, 83, 88, 89), Matei Călina (5591, 606, 24, 46, 52, 66, 74, 76, 78, 79, 81, 85, 88, 89, 701), Niculescu Gh. (5604, 24, 44, 51, 74, 77—79, 81, 83, 88, 701, 06, 08, 10, 15), Pîrîu Marian (5591, 604, 12, 13, 24, 29, 46, 52, 66, 71, 74, 77, 78, 81, 88), Popescu Marinela (5591, 604, 24, 29, 46, 66, 71, 76, 78, 83, 706, 10), Seygried Helga (5591, 604, 29, 66, 71 ,76, 78, 83, 88, 89, 701), Tunsoiu Gheorghiţa (5624, 29, 45, 46, 50, 51, 70, 71, 75, 76, 706, 29, 81), Vasilescu Aurel (5629, 44, 71, 74, 76, 78, 80, 83, 88, 89, 701, 06), Vasilescu Sofia (5629, 43—47, 50—52, 71, 75, 76, 78, 701, 06, 10, 25), Zamfirescu Costinel (5591, 604, 29, 44, 46, 71, 76, 78, 83, 88, 89, 701).

Ş.m. 5. Cl. VIII. Popescu Lionel (E: 1933, 34, 36, 41, 44, 46, 48, 50, 52, 57, 58; 5591, 629, 46).

CURTEA DE ARGEŞ. Ş.m. Cl. IX. Florescu Nicolae (5591, 604, 27, 29, 46, 53, 69, 74, 76, 88, 89, 706). Cl. X. Panaitescu Virgil (5624, 29, 46, 52, 54, 66, 69—71, 74, 77—79, 81, 83, 85, 88, 89, 701, 04, 06), Turtă Vasile (5624, 29, 38, 41, 44, 46—48, 51, 52, 54, 66, 68—71, 73—75, 77—83, 92, 701, 05).

DĂRĂBANI. Ş.m. Cl. XI. Aghiniţei Mihai (5666, 67, 69—71, 74—76, 80, 724, 29, 31, 34, 36), Bărbieru David (5624, 29, 39, 41, 60, 69, 74, 75, 76, 78, 80, 729, 30).

DEJ. Şc. elem. nr. 2. Cl. VII. Barth Ferenţ (E: 1915, 26—31, 33—37, 39). Ş.m. Cl. IX. Chindriş Mircea (5674, 77, 79, 85, 88, 89, 713, 16, 24—26, 29,

30). Cl. X. Chira Ioana (5624, 27, 29, 43, 46, 47, 52, 62, 78, 83, 701, 20, 42). Cl. XI. Besa Cornel (5591, 604, 17, 24, 29, 38, 39, 41, 52, 66, 67, 70—75, 77—80, 82, 83, 92, 713, 16, 21, 22, 23, 27—31, 33, 34; P), Birtaş Gavril (5670, 71, 88, 92, 713, 16, 21—23, 27—31, 33, 34).

DETA (Banat). Ş.m. Cl. VIII. Banciov Ioan (E: 1948, 50—52, 56—58; 5624, 29, 88, 91, 706; P).

DEVA. Ş.m. Cl. VIII. Bunea Nicolae (E: 1926—37, 41, 45—48, 50, 52—55, 57, 58, 60—62; 5591, 604, 624, 27, 29, 44, 46, 47, 706). Cl. IX. Şerba Mircea (5624, 29, 44, 46, 48, 53, 74, 77, 88, 715, 24—26, 29, 30). Cl. XI. Bunea Bănică (5541, 50—53, 58—62, 65—68, 70, 71, 73, 74, 81, 84—87, 91, 697, 99, 601, 02, 04, 10, 12, 13, 15—22, 24, 27, 29, 31, 37—39, 41, 44, 46, 47, 52, 53, 56, 58—83, 87—93, 701, 06, 07, 13—38, 40, 42, 43, 45, 46, 51, 53, 77, 80, 87, 89, 802).

DITRĂU (Mureş). Ş.m. Cl. VIII. Farkaş Lasló (E: 1907, 10, 11, 13, 14, 17, 22, 25, 28, 34, 36, 39). Cl. IX. Ambruş András (5541, 44, 66, 91, 603, 29, 46—48, 59, 60, 62, 65), Szabó Arpád (5541, 44, 51, 59, 66, 73, 84, 91, 603, 29, 46—48, 59, 60, 62, 55). Cl. XI. Budai Marton (5542, 44, 49, 50, 51, 53, 56, 60, 61, 64—67, 74, 84, 85, 90, 91, 98, 600, 01, 16, 21, 23).

Or. Dr. P. GROZA (Crişana). Ş.m. Cl. IX. Potlog Ioan (5590, 91, 615, 17, 19, 24, 27, 29, 44, 46, 60, 69, 74, 76, 77, 81, 82, 88, 89, 91).

DOROHOI. Ş.m. 2. Cl. IX. Inghel Izu (5629, 46, 56, 69, 74, 88, 713, 16, 24—26, 29, 30, 45, 58).

DRĂGĂŞANI. Ş.m. Cl. VIII. Blidaru Maria (E: 1941, 45—48, 50, 52, 61, 63, 67, 70, 72, 73; 5629, 46, 47, 88, 89, 729, 30), Burda Maria (E: 1941, 46, 48, 50, 52, 56, 58, 61, 63, 67; 5629, 46, 47, 88, 89, 713), Marin Marin (E: 1946—48, 50, 51, 54, 55, 58, 61; 5629, 44, 46, 83, 89), Surlea Niculina (E: 1941, 46, 48, 50, 52, 58, 61, 79; 5624, 29, 45, 59). Cl. X. Jitianu Gh. (5624, 29, 31, 44, 46, 51, 52, 57, 59, 70, 74, 77—79, 83).

FĂGĂRAŞ. Ş.m. Cl. XI. Ludu Nicolae (5666, 67, 70—76, 79—81; P).

FĂGET. Ş.m. Cl. IX. Petruescu Marius (5688, 89, 95, 701, 08, 13, 16, 17, 26, 27, 29, 30). Cl. XI. Neagoe Petru (5624, 29, 46, 66, 68—70, 74, 77, 78, 80, 82, 83, 706, 08).

FĂLTICENI. Ş.m. 2. Cl. XI. Ioan Constantin (5558, 90, 94, 98, 600, 01, 04, 06, 12, 13, 15, 17—19, 21, 24, 29, 38, 39, 41, 43, 47, 52, 62—64, 66—69, 71—74, 76—78, 81—83, 88, 89, 92, 701, 06, 07).

FARAOANI (Bacău). Moldoveanu Leonida (5624, 29—31, 37—39, 41, 44, 46, 54, 58, 64, 66, 70, 74, 76—79).

FETEŞTI. Ş.m. 1. Cl. VI. Baciu Gabriel (E: 1952—54, 56, 59, 62, 63).

FOCŞANI. Ş.m. Unirea. Cl. VI. Bauer Alexandru (E: 1920, 21, 39, 41, 43, 45, 48), Kramer Iosif (E: 1926, 43, 45, 53, 55, 56, 61). Cl. X. Focşeneanu Victor (5591, 604, 12, 19, 24, 29, 46, 47, 66, 69, 74, 81). Cl. XI. Rosenberg Flavia (5590—95, 97, 600—02, 04, 06, 08, 09, 12, 13, 15—22, 24, 27, 29, 31, 37—39, 41, 43, 44, 45, 47, 52, 53, 57, 62).

Ş.m. 2. Al. I. Cuza. Cl. VIII. Litman Marcu (E: 1947, 48, 50, 55, 56, 59—64, 70, 73; 5624, 44, 89). Cl. X. Gheţu Luminiţa (5598, 622, 69, 706, 13, 20, 24, 25, 27—31, 33), Ionescu Dumitru (5591, 604, 24, 29, 46—48, 52, 85, 88, 89, 701, 05).

GAIEŞTI. Ş.m. Cl. VIII. Prodan Ion (E: 1957, 65, 66, 72, 5685, 713, 15, 29, 30), Răduţă Ion Mircea (E: 1948, 50, 52, 57, 58, 66, 69; 5629, 46, 88, 89, 706, 13, 29, 30).

GALAŢI. Absolvent Lucaci Nicolae (5588, 90, 604, 12—15, 18, 19, 21, 24, 27, 29, 31, 37, 39—41, 44, 46, 52, 60, 73—75, 80—82, 88).

Şc. elem. nr. 7. Cl. VII. Drăgan Cornelia (E: 1927, 31, 33, 41, 45, 46, 63), Lazăr Marlena (E: 1928, 34, 48, 52, 56—58).

Şc. elem. nr. 17. Cl. VII. Corciovei Cecilia (E: 1934, 43, 45, 47, 48, 55).

Şc. elem. nr. 20. Cl. VII. Ioniţă Silica (E: 1941, 45, 45—48, 50), Vasiliu Niculina (E: 1920, 25, 33—35, 37, 44).

Şc. elem. nr. 22. Cl. VI. Gheorghiu Anicuţa (E: 1926—28, 34, 53, 55, 56).

Şc. elem. nr. 23. Cl. V. Thiel Valeriu (E: 1927, 28, 34, 37, 43, 47, 48). Cl. VII. Bejan Ortansa (E: 1915, 18, 19, 22, 26, 41, 43, 46), Buboiu Săndiţa (E: 1953, 58, 60, 61, 64—66), Chitic Varvara (E: 1941, 44, 50, 52, 53, 55, 57—59, 62). Lupoaie M. (E: 1941, 43—46, 61, 73).

Şc. elem. nr. 26. Cl. VI. Ionescu Fulger Mihai (E: 1927—32, 34—36).

Ş.m. 1. V. Alecsandri. Cl. XI. Cahane Mendy (5601, 02, 06, 10, 16—18, 20, 22, 24, 29, 37, 39, 41, 43, 44, 46, 52, 54, 56, 70 74, 77, 78, 83), Mihailovici Marcel (5591, 602, 04, 13, 17—19, 24, 29, 41, 46, 68, 69, 71, 73—75, 80, 83, 88, 701).

Ş.m. 2. Cl. XI. Băcanu Costică (5590, 91, 619, 23, 24, 29, 37, 39, 46, 57,

66, 67), **Iacobovici Sorin** (5590, 92, 98, 606, 08, 15, 17—19, 21, 24, 27, 29—31, 38, 39, 41, 43, 44, 46—48, 50—54, 56, 59, 60, 65, 77—83, 87—89), Nicolae Ileana (5542, 65, 68, 74, 91, 601, 02, 04, 16, 18, 24, 29, 37, 39, 40, 41, 47, 70, 71, 73, 75, 80, 88, 701, 25, 29, 31, 34).

Ş.m. 3. Cl. X. Bartoc Graţiela (5565, 88, 91, 604, 09, 21, 24, 29, 46, 52), **Marcus Sergiu** (5588, 90—92, 94, 95, 98, 604, 06, 08—10, 12, 13, 15, 17, 19, 21, 22, 24, 27, 29, 38, 43, 46, 47, 51, 52, 66, 77—80, 83, 88, 704, 06). Cl. XI. **Balaman Alexandru** (5601, 02, 17, 18, 37—39, 41, 45, 47, 48, 51, 54, 56, 59, 60, 62, 64—67, 69, 83, 88, 89, 701, 06, 07, 25, 26, 28—31, 33), Pa'ic Teodor (5713—23, 29—31, 41).

Ş.m. 4. Cl. IX. Iacobovici Raul (5598, 600, 17, 19, 24, 27, 29, 30, 46, 69, 74, 77, 81).

Ş.m. 5. Cl. VIII. **Amăriucăi Doina** (E: 1941—50; 5629, 44, 47, 48), Boboc N. (E: 1915, 18—20, 25—28, 34, 46, 77; 5566), Buşilă Maria (E: 1941, 44—49, 56; 5624, 29, 44, 46, 47), Florescu Alexandru (E: 1941—50; 5629, 44), Gheorghiu Marioara (E: 1915, 17, 18, 20, 22, 25—28, 34, 36, 41—43, 45—48, 50; 5604, 29, 44, 46—48), Ghibirgiu Aurica (E: 1941—48; 50; 5627, 29, 42, 44, 46, 48), Hailpern Liviu (E: 1940, 41, 43, 45, 48, 50; 5624, 29, 45, 85, 87—89, 91, 706), Iliescu Anghel (E: 1917, 18, 22, 26, 30, 34, 39, 41—50, 55; 5629, 44, 47), Niculescu Laurenţiu (E: 1941—50; 5624, 29, 44), Scarlat Ionică (E: 1941—44, 46—51; 5646, 47), Tihanov Valeriu (E: 1941—50; 5624, 29, 44, 46, 48). Cl. IX. Podaru Vasile (5591, 93, 604, 17, 19, 24, 29, 46, 53, 74, 79, 89, 701). Cl. X. Gălăţeanu Sofia (5624, 27, 29, 31, 46, 47, 53, 70, 71, 74, 75, 78, 79, 701, 13, 20, 24, 25, 29—31, 45, 53).

GALATENI. Şc. elem. Cl. V. Ionescu Drăguţa (E: 1918, 19, 21, 22, 26, 48, 50; 5629).

GHERLA. Ş.m. Petru Marior. Cl. IX. Roman Cornel (5624, 29, 46, 48, 53, 62, 65, 69, 74, 77, 79, 81, 88, 95, 706, 13).

GIURGIU. Ş.m. Cl. VIII. Ciubuc Gheorghe (E: 1926, 34, 39, 43, 47, 48, 50, 51, 58, 61, 67; 5706), Copoiu George (E: 1949, 48, 55; 5629, 46, 53, 66, 79, 88, 50, 61, 62; 5629, 44), Dinicu Mariana (E: 48, 55; 5629, 46, 53, 66, 79, 88, 706, 10), Mane Elena (E: 1918, 22, 26, 30, 36, 46, 48, 58, 61; 5591, 604, 29), Manea Adrian (E: 1946—48, 50, 52, 57, 58, 61, 66, 75; 5620, 46, 47, 88, 706, 42, 53), Manea Marieta (E: 1926, 34, 43, 48, 55; 5604, 29, 44, 46, 66, 81, 88), Marinescu Daniela (E: 1943, 46—48, 53, 58, 61, 62, 67, 70, 73; 5689), **Neacşu Eugen** (E: 1946, 48, 50, 58, 61, 66, 69, 72, 75; 5629, 46, 88, 706, 13, 29, 30, 36), Tudor Iancu-Dumitru (E: 1926, 30, 34, 39, 43, 45, 47, 48, 50, 58, 61; 5766), Voicu Ion (E: 1941, 44, 46, 48, 50, 55, 58, 61, 63; 5629, 80, 726). Cl. IX. Neacşu Ion (5591, 94, 604, 17, 24, 29, 44, 46, 47, 65, 69, 74, 81, 88, 89, 706), Oprea Ştefan (5594, 610, 53, 60, 69, 74, 77, 81, 88, 89, 706), **Rabincă Nicolae** (5541, 44, 51, 52, 58, 60, 64, 66, 67, 69, 84, 944, 604, 08, 10, 26, 29, 44, 45, 47, 48, 53, 62, 74, 77, 78, 82, 88, 89, 95, 706, 10, 13, 15, 16, 26, 27, 29, 30, 35). Cl. X. **Iliescu Lucian** (5624, 29, 44, 46—48, 50—52, 60, 66, 69—71, 74, 77, 78, 81, 83, 88, 89, 701, 06, 10, 13, 16, 24—27, 29—33, 35; P), Păduraru Ion (5646, 52, 54, 66, 74, 78, 81, 83, 88, 701, 24, 25, 28—31, 33, 53), Radu Mioara (5624, 29, 46, 47, 50—52, 77, 78, 81, 83, 88, 701, 20, 25), Zamfirescu Elvira (5627, 45, 50, 53, 70, 71, 77, 79, 87, 91, 710, 13—16, 20, 24—31, 33, 43, 53).

GURA BÂRZA (Hunedoara). Şc. prof. an III. Bruma Vasile (E: 1966, 69, 75, 76; 5715, 24—26, 29).

HALEŞ (Buzău). Şc. elem. Cl. V. Dogaru Vasilica (E: 1934, 35, 39—41, 43—45, 47, 48, 50, 55, 56, 59—61). Cl. VI. Enache Virginia (E: 1934, 39, 41, 43, 47, 48, 50), Marinescu Maria (E: 1930, 34, 39—41, 43—45, 47, 48, 50, 55, 56, 59—61).

HAŢEG. Cl. X. Petriu Emil (5590, 91, 94, 98, 600, 04, 06, 08—12, 15).

HÎRŞOVA. Ş.m. Cl. XI. **Moraru Gheorghe** (5588, 91, 95, 600, 04, 08, 09, 11—13, 15, 17—20, 22, 24, 29, 37—39, 41, 44, 46, 64, 67—75, 77—83, 88, 92, 701, 05—08, 13, 16, 20, 22, 24—31, 33, 34, 36, 37, 40, 45, 46, 51).

HUEDIN. Ş.m. Cl. X. Listeş Vasile (5588, 92, 95, 606, 45, 81, 713, 19, 20, 29—31).

HUNEDOARA. Ş.m. Cl. VIII. Căpăţînă Octavian (E: 1941, 47, 48, 50, 64, 65—68, 70, 73; 5644, 47, 62, 713, 15), Constantinescu Dan (E: 1927, 28, 30, 40, 43, 46, 48, 50, 51, 56—58, 61, 65—67; 5629, 47, 88, 89, 713—15). Cl. IX. Biltac Sabin (5591, 94, 604, 24, 44, 46, 69, 76, 79, 88, 89, 715, 16, 24—26, 29, 30).

HUŞI. Ş.m. Cl. VIII. Darie Viorel (E: 1951, 52, 54, 56—58, 61—64, 66, 67, 70; 5789, 706), Cl. X. **Obreja Vasile**

(5656, 59, 62, 65, 66, 69, 74, 78, 79, 81, 83, 85, 87—89, 91, 701, 06, 07, 10).

IANCA (Galați). Ș.m. Cl. X. Belciug Adrian (5600, 12, 19, 27, 69—71, 76—79, 82, 83, 88, 89, 701, 06, 07, 10).

IAȘI. Ș.m. 1. Cl. VIII. Ciolan Irina (E: 1928, 29, 34, 51—53, 55, 57—59; 5689, 706). Cl. XI. Haim Marcel (5627, 66—75, 77—83, 87—90, 95—97, 99, 701, 05—08, 10, 13, 20, 22, 27, 29—31, 35, 42).

Ș.m. 2. Cl. IX. Kogălniceanu Sînziana (5591, 604, 17, 19, 24, 29, 46, 53, 60, 69, 74, 706), Matei Mariana (5591, 604, 15, 24, 29, 46, 47, 53, 66, 74, 78, 81, 83, 701), Mitran Maria (5624, 29, 31, 46, 701, 13, 29—31, 53). Cl. XI. Pasicina Valeria (5591, 94, 604, 09, 21, 29, 46, 52, 74, 77, 78, 80, 88).

Ș.m. 3. Cl. VI. Linde Radu (E: 1943—45, 48, 50, 53—55). Cl. VIII. Macovei Gh. (E: 1915, 18, 19, 21, 22, 25, 31, 32, 34—36, 39, 41, 44, 46—48, 50). Cl. X. Dumitriu Constantin (5624, 29, 43, 44, 46, 47, 52, 53, 60, 66, 69, 70, 74, 78, 79, 81, 83, 88, 89, 701), Iloaie Petru (5643, 66, 69—71, 74, 79, 81, 87—89, 701, 06, 20, 31), Munteanu Constantin (5591, 94, 600, 04, 09, 15, 17, 19, 21, 24, 29, 44, 46, 47, 51, 52, 66, 69, 71, 74, 77—79, 81, 83, 89, 701), Pîrvu Sorin (5643, 47, 60, 66, 69—71, 74, 78, 79, 81; 85, 87—89, 701, 06). Cl. XI. Apetri Mihai (5591, 98, 601, 02, 12, 13, 15—19, 24, 29, 37, 39, 41, 46, 47, 58, 60, 64, 66—70, 72—75, 79—81, 83, 89, 701, 06), Budișteanu Constantin (5591, 601, 04, 12, 13, 16, 19, 24, 29, 38, 39, 41, 46, 60).

Ș.m. 4. Cl. V. Ionescu Dan Radu (E: 1942, 43, 60, 64, 67, 70, 71). Cl. VII. Benchea Elena (E: 1930, 31, 36, 46, 48, 50, 52, 58; 5591, 604, 29, 46), Gheorghiu Mariana (E: 1926—28, 34, 35, 41, 43, 44, 48, 50, 54—56, 62), Sîrbu Rodica (E: 1941, 43, 45—50), Șerban Elena (E: 1964—68, 70—73, 75; 5724—26, 33, 42). Cl. VIII. Boeriu Elena (E: 1946, 48, 50—53, 55, 56, 58, 67, 71, 73). Cl. X. Georgescu Marieta (5541, 44, 45, 49, 51—53, 59, 60, 62, 65, 66, 90, 94, 95, 600, 04, 15, 17, 19, 29, 31, 46, 47, 701, 06).

Student Anghel Vasile (5550—52, 56, 59, 65—68, 73, 84—87, 91, 93, 600, 02, 04, 12, 13, 15—19, 24, 29, 39, 41, 46).

LEHLIU. Ș.m. Cl. XI. Nica Constantin (5652, 66, 70, 71, 73—75, 78, 80, 92, 701).

LUCIENI (Ploiești). Șc. elem. cl. VII. Matei Marioara (E: 1926—28, 30, 35, 39, 48, 50), Martac Georgeta (E: 1926, 27, 30, 31, 35, 39, 41, 48, 50).

LUGOJ. Lt. Major Pupăzan Nicolae (5624, 29, 30, 33, 37—39, 43, 46, 47, 53, 54, 57, 58, 60, 63, 64, 66, 67, 69—72, 74, 76, 77, 79—81, 85, 87—89, 91, 701, 06, 07, 10).

Șc. elem. nr. 2. Cl. VII. Minciună Stela (E: 1919, 21, 28, 41, 55, 56, 58, 62), Socaci Nicolae (E: 1921, 26, 28, 55, 56, 58, 61, 62).

Liceul nr. 1. Cl. VIII. Barboni Diana 1926—28, 30, 36—38, 43; 5624, 29, 46, 47), Fărcaș Tiberiu (E: 1925, 30, 36, 39, 45, 46, 48, 50; 5591, 604, 29, 46), Guleran Mircea (E: 1941, 44—46, 48, 50, 53, 55, 56, 61, 63, 68, 75; 5629, 88, 706), Jireadă Aida (E: 1925, 29, 30, 32, 34, 35, 41, 48, 50, 57, 58; 5591, 604, 24, 29, 46, 88), Nițoiu Radu (E: 1940—42, 44, 46—48, 50, 52, 53, 55, 56, 59, 61—65, 67, 68, 70, 71, 73, 75; 5647, 88, 701, 06, 13, 15, 25, 27, 29, 30, 35, 36, 42), Popescu Aurel (E: 1944—46, 48, 50, 58; 5624, 44, 46, 47, 88, 89). Cl. IX. Brînda Rodica (5591, 93, 94, 602, 04, 10, 12, 17—19, 21, 22, 24, 27, 29, 39, 41, 43, 44, 45, 48, 48, 52—54, 56, 60, 66, 68, 69, 73—79, 81—83, 87—89, 701, 05, 10, 13, 15—17, 24—31, 33, 35—37, 40, 42, 53), Jurcă Ioan (5591, 603, 05, 12, 41, 43—45, 52, 53, 55, 62, 63, 65, 69, 74, 76—79, 81—83, 87—89, 91, 95, 701, 03, 05, 06, 10), Silașchi Ivan (5624, 29, 44, 46, 58, 60, 74, 79, 87—89, 701, 10). Cl. X. Cimponeriu Traian (5541, 51, 59, 62, 65, 67, 73, 84, 90, 91, 94, 600, 02—04, 12, 13, 17—19, 22, 24, 25, 27, 29, 41, 43, 44, 45, 47, 52, 59, 60, 62, 66, 69, 74, 77, 78, 81—83, 88, 89, 92, 701, 05, 08), Popovici Cornel (5573, 90,, 93, 601, 06, 24, 25, 27, 29, 31, 35, 38, 39, 41, 44—47, 53, 62, 65, 66, 69—71, 74, 76, 78—83, 87—89, 701, 06, 10), Vasiliu Dan (5541, 42, 44, 45, 48, 50, 56, 58, 64, 67, 68, 73, 77, 84, 91, 601, 02, 08, 09, 12, 13, 15, 17—21, 31, 50, 52, 56, 59, 62, 66, 69—71, 73—75, 77—83, 85, 715, 19, 20, 22, 24—29, 31—36, 40, 42, 51). Cl. XI. Galeczki Gheorghe (5666—82, 87—92, 701, 04—08, 10, 13—27, 40, 43, 51, 53).

Ș.m. 1. Cl. IX. Ivănescu Ioan (5590, 91, 94, 604, 24, 29, 45—47, 69, 74, 77, 88, 89, 701, 10).

LUNCA MUREȘ. Absolvent Ștefan I. Ștefan (5601, 13, 15—24, 29, 31, 37—41, 43, 44, 45, 48, 52, 53, 54, 58, 60, 63, 66—68, 72, 73—75, 80, 83, 84, 86, 88, 89, 92—94, 702, 05, 10, 13, 25, 26, 28, 29—31, 33).

MĂRĂȘEȘTI. Răduță Ioan (5713, 16, 19, 20, 24—31, 33, 40, 43, 45, 46, 53).

MEDGIDIA. Ș.m. Cl. IX. Vlase Aurelian (5591, 94, 600, 04, 10, 19, 29, 44, 46—49, 53, 56, 59, 62, 65, 69, 74, 76, 77, 79, 81, 85, 88, 89, 91, 95, 703, 06, 10, 16, 24, 25, 27, 29, 30, 37, 42, P).

MEDIAȘ. Ș.m. Cl. X. Brădișteanu Adrian (5713—20, 24—33, 35—46, 49, 50, 52, 53, 58—61, 64, 66). Hudea Ioan (5590, 91, 600, 04, 06, 08, 09, 12, 17, 19, 26, 29, 35, 44, 46, 47, 52, 53, 60, 62, 66, 69—71, 74, 76, 77, 81, 83, 88, 89, 701, 04, 06, 10, P), Ott Walter (5624, 29, 31, 43—47, 50—52, 57, 62, 65), Voinea Ovidiu (5590, 91, 604, 12, 24, 26, 29, 44, 46, 47, 52, 77—79, 81, 83, 88, 89, 701).

MEREI. Șc. elem. Cl. VI. Jipa Mircea (E: 1926—28, 30, 31, 34, 35, 39).

MIERCUREA CIUC. Ș.m. Cl. X. Mathe Judith (5592, 603, 31, 69, 70, 74, 77—77, 78, 83, 84).

MIERCUREA NIRAJ. Șc. elem. Cl. VI. Magyari Katalin (E: 1926—28, 30, 33—35).

MOLDOVA NOUĂ. Ș.m. Cl. VIII. Iancovici Elena (E: 1952—50, 66, 87, 89, 91).

MORENI. Ș.m. Cl. IX. Condurățeanu Eugen (5591, 604, 17, 29, 46, 47, 60, 69, 74, 79, 88, 701, 06), Mărășescu Serghe (5591, 94, 604, 17, 19, 24, 27, 29, 30, 44, 46, 47, 53, 60, 66, 69, 74, 76—79, 81, 83, 88, 89, 91, 701, 06, 10), Niță Traian (5591, 94, 617, 19, 24, 29, 47, 53, 60, 66, 69, 71, 74—76, 78, 81, 85, 88, 89). Cl. X. Ionescu Valentin (5591, 94, 604, 08, 09, 24, 29, 44, 46, 51, 52, 77, 78, 83), Mărășescu T. Ion (5591, 94, 604, 15, 19, 21, 24, 27, 29, 30, 43, 44, 47, 51—53, 66, 71, 75—78, 83, 88, 89). Cl. X. Nomicos Adrian (5591, 94, 604, 21, 24, 29, 31, 43—46, 51, 52, 66, 69, 71, 76—78, 81, 83, 88, 89, 706), Oncescu Viorel (5624, 29, 30, 43—46, 52, 65, 70, 74, 75, 77, 78, 83).

NĂSĂUD. Ș.m. George Coșbuc. Cl. VIII. Ceuca Ioan (E: 1927, 28, 31, 34, 37, 39, 43, 46, 48, 52, 56, 58), Kiselștein Aurel (E: 1926, 31, 39, 41, 43, 46, 48, 50, 52, 53, 51; 5591, 604, 29, 47, 81, 88), Rocild Moise (E: 1926, 46, 48, 52—54, 56, 58, 59, 61; 5688, 706), Văleanu Aurora (E: 1926—30, 32, 34, 39, 41, 43, 46, 48, 50, 57, 58; 5591, 604, 29). Ș.m. 2. Cl. X. Bindea Maria (5624, 29, 43, 46, 52, 60, 66, 78, 88, 89, 729—31, 53), Marțian Ieronim (5591, 609, 24, 29, 43, 46, 47, 60, 74, 88, 701. 06), Novacovski Victor (5624, 29, 44, 46, 47, 51, 52, 54, 60, 71, 78, 81, 83, 706).

NEGRU VODĂ. Ș.m. Cl. VIII. Ciornei Virgil (E: 1941, 44, 47, 48, 50—55, 57—59, 61—63; 5591, 604, 27, 29, 44, 46, 62, 76, 81, 88, 706).

NOVACI. Ș.m. Cl. VIII. Șișiroi Constantin (E: 1943, 55, 63, 69, 71, 73; 5646, 78, 713, 15, 24, 25, 29). Cl. X. Udrea Ion (5624, 29, 33, 47, 52, 70, 89, 701, 06, 13, 20, 28, 29, 31, 53). Cl. XI. Filiș Nicolae (5604, 15, 24, 29, 39, 41, 44, 47, 52, 53, 66, 70, 71, 73—80, 82, 83, 88, 89).

Pînă la 1 iulie 1963 au mai fost evidențiați ca rezolvitori de probleme din localitățile cu inițialele A—N, după cum urmează:

1. **Munteanu Mihai** (cl. X ș.m. 5 Brașov), 2. **Stoicescu Marcel** (cl. XI lic. mil. Cîmpulung Moldovenesc), 3. **Furdac Florin** (cl. XI ș.m. Avram Iancu, Arad), 4. **Olariu Ștefan** (cl. XI ș.m. 1 I. Slavici, Arad), 5. **Tiberiu Puiu** (cl. VIII ș.m. Călărași), 6. **Reff Radu** (cl. XI ș.m. A. Iancu, Arad), 7. **Graffer Mircea** (cl. X ș.m. 2 Craiova), 8. **Țăposu Iosif** (cl. X ș.m. Cîmpulung Muscel), 9. **Spircu Tiberiu** (cl. X ș.m. 4 Arad), 10. **Dragotă Georgel** (cl. X ș.m. 2 Craiova), 11. **Anghel Petre** (cl. X ș.m. Novaci), 12. **Marta Ionel** (cl. VIII ș.m. Ianca, Galați), 13. **Bibicu Ion** (cl. XI ș.m. 2 Brăila), 14. **Biscă Octavian** (cl. IX ș.m. 1 Craiova), 15. **Stănescu Petre** (cl. VIII ș.m. 1 Lugoj), 16. **Brăcăcescu Daniel** (cl. X lic. mil. Breaza), 17. **Ciobanu Emil** (cl. X lic. mil. Cîmpulung Moldovenesc), 18. **Georgescu George** (cl. X ș.m. 1 Craiova), 19. **Andreescu Liviu** (cl. X ș.m. 1 Buzău), 20. **Mercioiu C.** (cl. X lic. mil. Breaza), 21. **Vioreanu Marius** (cl. VIII ș.m. Cîmpina), 22. **Petrescu Sorin** (cl. X ș.m. 23 București), 23. **Ionescu Constantin** (cl. XI lic. mil. Cîmpulung Mold.), 24. **Cotora Gh.** (cl. VIII ș.m. 4 Brașov), 25. **Valușescu Ilie** (cl. X ș.m. Bozovici Banat), 26. **Mund Harry** (cl. VIII ș.m. Bistrița), 27. **Frangu Octavian** (cl. IX ș.m. 2 Brăila), 28. **Papadopol Șerban** (cl. IX ș.m. 11 București), 29. **Stoica Vicențiu** (cl. X ș.m. 23 București), 30. **Pop Marius** (cl. VIII ș.m. Ineu), 31. **Tudoroniu Lucian** (cl. VIII ș.m. 1 Lugoj), 32. **Mincinopschi Gh.** (cl. XI ș.m. Mărășești), 33. **Șerb Ioan** (cl. IX ș.m. 1 Lugoj), 34. **Drăghici Horia** (cl. X ș.m. Mediaș), 35. **Langu Mihai** (cl. XI ș.m. 3 Iași), 36. **Crihană Lascăr** (cl. X ș.m. 1 Galați), 37. **Apostol Dan** (cl. X ș.m. 1 București), 38. **Cristescu Mărgărit** (cl. X ș.m. 4 Craiova), 39. **Gavrilă Gh.** (cl. X ș.m. 4 Craiova), 40. **Petriu Emil** (cl. X ș.m. Hațeg), 41. **Popovici Ana** (cl. VIII ș.m. 2 Craiova), 42. **Susai Emanoil** (cl. VIII ș.m. 5 Iași),

43. Ploscaru Gabriel (cl. VIII ş.m. 1 Lugoj), 44. Pupăzan Nicolae (locot major Lugoj)), 45. Popescu Felicia (cl. IX ş.m. 1 Craiova), 46. Daba Dan (cl. X ş.m. 1 Lugoj), 47. Tăbuşcă Ion (an V şc. pedag. Bîrlad), 48. Colbaş Angelina (cl. IX ş.m. 5 Galaţi) şi 49. Luca Ion (cl. X ş.m. 4 Constanţa).

Pînă la 1 iulie 1963 s-au primit soluţii bune la problemele propuse în G.M.F.-B, din ultimele trei numere, de la corespondenţii din localităţile care încep cu iniţialele A—N, după cum urmează:

ADJUD. Ş.m. Cl. XI. Popescu Petru (5666, 70, 71, 74, 77—79, 81, 83, 88, 89, 701, 06, 07).

AGNITA. Ş.m. Cl. X. Gheorghioiu Livia (5617, 57, 58, 63, 64, 71, 75, 80, 707, 13, 15, 16, 19, 24—31, 33, 40, 53, 80—82, 92, 95, 96, 802, 11, 46).

AIUD. Ş.m. Bethlen Gabor. Cl. VII. Demeny Pal (E: 1871—74, 77, 79—81).

Ş.m. Avram Iancu. Cl. XI. Furdac Florin (5666, 69—71, 73—79, 81—83, 88, 89, 91, 95, 97, 701, 04—08, 10, 13—20, 24—33, 35—37, 39, 40, 43—46, 51, 52, 56, 65, 69, 70, 76, 77, 80—82, 87, 89, 91, 93, 95, 96, 99, 804, 05, 11), Reff Radu (5666, 69—71, 74, 75—83, 85, 87—89, 91, 95, 701, 02, 05, 06, 10, 13—20, 24—33, 39, 40, 42—46, 49, 61, 68, 70, 77, 80—82, 87, 92, 96, 98, 811).

ALBA IULIA. Ş.m. Horia, Cloşca şi Crişan. Cl. IX. Racoviţan Vasile (5624, 29, 44, 47, 74, 77, 81, 83, 716, 25, 26, 29, 30).

ANINA. Ş.m. Cl. VIII. Miloiu Livia (E: 1952, 55, 58, 61, 63, 67, 73; 5638, 89, 713, 26, 29, 30). Cl. IX. Petris Mircea (5624, 29, 44—46, 48, 49, 56, 59, 62, 76—78, 81—83, 708).

ARAD. Şc. elem. nr. 1. Cl. V. Kestenbaum Iacob (E: 1953, 55, 56, 60, 61, 64, 67, 68, 70, 76, 81, 82, 84).

Ş.m. 1 Ion Slavici. Cl. VIII. Neamţu Elisabeta (E: 1952, 53, 55, 57, 58, 61, 68, 69, 73, 80, 82, 88, 89). Cl. IX. Than Francisc (5669, 74, 76, 77, 81, 83, 85, 87, 89, 95, 705, 45, 53, 96). Cl. X. Burtea Constantin (5669—71, 75, 79, 701, 06, 07, 20, 24, 29—31, 45, 46, 67, 70, 77, 80—82). Cl. XI. Olariu Ştefan (5666—78, 80—83, 85—93, 96, 98, 701, 02, 04—08, 14—43; P).

Ş.m. 3. Oczko Tereza. Cl. VIII. Cociuba Maria (E: 1946—48, 50, 52, 57, 58, 61, 66, 69; 5629, 46, 83, 89). Cl. X. Ardeu Mariana (5677, 78, 83, 88, 89, 701, 06, 16, 29—31, 80), Gonţea Carmen (5666, 69, 70, 71, 74, 77—79, 83, 88, 701, 07), Lucian Emil (5666, 71, 76—78, 81, 83, 89, 95, 733, 37, 45, 52, 64, 75, 80, 86, 92, 94, 96, 802, 03).

Ş.m. 4. Cl. X. Spircu Tiberiu (5692—94, 96—98, 701, 03, 13—37, 39—43, 45, 46, 49, 51, 53, 55, 56, 58, 59, 61, 62, 65, 66; P).

BACĂU. Ş.m. 1. Cl. X. Schuller Sorela (5666, 69—71, 76, 78, 81, 83, 89, 715-20, 24—26, 28, 31, 45). Cl. XI. Făinaru Bruno (5670, 74, 76—78, 82, 83, 87, 95, 96, 702, 05, 08, 10, 13, 15, 16, 20, 24—31, 33, 35).

BAIA DE ARAMĂ. Cl. X. Avrămoiu Gh. (5666, 69—71, 74, 77—79, 81, 83, 87—89, 701, 05), Guran Vasile (5670, 71, 77—79, 83, 88, 701, 24—26, 29—31, 53), Paloş Vasile (5669—71, 77, 78, 83, 89, 706, 24—26, 29—31, 33), Popescu Ion (5670, 77, 81, 87, 701, 15, 16, 24—27, 31, 77, 81).

BAIA MARE. Puha Alexandru (an I inst. pedag.) (5665, 69—83, 85, 88, 89, 92, 701, 06—08).

Ş.m. 3. Cl. VIII. Vasilov Angela (E: 1952, 57, 58, 66, 69, 82, 83, 87, 89; 5689, 713, 77, 87, 96).

BALŞ. Ş.m. Cl. X. Voiculescu Florin (5668, 70, 72, 76, 78, 80, 83, 88, 701, 21, 29, 31, 33).

BEIUŞ. Ş.m. 2. Cl. XI. Dem. Ecaterina (5668, 70, 72, 76, 78, 80, 83, 701, 21, 31, 36).

BISTRIŢA. Absolvent: Verveagă T. (5720, 21, 24—26, 28—31, 33, 34, 43, 49, 53).

Ş.m. Cl. VIII. Mund Hary (E: 1952—55, 57—59, 61—63, 66, 68, 69, 72, 73, 75, 76, 79—82, 84, 86—88; 5576, 78, 88, 89, 701, 06, 13, 15, 24, 25, 29, 30, 53, 87, 96). Cl. X. Banu Sever (5666, 69, 70, 74, 81, 720, 24—28, 30, 31). Cl. XI. Buta Stelian (5637, 40, 67, 68, 708, 20, 21, 35, 40, 45, 51, 53), Feurdean Petru (5666—71, 73—75, 77, 78, 80, 82, 83, 701), Pangraţiu Florin (5666, 68, 89, 73—75, 79—81, 83, 88, 713, 16, 40).

BÎRLAD. Ş.m. 2. Cl. VIII. Badea Lori (E: 1975—77, 79—84, 86—89; 5691, 713, 15, 24—26, 42, 53, 87), Felea Victor (E: 1940, 43, 44, 47, 51, 52, 56, 59, 62—64; 5644, 83, 89, 91), Kahane Heni (E: 1952, 55—58, 64, 68, 73, 81, 82; 5688, 714). Cl. IX. Gociu Mariana (5565, 69, 624, 29, 46, 53, 60, 74, 76, 79, 81, 88, 89, 706, 16).

Complexul şcolar Cl. VIII. Darie Constantin (E: 1951, 53—56, 58, 59, 61, 68, 79; 5689, 706), Dobrin Aurel (E: 1957, 60, 68—71, 73, 81, 85, 88, 89; 5753). Cl. X. Armeanu Corneliu (5627, 30, 31, 97, 704—07, 10, 13, 15—20,

24—33, 37, 40—46, 49, 53, 56, 61, 66), Parfum Magda (5669—71, 74—76, 78, 79, 81, 88, 89, 97, 701, 04, 06), Popescu Vasile (5666, 69, 70, 74, 77—79, 81, 83, 85, 87, 88, 91, 97, 701, 06, 07, 10, 13, 15—17, 24, 27, 29—31, 40, 51).

Şc.pedagogică an V. Tăbuşcă Ioan (5666, 69, 70, 74, 77—79, 81—83, 85, 87—89, 91, 95, 701, 02, 05, 07, 10, 13, 15—18, 20, 24—33, 37).

BOLINTINUL DIN VALE (Bucureşti). Ş.m. Cl. VIII. Panait Vasile (E: 1955, 58, 61, 71, 73, 76, 80—82, 87; 5713, 14), Păun Elena (E: 1911, 43, 67—69, 73, 76, 80—83, 87, 88), Petrescu Georgeta (E: 1953, 55, 58, 61, 65, 73, 80—83, 87; 5689; P), Şovărel Eugen (E: 1926, 36, 45, 48, 50, 52, 55, 58, 61, 63, 66, 67, 69, 75, 80, 82, 88; 5591, 29, 685, 88, 706, 92), Tache Nicolae (E: 1952, 53, 61, 67, 70, 73, 76, 80—83, 87—89; 5795), Tudorache Elena (E: 1941, 48, 67, 68, 73, 76, 80—82, 87).

BORŞA. Ş.m. Cl. VIII. Bărcan Ion (E: 1926, 28, 33—36, 56, 61, 68, 69; 5713, 25, 30), Juga Ion (E: 1928, 32—36, 41, 43, 46, 48, 50; 5624, 88, 713, 53), Vlad Simion (E: 1942, 45—48, 50, 53, 55, 56, 58, 61; 5688, 706, 13, 53). Cl. IX. Boharaş Vasile (5624, 29, 46, 69, 74, 88, 706, 13, 15, 24—27, 29, 30, 53), Chiş Dumitru (5624, 29, 30, 53).

BOTOŞANI. Şc. elem. 8. Cl. VI. Ungureanu Corina (E: 1943, 48, 53, 55, 56, 59, 63, 81, 84, 86, 89).

Ş.m. 1. A. T. Laurian. Cl. IX. Alămureanu Gh. (5669, 74, 76, 77, 79, 81, 88, 89, 91, 95, 701, 06, 10, 13, 24—26, 29, 53, 99, 802), Leibovici Marica (5669, 74, 76, 77, 81, 89, 713, 16, 17, 26, 29, 30), Segal Sorin (5669, 74, 76, 81, 88, 89, 713, 17, 25, 26, 29, 30, 53, 95). Cl. X. Pricope Dan (5666, 71, 74, 77—79, 81, 83, 88, 89, 95, 701, 05, 06, 08, 13, 20, 25, 24, 29—31, 80—82), Segal Gabriel (5670, 707, 13—16, 20, 24—33, 36, 40, 45, 66), Vasiliu Mihai (5666, 69—71, 74, 76—79, 81—83, 88, 89, 91, 701, 05, 08, 15).

Ş.m. 2 M. Eminescu. Cl. X. Cohn Melania (5666, 70, 71, 74, 78, 79, 81, 83, 88, 89, 701, 05, 10, 16, 17, 25, 29—31), Liciman Valentina (5553, 60, 62, 91, 600, 10, 24, 29, 46, 47, 52). Cl. XI. Witting Silviu (5638, 713, 16, 20, 22, 25—27, 29—31, 33, 34).

BOZOVICI. Ş.m. Cl. VIII. Bogoevici Viorica (E: 1951, 52, 54, 57, 65, 69, 87; 5678, 83, 88, 89, 710, 13, 14, 87), Lopăţică Tiberiu (E: 1952—54, 57, 66, 69, 87; 5678, 83, 88, 89, 710, 87). Cl. X. Ignea Alimpie (5624, 26, 27, 29, 44, 46—48, 53, 56, 59, 60, 62, 65, 66, 69, 74, 77, 78, 81, 85, 88, 89, 91, 95, 705, 13, 15—17, 24—26, 28—30), Valuşescu Ilie (5665, 69, 74, 76—79, 81—83, 85, 88, 89, 91, 96, 705, 10, 13, 15—17, 24—26, 28—30, 32, 33, 35, 37, 45, 52, 53, 69, 77, 87, 89, 94, 96, 802, 11).

BRAD. Şc. elem. Cl. VI. Cordonescu Gabriel (E: 1953, 54, 56, 59, 61, 64, 67—68, 70, 71, 81—84, 86).

BRAŞOV. Şc. elem. nr. 13. Cl. VI. Pîndaru Constantin (E: 1926—28, 34, 35, 39, 41, 44, 56, 64), Ţucă Cornelius (E: 1926, 34, 39, 43, 53, 55, 59, 64, 68, 69, 70).

Ş.m. 1. Cl. X. Couşleţ Dan (5665, 69—71, 74, 76, 77, 79, 81, 83, 85, 87—89, 91, 95, 97, 705, 06, 10).

Ş.m. 3. Cl. X. Ursu Ioan (5644, 47, 51, 52, 76, 78, 81, 83, 724, 25, 28, 33).

Ş.m. 4. Cl. VIII. Cotora Gh. (E: 1952—59, 61, 63, 66, 69, 73, 75, 76, 79—85, 87, 88; 5681, 88, 89, 91, 706, 13, 15, 24—27, 29, 30, 36, 37, 42).

Ş.m. 5. Cl. VIII. Munteanu Rodica (5669, 74, 76, 77, 88, 89, 708, 13, 15, 20, 24—26, 30, 35). Cl. X. Munteanu Mihai (5633, 37, 47, 48, 51, 54, 63, 64, 68, 70—73, 76, 77, 81—83, 85, 88, 89, 93, 98, 701, 04, 06—08, 13, 15—22, 24—31, 33—37, 39, 40, 42, 43, 45, 51, 53, 68, 69, 77, 79, 81, 82, 84, 86, 87, 94—96, 802—05, 09, 11).

Ş.m. Unirea, secţia maghiară. Cl. IX. Zsido G. (5624, 29, 33, 46, 69, 76, 81, 85, 87—89, 91, 704, 06).

BRĂILA. Ş.m. 1. Cl. IX. Moise Valentina (5624, 29, 44, 46, 56, 59, 62, 65, 69, 77, 78, 83, 88, 95), Tudorache Radu (5624, 69, 74, 77, 78, 81—83, 88, 89, 95, 97, 724—26).

Ş.m. 2. Cl. VIII. Bianu Nicolae (E: 1941, 43, 45—48, 50, 53, 55, 57—59, 61; 5629, 88, 706), Hadîrcă Livia (E: 1941, 45—48, 50, 52, 53, 55—58, 61—63). Cl. IX. Barasch Marian (5629, 46, 53, 56, 59, 69, 76, 77, 79, 88, 701, 27, 29, 30), Frangu Octavian (5588, 95, 609, 13, 22, 44, 46, 47, 52, 53, 56, 60, 63, 65, 66, 69, 74, 77—79, 81—83, 85, 87—89, 95, 701, 05, 06, 708, 10, 13, 24—26, 29, 30, 36, 37), Grossu George (5624, 29, 46, 53, 69, 74, 76, 77, 79, 88, 701, 06), Lăzărescu Vasile (5659, 725, 26, 29, 30, 37, 44, 77, 87, 93, 94, 96, 811). Cl. XI. Bibicu Ion (5624, 29—31, 43, 44, 46, 47, 52, 53, 66, 67, 69—71, 74, 76—80, 87—89, 92, 701, 04, 06, 07, 10, 13—15, 19—24, 26—31, 35, 40, 42, 43, 46, 51, 53).

Ş.m. 3. Cl. VIII. Bărbulescu Victorina (E: 1953—55, 57, 61, 62, 68, 73; 5688,

706, 13, 15), Teodorescu Cristian (E: 1952, 54, 55, 57, 58, 61, 65, 66, 70; 5688, 89, 91). Cl. IX. Pricop Viorel (5669, 77, 87—89, 96, 710, 16, 29, 77, 87, 96, 801). Cl. X. Amorţilă Dinu (5666, 70, 71, 82, 88, 720, 24, 25, 29—31, 33, 77, 81, 82), Bulduru Delia (5670, 74, 78, 83, 724—26, 29—31, 80, 82), Ciuraru Ana Bel (5665, 70, 71, 78, 81, 88, 89, 701, 05, 20, 25, 26, 28—31, 36, 81, 82, 86, 87, 94, 802, 11), Grünberg Rodica (5725, 26, 28—31, 53, 70, 71, 77, 80—82, 802), Schweitzer Selma (5670, 71, 613, 16, 20, 24—26, 28—31, 33, 36, 45, 77, 80—82, 802), Stan Doina (5670, 74, 78, 83, 724—26, 29—31, 80, 82), Traganea Doru (5715, 24, 25, 28, 31, 33, 43, 52, 87, 96, 805, 11).

BREAZA. Liceul militar D. Cantemir. Cl. IX. Andronescu Ioan (5629, 30, 44, 47, 69, 74, 76, 77, 81, 83, 88, 89, 701, 05, 13, 15, 24—27, 29, 30, 86, 94, 800, 11), Bîsceanu Dan (5669, 74, 76, 77, 81, 83, 713, 15, 24, 25, 27, 86, 94, 800, 11), Cîrstacea Benone (5624 25, 27, 29, 46, 47, 53, 69, 74, 76, 77, 81, 88, 89, 701, 05, 29, 30, 53), Mălai Constantin (5674, 76, 77, 81, 88, 89, 701, 06, 13, 24—27, 29, 30, 800), Marinescu Ion (5624, 29, 30, 44, 46, 47, 69, 76, 88, 89, 706, 25, 29, 30, 77), Nica Petre (5671, 74, 76, 81, 713, 15, 24—27, 29, 30, 86, 94, 800, 11), Sămăilă Ştefan (5624, 30, 31, 43, 44, 70, 74, 78, 79, 83, 89, 701, 06, 20, 25, 29). Cl. X. Alexandru Virgil (5629, 69, 74, 76, 77, 81, 83, 88, 89, 701, 06, 13, 15, 24—26, 29, 30, 86, 94, 800, 11). Anghelache Gheorghe (5670, 77—79, 87, 88, 701, 29, 30, 35, 69, 81, 82), Brăcăcescu Daniel (5666, 70, 71, 74, 75, 77—81, 83, 85, 88, 89, 91, 701, 02, 05, 06, 08, 13, 15, 20, 24—26, 28—31, 33, 35—37, 42, 51, 64, 66, 68, 69, 77, 80—82, 805), Bodea Ion (5670, 78, 83, 88, 89, 701, 06, 20, 25, 27, 29—31, 53), Dinu Doru (5670, 74, 76—78, 81, 83, 95, 701, 06, 08, 10, 25, 29, 30), Dumitrescu Nicolae (5624, 30, 33, 44, 46, 47, 56, 59, 65, 66, 70, 71, 74, 81, 83, 88, 89, 95, 701, 02, 07, 08, 10, 13, 14, 20, 24, 25, 28, 30, 35, 36), Iacovici Eugeniu (5630, 43, 44, 60, 74, 726, 27, 31, 33, 39, 44, 46, 53), Ilie Marin (5644, 52, 78, 83, 88, 701, 06, 20, 25—27, 29—31, 53, 60), Ionescu Ionel (5669—71, 75—78, 81, 83, 87—89, 706, 13, 15, 20, 24—27, 29—31, 35, 53, 60), Mercioiu C. (5666, 69, 71, 74, 76—79, 81, 83, 85, 87—89, 91, 97, 702, 04—08, 10, 13, 15, 16, 18—20, 24—31, 33, 35, 36, 39—42, 46), Năstase Ion (5670, 76, 78, 81, 83, 88, 89, 701, 05, 25, 27, 29—31, 53, 86), Panţuru Tudor (5679, 87, 88, 701, 10, 25, 29, 30, 62, 69, 80, 81, 91, 95, 809), Rotaru Ion (5670, 77—79, 82, 87—89, 701, 10, 15, 20, 30, 44, 46, 62, 69, 80, 82, 87, 95, 809), Rus Traian (5669—71, 74, 76, 78, 79, 81, 83, 87—89, 701, 05, 10, 13, 15, 18, 20, 29—31, 39—41, Staicu Vasile (5665, 70, 72, 74, 78—81, 83, 88, 89, 701, 06, 10, 15, 16, 20, 26, 28, 30, 31, 77, 80—82), Vaştinaru C. (5670, 71, 76, 78, 83, 88, 89, 701, 05, 13, 20, 25, 26, 29—31, 53, 85). Cl. XI. Manole Nicolae (5670, 77—79, 83, 87, 88, 701, 10, 26, 29—31, 37, 40, 62, 69, 80—82, 91, 95, 809).

BUCUREŞTI. Student: Stătescu Ion (P).

Absolvenţi: Atanasiu Ion (5675, 76, 79, 81, 88, 89, 701, 05, 27, 31, 80—82, 802; P), Porumbescu Aureliu (5666—85, 88, 89, 91, 92, 95, 701, 02, 06—08, 10—12, 20, 27—31).

Tehnician I.O.R. Drăgan Marin (5701, 06, 08, 15, 21, 24, 25, 29—31, 35, 53)

Şc. elem. nr. 2. Cl. VI. Bordea Carmen Doina (E: 1955, 56, 59—63).

Şc. elem. nr. 23. Cl. VI. Georgescu Mario-Eugen (E: 1953, 54, 56, 59—62, 68), Petrescu Corneliu (E: 1953—56, 59—

Şc. elem. nr. 71. Cl. V. Mihalnischi Andrei (E: 1950, 55, 56, 59—62, 64, 67, 68).

Şc. elem. nr. 130. Cl. V. Rad Corneliu (E: 1953 55, 56, 60, 62, 63, 81—83, 86).

Şc. elem. nr. 171. Cl. VII. Manolache Nicolae (E: 1940, 43, 47, 48, 55, 59, 60, 62—68, 73, 76, 77, 79—85, 87, 88).

Ş.m. 1. N. Bălcescu. Cl. IX. Mihăilescu Simona (5713, 16, 17, 24—27, 29, 30, 45, 53, 77). Cl. X. Ştefan Miron (5713—15, 17, 24—31).

Ş.m. 2. Cl. VIII. Leoveanu Nicoleta (E: 1961, 66, 67, 73, 79, 81, 83, 87—89; 5591, 646, 713, 14). Cl. IX. Gherasi Anca (5591, 624, 29, 46, 60, 69, 74, 79, 85, 89, 716).

Ş.m. 3. Cl. X. Mazaş Maria (5624, 27, 29, 46, 70, 79, 81, 87, 88, 706, 10).

Ş.m. 4. Cl. VIII. Anastasiu Valentin (E: 1952, 54—56, 58, 61, 66, 73; 5687—89, 706, 13), Cristescu Gheorghe (E: 1948, 50, 53, 55, 56, 58, 61, 65—68, 73; 5688, 89, 706), Dragu Paula (E: 1952, 53, 55, 57—59, 61, 64, 68, 69; 5689, 706), Nedelcu Ilie (E: 1952, 53, 55, 58—63; 5687, 88, 91, 706), Salagor Ion (E: 1952, 54, 55, 58, 59, 61—64, 66; 5688, 701), Zamfir Constantin (E: 1951, 53—55, 58, 61, 65, 67—69; 5688, 706).

Ş.m. 6. Cl. VIII. Frăţilă Eliade (E: 1951, 53, 63, 64, 66—68, 71, 73, 76, 79—83, 88; 5689, 787, 96). Cl. IX. Şerban Teodor (5669, 74, 76, 77, 79, 85, 88, 89, 706, 10, 45, 56, 70, 75, 802).

Ş.m. 7. Cl. IX. Bercovici Tulida (5666, 71, 81, 88, 89, 91, 716, 17, 29—31, 53). Cl. X. Opriş Valentin (5666, 69, 70, 71, 78, 80, 81, 85, 88, 89, 91, 95, 70, 02, 05, 06, 10, 15, 20, 24—26, 28—31).

Ş.m. 8. Cl. VI. Cinteză Mircea (E: 1964, 67, 68, 70, 71, 73, 76, 79, 81—84). Cl. VIII. Busuioc Ştefan (E: 1940, 41, 46, 48, 50, 53, 58; 5624, 27, 29, 46, 66, 81, 88, 89), Nicoloff Marieta (E: 1941, 45, 46, 48, 50, 58; 5624, 27, 29, 46, 88, 89, 91, 706). Cl. X. Talmazan Felician (5588, 91, 604, 09, 15, 24, 29, 31, 44, 46—48, 52, 56, 62, 65, 66, 71, 78, 81—83, 88, 89, 91, 701, 05).

Ş.m. 10. Cl. X. Diamant Petre (5688, 87, 710, 13, 20, 25, 27—31, 33, 36, 40, 46, 66).

Ş.m. 11. Cl. VIII. Stănculescu Radu (E: 1966, 72, 76, 79—84, 87, 88; 5787, 92, 96). Cl. IX. Anton Gh. (5673, 74, 77, 79, 91, 713, 24, 28, 32, 36, 53, 77, 92, 802), Mihalca Dan (5564, 69, 91, 93, 94, 625, 30, 53, 758, 62, 66, 75, 93, 99, 807, 12; P), Papadopol Şerban (5591, 93, 94, 600, 04, 12, 15, 17, 19, 22, 24, 25, 29, 30, 44—48, 53, 55, 60, 62, 65, 66, 69, 70, 74, 76, 77, 79, 81, 85, 88, 89, 91, 95, 701, 05, 06, 08, 10), Ştefan Şerban Cristian (5624, 29, 46, 55, 69, 74, 81, 88, 89, 701, 13, 16, 28), Ţuchel Doru (5624, 29, 44—46, 53, 85, 88, 89, 91, 99, 710), Ursulescu Octavian (5669—71, 74, 77, 79, 82, 83, 88, 92, 701, 06, 10; P).

Ş.m. 12. Cl. VII. Popescu Nicolae (E: 1952, 57, 58, 61, 76, 80, 82, 83). Cl. X. Hajos Ladislau (5674, 75, 701, 07, 10, 13, 15, 20, 24—28, 30, 31, 33, 36, 37, 41, 75, 77, 80, 82, 86, 95, 96; P), Nicolaide Alexandra Beatrice (5643—45, 48, 50—54, 56, 57, 59, 60, 69—71, 74, 77—79, 81, 83, 88, 707, 13, 15, 31, 39).

Ş.m. 13. Cl. VIII. Capră Livia (E: 1952, 66, 67, 69, 73, 76, 80, 82, 83, 87—89; 5688, 89, 744, 96), Ionescu Victor (E: 1941, 48, 50, 52, 53, 56, 60, 66, 75; 5629, 46, 48, 706), Mureşan Ion (5669, 76, 81, 89, 95, 706, 24, 26, 29, 30, 53, 86, 96). Cl. X. Mereuţă Doina Anca (5624, 25, 27, 30, 52, 54, 57, 60, 63, 66, 69—71, 74, 77—79, 81, 83, 88, 89, 710, 13—17, 20, 24—31, 33, 35—37, 77, 80—82).

Ş.m. 17. Cl. VIII. Suciu Paul (E: 1951—61, 63; 5678, 81, 83, 88, 89, 706; P). Cl. IX. Almer David (5625, 27, 56, 59, 705, 08, 13, 15, 16, 24—30).

Ş.m. 18. Cl. IX. Iordache Florin (5666, 710, 13—17, 23—27, 42, 45, 49, 62, 64, 66, 808). Cl. XI. Moldoveanu Teodora (5666, 69, 71, 75—81, 87, 93, 704, 06, 07, 10, 13—17, 20, 24—33, 37, 40, 41, 52, 66, 77, 95).

Ş.m. 19. Cl. VIII. Ilie Romeo (E: 1876, 79, 80, 82, 83, 87—89; 5674, 701, 29, 77).

Ş.m. 20. Cl. IX. Neagu Dumitru (5627, 44, 59, 65, 74, 77, 88, 89, 701, 06, 13, 16, 24—30, 45; P).

Ş.m. 22. Cl. VIII. Cătănoiu Ştefan (E: 1952, 55, 58, 61, 65—67, 70, 75, 82, 83, 88; 5687, 88, 706), Moţoi Marin (E: 1965, 66, 69—75; 5742, 44, 53), Stoian Liviu (E: 1951, 52, 55, 58, 61, 66; 5681, 88, 89, 701, 13, 29, 30), Timaru Sever (E: 1951, 66, 75, 79, 80, 82, 83, 85, 87—89; 5701, 96), Zainea Eugen (P). Cl. X. Pavel Elena (5666, 69, 70, 74, 75—79, 81, 83). Cl. XI. Iliescu Mihaela (5629, 31, 39, 41, 44, 46, 52, 60, 69, 70, 73, 78, 80, 83, 89).

Ş.m. 23. Cl. VIII. Băluţă Tudor (E: 1954, 56, 66—71, 73, 81—83, 87—89; 5687, 89, 713, 15; P). Cl. X. Alexandra Adrian (5666, 70, 71, 74, 76, 77, 79, 81, 701, 05, 10, 13, 15—17, 20, 24—26, 28—31, 33, 35, 53, 69, 80, 802), Dinu Ştefan (5670, 71, 78, 83, 85, 88, 706, 08, 15, 25, 29, 30), Ivanciu Aurel (5669—71, 74, 76—79, 83, 88, 701, 06, 10), Lupuleţ Manole (5669—71, 74—77, 79, 82, 701, 05—08, 10, 15, 24—27, 29, 31). Cl. X. Martin Valeriu (5666, 69, 70, 71, 74, 76—79, 81, 83, 88, 89, 701, 05, 06, 08, 10), Petrescu Sorin (5591, 604, 12, 15, 17, 19, 22, 24, 29, 47, 52, 66, 69, 70, 74, 76, 81, 83, 85, 88, 91, 701, 05, 07, 10, 13, 15, 17, 20, 24—26, 28—31, 33, 40, 46, 61, 69, 70, 77, 80—82, 91, 95, 99), Stoica Vicenţiu (5666, 69—71, 73—83, 85, 88, 89, 91, 701, 05—07, 10, 13—15, 17—20, 24—33), Tindeche Nicolae (5669—71, 88, 701, 06, 07, 13, 25, 26, 29—31, 45, 53, 60).

Ş.m. 28. Cl. VI. Mureşan Mihaela (E: 1953, 54, 56, 67, 68, 70, 73)

Ş.m. 36. Cl. VIII. Georgescu Luminiţa (E: 1976, 79—81, 83—85, 87—89). Cl. X. Gabrielescu Horia (5653, 54, 70, 74, 79, 81, 85, 89, 91, 701, 02, 04, 06, 07, 10, 13, 15, 20, 27—31, 40).

Şcoala C.F.R. Griviţa Roşie. Sgăvîrdea Dumitru (5434, 39, 41, 46—48, 55, 57, 60, 61, 63, 73, 75, 77, 79, 82—84,

86, 88, 90, 94—96, 506, 21, 31—33, 36, 37).

BUHUȘI. Ș.m. Cl. IX. Schmidt Gabriel (5678, 81, 83, 713, 25, 43, 77, 86, 94, 96, 802).

BUJOR (Galați). Absolvent Șeitan Eracle (5624, 29, 39, 41, 44, 46, 47, 73, 75, 80, 92, 701, 06, 13).

BUȘTENI. Absolvent Ioniță Mihai (5629, 37—39, 41, 46, 52, 56, 60, 61, 69—71, 73—75, 78, 80, 83, 706, 07, 22, 29—31, 34, 53, 59).

BUZĂU. Ș.m. 1. Cl. IX. Popa Marcel 5536, 629, 44, 46, 60, 69, 74, 77, 81, 89, 716, 17, 25, 26, 29, 30, 77). Cl. X. Andreescu Liviu (5594, 659, 66, 69, 74, 76, 77, 79, 81, 83, 87—89, 91, 95, 701, 06, 08, 10, 13—17, 24—30, 33, 35—37, 42, 45, 46, 77, 802, 11), Dinu Voican (5666, 74, 77, 78, 83, 87, 88, 701, 06, 10, 13, 20, 25—31, 33, 41, 46, 53), Negruț Ionel (5588, 91, 604, 09, 21, 29, 31, 46, 51, 52, 70, 76—79, 83, 88, 89, 701, 13, 20, 27).

Ș.m. 2. Cl. X. Ciocoiu Virgil (5669, 74, 76, 77, 88, 89, 706, 10, 13, 24, 26, 27, 29, 96).

Ș.m. 3. Cl. VIII. Codreanu Nițâ (E: 1952, 54, 55, 57, 58, 60, 61, 63; 5685, 88, 89, 91, 706).

BUZIAȘ. Ș.m. Cl. X. Micșa Viorel (5670, 71, 76, 78, 80, 88, 708, 25, 31, 37, 81, 92). Unguru Ioan (5669, 74, 75, 77, 83, 88, 701, 06, 20, 25, 29—31, 33, 37, 77, 81, 94, 96).

CĂLĂRAȘI. Ș.m. N. Bălcescu. Cl. VIII. Lozneanu Gabriel (E: 1951—53, 55, 57—59, 61, 62, 64, 67—71, 73, 76, 79—84, 86—88; 5688, 787, 92, 96, 802), Tiberiu Puiu (E: 1941—48, 50—53, 55—64, 66—70, 73, 75, 76, 79—84, 87—89; 5624, 29, 44, 46, 56, 62, 83, 88, 89, 706, 44, 53, 87, 92). Cl. X. Apostol Dan (5670, 701, 07, 10, 13, 15, 16, 18—20, 24—33, 36, 37, 39—41, 45, 46, 51, 53, 66, 69, 77, 80—82, 84, 87, 95—97, 99, 802), Mușat Constantin (5713, 16, 17, 20, 24, 25, 27—31, 42, 46, 49), Negreanu Mircea (5666, 74, 77, 78, 81, 83, 88, 89, 701, 06, 13, 15, 20, 24—33), Veveriță Constantin (5666, 69, 70, 74, 78, 79, 81, 83, 88, 89, 706, 15, 24, 25, 28—31, 33, 42).

CARACAL. Ș.m. Cl. VIII. Degeratu Ștefan (E: 1955, 58, 59, 61, 73, 76, 82, 83; 5787), Filip Nicolae (E: 1959, 62, 63, 64, 70, 76, 80—83, 87—89; 5688, 706). Cl. X. Costea Ion (5666, 69, 77, 78, 88—71, 74, 79, 81, 83, 701, 06).

CARANSEBEȘ. Absolvent Sgăvîrdea Dumitru (5627, 29, 31, 37, 38, 46, 53, 60, 66, 69—72, 75—81, 83, 88, 89, 701, 06, 07, 10, 13, 25, 26, 28—31, 40, 41, 43).

Ș.m. 1. Cl. IX. Jenea Aurel (5715, 30, 31, 33, 35, 49, 75, 77, 94, 95, 96, 809, 11), Lungu Corina (5674, 76, 77, 88, 89, 706, 13, 16, 26, 29, 30, 53, 77), Man Carol (5644, 47, 56, 59, 65, 77, 78, 81, 88, 89, 706, 25, 29, 30), Munteanu Eugenia (5674, 79, 83, 89, 91, 95, 715, 24, 25, 26, 77), Schneider Reinhold (5666, 70, 78, 81, 83, 88, 89, 701, 13, 15, 20, 24—27, 29—31, 33).

Ș.m. 2. Cl. VIII. Brebu Ion (E: 1955, 66, 72, 76, 79, 80, 82, 87, 88; 5676, 83, 715), Pries Ioan (E: 1953, 54, 58, 65, 80—82, 85—89; 5689, 706). Cl. X. Popescu Adrian (5720, 24—26, 28—31, 33, 53, 82, 87).

CĂRPINIȘ (Banat). Șc. elem. Cl. VII. Olteanu Mihai (E: 1952, 57, 58, 65, 66, 69, 72, 75).

CEHUL SILVANIEI (Maramureș). Ș.m. Cl. X. Petkeș Georgel (5666, 69—71, 74—81, 83, 88, 89, 701, 06).

CERNAVODĂ. Ș.m. Cl. IX. Cristache Mihai (5669, 73, 74, 76, 77, 81, 88, 89, 91, 706, 13—15, 24—26, 29, 30, 32, 49, 77, 85, 87, 92), Iordan Nicolae (5669, 74, 76, 77, 82, 88, 706, 13, 15, 24—26, 29, 30, 33, 49, 77, 86, 91, 802, 11). Cl. X. Grasu Constantin (5666, 69, 75—78, 80, 81, 83, 89, 701, 18, 20, 24—26, 28—33, 36).

CIMPINA. Ș.m. N. Grigorescu. Cl. VIII. Alexe Rodica (E: 1966, 69, 80, 88; 5713, 15, 24, 27, 29, 42), Comănescu Sergiu (E: 1955, 57, 58, 66, 69, 73; 5689, ;706, 13, 15, 25, 26, 29, 30, 42), Cucu Lucia (E: 1969, 63; 5689, 713—15, 24—27, 29, 30, 32), Dogaru Mihai (E: 1950, 52—54, 57—59, 68, 69, 81; 5713—15, 24, 27, 29, 30, 32, 42, 53, P), Giubernea Gh. (E: 1952, 55, 58, 60, 61, 69; 5689, 713, 14, 17, 27, 29, 30, 32, 42), Gurgu Mihaela (E: 1966, 69, 80, 82, 88; 5713—15, 24, 27, 29, 32, 36, 42), Lungu Costică (E: 1951—53, 55, 57—59, 61, 66, 69, 76, 81, 82; 5676, 88, 89, 713—15, 24—27, 29, 30, 32, 36, 42), Marin Maria (5724—27, 29, 30, 32, 42, 53), Olteanu L. (E: 1968, 69, 73; 5713, 24—27, 29, 30, 32, 53), Oncioiu Dan (E: 1952, 53, 55, 58, 59, 61, 66, 68, 69; 5688, 89, 706, 13, 15, 24), Ștefaniu Mihai (E: 1954, 57, 58, 68, 69; 5713, 24, 29, 30, 42), Vioreanu Marius (E: 1952—55, 57, 58, 61—63, 67—69, 72—76, 79—83, 87, 88; 5688, 89, 706, 13—15, 21—27, 29, 30, 44, 53, 87, 92, 96). Cl. X. Mitran Mugur (5537, 670, 71, 78, 80, 88, 89, 707, 13, 19, 20, 31).

CĂTRE REZOLVITORII DE PROBLEME

Corespondenţii care ne trimit probleme rezolvate trebuie să redacteze fiecare problemă separat, însoţind-o de toate calculele necesare şi de figuri desenate cu îngrijire. Nu se vor trimite soluţiile mai multor probleme pe aceeaşi foaie.

Se primesc lunar într-un plic soluţii numai la problemele şi exerciţiile din ultimele trei numere apărute. Pe plic se va scrie localitatea şi şcoala pe care o urmează rezolvitorul pentru a se evita confuzii la întocmirea rubricii rezolvitorilor de probleme şi a listei celor evidenţiaţi. *Evidenţiaţii trebuie să aibă cel puţin 40 soluţii bune.*

Problemele care se propun de către colaboratorii revistei să fie clar alcătuite şi însoţite de soluţii, să fie personale, iar nu luate din cărţi sau reviste. Elevii sînt sfătuiţi să înceapă a propune probleme numai după ce au rezolvat un număr destul de mare de exerciţii şi probleme. Problemele propuse, dar necorespunzătoare, nu se pot publica. Dacă un corespondent constată că unele probleme propuse au fost publicate în cărţi sau reviste, este rugat să arate precis volumul şi pagina unde a mai apărut enunţul sau soluţia problemei respective. Solicităm probleme interesante, legate de practică.

Corespondentul nostru care a citit şi a înţeles deplin multe din soluţiile publicate, a rezolvat multe din problemele propuse, poate şi este îndemnat să încerce, să schiţeze cîte o notă rezultată dintr-o observaţie făcută cu ocazia rezolvării unei chestiuni mai grele. Aceste note să fie *revăzute de mai multe ori înainte de a fi trimise*, pentru ca redactarea lor să fie *cît mai clară şi concisă*. Figurile să fie făcute separat. În redactare se vor evita prescurtările. Nu se va scrie ; $\parallel =$; $\sim$; $\therefore$; $\perp$; $\parallel$; Tr., etc. iar trecerea de la un calcul la altul să fie explicată pentru a putea urmări uşor desfăşurarea unei demonstraţii. Manuscrisele nepublicate nu se înapoiază.

La publicarea problemelor rezolvate se vor menţiona rezolvitorii care au dat o bună redactare şi o soluţie interesantă, sau mai multe metode de rezolvare.

Elevii claselor IX—XI sau studenţii vor trimite soluţii la problemele propuse pentru clasele VIII—XI. Problemele rezolvate trebuie să fie din ultimele trei numere apărute în G.M.F.—B sau M.F.L. Problemele rezolvate de matematică separate de cele de fizică vor fi expediate o dată în cursul unei luni şi vor fi însoţite de un borderou cu numărul problemelor, scrise în ordine crescîndă. Pe plic se va scrie şcoala, clasa şi localitatea rezolvitorului. Problemele propuse vor fi scrise pe foi separate.

Elevii claselor V—VII vor fi anunţaţi la rubrica rezolvitorilor de probleme dacă trimit cel puţin 7 probleme bine rezolvate, iar elevii claselor VIII—XI, pentru cel puţin 12 probleme bine rezolvate. Elevii din clasa VIII pot trimite soluţii şi la E : V—VII.

Autorii sînt rugaţi să semneze clar la sfîrşitul lucrării personale pe care o trimit pentru publicat şi adresa lor exactă.

★

— Fiecare abonat este rugat să facă cunoscută G.M.F.-B şi altor colegi, pentru a face abonamentele din vreme în vederea planificării tirajului lunar.

Tirajul fiind limitat revistele se trimit mai întîi abonaţilor şi de aceea rugăm colaboratorii G.M.F.-B, să se aboneze de îndată pentru restul numerelor (10—12). Costul este de 1,50 lei exemplarul.

★

— Abonamentele se pot face individual sau colectiv prin oficiile poştale locale sau prin factorii poştali.

★

ERATĂ : — La problema 5784 în loc de $(x + 1)$ se va scrie $(x + 1)^3$.

Intreprinderea Poligrafică Nr. 6 — c. 10155 **Index 41601** **Lei 1,50**

E 1426

KAT

SOCIETATEA DE ȘTIINȚE MATEMATICE ȘI FIZICE
DIN R.P.R.

GAZETA MATEMATICĂ ȘI FIZICĂ

(SERIA B)

PUBLICAȚIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Anul XIV octombrie 1963

10

GAZETA MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ

(SERIA B)

Anul XIV, nr. 10 — octombrie 1963

SUMARUL

pag.

1. De ce vede omul în perspectivă de **Const. Ottescu** 577
2. Cîmpul magnetic pămîntesc de T. **Cosma, Galaţi** . 583
3. Modele şi aparate construite cu mijloace proprii de Alexandru Stoenescu şi Dan Vasilache . . . 593
4. Note matematice de Anton Pantelimon şi Theodor Theodoridis 602
5. Probleme rezolvate (5471, 5503, 5513, 5539, E : 1889, 1921, 1924, 1925 ; M.F.L. 862, 863, 864, 865, 866). 607
6. Chestiuni de examen (5996—6016) 617
7. Probleme propuse (6017—6045) 622
8. Exerciţii şi probleme propuse pentru clasele V—VIII (E : 2042 — E : 2054) 628
9. Poşta redacţiei 630
10. Rubrica rezolvitorilor de probleme 631

ANUL XIV **10** OCTOMBRIE

COMITETUL DE REDACŢIE

Ailincăi M., profesoară ; **Atanasiu V.**, conf. **univ.**, redactor pentru fizică ; **Cristea I.**, asistent ; **Ionescu-Bujor C.**, prof. **univ.** ; **Ionescu-Ţiu-C.**, profesor, redactor pentru matematică ; **Kiss E.**, conf. **univ.** ; **Koch Fr.**, lector ; **Kovacs K.**, conf. univ. ; **Muşat I.**, profesor ; **Petrovanu A.**, profesor : **Sacter O.**, conf. univ.., redactor şef ; **Simionescu D. Gh.**, conf. univ.

REDACŢIA: Str. Academiei, 14 — **Tel. 14.46.53** — Bucureşti 1

Articolele, notele, recenziile, problemele **propuse sau rezolvate**, corespondenţa privitoare la activitatea matematică şi fizică a şcolilor, precum şi orice material informativ care ar putea interesa **redacţia noastră** se vor trimite pe adresa de **mai sus**

ORSZÁGOS MŰSZAKI KÖNYVTÁR DOKUMENTÁCIÓS OSZTÁLY 1983

GAZETA MATEMATICĂ ȘI FIZICĂ

(SERIA B)

Anul XIV, nr. 10 octombrie 1963

DE CE VEDE OMUL „ÎN PERSPECTIVĂ"

de *CONSTANTIN OTTESCU*, profesor școala medie 36, București

Liniile paralele din realitate privite sub diferite unghiuri par că aleargă către un punct pe linia orizontului. Cui se datorează această aparentă concurență? Iar dacă aprofundăm această chestiune, ce relații geometrice, ce relații metrice se mențin din realitate în impresia noastră?

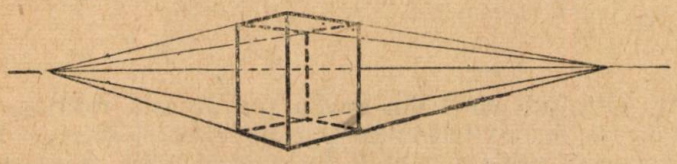


Fig. 1

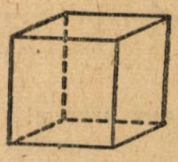


Fig. 2

Cu alte cuvinte, cui se datorează aspectul subiectiv al impresiei noastre vizuale și care este relația obiectivă pe care realitatea o menține și în imagine?

Deformarea aceasta a obiectelor ca să „intre" în imaginea pe care oricine o are în fundul ochiului poartă din punct de vedere lexic numele de perspectivă.

Se pune o altă întrebare: privind un cub îl vedem ca în figura 1. Atunci de ce îl desemnăm ca în figura 2?

Pentru a răspunde la problemele de mai sus să facem puțină anatomie.... Este vorba de formarea imaginii pe o porțiune a retinei. Razele care pornesc de la corpul luminos sînt strînse într-un punct fix al ochiului (presupunem că acest punct fix e chiar centrul cristalinului, deși acest punct se află în spatele lui), iar imaginea pe care o provoacă, răsturnată și reală, se formează apoi pe o porțiune a retinei.

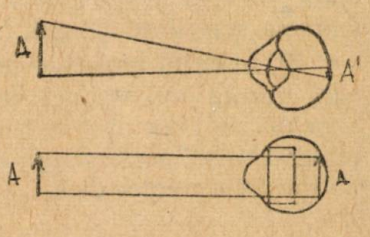


Fig. 3, 4

Dacă omul în loc de cristalin în formă de lentilă, l-ar avea în formă de paralelipiped, obiectele de la distanță s-ar vedea la fel de mari ca obiectele mai apropiate, imaginea ar fi dreaptă, egală cu obiectul, în schimb cîmpul vizual al omului ar fi numai un cerc cu diametrul cît pupila... Cubul s-ar vedea ca în figura 2.

Trecem la geometrie. Perspectiva este o transformare a punctelor din spațiu în punctele unui plan. Să numim centrul cristalinului, centru de perspectivă O și retina (plană la limită în locul unde se formează

imaginea) s-o numim planul P al imaginei *. Numesc perspectiva punctului A, punctul A' în care o dreaptă AO intersectează planul imaginei.

Oricare punct din spațiu își are perspectiva sa pentru că oricare se poate uni cu centrul de perspectivă și dreapta lor poate intersecta planul tabloului. Excepție fac numai punctele dintr-un plan care conțin pe O și e paralel cu P.

Dacă unim orice punct $A \in P'$ $(P' \parallel P)$ cu O, dreapta lor va fi paralelă cu P, iar perspectiva sau proiecția centrală A' a lui A va fi în acest

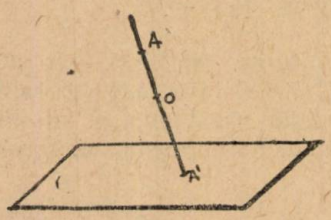


Fig. 5

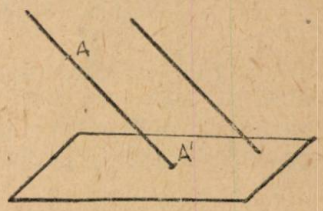


Fig. 6

caz aruncată la infinit. Oricărui punct din spațiu (cu această restricție) îi corespunde o imagine în planul tabloului. Dar nu oricărei imagini îi corespunde un singur punct: proiecției A' îi corespunde orice punct de pe dreapta OA. Corespondența este deci univocă. E deci o funcție în sensul în care aceasta e definită în manualul de cl. XI.

Proiecție paralelă. În loc de punct și plan elementele priecției paralele sînt direcția și planul. Fiind dată dreapta Δ și planul P, proiecția paralelă a unui punct A pe planul P este punctul în care paralela dusă prin A la dreapta Δ intersectează planul. Și aici corespondența e univocă. Numim în amîndouă cazurile proiecția unei figuri geometrice, figura formată din proiecția fiecăuri punct al figurii.

Teorema 1, 2. În cazul proiecției centrale sau paralele, proiecția unei drepte este tot o dreaptă.

1) Să demonstrăm aceasta în cazul proiecției paralele: o dreaptă ale cărei puncte se mișcă paralel cu o direcție dată determină un plan numit plan proiectant al dreptei. Intersecția acestuia cu planul imaginii formează chiar proiecția dreptei. Dar intersecția a două plane este o dreaptă, deci teorema este demonstrată.

2) În cazul proiecției centrale planul proiectat e determinat de dreapta care trebuie proiectată și de centru. Raza proiectantă se numește dreapta care unește punctul curent al dreptei date cu centrul de proiecție. Planul proiectant întîlnește planul de proiecție tot după o dreaptă care reprezintă perspectiva dreptei date.

---

* De obicei planul imaginei e numit planul tabloului (al unui tablou „de sticlă") pe care s-ar forma imaginea dacă l-am așeza în fața ochilor noștri. Nu e greșit! Dar e mai corect să-l numim „planul imaginei" din două considerente: unul matematic, cuvîntul „imagine" fiind legat de noțiunea de funcție; altul de proprietate stilistică: planul tabloului din fața ochilor noștri cu care matematic poți lucra, reprezintă o figură asemenea cu imaginea și nu chiar imaginea...

Excepții. În cazul unei proiecții paralele, dreptele paralele cu direcția respectivă se proiectează în puncte nu în drepte. În cazul perspectivei (proiecției centrale), orice dreaptă care trece prin centru se va proiecta într-un singur punct.

Asemănarea e pînă aici, deplină. În ce constă însă, deosebirea? Pentru aceasta se pot formula două teoreme:

Teorema 3. În proiecția paralelă un fascicul de drepte paralele se proiectează tot după niște drepte paralele. Demonstrația e imediată:

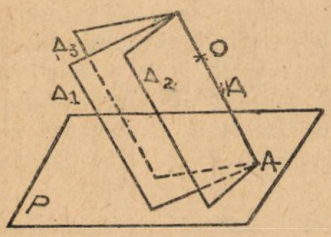


Fig. 7

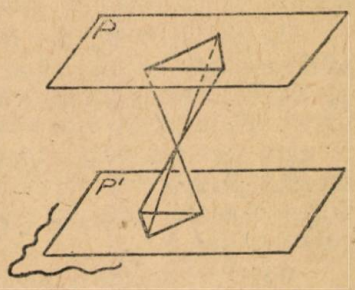


Fig. 8

planele proiectante fiind paralele, intersecția lor cu planul imaginii va fi tot un fascicul de drepte paralele.

Teorema 4. În proiecția centrală un fascicul de drepte paralele (dar nu și cu planul) se proiectează într-un fascicul de drepte concurente.

Demonstrație. Dreptele paralele Δ_1, Δ_2, Δ_3 (fig. 7), determină cu punctul O un fascicul de plane proiectante, ale căror intersecții cu planul P (al imaginii) reprezintă perspectivele Δ_1', Δ_2', Δ_3', ... Dar planele proiectante (Δ_1, O), (Δ_2, O), (Δ_3, O)... prin faptul că au un punct comun O și conțin fiecare cîte o dreaptă Δ_i paralelă cu o direcție dată se vor intersecta după o drepată Δ paralelă cu ele, ce trece prin O. Deci Δ_1', Δ_2', Δ_3' se vor întîlni în A, punctul în care Δ intersectează planul. Vom numi acest punct, punctul de fugă al direcțiilor paralele cu direcția Δ (fig. 7).

Dacă dreptele $\Delta_1 \parallel \Delta_2 \parallel \Delta_3$ sînt paralele și cu planul, perspectivele lor vor fi paralele, iar punctul de fugă va fi aruncat la infinit.

Perspectiva unei figuri plane. Să presupunem că în planul P există o figură pe care vrem să o producem în perspectivă pe planul P'. Dacă cele două plane vor fi paralele figurile vor fi asemenea (fig. 8).

Să studiem cazul cînd aceste planuri nu sînt paralele, deci cînd se intersectează. E clar că și atunci fiecărui punct din P îi corespunde o imagine în P' .... Și totuși.... Și totuși nu chiar fiecare punct din P își are o perspectivă în P'! Există o dreaptă DCP ale cărei puncte nu au o perspectivă la distanță finită pe planul P'. E vorba de intersecția planului P cu planul P_0, căruia îi aparține centrul O de perspectivă și care este paralel cu planul imaginii (fig. 9).

Ce corespondent au aceste considerente cu formarea imaginii pe fundul ochiului? Evident nici unul! Pentru simplul motiv că din cauza

construcției ochiului, omul nu poate cerceta un plan (o figură dintr-un plan) care să-i treacă prin centrul cristalinului și să fie paralel cu retina în partea unde se formează imaginea. Ar însemna că omul ar trebui atunci să aibă un unghi de vizibilitate de 180°. O libelulă care are ochi pe trei din cele patru fețe ale capului ne-ar putea „lămuri" asupra aspectului intuitiv.

Planul P și P' pot schimba de rol. Poate perfect unul să fie proiecția celuilalt și reciproc. Pentru claritate voi evita totuși, raționamente pe aceiași figură. Rămîne deci în continuare planul P' al imaginii.

Cu cît un mobil din P se va depărta de muchia comună $P \cap P'$, cu atît imaginea lui va coborî în planul P'. Limita va fi o dreaptă paralelă cu muchia. Presupunem că mobilul nostru „a ajuns" pe dreapta de la infinit. Aceasta va determina împreună cu punctul O, un plan paralel cu P, care va intersecta planul P' după o dreaptă $D \parallel P \cap P'$. Vom numi această perspectivă a dreptei de la infinit, linia de fugă a planului P. Toate celelalte imagini ale punctelor aparținînd lui P se vor forma *deasupra* lui Δ.

Nu! Nu e nici o nepotrivire cu imaginea din fundul ochiului. Am arătat doar că imaginea din ochi e răsturnată. Ea devine dreaptă pe scoarța cerebrală sau pe traiectul nervilor. De data aceasta linia de fugă a orizontului o putem vedea și noi, fără să „întrebăm" nici o libelulă...

Am explicat aici de ce există o linie de fugă pentru fiecare plan și de ce direcțiile paralele par că se întîlnesc într-un punct fix. Să nu se confunde însă linia orizontului cu linia de fugă. Propun ca exercițiu,

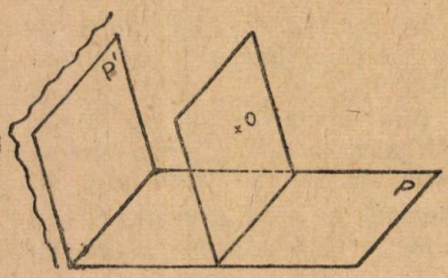


Fig. 9

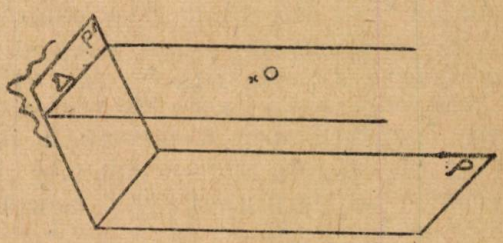


Fig. 10

să se arate că orice paralele conținute într-un plan vor avea punctele lor de fugă coliniare (pe linia orizontului).

★

Perspectiva menține totuși, ceva neschimbat. O anumită relație cantitativă care va rezolva problema desenului și a măsurării distanțelor în perspectivă.

În cazul unei proiecții paralele, proiecțiile sînt proporționale. Un punct de pe un segment va avea o imagine care va împărți imaginea segmentului în același raport. Această proprietate este foarte rodnică în urmări. Vom reveni la sfîrșit.

În cazul perspectivei (proiecției centrale) nu mai există această proporționalitate. Totuși, perspectiva nu este o transformare care se poate face oricum (dovadă că în tablourile nereușite greșelile de perspectivă „supără" ochiul). Trebuie să existe și aici un invariant metric altul decît proporționalitatea. Să căutăm deci, această „altă" relație.

Teorema 5. Raportul anarmonic a patru puncte coliniare este proiectiv. (Numim proiectivă proprietatea care se menține prin perspectivă). Altfel spus, raportul anarmonic se păstrează și în perspectivă (fig. 11): $\frac{CA}{CB} : \frac{DA}{DB} = \frac{C'A'}{C'B'} : \frac{D'A'}{D'B'}$. Demonstrația se reduce la plan. E cunoscută: Ducem din B și B' paralele la AO. În triunghiurile OAD și COA aplicăm teorema lui Tales scoțînd în evidență un membru al egalității de sus. Apoi la fel în $A'OD'$, $C'OA'$. Se vede că ambii membri sînt egali.

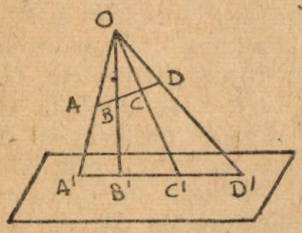


Fig. 11

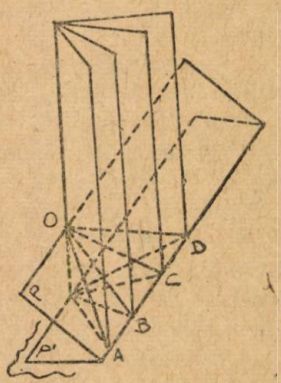


Fig. 12

Se poate introduce noțiunea de raport anarmonic a patru drepte concurente coplanare, înțelegîndu-se prin aceasta raportul anarmonic constant pe care aceste drepte îl determină pe orice secantă.

Să facem acum să treacă prin centrul optic patru plane ale aceluiași fascicul. Numesc raport al lor, raportul anarmonic al intersecțiilor lor cu orice alt plan neaparținînd fasciculului, deci și cu palnul imaginii.

Teorema 6. Să demonstrăm în prealabil (ca să putem da această denumire) că acest raport este constant:

Cele patru plane determină pe planul P' al imaginii, patru drepte concurente, deci un raport anarmonic constant. Deci, oricum am lua planul P, pe intersecția lui cu planul P' cele patru plane vor determina punctele A,B,C,D, care determină pe muchie segmente în raport anarmonic constant. Rezultă deci, că pe orice secantă OA, OB, OC, OD determină același raport anarmonic pe care l-ar determina FA, FB, FC, FD pe oricare secantă a lor!

S-a demonstrat deci că raportul obținut tăind aceste patru plane cu un al cincilea plan sau cu o dreaptă arbitrară este constant.

Teorema 7. Raportul anarmonic a patru plane este egal cu raportul anarmonic a patru perpendiculare coborîte pe aceste plane dintr-un punct arbitrar în spațiu.

Demonstrație. Perpendicularele sînt conținute în planul perpendicular pe muchia celor 4 plane. Unghiurile dintre perpendiculare sînt egale cu unghiurile intersecțiilor dintre cele patru plane cu al cincilea (avînd laturile perpendiculare). E ca și cum am fi mutat fasciculul celor patru drepte (de intersecție) în punctul respectiv și l-am roti cu 90. Firește raportul anarmonic rămîne același. Folosindu-ne de aceste considerente adică de conservarea raportului anarmonic în perspectivă putem formula următoarea :

Teorema 8. Cînd două puncte variază fiecare într-un plan dat, unul fiind tot timpul perspectiva celuilalt, produsul distanțelor fiecăruia la linia de fugă din planul său este constant.

Deși demonstrația bazată pe invarianța raportului anarmonic ar prezenta acest articol sub o formă mai unitară, voi da o altă demonstrație mai simplă :

Considerăm deci, două plane P și P' și liniile de fugă D și D' ale unuia pe celălalt. Acestea vor fi paralele cu intersecția $P \cap P' = \Delta$ Considerăm planele Q și Q' determinate de linia de fugă respectivă cu *centrul de proiecție O.* (Acestea sînt evident, paralele respectiv cu P' și P), $Q \cap Q' = d \parallel D' \parallel D \parallel \Delta$; M și M' sînt punctele care rămîn tot timpul unul perspectiva celuilalt și deci, sînt coliniare cu centrul de perspectivă O, d și M' determină un plan paralel cu Δ pentru că d e conținut în el și $d \parallel \Delta$. Intersecția sa $(M\alpha)$ cu planul P va fi o dreaptă paralelă cu Δ deci și cu D. Construim și planul normal pe Δ care să treacă prin M', deci care-l conține pe $M'A'$. Ei va intersecta dreapta $M\alpha$ într-un punct α.

Segmentul $\alpha\beta$ paralel cu MA (ambele perpendiculare pe Δ), dar și $M\alpha \parallel A\beta$ deci, $MA = \alpha\beta$.

Problema revine deci, la a demonstra că $\alpha\beta \cdot M'A'$ e constant și totul s-a redus la considerarea triunghiului $M'\gamma\alpha : A'B \parallel \gamma\alpha$, deci $\frac{M'A'}{B\beta} = \frac{AB}{MA}$, deci $MA \cdot M'A = A'B \cdot B\beta$ = constant pentru că $A'B$ și $B\beta$ reprezintă distanța dintre două paralele.

Mă opresc aci, însă nu înainte de a face cîteva considerații practice.

Proiecția paralelă păstrează raportul dintre două segmente, proiecția centrală nu-l păstrează decît în cazuri particulare cînd o dreaptă e paralelă cu proiecția ei. În general, perspectiva păstrează numai raportul anarmonic.

Dar perspectiva nu e numai o transformare care explică de ce obiectele se „văd" cu deformări, ea este și un puternic mijloc de demonstrație.

O aplicație imediată este următoarea : Orice diagonală a unui patrulater convex este împărțită armonic de celelalte două.

Fie AB diagonala pe care o alegem. E de ajuns să considerăm EF o linie de fugă, atunci E și F avînd perspectivele E' și F' la infinit, figura proiectată $A'B'C'D'$ va fi un paralelogram ale cărui diagonale se taie în I' la mijlocul lui AB. Deci, I a cărui perspectivă este I' este conjugatul armonic în raport cu AB al lui H, în care această dreaptă întîlnește pe EF.

Ar fi interesant de studiat mai departe, pornind de la invarianța raportului anarmonic, omografiile. Nu acesta a fost însă, scopul articolului

de față. Articolul a vrut să arate de ce vede omul în perspectivă și — legat de necesitatea de a desena — de ce desenează cum nu vede. (Pentru că totuși, într-un desen geometric nu facem o proiecție centrală, ci una paralelă.)

Că figurile „nu se văd" ca în desen, și cum ar arăta ele dacă s-ar vedea așa, să ilustrăm printr-un exemplu. La cinematograf, apropierea panoramică face de multe ori ca anumite figuri să pară plate, casele să

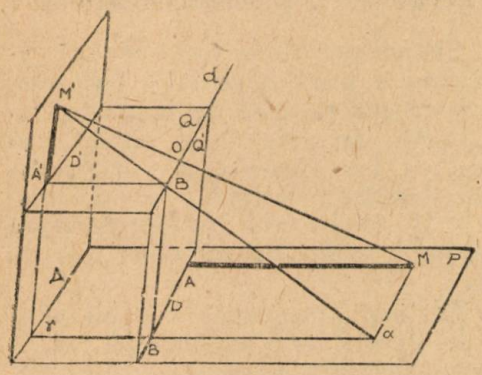


Fig. 13

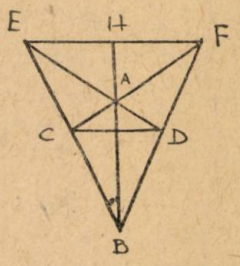


Fig. 14

pară cocoțate în cîrca pietonilor și mașinile văzute în scurt să urce pante care nu există...

În geometrie e mai comod de desenat așa, pentru că proiecția paralelă ne păstrează invariantă proporția. Se „văd" mai ușor segmentele egale.

De aceea „ochii gîndului" nostru au cristalinul paralelipipedic și nu lenticular.

CÎMPUL MAGNETIC PĂMÎNTESC

TUDOSE COSMA, asistent, Galați

Știm cu toții că, dacă acul magnetic al unei busole este lăsat liber să se rotească pe un pivot deasupra rozei vînturilor, acesta ia o anumită poziție pe suprafața Pămîntului. Dacă experiența este făcută în diferite puncte se constată că orientarea acului diferă, ceea ce ne arată prezența unei forțe magnetice care variază în diferite puncte de pe suprafața Pămîntului. Regiunea în care se manifestă această forță magnetică poartă denumirea de cîmp magnetic. Rezultă deci, că Pămîntul posedă un cîmp magnetic. Despre acest cîmp magnetic vrem să vorbim în rîndurile de față.

Experiența arată că în primă aproximație, cîmpul magnetic pămîntesc este asemănător cu cîmpul unei sfere magnetizate, polul nord al mag-

netului fiind dispus în emisfera sudică a Pămîntului, iar polul sud în emisfera nordică, axa formînd un unghi de 11°5′ cu axa Pămîntului (fig. 1).

Se poate spune în acelaşi timp, că acest cîmp magnetic este şi uniform, acţionînd ca un cuplu de forţe asupra acului magnetic care se poate roti într-un plan orizontal sau vertical. Liniile de forţă ale cîmpului magnetic pămîntesc sînt în aşa fel, încît ele ies din polul nord şi intră în polul sud.

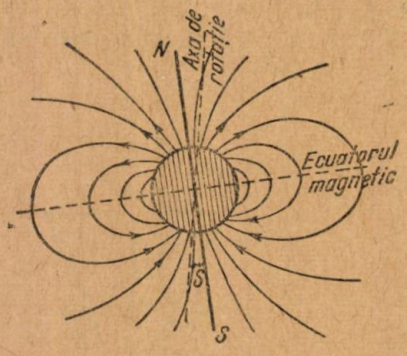


Fig. 1

I. *Elementele magnetismului terestru*

Cîmpul magnetic terestru se caracterizează printr-o serie de elemente. După orientarea unui ac magnetic într-un plan orizontal sau vertical se consideră trei elemente ale magnetismului terestru: declinaţia D, înclinaţia I şi componenta orizontală H_0 a intensităţii cîmpului magnetic pămîntesc.

Declinaţia magnetică dintr-un punct de pe Pamînt este unghiul pe care îl face meridianul geografic cu meridianul magnetic al locului (fig. 2, a). Prin meridian geografic înţelegem planul vertical care cuprinde cei doi poli geografici ai Pămîntului şi punctul considerat de pe suprafaţa Pămîntului. Meridianul magnetic reprezintă planul vertical care trece prin cei doi poli ai acului magnetic aflat într-un plan orizontal şi prin punctul considerat.

După poziţia polului nord al acului magnetic faţă de polul nord geografic, declinaţia este estică atunci cînd polul nord al acului magnetic este în estul (dreapta) polului nord geografic şi vestică, atunci cînd polul nord al acului magnetic este în vestul (stînga) polului nord geografic.

Înclinaţia magnetică este unghiul făcut în planul meridianului magnetic, de direcţia acului magnetic cu direcţia orizontală (fig. 2, b). Acul

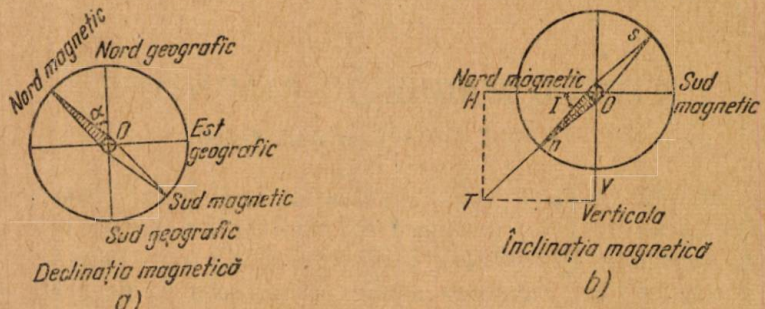


Fig. 2

magnetic în acest caz, trebuie să aibă posibilitatea să se mişte într-un plan vertical. Şi aici întîlnim două cazuri: a) polul nord al acului magnetic se găseşte sub orizontală, adică îndreptat spre Pămînt şi acest lucru se întîmplă în emisfera boreală, adică avem înclinaţia nordică (înclinaţie

pozitivă) și b) polul sud e îndreptat spre Pămînt și avem înclinație sudică (înclinație negativă). Regiunile cu înclinație pozitivă sînt despărțite de cele cu înclinație negativă printr-o linie cu un mers regulat numită ecuatorul magnetic.

Al treilea element ce caracterizează cîmpul magnetic terestru este intensitatea cîmpului magnetic T și are două componente: componenta orizontală H_0 și componenta verticală V (fig. 3).

Componenta orizontală este dată de formula:

$$H_0 = T \cos I$$

un I este unghiul de înclinație; ea creează cuplul de rotație care face ca acul magnetic să se rotească în planul orizontal.

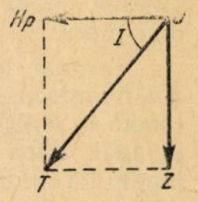


Fig. 3

Componenta verticală este dată de:

$$V = T \sin I,$$

ea face ca acul magnetic să se rotească în planul vertical și ei i se datorează descrierea unghiului de înclinație. Se observă ca:

$$T^2 = H_0^2 + V^2$$

II — *Măsurarea elementelor magnetismului terestru*

Măsurători cu privire la diferitele elemente ale magnetismului terestru au început în diferite epoci, deoarece nu toate elementele au fost descoperite în același timp. Astfel, măsurătorile de înclinație se fac la Paris începînd încă din 1541, de declinație din 1670, iar de intensitate a cîmpului terestru, (cîmp introdus în știință de Gauss), din 1840. Astăzi, un număr foarte mare de observatoare magnetice din lume, dintre care 120 permanente, fac înregistrări continue de cele trei elemente ale magnetismului pămîntesc.

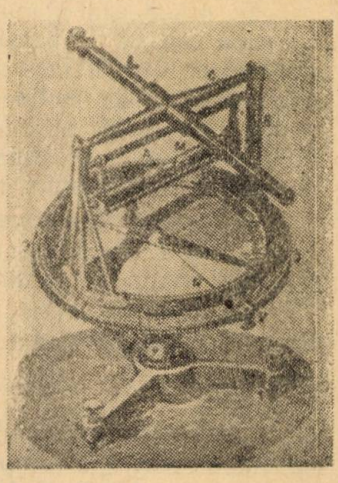


Fig. 4

Măsurarea declinației. Declinația magnetică și variația ei cu locul de pe Pămînt se consideră ca descoperită de Cristofor Columb, în prima sa călătorie spre vest, în 1492 *.

Pentru măsurarea declinației magnetice se întrebuințează un teodolit magnetic, la care partea principală o constituie o busolă de declinație (un ac magnetic care are posibilitatea să se rotească într-un plan orizontal, în jurul unui pivot) și o lunetă cu ajutorul căreia se determină meridianul geografic al locului (fig. 4).

Aparatul mai cuprinde două cercuri gradate din care unul orizontal A și altul vertical V, în planul căreia se mișcă luneta L. Aparatul este construit așa fel, încît luneta și cercul V se pot mișca și în planul orizontal.

* După unii autori, se crede că descoperirea ar fi făcută de Roger Bacon încă în 1266.

În figura 4 este dat un model simplu de teodolit magnetic. Axul lunetei este pe linia O—180 de pe cercul orizontal, deasupra căruia se mișcă acul magnetic. Așezînd luneta pe direcția meridianului geografic, unghiul pe care-l face acul magnetic cu diametrul 0—180 ne dă valoarea declinației magnetice. Pentru a pune luneta pe direcția meridianului geografic se vizează cu ea steaua polară sau Soarele cînd se află la înălțimea cea mai mare.

Se mai poate pune luneta pe direcția meridianului geografic prin așa-numita metodă a înălțimilor egale, care constă din următoarele: fixînd luneta în înălțime se vizează odată Soarele înainte de a trece prin meridian și apoi, după ce a trecut de meridian, la aceiași înălțime. Bisectoarea unghiului celor două direcții ne dau direcția meridianului geografic. Cunoscînd în felul acesta, direcția meridianului geografic, unghiul pe care-l face acesta cu meridianul magnetic dat de acul magnetic ce se rotește în planul orizontal A ne indică care este declinația magnetică D.

Măsurarea înclinației. Se consideră că înclinația magnetică ar fi fost descoperită prin 1576 de către Robert Norman, un constructor de instrumente nautice din Londra. Din același an au început și primele măsurători ale înclinației magnetice.

Înclinația magnetică se determină cu ajutorul busolei de înclinație, care în principiu, are ca parte principală un ac magnetic care se poate mișca într-un plan vertical, în jurul unei axe orizontale, întregul sistem putîndu-se roti în jurul unui cerc orizontal divizat.

Se orientează planul vertical cu acul magnetic în așa fel, încît să coincidă sau să fie paralel cu planul meridianului magnetic. În acest fel, unghiul pe care îl face direcția acului magnetic cu planul orizontal va fi chiar unghiul de înclinație. Deoarece în acest caz acționează și componenta orizontală a intensității cîmpului magnetic terestru, pentru a anihila acțiunea acestuia se rotește planul acului magnetic cu 90° față de planul meridianului magnetic.

Măsurarea componentei orizontale. Din relațiile: $H_0 = T \cos I$ și $V = T \sin I$, dacă se cunoaște H_0 și I se poate determina intensitatea cîmpului magnetic pămîntesc și componenta verticală V.

Măsurătorile lui H_0 constau din două experiențe magnetice care utilizează metoda lui G a u s s. Din cele două metode se determină din prima, produsul $MH_0 = A$ și apoi raportul $\frac{M}{H_0} = B$, de unde $H_0^2 = \frac{A}{B}$. Metoda folosește un magnet în formă de bară de moment magnetic M, care oscilează, durata de oscilație completă fiind T_1. Din valoarea expresiei perioadei T_1 se determină produsul MH_0

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{J_1}{MH_0}} \quad ; \quad MH_0 = \frac{4\pi^2 J_1}{T_1^2}$$

unde J_1 este momentul de inerție al sistemului care oscilează.

Pentru o bară cilindrică de masă m, lungime l și rază r

$$J_1 = \frac{m}{12}(3r^2 + l^2).$$

În cazul cînd bara are o formă neregulată se determină momentul său de inerție folosind metoda oscilațiilor de torsiune.

Se determină întîi perioada de oscilație a barei simple T_1 și se obține

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{J_1}{MH_0}}.$$

Se adaugă apoi, de o parte și de alta a barei, doi cilindri identici ca mărime și ca greutate, determinîndu-se din nou perioada de oscilație

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{J_1 + 2J_a}{MH_0}}.$$

Aici $J_1 + 2J_a$ este momentul de inerție al întregului sistem (bară + cele două greutăți cilindrice). Din ultimele două relații se obține:

$$MH_0 = 8\pi^2 J_a \frac{l}{T_2^2 - T_1^2}$$

unde J_a este momentul de inerție al unei singure greutăți cilindrice $J_a = ml^2$, iar m — masa greutății cilindrice și l — distanța de la centrul de suspensie.

Pentru determinarea raportului $\frac{M}{H_0}$ se procedează astfel: Se lasă ca un mic ac magnetic să oscileze într-un plan orizontal, acul luînd direcția meridianului magnetic. Venind cu o bară magnetizată în apropierea acului acesta este scos din poziția de echilibru cu un unghi α. În felul acesta asupra acului magnetic acționează atît cîmpul componentei orizontale H_0, cît și cîmpul magnetic H produs de bara magnetizată. Se determină astfel că:

$$\frac{M}{H_0} = \frac{r^3 \sin\alpha}{2},$$

unde r este distanța dintre acul magnetic și bara magnetică, iar α este unghiul dintre poziția inițială a acului magnetic și cea finală. Din ultimele două relații se obține:

$$H_0^2 = \frac{16\,\pi^2 J_a}{r^3 \sin\alpha} \cdot \frac{1}{T_2^2 - T_1^2}.$$

Practic, componenta orizontală H_0 a intensității cîmpului magnetic terestru se măsoară cu același aparat cu care s-a măsurat declinația, adică cu teodolitul magnetic.

Mărimea care trebuie determinată din ultima relație este unghiul x și acesta se face citind unghiul pe cercul orizontal al teodolitului.

Dintre aparatele mai perfecționate cu ajutorul cărora se poate măsura componenta orizontală H_0 amintim magnetometrul cu cuarț și aparatul cu relaxare magnetică nucleară.

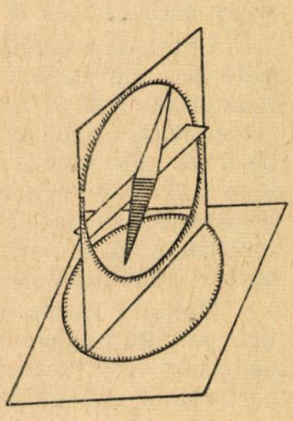


Fig. 5

Ultimul tip de aparat este de o construcție mai recentă și folosește proprietatea protonilor dintr-o probă de apă, de a se orienta atunci cînd asupra apei acționează un cîmp magnetic produs de o bobină. Într-o altă bobină ce înconjoară proba, se induce un curent de o frecvență oarecare, care poate fi măsurată cu un aparat electronic. Se ajunge astfel la determinarea lui H_0 pînă la o precizie de ordinul lui 0,5 γ.

III. *Variațiile elementelor magnetismului terestru*

Din observațiile și înregistrările făcute la observatoarele din întreaga lume s-a ajuns la concluzia că elementele magnetismului pămîntesc nu sînt constante în timp, ci acestea variază atît în timp, cît și cu diferitele puncte de pe suprafața Pămîntului.

În felul acesta există variații în timp ale elementelor magnetismului terestru, cît și variații locale. La rîndul lor, toate aceste variații se împart în variații periodice și variații accidentale. Variațiile periodice cuprind variații diurne, anuale și variațiile seculare. Variațiile neperiodice (accidentale) sînt legate de sistemele de perturbații de care vom vorbi în cele ce urmează.

Observațiile au arătat că în cursul unei zile declinația, înclinația și componenta orizontală H_0 suferă variații. Cauza acestor variații este pusă pe seama radiațiilor solare și este atribuită curenților electrici născuți în atmosfera superioară, formați de straturile de conductibilitate mare. Declinația are valoarea minimă pe la ora 8 dimineața și valoarea maximă în jurul orei 13.

Înregistrînd mersul amplitudinii de variație în fiecare zi, timp de un an de zile, se obține o curbă a variațiilor care ne dă variația anuală. Din prelucrarea acestor observații s-a ajuns la concluzia că magnetismul terestru mai suferă și o variație seculară, el revenind la aceleași valori după un ciclu de 470 ani.

Astfel, dacă dăm ca exemplu numai variația declinației la Paris: în 1600 ea era estică devenind egală cu zero în 1666, devine apoi vestică și trece printr-un maxim de 22°34′ în 1814, de la care dată a început să descrească cam cu 9′ sau 10′ pe an.

Legat de variațiile accidentale s-a constatat că se observă perturbații puternice ale elementelor magnetismului pămîntesc, atunci cînd în Soare apar multe pete solare. Aceasta se explică prin faptul că în timpul existenței activității intense a Soarelui, spre Pămînt sînt trimise cantități mari de raze ultraviolete care ionizează atmosfera în jurul Pămîntului. Se formează în felul acesta, o serie de curenți electrici în atmosfera Pămîntului care dau naștere la un cîmp ce se suprapune peste cîmpul magnetic terestru dînd o nouă rezultantă care diferă mult ca intensitate față de cîmpul pămîntesc singur.

Datorită acestor furtuni magnetice, elementele magnetismului pămîntesc pot să ia valori mari de cîteva grade pentru declinație și cîteva sutimi de gauss pentru componenta orizontală H_0. Tot aceste furtuni duc la perturbația emisiunilor radiofonice și apariția unor fenomene în scoarța sau atmosfera terestră, cum ar fi apariția curenților telurici și a aurorelor boreale.

IV. *Repartizarea magnetismului pămîntesc*

S-a arătat mai sus, că elementele magnetismului pămîntesc iau diferite valori, în diferitele puncte de pe suprafața Pămîntului, iar față de un anumit punct de pe Pămînt, aceste elemente variază în timp.

Pentru indicarea repartiției cîmpului magnetic al Pămîntului se fac măsurători regulate ale elementelor magnetice în puncte diferite de pe suprafața globului, obținîndu-se o ridicare magnetică sau o hartă mag-

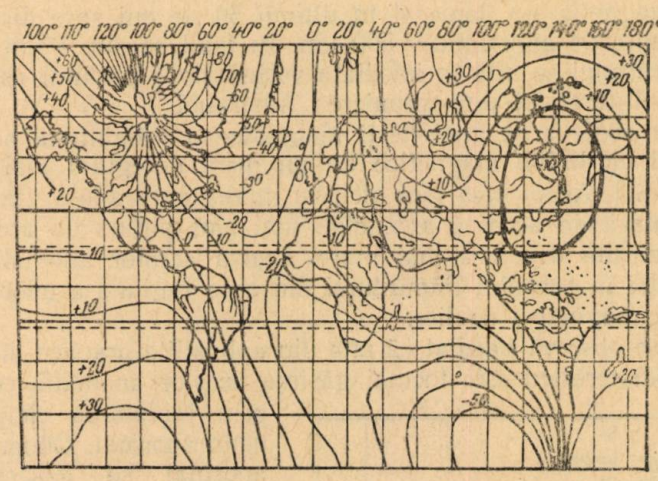


Fig. 6

netică. O hartă magnetică unește, de exemplu, printr-o linie, punctele de pe suprafața Pămîntului care au aceeași declinație obținîndu-se o linie izogonală sau izogonă.

În principiu, se obține o linie izogonală plecînd de la un pol magnetic după direcția acului busolei, pînă ajungem la celălalt pol magnetic. Aceste linii izogonale se aseamănă cu meridianele geografice, dar nu au în nici un caz un mers atît de regulat.

Unind punctele de pe suprafața Pămîntului care au aceeași înclinație magnetică se obțin izoclinele. Aceasta ar trebui să fie cercuri paralele care să taie paralele geografice după un unghi egal cu unghiul dintre direcția polilor geografici și cei magnetici. Se obțin niște linii sinuoase din care una este linia de înclinație nulă și formează ecuatorul magnetic.

În fine, liniile care unesc puncte de pe suprafața Pămîntului cu aceeași componentă orizontală se numesc izodiname. Totalitatea acestor linii izogone, izocline și izodiname ne arată situația magnetică completă a globului pămîntesc.

Dintr-o astfel de hartă magnetică a globului pămîntesc (fig. 6) se observă în primul rînd clar, existența celor doi poli magnetici care nu sînt altceva decît două puncte de pe suprafața Pămîntului unde liniile de forță magnetică sînt normale la suprafața Pămîntului ($H_0=0$; $I=90°$).

S-a constatat că cei doi poli magnetici nu sînt direct opuși, astfel polul nord magnetic se află undeva în Peninsula Boothia Felix la 70°40′ latitudine nordică și 96°5′ longitudine vestică, iar polul sud magnetic se află

între Pămîntul Victoriei și Pămîntul lui Wilhelm la 72° latitudine sudică și 155° longitudine estică.

Din măsurătorile făcute de-a lungul secolelor, care la Paris au început de prin 1550 s-a constatat că polii magnetici execută o mișcare lentă de rotație în jurul polilor geografici: Polul Nord magnetic se rotește în sensul mișcării diurne a Pămîntului, iar Polul Sud în sens invers. Această mișcare durează cam 800 de ani.

Recent, savanții din Noua Zeelandă au constatat de exemplu, că Polul Sud magnetic s-a deplasat în ultimii 50 de ani spre direcția nord-vest cu distanța de aproximativ 500 km. În felul acesta, Polul Sud magnetic al Pămîntului se află în imediata vecinătate a cercului polar de sud, în regiunea Antarctidei din apropierea Australiei.

Tot prin observarea unei hărți magnetice a Pămîntului se mai desprinde faptul că liniile magnetice au un mers neregulat mai cu seamă în estul Siberiei. Avem de-a face aici, cu marea anomalie de la Kursk. Pe Pămînt în afară de această anomalie, mai sînt puține de acest fel, dar anomalia amintită este cea mai mare. Cauza acestor anomalii se datorește existenței în subsolul Pămîntului din acea regiune a unor zăcăminte de minereuri magnetice de fier.

De aici se observă imediat că una din aplicațiile practice ale cercetării magnetismului terestru este tocmai găsirea acestor anomalii, care se face prin cercetarea cîmpului magnetic anormal. Cîmpul magnetic anormal se găsește scăzînd din cîmpul magnetic măsurat, cîmpul magnetic normal din acea regiune, adică, cîmpul care s-ar găsi dacă în acea regiune, în subsolul ei, nu ar exista rocile magnetice). Este vorba deci, de o metodă magnetică de prospecțiune a subsolului.

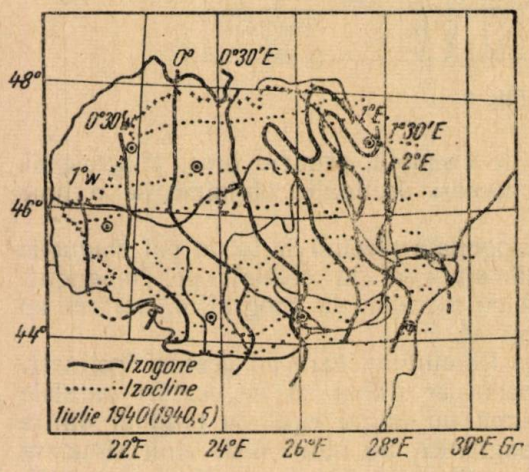


Fig. 7

În țara noastră, primele măsurători magnetice au fost efectuate de A. Kreil, în 1858, Liznar, în 1890, Dimitrie Negreanu, în 1898 și Ștefan Hepites, pînă în 1917.

Începînd din 1931, prof. Ștefan Procopiu de la Universitatea din Iași, efectuează o serie de măsurători în 72 puncte din țară, astfel că pe baza acestora și a celor anterioare aduse la zi prin aplicarea corecției de variație seculară, construiește primeile hărți magnetice pentru perioada 1940—1945 (fig. 7).

Din calculele și măsurătorile făcute a găsit că pentru Iași variațiile anuale ΔD, ΔI și ΔH_0 sînt:

$$\Delta D = +6',2 \; ; \quad \Delta I = +2',4 \; ; \quad \Delta H = 0{,}0009 \text{ cgs.}$$

Profesorul G. Atanasiu de la Universitatea din București studiază începînd cu 1937 regiunea din țara noastră ce cuprinde Transilvaria și Banatul. L. Constantinescu și N. Milea au efectuat măsurători în 20 de stațiuni repartizate uniform pe suprafața țării.

În prezent, această sarcină a măsurătorilor elementelor magnetismului pămîntesc din țara noastră este condusă de Observatorul Geofizic Surlari, care dispune de aparatură modernă pentru efectuarea cu precizie a măsurătorilor magnetice.

V. *Cauza magnetismului pămîntesc. Teorii cu privire la explicarea magnetismului pămîntesc*

O teorie a magnetismului pămîntesc trebuie să explice magnetismul permanent al Pămîntului, variația lui seculară cu o perioadă de 470 de ani, cum și înclinația axei polilor magnetici față de axa polilor geografici.

Trebuie să spunem de la început, că aceste întrebări n-au primit încă răspunsuri satisfăcătoare, adică originea magnetismului pămîntesc mai constituie încă, o enigmă. Cu toate acestea o serie de probleme cum ar fi legătura cu variațiile diurne și lunare, anomaliile locale, precum și perturbațiile elementelor magnetice au fost rezolvate just. Acestea au fost puse pe seama curenților electrici din păturile superioare ionizate ale atmosferei, precum și a fenomenelor ce se petrec în petele solare.

Dintre teoriile care au încercat să explice magnetismul pămîntesc vom enumera numai o parte.

a) S-a presupus că Pămîntul poate fi un magnet, deoarece în interiorul lui ar fi fier și nichel, iar magnetizarea acestui fier ar putea proveni de la curenții electrici ce se nasc prin rotirea sarcinilor electrice de la suprafața Pămîntului odată cu el.

Dar concepția conform căreia centrul Pămîntului ar fi feromagnetic întîmpină o serie de dificultăți. Se știe că fierul își pierde proprietățile magnetice deasupra punctului lui Curie (775°C). În același timp, măsurătorile ne arată că la fiecare 30 m adîncime, spre interiorul Pămîntului temperatura crește cu 1°, adică se atinge punctul Curie pentru fier, cam pe la 20 km adîncime, deci, numai fierul situat în această scoarță poate fi feromagnetic, deoarece centrul Pămîntului atinge temperaturi pînă la 10 000°C.

Teoria nu dă explicație existenței sarcinilor electrice constante și permanente la suprafața Pămîntului, iar valorile găsite teoretic nu concordă cu cele găsite experimental.

b) O altă teorie, de altfel, foarte ingenioasă, presupune că magnetismul pămîntesc se datorește rotației masei fierului din interiorul Pămîntului. Se pleacă de la experiența lui Barnett-Einstein: o bucată de fier prin învîrtire se magnetizează după o direcție paralelă la axa de rotație. Nici această teorie nu este satisfăcătoare, deoarece făcînd calculul pentru Pămînt, dă un efect de 10^{10} ori mai mic decît cel constatat.

c) O altă teorie admite că magnetismul pămîntesc s-ar datora nu fierului din interiorul Pămîntului, ci existenței unor sisteme de curenți

electrici care circulă la suprafața Pămîntului, cît și în interiorul lui. Lucrul este perfect valabil pentru Soare, care este și el un magnet cu o distribuție a cîmpului, analoagă cu cea a Pămîntului, dar de intensitate mult mai mare. Teoria nu explică însă, orientarea axei polilor magnetici nici variația seculară cu o perioadă de 470 ani.

d) În fine, vom aminti o ultimă teorie a prof. Blacket, care stabilește că magnetizarea unui corp în rotație este dată de următoarea relație empirică :

$$\frac{P}{U} = B\frac{\sqrt{K}}{c}$$

unde P este momentul magnetic al masei în rotație, U — momentul impulsului, K = constanta atracției universale, c = viteza luminii, iar B un factor de proporționalitate de ordinul unității.

Relația leagă deci, momentul magnetic al Pămîntului și momentul impulsului cu două constante universale : viteza luminii și constanta atracției universale. Din cercetările făcute s-a stabilit că relația se verifică aproximativ pentru trei corpuri cerești : Pămîntul, Soarele și Steaua 78 din constelația Fecioarei.

Teoria, în afară de faptul că nu explică mecanismul de producere a cîmpului magnetic, nu dă răspunsuri nici măcar parțiale, la o serie de întrebări, printre care înclinația axei polilor magnetici față de cea a polilor geografici. Ulterior s-a constatat chiar, că relația lui Blackett este inexactă.

Din cele arătate mai sus, se observă că nu există încă, o teorie care să explice și să dea răspunsuri clare la toate întrebările referitoare la magnetismul terestru. Aceasta este echivalent cu a spune că magnetismul pămîntesc mai este încă o enigmă pentru fizica contemporană.

★

Largi perspective se deschid azi, măsurătorilor magnetismului terestru, prin lansarea de sateliți artificiali ai Pămîntului.

Încă de la lansarea primilor sateliți artificiali sovietici s-au instalat la bordul lor, magnetometre speciale pentru măsurarea distribuției spațiale a intensității cîmpului magnetic al Pămîntului, la mari înălțimi. Aceste distribuții constante la mari înălțimi sînt comparate cu liniile de egală intensitate ale razelor cosmice.

Există însă, o serie de inconveniente legate de măsurarea cîmpului magnetic terestru cu ajutorul sateliților artificiali, determinată de faptul că poziția satelitului își modifică direcția față de vectorul cîmp magnetic. Din această cauză, magnetometrul trebuie să aibă o mare sensibilitate pentru a se orienta cu rapiditate în cîmpul magnetic terestru.

Aceste dificultăți au și fost depășite, în sensul că orientarea magnetometrelor se face automat în direcția vectorului cîmp magnetic terestru, indiferent de orientarea satelitului.

Măsurarea elementelor magnetismului terestru cu ajutorul sateliților artificiali ai Pămîntului prezintă mari avantaje față de aceea făcută cu

instrumentele la suprafața solului, prin faptul că ne dă o imagină de ansamblu a tuturor elementelor, deci o ridicare magnetică a întregului glob într-un timp foarte scurt.

Recent, în Uniunea Sovietică a început un nou program de lansări de sateliți artificiali ai Pămîntului în scopuri științifice, printre care unul este și studierea cîmpului magnetic terestru.

SĂ CONSTRUIM MODELE ȘI APARATE CU MIJLOACE PROPRII

STUDENȚI ȘI ELEVI CONSTRUCTORI DE MICRORACHETE

de prof. univ. *ALEXANDRU STOENESCU și DAN VASILACHE, student*

1. Epoca actuală este desigur epoca cercetării cosmosului. Realizările uimitoare ale Uniunii Sovietice în acest domeniu au entuziasmat întreaga lume într-o asemenea măsură încît fiecare se interesează de rachete, cosmonauți, zboruri spre Lună, Marte sau Venus etc.

Dar cei pe care îi interesează cu cea mai mare pasiune problemele zborului sînt cei tineri, unii dintre ei ajungînd pînă la construcții de microrachete. Articolul de față arată în continuarea articolului din nr. 7/1963, activitatea unui grup de studenți, activînd în cadrul Cercului științific studențesc de Mecanică al Institutului Politehnic din București, care au obținut frumoase rezultate atît practice, cît și teoretice în construcția și studiul microrachetelor. Acest grup de studenți a prezentat referate de înalt nivel științific asupra construcției de microrachete, asupra combustibilului, asupra

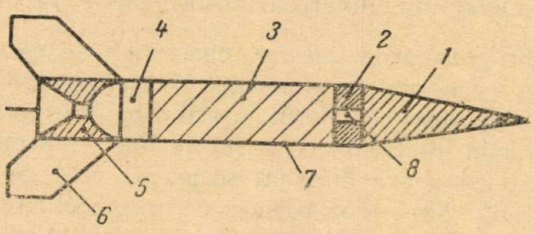


Fig. 1

traiectoriei, asupra sistemului de măsură, a forțelor de reacție, ai parametrilor geometrici ai traiectoriei.

Experiențele și rezultatele obținute cu microrachete le dăm mai jos în întregime; specificăm că o parte din aceste experiențe și rezultate au fost obținute pe timpul cînd unii dintre studenții menționați erau încă elevi la școala medie nr. 1 „Nicolae Bălcescu" din București, în perioada 1958—1960.

2. *Problema construcției.* Construcția microrachetei se bazează pe schema simplă a MRS (motoare rachetă cu combustibil solid) compunîn-

du-se din (fig. 1) : 1. — con, 2. — perete de separație, 3. — masa combustibilului, 4. — camera de ardere, 5. — ajutaj convergent-divergent (tip Laval), 6. — ampenaj, 7. — corpul microrachetei, 8. — fitil, (asigură trecerea frontului flacării, la terminarea arderii combustibilului, în materialul exploziv conținut în con).

Elementele constructoare ale microrachetei sînt : corpul, conul, ajutajul, ampenajul.

Ca materiale se folosesc diverse tipuri de hîrtie, calc, carton etc.

Întrebuințarea acestor materiale este foarte avantajoasă în condițiile noastre de lucru, presiunea internă fiind mică (1—3 at), nu se pune pro-

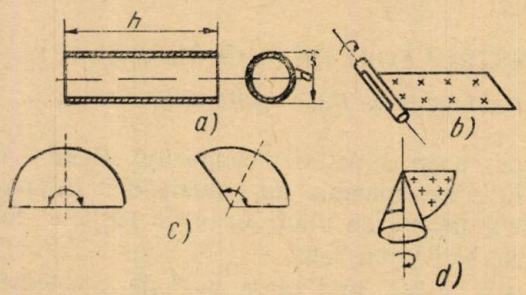


Fig. 2

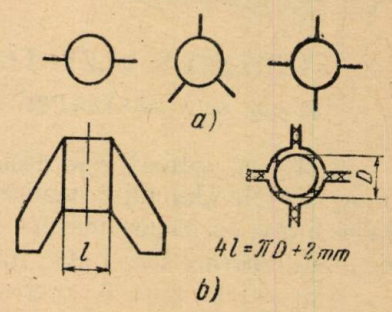


Fig. 3

blema rezistenței, ci cea a refractarității și a greutății specifice mici ; materialele pe bază de celuloză au densitate mică. În timpul arderii, primele 2—5 straturi se carbonizează, oprind înaintarea frontului flacării (în timpul scurt de ardere) în grosimea peretelui.

Corpul (fig. 2) este un cilindru avînd în general, raportul $\frac{h}{d}$ =6—10 (dată obținută din cercetările noastre, observîndu-se că în acest interval se obțin rezultatele cele mai bune privind în special stabilitatea pe traiectorie). El se confecționează conform figurii 2 b, prin rularea hîrtiei alese pe un cilindru (hîrtia fiind dată cu pastă de lipit — semnul *x*).

Conul se confecționează dintr-un sector de cerc de unghi la centru în general π rad (fig. 2 c) ; el se rulează pe un model ca în figura 2 d.

Ampenajul poate fi de mai multe tipuri : dublu, triplu, cuadruplu etc ; din motive de ușurință a construcției noi am folosit cel cuadruplu a cărui formă și mod de confecționare sînt date în figurile 3a, 3b, 3c.

Ajutajul este partea cea mai dificilă de realizat ; forma sa din figurile 4a și 4b se obține rulînd o bandă de carton (sau hîrtie pînzată etc) de forma din figurile 4a′, 4b′. Tipul 4 b, 4b′ prezintă avantajul de a avea o greutate mai mică, dar dezavantajul de a rezista mai puțin la eroziunea jetului. În funcție de timpul de ardere se alege unul sau altul dintre tipuri.

În privința asamblării elementelor există o ordine ; de asemenea în confecționarea lor. Pentru că spațiul nu ne permite o descriere amănunțită, vom da mai jos numai o schemă simplă a ordinei de asamblare presupunînd elementele deja confecționate.

Pe corpul cilindric 7 (v. fig. 1) se fixează bine peretele de separație 2. (Peretele de separație e confecționat din diverse materiale ușoare în funcție de destinația spațiului util al interiorului conului: cauciuc, plută, lemn, tablă de aluminiu, mase plastice etc. Forma sa este dată în fig. 5, el putînd avea fitil sau nu).

Apoi, se umple corpul cu combustibil după indicațiile date la punctul 4. Se montează ajustajul conform desenului de detaliu din fig. 6a. Se lipesc ampenajele (fig. 3b) și apoi conul, conform detaliului din fig. 6b.

De cele mai multe ori este indicat ca microracheta montată să fie lăsată un interval de 1—3 ore la temperatură constantă și destul de ridi-

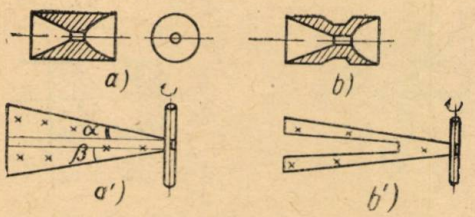


Fig. 4

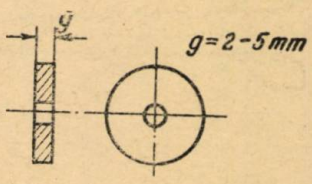


Fig. 5

cată 30°—40° C, în locuri ferite de umezeală, cu scopul de a se obține o cît mai mare deshidratare a combustibilului și o aderare optimă a elementelor componente ale microrachetei.

În cazul în care spațiul din interiorul conului nu este umplut cu material exploziv (servind ca semnalizator), acesta poate fi ocupat cu o masă utilă (ca de exemplu, parașuta la microrachetele ceva mai mari, iar peretele de separație 2 este evident făcut fără fitilul 8 (fig. 1).

Un caz aparte îl constituie microrachetele în trepte.

În cazul acesta trebuie neapărat ținut seamă de o „teoremă" de construcție: greutatea unei trepte să fie mai mare sau cel puțin egală cu greutatea totală a tuturor treptelor de deasupra ei (fig. 7 a, aspectul general). Figura 7 b indică modul cel mai simplu de cuplare cu desprindere a două trepte: cifrele reprezintă: 1 — una din trepte, 2 — peretele separtor al treptei 1, 3. — fitilul care permite trecerea frontului flăcării în masa combustibilului celei de-a doua trepte, 4. — inel de film lipit pe peretele interior al treptei 1 și de cel exterior al treptei 2 (sau de ajutaj), 5. — treapta a doua, 6. — material de ardere.

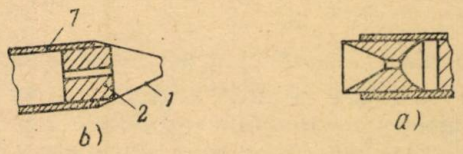


Fig. 6

Odată ce frontul de ardere a depășit fitilul primei trepte, începe să ardă materialul de ardere (nu neapărat combustibilul; e de recomandat chiar, un amestec cu o temperatură de ardere foarte mare și o viteză de ardere sub presiune ridicată) și odată cu el și inelul de film tăindu-se astfel, legătura cu treapta 1 care se desprinde sub acțiunea curentului de aer.

În cazul rachetei în trepte, mai amintim că indicele de siguranță (care de fapt reprezintă o probabilitate de reușită) scade, fiind produsul

indicilor de siguranță (numere subunitare) ai fiecărei trepte. (Notînd cu $A, B,...$ evenimentele: „reușita treptei 1", „reușita treptei 2",... avem $p(A \cap B \cap ...)$ $p(A) \cdot p(B)$,..., evenimentele fiind independente. $p(A)$,... $p(A \cap B \cap ...)$ sînt probabilitățile de reușită ale treptei 1,..., a întregului tren de rachete).

Dat fiind spațiul restrîns, nu mai intrăm în amănuntele de construcție.

3. *Problema experimentărilor la bancul de probă.* Experiențele și cercetările la sol sînt strict necesare pentru proiectarea motorului viitoarei microrachete. Pentru a face prezentarea mai sistematică am putea clasifica

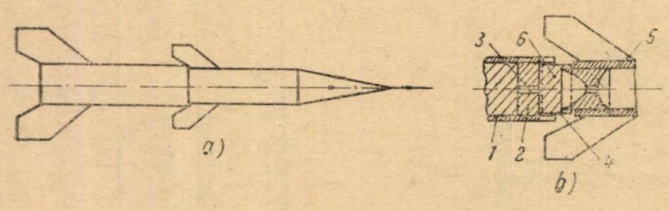


Fig. 7

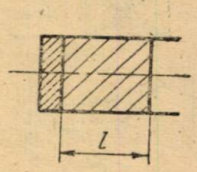


Fig. 8

experiențele în trei clase: chimice (cercetările asupra combustibilului), statice și dinamice.

Stabilirea proprietăților combustibilului este necesară pentru determinarea parametrilor geometrici ai microrachetei (camera de ardere, secțiunea critică etc).

Asupra combustibilului ales (pct. 4) noi am efectuat următoarele tipuri de experiențe.

Determinarea vitezei de ardere liberă, adică distanța parcursă într-o secundă de frontul flacării într-o masă de combustibil așezată sub forma unui fir.

În general, la combustibilii folosiți de noi viteza de ardere liberă varia între 5 cm/s și 52 cm/s. Determinarea vitezei de ardere sub presiune: în condiții cît mai asemănătoare camerii de ardere am pus combustibilul (fig. 8) într-un cilindru pe o distanță l; viteza de ardere sub presiune este deci:

$$v_{ap} = \frac{l}{t_a} \text{ cm/s},$$

unde t_a este timpul de ardere măsurat.

Viteza de ardere liberă v_{al} servea la aprecierea calităților propulsive ale combustibilului respectiv, împreună cu unele observații (deocamdată numai calitative) asupra temperaturii reacției (în funcție de culoarea flacării, de natura reziduurilor).

Viteza de ardere sub presiune v_{ap} servește la determinarea debitului masic: $\dot{m} = \frac{m}{t_a}$, unde m este masa totală în grame a combustibilului și t_a timpul de ardere completă a respectivei cantități de combustibil; masa și debitul masic intervin apoi, într-o serie de calcule teoretice privind traiectoria și legea de mișcare a microrachetei.

S-au făcut de asemenea, cercetări cailtative (fără măsurători) asupra volumului de gaz degajat la ardere, asupra reziduurilor urmărindu-se obținerea, un cît mai mare volum de gaze și un cît mai mic volum de reziduuri.

Pentru asigurarea securității lucrului am făcut și unele experiențe (de natură calitativă) asupra sensibilității la șoc (explozie la lovire) și la temperatură.

Experimentări statice s-au efectuat în scopul etalonării unor aparate de măsură necesare experiențelor de natură dinamică. Schema de principiu a dinamometrului folosit de noi este dată în figura 9 a. În figura 9 b este schema de etalonare a dinamometrului cu ajutorul greutăților, obținîndu-se astfel etalonarea în grame-forță. Variind lungimea brațului de pîrghie am obținut pentru aceleași aparate diverse scale. De exemplu, în 1959 am realizat un dinamometrtu pentru forțe de reacție foarte mici pe două scale: O—18 gf, 0—27 gf; în 1960 s-a realizat un dinamograf pînă la 220 gf, iar apoi unul pînă la 500 gf.

Dinamograful avea rolul de a trasa curba de variație a forței de tracțiune avînd schema de principiu din figura 9 c.

Se obține în general, o curbă de variație ca în figura 9 d. Pe desen se poate observa modul de determinare a mărimii forței de reacție și a variației ei în timp. Pentru calcule se ia valoarea forței de pe porțiunea *BC*, care reprezintă de fapt, regimul de lucru la motorului. Porțiunea *OAB* reprezintă o oscilație foarte repede amortizată datorită resortului dinamografului.

Deoarece spațiul este restrîns nu vom mai descrie și celelalte aparate folosite de noi și care nu sînt esențiale (de exemplu, instalația automată

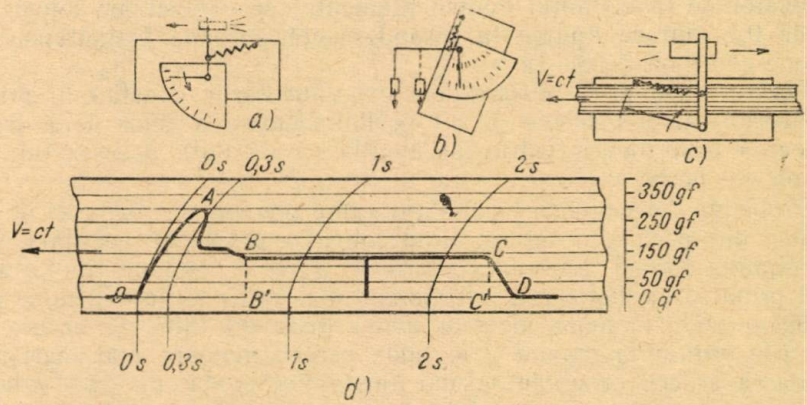


Fig. 9

de fotografiat startul, magnetofonul pentru determinarea precisă a timpului de ardere și determinarea aproximativă a accelerației de pornire etc.

Tot din experiențele de tip static face parte și măsurarea timpului de ardere și calcularea debitului masic. Pe macheta (scara 1 : 1) a motorului rachetei se măsoară cu cronometrul timpul de ardere.

Cunoscîndu-se viteza de ardere sub presiune v_{ap} a respectivului combustibil se determină după relația evidentă :

$$\dot{m} = \frac{m}{t_a} = \frac{v_{ap}}{l} m$$

debitul masic $\dot{m}$, unde m este masa totală a combustibilului, t_a timpul de ardere, iar l lungimea pe care este dispus combustibilul (fig. 8).

Folosind egalitatea dintre primul și ultimul termen avem avantajul că se folosesc numai mărimi ce pot fi măsurate fără construcția la scara de 1 : 1 a motorului.

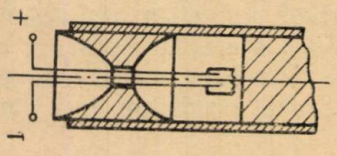


Fig. 10

Odată determinat debitul masic $\dot{m}$ se poate calcula din formula :

$$F = \frac{dm}{dt} v_r = \dot{m} v_E$$

v_E este viteza efectivă de jet, F fiind determinată la bancul de probă.

Pentru microrachetele construite de noi v_E varia între 500 m/s și 900 m/s.

O altă problemă importantă ce trebuie clarificată la bancul de probă este aceea a sistemului de aprindere și a sistemului de desprindere a treptelor în cazul trenurilor de rachete.

În afară de sistemul de aprindere cu fitil pe care nu-l mai prezentăm, am folosit aprinderea electrică. Schema mult simplificată a acestui sistem e dată în figura 10. În realitate, schema electrică a circuitului este mai complicată, cuprinzînd semnalizatoare de control, întrerupătoare și un declanșator de la distanță. Pentru filamentul de contact am folosit nichelină de 0,1 mm ce ajunge la incandescență aproape instantaneu sub o tensiune continuă de 6—12 V.

Pentru sistemul de desprindere experimentările constau în principiu, în realizarea unei machete pe cît posibil identice a celor două trepte și verificarea desprinderii (atragem atenția că de data aceasta am folosit un banc de probă vertical).

Problema determinării formei ajutajului precum și a camerei de ardere a rămas din păcate, nesigură, fiind totuși o problemă esențială. Pentru determinarea formei ajutajului (care în general este de tip Laval) am urmat următoarea metodă : confecționăm mai multe ajutaje identice pe care le atașăm unor motoare identice avînd însă, un timp de ardere foarte scurt (de ordinul a maxim 2 secunde pentru motoare mai mari). După terminarea arderii observăm forma ajustajului erodat de jet, formă ce o foloseam pentru ajutajul real. Iată dece : presupunînd că ajutajul nu avea forma necesară unei scurgeri a gazelor cu randament maxim, adică cu viteza critică corespunzătoare numărului lui Mach : $M = 1$, unde :

$$M = \frac{v_{er}}{a_{cr}}$$

este raportul dintre viteza critică și viteza sunetului în condițiile secțiunii critice și, de asemenea, fără subdestindere sau supradestindere în porțiunea

divergentă a ajutajului, fapt ce se manifestă prin apariția acelor găuriri în jetul de gaze, — jetul de gaze erodează ajutajul, profilul ajutajului ajungînd la un moment dat la o formă apropiată de cea optimă; eroziunea urmează în continuare ajungînd în general, la o formă ca cea din figura 11 a.

Dificultatea în experiență constă în găsirea momentului în care profilul are forma cea mai apropiată de cea optimă.

Tot din experiențe la banc am încercat să determinăm dimensiunile camerii de ardere (C.A.); problema se rezumă de fapt, la găsirea lungimii s din figura 11 b, la o secțiune dată. În principiu, noi am construit

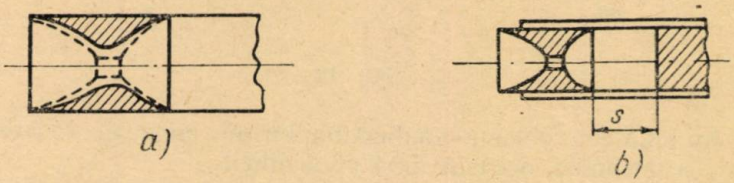


Fig. 11

o serie de motoare pe cît posibil identice, variind în funcție de dimensiunile motorului din 1 în 1 mm pînă la 3 în 3 mm, distanța s. Se observă apoi, cărei lungimi îi corespundea forța de reacție cea mai mare.

Experiența dinamică esențială era aceea a determinării forței de reacție. Construind o machetă la scara 1 : 1 a motorului determinăm mărimea forței de reacție (este de dorit să se repete experiența în condiții identice și să se ia media pentru forțele de reacție observate).

În fig. 9 a, 9 b și 9 c sînt date schemele de principiu ale unui dinamometru și a unui dinamograf. În figura 9 d este dată forma generală a variației în timp a forței de reacție. Pentru calcule se ia valoarea forței medii de pe intervalul BC (linia mijlocie a trapezului $BCC'B'$); în general, această valoare (valoarea regimului de lucru al motorului) este 0,5 din forța maximă atinsă în punctul A.

Spațiul restrîns ne oprește să dăm explicații asupra fiecărei porțiuni a graficului.

4. *Problema combustibilului.* Aceasta constă în găsirea unor rețete care să asigure o viteză de ardere liberă (v_{al}) mare, o viteză de ardere sub presiune (v_{ap}) mică, un volum de gaze mare, o temperatură înaltă, un volum cît mai redus de reziduuri, o toxicitate scăzută, o sensibilitate termică și la șoc nulă (pentru temperaturi e vorba de o autoaprindere cel puțin peste 70°—80° C), o higroscopicitate redusă, o greutate specifică cît mai mare etc.

Am realizat aceste probleme printr-un număr destul de mare de experiențe (circa 300), dată fiind importanța alegerii tipului de combustibil. Avînd în vedere condițiile concrete pe care le aveam la dispoziție noi am lucrat cu combustibili pe bază de $KClO_3$, $KMnO_4$, MnO_2 drept carburanți și S_2, C; Al; Fe, Mg, $C_{12}H_{22}O_{11}$ (zahăr) drept carburanți. În urma experiențelor am acceptat în 1960, combustibilul D—9 (propus de Dan Rugescu),

avînd următoarele caracteristici: reziduu mic (cca 1%), $v_{al} = 8—13$ cm/s, $v_{ap} = 0{,}5$ cm/s, volum de gaze relativ mare.

Pe baza acestui combustibil am construit microrachetele „12", „18", „25".

Am evitat folosirea fosforului roșu drept carburant, deoarece are o sensibilitate termică extrem de mare (producînd foarte ușor explozii), este foarte higroscopic, produșii săi prezintă toxicitate.

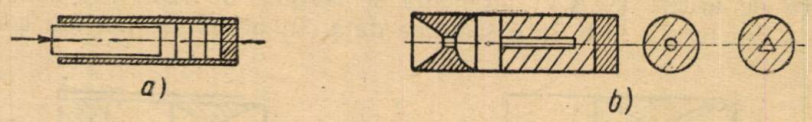


Fig. 12

Nu am studiat problema combustibilului din punct de vedere stoechiometric și termochimic, aceasta fiind prea dificil.

Combustibilul ales trebuie preparat cu grijă înaintea introducerii lui în C.A. Nu se prepară tot deodată, ci în cantități mici, pentru a micșora efectul unei eventuale explozii; pentru a asigura o mai mare uniformitate, pentru a se deshidrata. Este deosebit de important ca pulberea să fie uniform amestecată pentru a se asigura o ardere continuă, fără șocuri.

Introducerea în C.A. se face ca în figura 12 a, folosind un dorn de lemn sau de metal cu un diametru ceva mai mic decît cel interior al C.A. Se introduce combustibilul pe porțiuni presîndu-l apoi cu dornul (se vede necesitatea unei sensibilități cît mai mici la șoc).

Pentru sporirea randamentului motorului se pot folosi dornuri profilate obținîndu-se suprafețe mărite de ardere în masa combustibilului (fig. 12 b).

De asemenea este importantă obținerea unei greutăți specifice cît mai constante în masa combustibilului pentru asigurarea unei arderi continue.

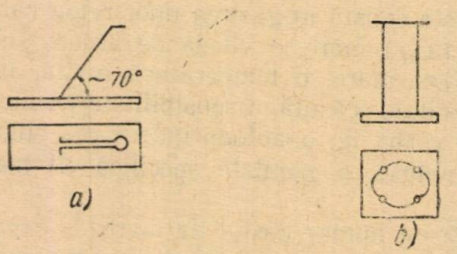


Fig. 13

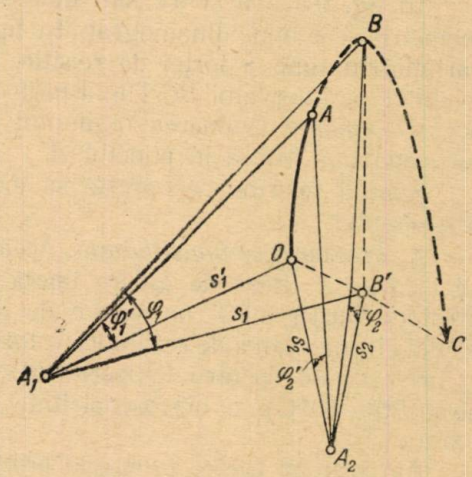


Fig. 14

5. *Problema lansatorului și a lansării.* Lansatorul este necesar ghidării microrachetei pe perioada inițială, în care viteza este prea mică și acțiunea ampenajului nu se face simțită.

Noi am folosit două tipuri de lansatoare : unul (fig. 13 a) oblic, pentru microrachete de dimensiuni mici și unul variabil (în ceea ce privește diametru exterior al microrachetei) vertical, pentru microrachete de dimensiuni ceva mai mari (fig. 13 b). Schema construcției lor este extrem de simplificată. În realitate, lansatorul vertical cuprinde un sistem de reglare a distanțelor dintre bare, un deflector de jet, un sistem de protecție a circuitului electric de aprindere și control, un dispozitiv pentru fotografiere automată etc.

Pentru asigurarea unei traiectorii perfect verticală a microrachetei trebuie ca : lansatorul să fie vertical, microracheta să fie perfect centrată între bare (cu distanța reciprocă a barelor verificată de-a lungul întregii lungimi), montarea filamentului de contact a sistemului de aprindere cît mai central. De asemenea, trebuie ca centrul de greutate al microrachetei să se afle pe axa de simetrie (se poate verifica cu ajutorul unui fir cu plumb).

Problema centrării și asigurării unei traiectorii verticale este deosebit de dificilă. În experiențele noastre nu am reușit realizarea perfectă a acestui fapt.

6. *Problema observării zborului.* Este necesară determinarea parametrilor de zbor ca : mărimea porțiunii active, înălțimea maximă, bătaia etc. Noi am folosit în principal metoda trigonometrică. Desenul din figura 14 arată modul de determinare a porțiunii active și a înălțimii maxime de zbor.

Cu ajutorul unei lunete pe care e montat un raportor se măsoară unghiurile φ_1, φ_1', φ_2, φ_2'. Măsurîndu-se distanțele $s_1 s_1'$, s_2', s_2 (se măsoară distanța OC ; se consideră $OB' = B'C$) se poate determina porțiunea activă de zbor OA aproximată cu un segment perpendicular pe planul A_1OC, ΔA_1OA, ΔA_2OA.

$$OA = s_1' \operatorname{tg} \varphi_1' = s_2' \operatorname{tg} \varphi_2'$$

Din $\Delta A_1BB'$, $\Delta A_2BB'$ determinăm înălțimea maximă de zbor $B'B$:

$$BB' = s_1 \operatorname{tg} \varphi_1 = s_2 \operatorname{tg} \varphi_2$$

În general, valorile diferă destul de mult între ele datorită impreciziei măsurării. În acest sens e de dorit ca distanțele s_1, s_2, s_1', s_2' să fie cît mai mari astfel ca unghiul fiind mai mic, tangenta lui să nu varieze mult la o eroare oarecare a măsurării unghiului.

În cazul lansării oblice parametrul caracteristic al zborului este bătaia la un unghi dat ; aceasta o determinăm prin măsurare directă.

O altă metodă pe care am folosit-o pentru aflarea înălțimii maxime de zbor este aceea a vitezei sunetului. În volumul util al conului am construit un dispozitiv de aprindere cu întîrziere sau de aprindere la răsturnare cu 180°. De exemplu, știind aproximativ timpul în care racheta parcurge porțiunea ascendentă pasivă AB am calculat (știind v_{ap} a pulberii folosite) un fitil cu întîrziere care aprinde o încărcătură exploziv-luminoasă cam în dreptul apogeului B. De la sol, în momentul observării luminii exploziei se măsoară cu un cronometru timpul necesar ajungerii sunetului. Făcînd abstracție de faptul că viteza e ceva mai mare de 340 m/s, fiind de fapt o

undă de șoc (observatorul situîndu-se aproximativ pe perpendiculara coborîtă din apogeu) înălțimea se află foarte ușor :

$$BB' = 340 \text{ t}$$

Această metodă este destul de imprecisă și servește doar pentru a da ordinul de mărime și a verifica în primă aproximație calculele trigonometrice.

7. În încheiere, cîteva cuvinte despre unele construcții mai speciale. În toamna anului 1960 George Nemeș a construit o microrachetă metalică cu ajutajul de tip Laval, filetat și înșurubat pe corpul camerei de ardere. A fost folosit un combustibil propriu. Deoarece secțiunea critică era mult prea mică și volumul de gaze degajat de ardere era prea mare, racheta a explodat. Datorită dificultăților construcției nu am mai repetat acest tip de rachetă metalică. S-au făcut totuși, cîteva încercări de către Dan Rugescu și Dan Vasilache. S-au folosit tuburi de aluminiu. Încercările au eșuat în majoritate, deoarece corpul metalic ardea odată cu înaintarea frontului flacării și microracheta fie că nu pleca din lansator, fie că se dezechilibra în zbor.

Un alt tip a încercat Dan Vasilache în 1960 ; este vorba de un motor avînd montate în corpurile celor 4 ampenaje, 4 mici tuburi metalice încărcate cu combustibil, servind la mărirea tracțiunii în momentul inițial. Încercarea nu a prezentat însă, un interes deosebit, datorită greutăților construcției și mai ales, datorită pericolului unei dezechilibrări ce ar apare în urma unei aprinderi nesimultane a celor 4 tuburi sau a unei arderi neuniforme în ele.

În cadrul Cercului științific studențesc de Mecanică din Institutul Politehnic București a fost pregătită o lucrare asupra microrachetelor cu combustibil solid. Lucrarea a avut un caracter teoretic privind mai mult dinamica zborului. În lucrare ne-am servit de dinamica corpului de masă variabilă și în special de ecuația lui Meșcerski ; pentru aceasta s-a folosit lucrările publicate de tov. profesor Alexandru Stoenescu.

În încheiere anunțăm pe tinerii noștri cititori că actualmente grupul de studenți rachetiști se ocupă intens cu studiul teoretic și realizarea practică a unei microrachete cu combustibil lichid.

Vom reveni desigur, cu altă ocazie, cu informări despre toate aceste viitoare succese.

NOTE MATEMATICE

GENERALIZAREA PROBLEMEI 4538

Să se demonstreze că :

$$(a_1^k + a_2^k + \ldots + a_n^k)\left(\frac{1}{a_1 a_2 \ldots a_k} + \ldots + \frac{1}{a_1 a_{n-k+2} \ldots a_n} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{a_2 a_3 \ldots a_{k+1}} + \ldots + \frac{1}{a_2 a_{n-k+2} \ldots a_n} + \ldots + \frac{1}{a_{n-k+1} a_{n-k+2} \ldots a_n}\right) \geqslant n\, C_n^k$$

unde $a_1, a_2, \ldots, a_n$ *sînt numere reale și pozitive și* $n \geqslant k$.

Soluție. Se observă că factorul al doilea al membrului întîi este format din C_n^k termeni. Într-adevăr, fiecare din acești termeni nu este decît inversul produsului a cîte k numere din cele n numere : $a_1, a_2, \ldots, a_n$.

Între acești C_n^k termeni sînt C_{n-1}^{k-1} termeni care îl conțin pe a_1, căci fiecare din acești termeni este inversul produsului dintre a_1 și produsul a cîte $k-1$ numere din cele $n-1$ rămase : $a_2, a_3, \ldots, a_n$.

Evident că vom avea tot C_{n-1}^{k-1} termeni care îl conțin pe a_2, tot C_{n-1}^{k-1} termeni care îl conțin pe a_3, etc.

Făcînd aceste observații putem trece la rezolvarea propriu-zisă a problemei.

Știind că media aritmetică a unor numere reale și pozitive este mai mare sau cel puțin egală cu media lor geometrică putem scrie inegalitățile :

$$\frac{a_1^k + a_2^k + \ldots + a_n^k}{n} \geqslant \sqrt[n]{a_1^k \cdot a_2^k \cdot a_3^k \ldots . a_n^k}$$

și :

$$\frac{\dfrac{1}{a_1 a_2 \ldots a_k} + \ldots + \dfrac{1}{a_1 a_{n-k+2} \ldots a_n} + \dfrac{1}{a_2 a_3 \ldots a_{k+1}} + \ldots + \dfrac{1}{a_2 a_{n-k+2} \ldots a_n} + \ldots + \dfrac{1}{a_{n-k+1} a_{n-k+2} \ldots a_n}}{C_n^k} \geqslant$$

$$\geqslant \sqrt[C_n^k]{\frac{1}{a_1 a_2 \ldots a_k} \cdot \ldots \cdot \frac{1}{a_1 a_{n-k+2} \ldots a_n} \cdot \frac{1}{a_2 a_3 \ldots a_{k+1}} \cdot \ldots \cdot \frac{1}{a_2 a_{n-k+2} \ldots a_n} \cdot \ldots \cdot \frac{1}{a_{n-k+1} a_{n-k+2} \ldots a_n}}$$

sau :

$$a_1^k + a_2^k + \ldots + a_n^k \geqslant n \sqrt[n]{a_1^k a_2^k \ldots a_n^k}$$

$$\frac{1}{a_1 a_2 \ldots a_k} + \ldots + \frac{1}{a_1 a_{n-k+2} \ldots a_n} + \ldots + \frac{1}{a_{n-k+1} a_{n-k+2} \ldots a_n} \geqslant$$

$$\geqslant C_n^k \sqrt[C_n^k]{\frac{1}{a_1^{C_{n-1}^{k-1}} \cdot a_2^{C_{n-1}^{k-1}} \ldots a_n^{C_{n-1}^{k-1}}}}$$

sau :

$$a_1^k + a_2^k + \ldots + a_n^k = n \left(a_1 \cdot a_2 \cdot \ldots \cdot a_n\right)^{\frac{k}{n}}$$

și

$$\frac{1}{a_1 a_2 \ldots a_k} + \ldots + \frac{1}{a_1 a_{n-k+2} \ldots a_n} + \ldots + \frac{1}{a_{n-k+1} a_{n-k+2} \ldots a_n} \geqslant$$

$$\geqslant C_n^k \left(\frac{1}{a_1 a_2 \ldots a_n}\right)^{\frac{C_{n-1}^{k-1}}{C_n^k}}.$$

Înmulțind cele două inegalități obținem, avînd în vedere că:

$$\frac{C_{n-1}^{k-1}}{C_n^k} = \frac{C_{n-1}^{k-1}}{\frac{n}{k} \cdot C_{n-1}^{k-1}} = \frac{k}{n}:$$

$$(a_1^k + a_2^k + \ldots + a_n^k)\left(\frac{1}{a_1 a_2 \ldots a_k} + \ldots + \frac{1}{a_1 a_{n-k+2} \ldots a_n} + \ldots + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{a_{n-k+1} a_{n-k+2} \ldots a_n}\right) \geqslant n\, C_n^k$$

adică tocmai inegalitatea cerută.

O altă generalizare a problemei 4538 o constituie și inegalitatea:

$$(a_1 a_2 \ldots a_k + \ldots + a_1 a_{n-k+2} \ldots a_n + \ldots + a_{n-k+1} a_{n-k+2} \ldots a_n)$$

$$\left(\frac{1}{a_1^k} + \frac{1}{a_2^k} + \ldots + \frac{1}{a_n^k}\right) \geqslant n\, C_n^k$$

care se demonstrează în mod asemănător.

Pentru $k=1$ obținem înlocuind în ambele inegalități:

$$(a_1 + a_2 + \ldots + a_n)\left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \ldots + \frac{1}{a_n}\right) \geqslant n^2$$

adică tocmai problema 4538.

Observație. Pentru $k=n$ înlocuind în amebele inegalități obținem:

$$\frac{a_1^{n-1}}{a_2 a_3 \ldots a_n} + \frac{a_2^{n-1}}{a_1 a_3 \ldots a_n} + \ldots + \frac{a_n^{n-1}}{a_1 a_2 \ldots a_{n-1}} \geqslant n$$

și

$$\frac{a_2 a_3 \ldots a_n}{a_1^{n-1}} + \frac{a_1 a_3 \ldots a_n}{a_2^{n-1}} + \ldots + \frac{a_1 a_2 \ldots a_{n-1}}{a_n^{n-1}} \geqslant n.$$

Pantelimon Anton, elev Focșani

CALCULUL LATUREI l_{15} A PENTADECAGONULUI REGULAT CONVEX

de *THEODOR THEODORIDIS*, profesor București

Fie A_1, A_2, A_3, ..., A_{15} punctele de diviziune ale cercului cu centrul O împărțit în 15 părți egale. Aplicînd teorema lui Ptolemeu patrulaterelor înscrise $A_1A_2A_3A_8$ și $A_1A_2A_7A_8$ avem:

$$A_1A_2 \cdot A_3A_8 + A_2A_3 \cdot A_1A_8 = A_1A_3 \cdot A_2A_8$$

$$A_1A_2 \cdot A_7A_8 + A_2A_7 \cdot A_1A_3 = A_1A_7 \cdot A_2A_8$$

însă :

$$A_1A_2 = A_2A_3 = A_7A_8 = l_{15} \cdot \quad A_1A_3 = l'_{15}$$

(latura pentadecagonului stelat obținut din unirea diviziunilor din 2 în 2),

$$A_3A_8 = A_2A_7 = l_3 = R\sqrt{3}$$

(latura triunghiului echilateral),

$$A_1A_8 = l'''_{15}$$

(latura pentadecagonului stelat din unirea diviziunilor din 7 în 7),

$$A_1A_7 = A_2A_8 = l'_5$$

(latura pentagonului stelat) adică

$$A_1A_7 = A_2A_8 = \frac{R}{2}\sqrt{10+2\sqrt{5}}\,.$$

Inlocuind aceste notări în relațiile precedente avem :

$$l_{15}\,R\sqrt{3} + l_{15}\cdot l'''_{15} = l'_{15}\cdot\frac{R}{2}\sqrt{10+2\sqrt{5}}\,, \qquad (1)$$

$$l^2_{15} + R\sqrt{3}\cdot l'''_{15} = \left(\frac{R}{2}\sqrt{10+2\sqrt{5}}\right)^2 \qquad (2)$$

În relația cunoscută

$$l_n = \frac{l_{2n}}{R}\sqrt{4R^2 - l^2_{2n}}$$

dacă luăm

$$l_{2n} = l_{15}$$

atunci

$$l_n = l'_{15}$$

și deci,

$$l'_{15} = \frac{l_{15}}{R}\sqrt{4R^2 - l^2_{15}}\,. \qquad (3)$$

De asemenea, în aceiași relație, dacă luăm

$$l_{2n} = l'_{15}$$

atunci

$$l_n = l''_{15}$$

(latura pentadecagonului stelat din unirea diviziunilor din 4 în 4) și deci

$$l''_{15} = \frac{l'_{15}}{R}\sqrt{4R^2 - l^2_{15}}$$

și ținînd seamă de (3) avem

$$l''_{15} = \frac{l_{15}}{R^2}\sqrt{4R^2 - \frac{l_{15}^2}{R^2}(4R^2 - l_{15}^2)} \cdot \sqrt{4R^2 - l_{15}^2}$$

sau:

$$l'' = \frac{l_{15}}{R^3}(2R^2 - l_{15}^2)\sqrt{4R^2 - l_{15}^2}. \qquad (4)$$

Înlocuind pe l'_{15} dat de (3) în (1) și simplificînd cu $l_{15} \neq 0$ relațiile (1) și (2) devin:

$$R\sqrt{3} + l'''_{15} = \frac{1}{2}\sqrt{10 + 2\sqrt{5}} \cdot \sqrt{4R^2 - l_{15}^2} \qquad (5)$$

$$l''' = \frac{1}{R\sqrt{3}}\left[\frac{R^2}{2}(5 + \sqrt{5}) - l_{15}^2\right] \qquad (6)$$

Înlocuind (6) în (5) obținem succesiv:

$$6R^2 + R^2(5 + \sqrt{5}) - 2l_{15}^2 = R\sqrt{3}\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}\sqrt{4R^2 - l_{15}^2}$$

$$(11 + \sqrt{5})R^2 - 2l_{15}^2 = R\sqrt{30 + 6\sqrt{5}}\sqrt{4R^2 - l_{15}^2}$$

ridicînd la patrat:

$$(126 + 22\sqrt{5})R^4 - 4(11 + \sqrt{5})R^2 l_{15}^2 + 4l_{15}^4 = (30 + 6\sqrt{5})(4R^4 - R^2 l_{15}^2)$$

$$4l_{15}^4 - R^2(44 + 4\sqrt{5} - 30 - 6\sqrt{5})l_{15}^2 + R^4(126 + 22\sqrt{5} - 120 - 24\sqrt{5}) = 0.$$

Simplificînd cu 2

$$2l_{15}^2 - R^2(7 - \sqrt{5})x^2 + R^4(3 - \sqrt{5}) = 0$$

și deci,

$$l_{15}^2 = R^2\frac{7 - \sqrt{5} - \sqrt{54 - 14\sqrt{5} - 24 + 8\sqrt{5}}}{4} =$$

$$= \frac{R^2}{4}(7 - \sqrt{5} - \sqrt{30 - 6\sqrt{5}})$$

$$l_{15} = \frac{R}{2}\sqrt{7 - \sqrt{5} - \sqrt{30 - 6\sqrt{5}}}$$

S-a luat semnul minus pentru al doilea radical pentru că

$$l_{15} < l_6 = R.$$

În adevăr, dacă am lua semnul plus, din faptul că:

$$\sqrt{30 - 6\sqrt{5}} < \sqrt{30 - 18} = \sqrt{12} > 3$$

vom avea

$$l_{15}=\frac{R}{2}\sqrt{7-\sqrt{5}+\sqrt{30-6\sqrt{5}}}>\frac{R}{2}\sqrt{10-\sqrt{5}}>\frac{R}{2}\sqrt{5}>R$$

cee ce ne arată că în acest caz avem o soluție streină.

Rezultă că latura pentadecagonului regulat convex este

$$l_{15}=\frac{R}{2}\sqrt{7-\sqrt{5}-\sqrt{30-6\sqrt{5}}} \tag{7}$$

Insă această formă de radicali suprapuși se descompune căci:

$$C^2=(7-\sqrt{5})^2-(30-6\sqrt{5})=24-8\sqrt{5}=4(6-2\sqrt{5})=4(\sqrt{5}-1)^2$$

deci, $C=2(\sqrt{5}-1)$ și prin urmare relația (7) se descompune succesiv:

$$l_{15}=\frac{R}{2}\left(\sqrt{\frac{7-\sqrt{5}+2\sqrt{5}-2}{2}}-\sqrt{\frac{7-\sqrt{5}-2\sqrt{5}+2}{2}}\right)$$

$$l_{15}=\frac{R}{2}\left[\sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{2}}-\sqrt{\frac{9-3\sqrt{5}}{2}}\right]$$

Insă,

$$\sqrt{9-3\sqrt{5}}=\sqrt{\frac{9+\sqrt{81-45}}{2}}-\sqrt{\frac{9-\sqrt{81-45}}{2}}=\frac{\sqrt{30}}{2}-\frac{\sqrt{6}}{2}$$

și deci:

$$l_{15}=\frac{R}{4}\left(\sqrt{10+2\sqrt{5}}-\sqrt{15}+\sqrt{3}\right), \tag{8}$$

iar

$$l'_{15},\ l''_{15},\ l'''_{15}$$

vor fi calculate pe baza relațiilor (3), (4), (6).

PROBLEME REZOLVATE

Problema 5471

Se dă funcția

$$z=\frac{675x^2-2520xy+2352y^2-90x+168y+41}{225x^2-840xy+784y^2-30x+56y+10}$$

în care x și y iau numai valori naturale (1, 2, 3, ...).

a) *Să se afle valoarea maximă a lui z și la ce valori x, y corespunde ea.* b) *Excluzînd punctele (x, y) în care z este maxim, să se afle maximul*

lui z în domeniul rămas. c) Dacă x și y variază în domeniul $1 \leqslant x \leqslant 28$, $1 \leqslant y \leqslant 15$ *să se afle cîte valori distincte între ele ia z în acest domeniu. d) Considerînd funcția z definită de aceiași expresie unde x și y iau valori reale, să se afle x și y pentru care z este maxim și totodată* x^2+y^2 *este minim.*

E. Rusu

Soluția autorului. Avem :

$$z = 3 + \frac{11}{(15x - 28y - 1)^2 + 9}$$

a) Maximul lui z are loc odată cu minimul numitorului, adică pentru $15x - 28y - 1 = 0$, ecuație care mai poate fi scrisă : $2y = 15(2y - x) + 1$. Aceasta are soluția particulară $y = 8$; $(2y - x = 1)$, $x = 15$. Soluția ei generală este $y = 8 + 15h$; $2y - x = 1 + 2h$, $x = 15 + 28h$. Valoarea

$$z_{maxim} = 3 + \frac{11}{9} = 4\frac{2}{9}.$$

b) Excluzînd valorile de la pct. a) urmează să găsim care este valoarea lui z mai mică decît maximul, dar mai mare ca celelalte ; valoarea imediat mai mică a lui z o putem găsi pentru $15x - 28y - 1 = \pm 1$. În acest caz $z_{max} = 3 + \frac{11}{10} = 4\frac{1}{10}$.

Ecuația $15x - 28y = 2$. Trebuie ca x să fie par ; $x = 2x_1$; ecuația devine $15x_1 - 14y = 1$ cu soluția $x_1 = 1 + 14h$; $y_1 = 1 + 15h$ ceea ce dă : $x = 2 + 28h$, $y = 1 + 15h$.

Ecuația $15x - 28y = 0$ are soluția $x = 28h$, $y = 15h$.

c) Vom căuta dacă în domeniul considerat z poate lua de două ori aceiași valoare. Adică, dacă x, y sînt valori date, să găsim x și y în același domeniu astfel încît sau :

$$a)\quad 15x - 28y - 1 = 15x_1 - 28y_1 - 1,$$

sau :

$$b)\quad 15x - 28y - 1 = -(15x_1 - 28y_1 - 1).$$

Ecuația a) se scrie $15(x - x_1) = 28(y - y_1)$, de unde $x - x_1 = \mathfrak{M}\, 28$ deci x nu este în intervalul dat.

Ecuația b) se scrie $15(x + x_1) = 28(y + y_1) + 2$.

Din ecuația de la pct. b) $x + x_1 = 2 + 28h$; $y + y_1 = 1 + 15h$. Pentru $h = 0$ obținem $y + y_1 = 1$, ceea ce nu e posibil. De asemeni, nu e posibil $h \geqslant 2$. Pentru $h = 1$ avem : $x + x_1 = 30$; $y + y_1 = 16$, iar pentru $x_1 = 1$ nu avem soluție.

Pentru orice x_1 cu $2 \leqslant x \leqslant 28$ și y_1 cu $1 \leqslant y \leqslant 15$ avem o soluție. Soluția este distinctă afară de cazul $x_1 = 15$, $y_1 = 8$. Deci, excluzînd $x_1 = 1$, $y_1 = 1, 2, \ldots, 15$ și $x_1 = 15$, $y_1 = 8$, pentru toate perechile x_1, y_1 avem încă o pereche distinctă x, y, unde z ia aceiași valoare.

Din cele 420 perechi posibile scădem pe cele 16 cu valori unice $420 - 16 = 404$; aceste 404 puncte se pot grupa două cîte două cu z egal. Așadar, obținem pentru z, $202 + 16 = 218$ valori distincte.

d) Punctele în care z este maxim sînt pe dreapta $15x-28y-1=0$. Trebuie să alegem punctul (x, y) de pe această dreaptă, pentru care x^2+y^2 este minim, deci situat la cea mai mică distanță de origină. Ducem perpendiculara din origină pe dreapta dată $\left(y=-\frac{28}{15}x\right)$ și aflăm intersecția ei cu dreapta dată. Obținem: $x(15^2+28^2)=15$ și $y(15^2+28^2)=-28$.

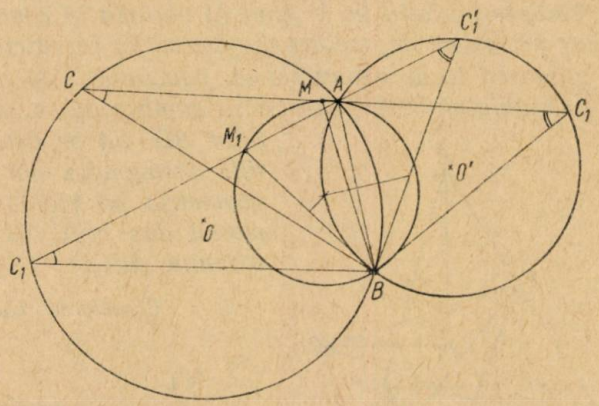
Soluții bune au mai dat: *Gh. Lusztig*, Timișoara și *V. Brînzănescu*.

Problema 5503

Două cercuri O și O' se taie în A și B. O secantă dusă prin A taie cercurile în C și C'. Să se afle locul geometric al mijlocului segmentului CC' cînd secanta variază.

Năstăsescu C., elev Pucioasa

Soluție. Fie $C_1C'_1$ o altă poziție a coardei și M și M_1 mijloacele coardelor CC', respectiv $C_1C'_1$. Triunghiurile BCC' și $BC_1C'_1$ sînt asemenea, căci $\sphericalangle C=\sphericalangle C_1$ și $\sphericalangle C'=\sphericalangle C'_1$. Deducem că și triunghiurile BMC' și $BM_1C'_1$ sînt asemenea și deci avem: $\sphericalangle BMC'=\sphericalangle BM_1C'_1$ sau $\sphericalangle BMA=\sphericalangle BM_1A$. Locul lui M este prin urmare, un cerc ce trece prin A și B.



Observare: Elevul *Grigorescu Șerban* a constatat că și mijlocul segmentului AB aparține locului cerut.

S-au primit multe soluții bune, însă mai lungi.

Problema 5513

Se dă un poligon convex regulat înscris într-un cerc cu raza R și centrul O. Notăm vîrfurile poligonului cu $A_1, A_2, A_3, \ldots A_{2n}$. Fie P un punct oarecare în planul poligonului. Să se demonstreze relația următoare:

$$\frac{\sum PA_i^2}{2n}-PO^2=R^2.$$

* * *

Soluție. — Scriem relația medianei în triunghiul $PA_i A_{i+n}$:

$$PO^2 = \frac{PA_i^2 + PA_{i+n}^2}{2} - R^2$$

Scriind n relații analoage și adunînd membru cu membru obținem:

$$n \cdot PO^2 = \frac{\sum PA_i^2}{2} - nR^2 \text{ sau } \frac{\sum PA_i^2}{2n} - PO^2 = R^2.$$

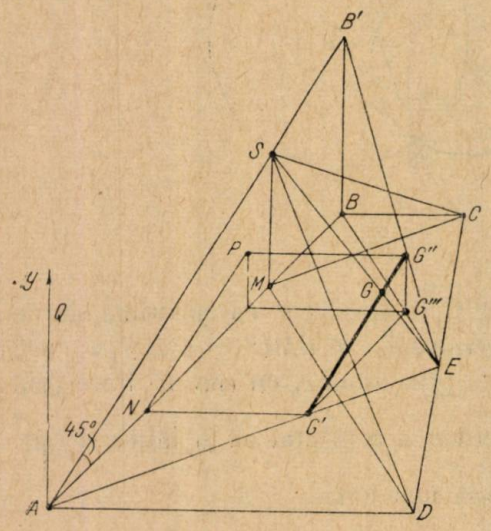
Problema 5539

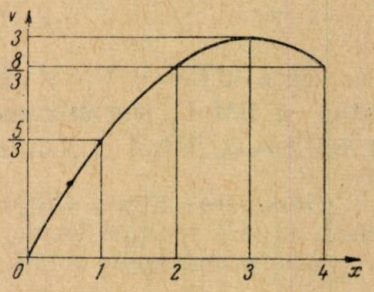
Se dă trapezul ABCD dreptunghic în A și B, astfel ca AB=4a, AD=3a, iar un punct M pe AB unde AM=x.

a) *Pe perpendiculara în M pe planul trapezului și totodată de aceeași parte a acestui plan se consideră un punct S astfel că MS = AM = x. Să se exprime în funcție de a și x volumul V al piramidei SMCD. Să se studieze variația lui V cînd M variază în condițiile indicate. Să se traseze într-un sistem de axe ortogonale curba reprezentativă (a=1).*

b) *Să se găsească locul geometric al punctului S și al centrului de greutate G al triunghiului SCD, cînd M se deplasează în lungul segmentului AB. Să se determine proiecțiile ortogonale ale ultimului loc geometric pe planul ABCD și pe planul dus prin AB perpendicular planului ABCD.*

Bacalaureat Guineea, 1962





Soluția dată de elevul *Grigorescu I. Șerban*, cl. XI s.m. I. N. Bălcescu București *a)* $V = \frac{1}{3} MS \cdot S_{MCD}$. Luăm ca axe carteziene *AB* și *AD*.

$$S_{MCD} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & x & 1 \\ a & 4a & 1 \\ 3a & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$S_{MCD} = \frac{1}{2} |2ax - 12a^2| = 6a^2 - ax;$$

$$V = \frac{1}{3} a\, x\, (6 - x).$$

$$V(0) = 0; \qquad V(4a) = \frac{8a^3}{3}$$

$$V' = \frac{1}{3} a\,(6a - x) - \frac{1}{3} ax = 2a^2 - \frac{2}{3} ax$$

Pentru $x < 3a$; $V' > 0$; $x = 3a$; $V' = 0$; $x > 3a$; $V' < 0$;

$$V'' = -\frac{2}{3} a.$$

Deci, volumul crește pe intervalul $[O; 3a]$, ajungînd maxim pentru $x = 3a$, $V(3a) = 3a^3$; pe intervalul $[3a; 4a]$, volumul descrește; graficul este un arc de parabolă.

b) Triunghiul AMS fiind dreptunghic isoscel avem: $\sphericalangle SAM = 45°$. Dacă notăm cu B' extremitatea segmentului BB' perpendicular pe planul trapezului (de aceiași parte cu S), rezultă că locul lui S e segmentul AB'. E fiind mijlocul lui CD, G împarte segmentul ES (cu extremitatea E fixă și extremitatea S variind pe AB') în raportul $\frac{1}{2}$. Rezultă că locul lui G e evident segmentul $G'G''$, unde G' și G'' se află pe EA și respectiv EB' și avem:

$$\frac{G'E}{G'A} = \frac{1}{2}; \quad \frac{G''E}{G''B'} = \frac{1}{2}.$$

Se observă că $G'G''$ și AB' sînt paralele; deci *și proiecția lui* $G'G''$ pe planul $(ABCD)$ e paralelă cu AB. Proiecția G''' a lui G'' pe acest plan se află, în mod necesar, pe BE, astfel ca

$$\frac{G'''E}{G'''B} = \frac{1}{2}.$$

Proiecția locului lui G e deci,

$$G'G''' \text{ paralelă cu } AB; \left(G'G''' = \frac{1}{3} AB\right).$$

Proiecția locului lui G pe planul Q (planul perpendicular pe planul $(ABCD)$) este segmentul NP, paralel cu AB'.

În sistemul de axe de coordonate AB, Ay, punctele N și P pot fi definite astfel:

$$N\left(\frac{4a}{3}, 0\right); \; P\left(\frac{8a}{3}, \frac{4a}{3}\right)$$

Problema E : 1889

Să se descompună în factori expresia :

$$E = 2(a+b)(b+c)(a+3b+2c) + 2(b+c)(c+a)(b+3c+2a) + \\ + 2(c+a)(a+b)(c+3a+2b) + 9(a+b)(b+c)(c+a)$$

L. Pîrșan

Soluție. — Notăm $a + b = A$; $b + c = B$; $c + a = C$ și expresia devine :

$$E = 2AB(A+2B) + 2BC(B+2C) + 2CA(C+2A) + 9ABC$$

Desfacem parantezele și grupăm convenabil termenii :

$$E = ABC + 2B^2C + 2AC^2 + 4BC^2 + 2A^2B + 4AB^2 + 4A^2C + 8ABC$$

sau :

$$E = C(AB + 2B^2 + 2AC + 4BC) + 2A(AB + 2B^2 + 2AC + 4BC)$$

de unde :

$$E = (C+2A)(AB + 2B^2 + 2AC + 4BC)$$

Grupînd și dînd factor comun în paranteza (2) avem :

$$E = (C+2A)[B(A+2B) + 2C(A+2B)]$$

sau :

$$E = (A+2B)(C+2A).(B+2C)$$

Înlocuind, obținem :

$$E = (a+3b+2c)(b+3c+2a)(c+3a+2b)$$

S-au primit multe soluții bune, însă mai lungi.

Problema E : 1921

O g.a.c. a însămînțat cu grîu $\frac{4}{5}$ *și încă 52 ha din suprafața de teren ce avea, apoi a însămînțat cu porumb* $\frac{1}{7}$ *fără 16 ha din aceeași suprafață. Știind că a obținut 2800 kg grîu la ha și 3200 kg porumb boabe la ha, să se afle suprafața ocupată de fiecare cultură și producția totală de grîu și porumb.*

D. Mirzan, Profesor R. Vîlcea

Soluție. — Cele 16 ha fiind în minus le scădem din 52 ha și avem : $52 - 16 = 36$ ha.

$$\frac{4}{5} + \frac{1}{7} = \frac{28}{35} + \frac{5}{35} = \frac{33}{35}; \quad \frac{35}{35} - \frac{33}{35} = \frac{2}{35}$$

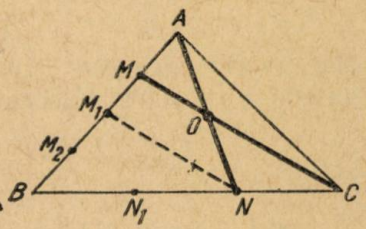
în care $\frac{2}{35}$ reprezintă 36 ha, de unde toată suprafața este de 630 ha, din care $\frac{4}{5}$ reprezintă 504 ha; $504 + 52 = 556$ ha este însămînțată cu grîu; $630 : 7 - 16 = 74$ ha sînt însămînțate cu porumb.

Se calculează apoi, producția de grîu și porumb.

Problema E : 1924

Se dă un triunghi ABC. Pe latura AB se alege punctul M astfel încît $AB = 4\,AM$, iar pe latura BC se alege punctul N astfel încît $BC = 3\,NC$. Să se arate că dreapta MC trece prin mijlocul dreptei AN.

V. Băghină, profesor Breaza



Soluție. — Întrucît $AM = \frac{AB}{4}$, împărțim pe AB în 4 părți egale și notăm punctele de diviziune cu M, M_1, M_2, iar latura BC o împărțim în 3 părți egale și notăm punctele cu N și N_1. Rezultă, conform reciprocei teoremei lui Tales, că M_1N este paralelă cu MC.

În triunghiul AM_1N dreapta MC este paralelă cu M_1N și trece prin mijlocul lui AM_1. Deci, dreapta MC trece și prin mijlocul lui AN.

Problema E : 1925

Să se demonstreze că nu există numere de trei cifre din care scăzînd răsturnatele lor să se obțină patrate perfecte.

C. N. Tudor, student București

Soluție. — Fie $\overline{abc}$ un număr de trei cifre și $\overline{cba}$ răsturnatul său. Avem:

$$\overline{abc} = 100\,a + 10\,b + c\,;\ \overline{cba} = 100\,c + 10\,b + a$$

și

$$x = \overline{abc} - \overline{cba} = 99\,(a - c) = 3^2 \cdot 11\,(a - c)$$

Pentru ca x să fie patrat perfect (excludem cazul $a = c$) trebuie să avem: $a - c = 11^{2k-1} \cdot d^2$, unde $k = 1, 2, \ldots$, iar $d \geqslant 1$ număr întreg. Cum însă $a \leqslant 9$ și $c \leqslant 9$ nu putem avea nici măcar $a - c = 11$. Deci, x nu poate fi niciodată patrat perfect.

Problema 862 (M.F.L.)

Să se studieze variația energiei potențiale a unui corp elastic întins, prin întindere. Pe baza rezultatului să se determine energia potențială

a unui fir de cauciuc de 5 m lungime, de secțiune 2 cm², dacă se întinde cu 10 cm. Modulul Young al cauciculuí este 10 kgf/cm².

Schwartz Lajos, Oradea

Soluție dată de *Bart László* elev în clasa IX a Școlii medii unificate din Dej. Energia potențială a corpului întins e determinată de lucrul mecanic efectuat pentru învingerea forțelor elastice:

$$W = L = \frac{F}{2} \Delta l,$$

deoarece $F_0 = 0$ și calculăm cu media aritmetică. Pe baza legii lui Hooke forța elastică care apare la sfîrșitul întinderii este

$$F = \frac{E \cdot S \cdot \Delta l}{l}$$

unde E este modulul Young, S e secțiunea transversală și l lungimea inițială a corpului. Înlocuind:

$$W = \frac{E \cdot S \Delta l}{2l} \Delta l = \frac{K}{2} (\Delta l)^2, \text{ unde } K = \frac{ES}{l}.$$

Deci energia potențială acumulată în corpul întins (sau restrîns) este proporțională cu patratul întinderii.

Energia potențială a firului de cauciuc este pe baza datelor:

$$W = \frac{10 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \cdot 2\,\text{cm}^2}{2 \cdot 5\,\text{m}} (0{,}1\,\text{m})^2 = 0{,}02 \cdot \text{kgm}.$$

Problema 863 (M.F.L.)

Se dă un cilindru în care se poate mișca un piston. Pistonul e legat de un punct fix printr-un arc. În cilindru este gaz. Să determinăm cu cît se scurtează arcul, dacă încălzim gazul de la 0°C la 100°C. Se cunoaște coeficientul de elasticitate al arcului: 3kgf/cm², lungimea cilindrului 20 cm, presiunea inițială 1 atm și suprafața pistonului 10 cm².

* * *

Soluție dată de *Vértes Péter* elev în clasa X-a a Școlii medii nr. 2 Oradea. Știm că

$$F = kx, \text{ dar } F = (p - p_0) S.$$

Pe baza legii universale a gazelor:

$$p = \frac{p_0 V_0 T}{V T_0} = \frac{p_0 S l T}{S (l + x) T_0}.$$

Înlocuind :

$$kx = S\left(\frac{p_0 lT}{(l+x)T_0} - p_0\right),$$

și rezolvînd ecuația

$$T_0 kx^2 + (p_0 ST_0 + klT_0)x + p_0 ST_0 l - p_0 lTS = 0,$$

$$x \approx 1 \text{ cm}.$$

Problema 864 (M.F.L.)

Între plăcile unui condensator de 500 pF așezăm o placă metalică a cărei grosime este $^1/_4$ din distanța dintre plăci. Cum se schimbă capacitatea condensatorului? Cum influențează poziția plăcii asupra valorii capacității?

Ludmann Tamás, Galați

Soluție dată de *Gajzágó Maria*, elevă în clasa X-a a Școlii medii „Ady Endre" Zălău. Dacă introducem o placă metalică între plăcile condensatorului, obținem un montaj de două condensatoare legate în serie, a cărui capacitate rezultantă o putem determina cu ajutorul relației :

$$\frac{1}{C_r} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}.$$

$$\frac{1}{C_r} = \frac{1}{\frac{\varepsilon S}{4\pi x}} + \frac{1}{\frac{\varepsilon S}{4\pi y}}$$

de unde

$$C_r = \frac{\varepsilon S}{4\pi(x+y)}, \text{ dar } x + y = \frac{3}{4}d,$$

unde d este distanța dintre armături și astfel

$$C_r = \frac{\varepsilon S}{3\pi d}.$$

Putem constata că asupra capacității montajului, poziția plăcii nu are nici o influență.

Capacitatea condensatorului inițial fiind

$$C = \frac{\varepsilon S}{4\pi d} = 500\,pF$$

cea a montajului va fi

$$C_r = C\frac{4}{3} = 666{,}66\,pF.$$

Observație făcută de elevul *Zsidó László* din Brașov:
Problema admite următoarea generalizare:
Dacă între plăcile unui condensator așezăm o placă metalică, a cărei grosime este de n ori distanța dintre plăci ($n < 1$), atunci capacitatea condensatorului crește de $\frac{1}{1-n}$ ori. Poziția plăcii nu influențează capacitatea.

Problema 865 (M.F.L.)

Să se demonstreze pe bază de calcul că particulele componente ale nucleului atomic nu sînt reunite cu forțe gravitaționale. Indicație: să comparăm forța de respingere a lui Coulomb dintre 2 protoni cu forța de atracție gravitațională dintre ele.

Pikó János, Oradea

Soluție dată de *Zsidó László* elev în clasa X-a a Școlii Medii nr. 5 Brașov. Masa unui proton este de $1{,}66 \cdot 10^{-24}$ g. Dacă distanța dintre doi protoni este r, atunci forța de atracție gravitațională dintre ei este:

$$F_a = 6{,}67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{dyne cm}^2}{g^2} \cdot \frac{1{,}66 \cdot 10^{-48} g^2}{r^2 \text{ cm}^2} \approx \frac{18{,}38 \cdot 10^{-56}}{r^2} \text{ dyne.}$$

Sarcina unui proton este $4{,}8 \cdot 10^{-10}$ u.e.s. C.G.S., forța de respingere Coulomb, dintre doi protoni este:

$$F_t = \frac{4{,}8^2 \cdot 10^{-20}}{r^2} \text{ dyne} = \frac{23{,}04 \cdot 10^{-20}}{r^2} \text{ dyne.}$$

Comparînd

$$\frac{F_t}{F_a} = \frac{23{,}04 \cdot 10^{-20}}{18{,}38 \cdot 10^{-56}} \approx 1{,}2 \cdot 10^{36},$$

de unde se vede că părțile componente ale nucleului atomic nu sînt reunite prin forțe gravitaționale.

Problema 866 (M.F.L.)

O sursă de lumină de intensitate I, descrie un cerc de rază a (se rotește uniform). Punctul A de pe diametru se află la distanța $\frac{a}{2}$ de centrul cercului. La care poziție a sursei de lumină va fi maximă iluminarea lui A?

* * *

Soluție. Ecuația cercului (0) este:

$$x^2 + y^2 = a^2$$

Fie M poziția sursei pentru iluminarea maximă a lui A. Atunci iluminarea lui A va fi:

$$E_A = \frac{I}{R^2} \cos \varphi,$$

unde $R^2 = \overline{MA}^2 = \left(x - \frac{a}{2}\right)^2 + a^2 - x^2 = \frac{a}{4}(5a - 4x)$,

$$\cos\varphi = \frac{\sqrt{a^2 - x^2}}{R} = \frac{2\sqrt{a^2 - x^2}}{\sqrt{a(5a - 4x)}},$$

deci

$$E = \frac{8I \cdot \sqrt{a^2 - x^2}}{[a(5a - 4x)]^{3/2}} \text{ și transformat } \frac{E\sqrt{a^3}}{8I} = \frac{\sqrt{a^2 - x^2}}{(5a - 4x)^{3/2}}.$$

Valoarea maximă a lui E o determinăm din relația

$$\left(\frac{E\sqrt{a^3}}{8I}\right)'_x = 0.$$

Prin derivare obținem ecuația

$$2x^2 + 5ax - 6a^2 = 0$$

a cărei soluție este

$$x_1 = a\frac{-5 + \sqrt{73}}{4} \approx 0{,}875\ a \text{ (semnul negativ nu corespunde)}.$$

Deci iluminarea maximă a lui A are loc pentru 2 poziții simetrice ale sursei.

CHESTIUNI DE EXAMEN

Probleme date la lucrarea scrisă la olimpiada de matematică, etapa finală din 26.V.1963

5996. Într-un cerc cu centrul în O se consideră o coardă fixă AB și un punct mobil M pe cerc. Paralela dusă din B la AM intersectează cercul a doua oară în N. Dreptele AN și BM se intersectează în punctul C, iar tangentele la cerc în punctele M și N se intersectează în P. Să se arate că: a) pentagonul $OCMPN$ este inscriptibil; b) dreapta CP este paralelă cu AM; c) pentru ce poziție a punctului M patrulaterul $AMPC$ este paralelogram? Să se arate că în acest caz patrulaterul $MPNC$ este trapez isoscel; d) să se afle locul geometric al centrului cercului circumscris pentagonului $OCMPN$.

T. Weszely, Tg. Mureș (pentru cl. VIII)

5997. Două substanțe se amestecă pentru a se face trei tipuri de medicamente cu care se umplu niște capsule. Pentru tipul I sînt necesare 0,5 g din substanța A și 0,5 g din substanța B. Pentru tipul II sînt necesare 0,2 g din A și 0,4 g din B; pentru tipul III sînt necesare 0,1 g din A și 0,3 g din B.

Să se afle cîte capsule se pot face cu 13 g din substanța A și 24 g din substanța B, fiind necesare cel puțin 10 capsule din fiecare tip.

L. Țene (pentru cl. VIII)

5998. Să se demonstreze că ecuația $\frac{A^2}{x-a}+\frac{B^2}{x-b}=1$ are rădăcinile reale oricare ar fi a, b, A, B reale.

(pentru cl. VIII)

5999. a) Să se rezolve sistemul:

$$xy=(0{,}5)^{-\log_2(a-x^2)}$$

$$y=4^{\log_2\sqrt{a^2-xy-1}}$$

b) Să se găsească valorile reale ale lui a pentru care sistemul are soluții reale.

E. Stănescu (pentru cl. IX)

6000. Pe un segment $OO'=a$ se ia un punct M și se descriu două cercuri tangente exterior cu razele OM și $O'M$. Deoparte a liniei centrelor se duce tangenta comună AB, iar de cealaltă parte tangenta OC din O la cercul (O') și tangenta $O'D$ din O' la cercul (O). Se cere:

a) Să se arate că pentru oricare poziție a punctului M pe OO' raportul $\frac{A^2+MB^2}{MC^2+MD^2}$ are o valoare constantă.

b) Să se determine poziția punctului M pe OO' în cazul cînd aria patrulaterului $ABOD'$ este egală cu $k.OB.O'A$, pentru $k=\frac{\sqrt{2}}{3}$.

c) Ce alte valori poate avea k pentru ca problema de la b) să fie posibilă.

Gh. Bazacov (pentru cl. IX)

6001. Fețele laterale ale unei piramide regulate $VABCD$, cu baza patrată $ABCD$, se desprind rămînînd articulate în vîrful V. În noile lor poziții fețele VAB, VBC, VCD, VDA se notează respectiv VA_2B_1, VB_2C_1, VC_2D_1, VD_2A_1. Octogonul $A_1A_2B_1B_2C_1C_2D_1D_2$ este plan și $A_1A_2=B_1B_2=C_1C_2=D_1D_2$. Se notează cu x unghiul A_2VA, cu a latura $AB=A_2B_1$ și cu m muchia $VA=VA_1$.

a) Cu cîte este mai mică înălțimea piramidei octogonale față de cea a piramidei date? b) Care este volumul piramidei octogonale?

O. Sacter (pentru cl. X)

6002. a) Între unghiurile triunghiului ABC există relația $3B+2C=180°$. Ce relație există între laturile acestui triunghi?

b) Dacă triunghiul ABC este isoscel, atunci există relația: $R^2=2r(R+2r)$, unde R și r sînt respectiv, raza cercului circumscris și raza cercului înscris triunghiului ABC.

Gh. Popescu, Lugoj, (pentru cl. X și an IV școli pedagogice)

6003. a) În ce condiții polinomul $f_1(n)=n^2+pn+q$, (p,q întregi) este un număr par (sau impar) pentru orice n întreg?

b) Să se determine relațiile necesare și suficiente între coeficienții întregi p,q astfel ca polinomul $f_2(n)=n^3+pn+q$ să fie divizibil cu 3 pentru orice n natural.

T. Roman (pentru cl. X)

6004. Se dă mulțimea de elipse care au aceiași axă mare $AA'=2a$. Pe fiecare elipsă din această mulțime se consideră punctul P, din primul cadran xOy, care se proiectează în focarul $F(m, O)$ și se notează cu C proiecția originii axelor pe tangentă în P la elipsă.

a) Să se determine și să se figureze arcele de curbă (C) și (P) pe care se găsesc toate punctele C și P corespunzătoare elipselor din mulțimea dată.

b) Se notează cu K intersecția tangentei în P la una din elipse cu axa yy', iar cu I intersecția tangentei în P la curba (P) cu tangenta în C la curba (C). Să se calculeze coordonatele punctelor K și I și să se interpreteze rezultatele.

c) Să se afle ecuația acelei elipse din mulțimea dată pentru care unghiul ascuțit φ format din cele două tangente în P la elipsă și la curba (P) are valoarea maximă.

Gh. Bazacov (pentru cl. XI)

6005. Se dă funcția $y=\dfrac{mx+n}{\sqrt{x^2+x+1}}$,

a) Ce condiții trebuie să îndeplinească m și n pentru ca funcția dată să fie strict crescătoare (sau strict descrescătoare) pe tot domeniul său de definiție.

b) Să se găsească ecuația locului geometric al punctului de coordonate (m, n) astfel încît în cazul cînd funcția admite un maxim acesta să fie $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$.

c) Să se reprezinte grafic locul geometric găsit.

N. Gheorghiu, Iași (pentru cl. XI)

6006. În urma automatizării procesului de producție, într-o fabrică se produc în a ore cu b piese mai mult decît în trecut.

a) Cîte piese se produceau în trecut în a ore și cîte se produc în prezent în același timp, știind că acum fabrica execută o piesă într-un timp cu c ore mai scurt decît înainte.

b) Să se arate că problema are totdeauna o soluție.

c) Ce relație trebuie să existe între a, b, c pentru ca producția actuală să fie dublă față de trecut.

Aplicația numerică pentru acest caz: $b = 3$ piese, $a = 5$ ore. Să se determine c.

N. Gal, Oradea (pentru anul I școli tehnice de maiștri și anul II școli profesionale).

6007. Să se demonstreze că oricare ar fi $a > 0$; $b > 0$ avem inegalitățile:

a) $\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}} > \frac{a+b}{2}$

b) $\sqrt[3]{\frac{a^3+b^3}{2}} > \frac{a+b}{2}$

(pentru anul I șc. tehn. maiștri)

6008. a) Ferma pentru un acoperiș are forma unui triunghi ABC cu baza $BC=a$ metri. Din B și C se duc contrafișele BB' și CC' perpendiculare pe laturile opuse. Se știe că $BB'=a\frac{\sqrt{3}}{2}$ și $CC'=a\frac{\sqrt{2}}{2}$. Să se afle laturile AB, AC, înălțimea AA' și distanța între punctele A' și C'.

b) Să se arate că într-un triunghi oarecare ABC, dacă AD este înălțimea vîrfului A avem relația: $AD^2=BD\cdot DC\ \mathrm{tg}B\ \mathrm{tg}C$.

(pentru anul I șc. tehn. maiștri)

6009. Un exagon $ABCDEF$ are două laturi opuse AB, DE egale, de lungime dată a; celelalte laturi sînt toate egale între ele, avînd fiecare lungimea dată b. (Se presupune $BD \perp AB$). Să se găsească exagonul de arie maximă care îndeplinește aceste condiții, în ipotezele: a) $b=a$ și b) $b=a\sqrt{3}$.

(pentru anul I șc. tehn. maiștri)

6010. a) O piesă are forma unui trunchi de con și este confecționată din material omogen. Se taie piesa în două părți de egală greutate, printr-o secțiune paralelă cu bazele. Să se calculeze raza cercului de secțiune în funcție de razele R și r ale piesei inițiale. b) Aceiași problemă în cazul cînd piesa se desparte în două alte piese care să aibă ariile laterale egale.

(pentru anul II șc. tehnice de maiștri)

6011. a) Pentru un proces tehnic, la o fabrică s-a preparat o soluție din 1800 kg apă curată și 600 kg sare de bucătărie. Constatîndu-se că nu este soluția cerută s-a scos 96 kg din amestec și s-au pus 96 kg de apă; din amestecul astfel format s-a mai scos 300 kg și s-au pus 300 kg apă

curată ; din noul amestec obținut s-au scos 40 kg și s-au pus 40 kg apă. Ce concentrație are soluția astfel obținută ? b) Cîte kg de amestec trebuie să luăm din soluția la care am ajuns mai sus și din alte două soluții de sare de bucătărie, una cu concentrația de 10% și cea de a doua cu concentrația de 30% ca să obținem un amestec de 3 000 kg cu concentrația de 26,13%, știind că din soluția de la punctul a) se ia o cantitate de două ori mai mare decît din cea cu concentrația de 10% ?

Gh. A. Chiței (pentru an IV școli pedagogice)

6012. Un rezervor cilindric avînd diametrul și înălțimea interioară egale este așezat cu axul de rotație în poziție orizontală. Nivelul lichidului din rezrvor este de $12\sqrt{3}$ dm și reprezintă $\frac{3}{4}$ din lungimea diametrului. Să se afle :

a) aria feței libere a lichidului, b) volumul lichidului, c) greutatea lichidului format din 4 părți motorină cu greutatea specifică de 0,8 g/cm^3 și o parte gudron cu greutatea specifică de 1,2 g/cm^3.

N. Gribincea (pentru anul II șc. profesionale)

Problemele date la lucrarea scrisă la Olimpida de fizică, etapa finală din 26.V.1963

6013. Pe un plan înclinat cu lungimea de $l=10$ m și înălțimea $h=6$ m se găsește un corp ; coeficientul de frecare între corp și plan este $\mu=0{,}1$.

1. Cu ce accelerație trebuie deplasat planul în direcție orizontală pentru ca : a) corpul să alunece uniform spre partea de sus a planului ; b) corpul să alunece uniform spre baza planului.

2. Variind înălțimea planului se ajunge la o anumită valoare a înălțimii, peste care corpul nu mai poate aluneca spre partea de sus a planului, oricît de mare ar fi accelerația a. Care este această valoare a înălțimii ? Se ia $g=10$ m/s^2.

L. Schwartz și *I. Lőrincz*, Oradea, (pentru cl. VIII)

6014. Un bloc de piatră cu masa de 5 t este deplasat uniform pe o șosea construită pe un deal, cu ajutorul unui cablu tras de un tractor. Coeficientul de frecare este $\mu=0{,}4$. Cablul are secțiunea transversală de 2 cm, iar lungimea de 10 m. Blocul se ridică pe verticală cu 1 m pentru fiecare 10 m parcurși pe șosea ($E=22\,000$ kgf/mm^2). Să se calculeze : a) alungirea relativă a cablului ; b) energia de deformare a cablului ; c) ce cantitate de apă cu temperatura de 80°C ar putea să fie transformată în vapori de apă la 100°C corespunzînd echivalentului caloric al energiei de deformare a cablului ($l=540$ cal/g = căldura de vaporizare a apei).

Observație : Se poate considera cu aproximație că blocul apasă pe șosea cu greutatea lui întreagă, dat fiind faptul că înclinarea șoselei este mică.

D. Tănase, București, (pentru cl. IX-a)

6015. Un conductor liniar cu lungimea de 2 m și rezistența $r=0{,}5\Omega$ alunecă fără frecare pe două bare conductoare orizontale care se închid pe o rezistență $R=1{,}5\Omega$. Conductorul este deplasat cu viteză constantă perpendicular pe liniile unui cîmp magnetic de inducție magnetică $B=5$ Tesla, consumîndu-se pentru această o putere mecanică de 2 W. Să se calculeze: a) tensiunea electromotoare indusă în conductor; b) cu ce valoare trebuie modificată rezistența R pentru ca tensiunea electromotoare indusă să fie de 10 V, menținîndu-se puterea mecanică constantă?

Gh. Ionescu, București (pentru cl. X-a)

6016. Cu hidrogenul greu care intră în compoziția apei grele se realizează următoarele reacții termonucleare:

a) ${}_1^2H + {}_1^2H = {}_1^3H + {}_1^1p + W_1$

b) ${}_1^2H + {}_1^2H = {}_2^3He + {}_0^1n + W_2$

c) ${}_1^2H + {}_1^3H = {}_1^4He + {}_0^1n + W_3$

d) ${}_1^2H + {}_2^3He = {}_2^4H + {}_1^1p + W_4$

Să se afle: a) cantitățile de energie exprimate în MeV obținute în cele patru reacții cunoscînd particula și masa corespunzătoare în *UAf*.

$({}_1^2H \ldots 2{,}01474)$; $({}_1^3H \ldots 3{,}01700)$; $({}_2^3H \ldots 3{,}01697)$; $({}_2^4H \ldots 4{,}00387)$.

b) Cu cîți litri de benzină echivalează un litru de apă cu al cărui hidrogen greu s-ar realiza cele patru reacții nucleare cunoscînd:

1) că la 6 000 molecule de apă obișnuită se află 1 moleculă de apă grea;

2) că cele patru reacții menționate se realizează cu aceeași probabilitate;

3) că puterea calorică a benzinei este de 11 000 kcal/kg și densitatea este de 0,8 g/cm³. Se amintește că 1 eV $=1{,}802.10^{-12}$ erg.

c) Din ce cantitate de uraniu 235 s-ar libera aceeași energie (cît a hidrogenului greu dintr-un litru de apă) prin fisiune nucleară.

Se amintește că un atom de ${}_{92}^{235}U$ eliberează prin fisiune 200 MeV.

d) În cît timp o tonă de radium eliberează aceeași cantitate de energie prin dezintegrare radioactivă.

Se amintește că un gram de radium emite prin dezintegrare 140 cal/oră.

Gh. Vieroșanu, București (pentru cl. XI)

PROBLEME PROPUSE*

6017. Se dă triunghiul dreptunghic OAB. O paralelă la ipoteza AB taie pe OA în C și pe OB în D, iar o secantă variabilă care trece prin O taie pe AB în M și pe CD în N. Se duc prin M și N paralele cu OA și OB

*) VIII (6022, 6029, 6032, 6034); IX (6017, 6023, 6026, 6031, 6036); X (6018, 6020, 6021, 6024, 6027, 6030, 6033); XI (6019, 6025, 6028, 6035, 6037, 6038, 6039, 6040, 6041, 6042, 6043, 6044, 6045).

și se formează dreptunghiul $MPNQ$ (P de aceiași parte cu A și Q de aceiași parte cu B). Dreapta PQ se intersectează cu OA și OB, în U respectiv V. Să se arate că: a) punctele A, P, D și B, Q, C sînt colineare; b) Mijloacele segmentelor PQ și UV coincid; c) Suma proiecțiilor segmentelor OU și OV pe înălțimea OE a triunghiului OAB este constantă.

Gh. Popescu, Lugoj

6018. Să se arate că:

$$x^{29}+x^{19}+1 \text{ se divide cu } x^2+x+1,$$

$$x^{24}-x^{13}-x^7+x^6+1 \text{ se divide cu } (x^5+1):(x+1),$$

$$x^{3m+2}+x^{3n+1}+x^{3p} \text{ se divide cu } (x^3-1):(x-1),$$

m, n, p fiind numere naturale.

Benone Săvulescu, Buzău

6019. Fie punctele $A(2a,0)$, $B(0,2b)$ și M mobil pe dreapta $bx+ay-ab=0$. Se cere: a) Ecuația locului geometric al centrului de greutate al triunghiului ABM; b) Poziția punctului M pentru care $AM+MB$ este minimă; c) Ecuațiile dreptelor AM și MB, precum și aria triunghiului ABM pentru poziția M de la punctul prcedent.

C. Tempeanu, Hunedoara

6020. Să se demonstreze că:

$$\frac{1}{1\cdot p}+\frac{1}{p(2p-1)}+\frac{1}{(2p-1)(3p-2)}+\ldots+$$

$$+\frac{1}{[(p-1)n-p+2][(p-1)n+1]}=\frac{n}{(p-1)n+1}$$

I. Popescu, Adjud

6021. Fie punctele $A(2a,0)$, $B(0,2b)$ și M mobil pe dreapta 360° pentru care există separat fiecare din egalitățile:

$$\frac{1}{1-\operatorname{tg}^2 x}+\frac{1}{1-\operatorname{cotg}^2 x}=1;\quad \frac{1}{1-\cos 2x}+\frac{1}{1-\sec 2x}=1;$$

$$\frac{1}{1+\operatorname{tg} 3x}+\frac{1}{1+\operatorname{cotg} 3x}=1;\quad \frac{1}{1+\sin 5x}+\frac{1}{1+\operatorname{cosec} 5x}=1;$$

$$\frac{1}{2-\sin 4x}+\frac{1}{2-4\operatorname{cosec} 4x}=\frac{1}{2};\quad \frac{1}{2-\cos\frac{x}{3}}+\frac{1}{2-4\sec\frac{x}{3}}=\frac{1}{2}.$$

La fiecare caz se vor semnala valorile numerice ale lui x pentru care nu poate avea loc egalitatea respectivă.

C. Ionescu-Țiu

6022. În triunghiul ABC notăm cu A', B', C' punctele de tangență ale cercului înscris cu laturile BC, AC, AB. Fie $P \equiv (AA', BB', CC')$. Notăm cu S_a, S_b, S_c ariile triunghiurilor PBC, PAC, PAB iar cu S aria triunghiului ABC. Să se demonstreze relația:

$$\frac{S}{S_a}+\frac{S}{S_b}+\frac{S}{S_c}=\frac{r_a+r_b+r_c}{r}$$

* * *

6023. Se ia un tub Melde pentru verificarea legii Boyle și Mariotte la care o coloană de mercur cu lungimea h închide la unul din capete o coloană de aer care are lungimea l_1 cînd tubul este vertical cu capătul liber în jos, l_2 cînd tubul așezat vertical are capătul liber în sus și l_3 cînd tubul este orizontal.

a) Să se arate că

$$\frac{2}{l_3}=\frac{1}{l_1}+\frac{1}{l_2};$$

b) Presiunea atmosferică în momentul efectuării experienței este egală cu presiunea exercitată de o coloană de mercur cu înălțimea H dată de relația: $H\ (l_1-l_2)=h(l_1+l_2)$.

Tomescu Ion, elev Ploiești

6024. Fie O vîrful unui triedru tridreptunghic și A, B, C trei puncte pe muchiile lui, astfel încît $AC=2OB$ și $BC=2OA$.

a) M și N fiind proiecțiile lui O pe AC și BC respectiv, să se arate că MN este perpendicular pe OC; b) Să se determine cosinusul unghiului MON; c) D fiind mijlocul lui AB să se stabilească relația:

$$\frac{\operatorname{tg}^4(OCD)}{\operatorname{tg}^4(OCA)}+\frac{MN}{AB}=1$$

Ion Apolozan, Medgidia

6025. Să se determine intervalele pe care poate fi definită funcția:

$$f(x)=\sqrt{\frac{x+1}{x}}$$

pentru a admite funcție inversă și să se stabilească fără derivate, funcția inversă.

R. Ciurea, Brașov

6026. Pe laturile AB și AC ale unui triunghi ABC luăm punctele C' respectiv B' astfel că avem relația $\frac{AC'}{C'B}+\frac{AB'}{B'C}=1$. Să se arate că BB' și CC' se intersectează pe linia mijlocie corespunzătoare laturii BC.

Gh. Szöllosy Gh., Sighet

6027. Să se demonstreze relația:

$$C_n^1 + 3C_n^2 + 4(C_n^3 + C_n^4 + \ldots + C_n^{n-2}) + 3C_n^{n-1} + C_n^n =$$
$$= C_{n+2}^3 + C_{n+2}^4 + \ldots + C_{n+2}^n = 2^{n+2} - 1 - C_{n+4}^2.$$

H. Dăscălescu, Ploiești

6028. Față de axele rectangulare xoy se consideră punctele $A(a, o)$ și $B(o, b)$. Fie M un punct pe prima bisectoare a axelor și N mijlocul lui OM. Dreptele BN și AN întîlnesc dreptele AM și BM respectiv în P și Q.

a) Să se determine rapoartele în care punctele P, Q împart respectiv segmentele AM, BM.

b) Să se determine punctul M astfel ca dreapta PQ să fie paralelă la prima bisectoare.

În acest caz ce poziție are punctul N față de triunghiul OAB?

Gh. D. Simionescu

6029. Se dă un triunghi dreptunghic BAC avînd unghiul drept în A. Bisectoarea unghiului B taie latura AC în B', iar bisectoarea unghiului $AB'B$ taie latura AB în N. Se cere:

a) Să se ducă o secantă prin N care să taie latura BC în P iar prelungirea laturii CA (de la C spre A) în M astfel ca triunghiurile BNP și MNN' să fie egale unde N este simetricul punctului N față de latura CA. Ce poziție are secanta MNP față de bisectoarea BB'?

b) Să se arate că în condițiile de la punctul precedent $B'D$ este perpendiculară pe BM, D fiind punctul de intersecție al dreptelor $B'N$ și BM.

c) Să se demonstreze că triunghiul $BB'M$ este isoscel.

Gh. Petrescu, profesor Pitești

6030. Să se arate că:

$$(\sin a \pm i \cos a)^2 - 2 \sin a\,(\sin a \pm i \cos a) + 1 = 0$$

$$\frac{1}{\operatorname{ctg} a + i} + \frac{1}{\operatorname{ctg} a - i} = \frac{1}{\operatorname{tg} a + i} + \frac{1}{\operatorname{tg} a - i} = \sin 2a$$

$$\frac{1}{(\operatorname{ctg} a - i)^2} + \frac{1}{(\operatorname{ctg} a + i)^2} = \frac{1}{2} \cdot \sin^2 2a - 2 \sin^4 a.$$

C. Ionescu-Țiu

6031. Să se calculeze viteza unui tren la o curbă știind că unghiul de supraînălțare este $\alpha = 9°$, iar raza de curbură $R = 323$ m.

* * *

6032. Pentru umplerea unui bazin cu apă de la o gospodărie colectivă se aduce apă cu o pompă care are diametrul pistonului 0,50 m și cursa de 0,75 m. Știind că pompa lucrează cu 100 lovituri simple ale pistonului

pe minut, iar bazinul are dimensiunile 5m, 4m, și 2m, să se afle în cît timp pompa umple bazinul.

Dacă apa se scurge printr-un orificiu de fund cu secțiunea $s=1\ dm^2$, poate pompa să umple bazinul? Să se afle secțiunea orificiului de fund pentru ca bazinul să se mențină totdeauna plin.

* * *

6033. Să se arate că:

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+\sin a\right)\left(\frac{\sqrt{2}}{2}-\sin a\right)+\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+\cos a\right)\left(\frac{\sqrt{2}}{2}-\cos a\right)=0$$

$$(\cos a+\sqrt{\cos 2a})\,(\cos a-\sqrt{\cos 2a})+$$

$$+(\sin a+\sqrt{-\cos 2a})\,(\sin a-\sqrt{-\cos 2a})=1.$$

C. Ionescu-Țiu

6034. Să se arate că prin simplificarea fracției

$$F(x)=\frac{x^5+x^4(c+b-a)-x^3(1+ab+ac-bc-d)+x^2(a-b+cd-ad-abc)-}{x^5-x^4(a+d-c)+x^3(ad-ac-cd-b-1)-x^2(bc-a-d-acd)+}$$

$$\frac{-x(d-ab+acd)+ad}{+x(b+abc-ad)-ab}$$

se obține fracția echivalentă:

$$F(x)=\frac{x^3+x^2\,(b-a)+x\,(d-ab)-ad}{x^3-x^2\,(a+d)-x\,(b-ad)+ab}$$

și să se afle valoarea fracției obținute pentru $x=a$.

D. Lațcu, profesor Hunedoara

6035. Din focarul parabolei $y^2=2px$ se duce o dreaptă variabilă care o întîlnește în două puncte M și N. a) Să se arate că produsul distanțelor acestor puncte la axul parabolei este de patru ori produsul distanțelor lor la tangenta în vîrf. b) Cum trebuie dusă dreapta prin focar astfel ca proiecția segmentului interior parabolei pe axa parabolei să aibă lungimea $p\sqrt{3}$?

Emil Iasc, Tg. Jiu

6036. Dreptunghiul $ABCD$ are dimensiunile $AB=a$, $BC=b$, $(a>b)$. Din A se duce o semidreaptă care taie latura CD în F și prelungirea laturii BC în E. Se consideră cercurile circumscrise triunghiurilor ADF și CEF.

a) Să se determine $CF=x$ în cazul cînd tangenta comună interioară la aceste cercuri trece prin B. Să se discute posibilitatea problemei. b) Să se calculeze lungimea tangentei comune exterioare limitată la punctele de contact, la cercurile specificate mai sus, în funcție de razele R_1 și R_2 și apoi, în funcție de a și b.

c) Fie M punctul de întîlnire al tangentelor comune exterioare. Să se arate că $MF^2 = ME \cdot MA$.

Corneliu Georgescu, Craiova

6037. O rețea electrică este formată din două ramuri. Prima ramură conține rezistențele $R_1 = R_2 = R_3 = 90\ \Omega$ legate în paralel. Ramura a doua conține rezistențele $R_4 = 20\ \Omega$ legată în serie cu rezistența $R_5 = 150\ \Omega$.

În paralel cu R_5 sînt legate rezistențele $R_6 = 100\ \Omega$ în serie cu $R_7 = R_8 = 100\ \Omega$ montate în paralel. Cele două ramuri în serie fiind alimentate de la două surse legate în serie de t.e.m. 25 V și respectiv 30 V, să se determine curenții din circuit.

Beno Leibovici, profesor Botoșani

6038. Un fascicul de raze paralele violete ($\lambda = 0{,}4\ \mu$) trece printr-o rețea de difracție avînd 500 de trăsături pe milimetru. Fasciculul este focalizat de o lentilă convergentă și prins în planul focal al acesteia. Se întreabă dacă punctul în care interferă razele difractate avînd un unghi de incidență de 30° cu normala la rețea este un maxim sau un minim de luminanță.

Baras Robert, elev Botoșani

6039. O linie aeriană este formată dintr-un singur conductor situat la înălțimea $h = 7{,}5$ m deasupra solului, fiind parcurs de curentul $I = 700$ A. Linia traversează perpendicular o cale ferată. Să se studieze variația t.e.m. indusă în osia unui vagon care circulă cu viteza $v = 90$ km/h admițînd că osia are lungimea de 2 m și înălțimea $h = 0{,}5$ m deasupra solului. Să se determine valoarea maximă a t.e.m induse.

* * *

6040. Într-o instalație de argintare se folosesc 25 băi legate în serie, sub tensiunea totală de 120 V. În fiecare baie se argintează o suprafață de 5 dm²; densitatea curentului este 0,8 A/dm². Să se calculeze cantitatea de argint depusă în 10 ore și energia consumată în acest timp ($k_{ag} = 1{,}118$ mg/C).

* * *

6041. O lampă electrică de 40 W și 100 V trebuie alimentată de la o rețea de 120 V și 50 Hz. Pentru alimentarea lămpii sub tensiunea nominală (100 V) se montează în serie cu aceasta: a) o rezistență R, b) o inductanță L, c) o capacitate C. Să se calculeze valorile mărimilor R, L și C, randamentul și factorul de putere în fiecare din cazurile considerate.

* * *

6042. Să se calculeze:

a) variația energiei cinetice a unui electron accelerat pe o traiectorie de-a lungul căreia tensiunea electrică acceleratoare este de 1 V;

b) viteza V_e pe care o are un electron avînd energia cinetică totală de un electron volt ;

c) viteza V_p pe care o are un proton avînd aceeași energie.

* * *

6043. Un condensator plan cu armături paralele, circulare cu raza $r=6$ cm avînd distanța între armături $e=1$ mm și ca dielectric aer, este menținut la tensiunea constantă de 3 000 V. Să se determine :

a) forța de atracție între armăturile condensatorului ;

b) energia necesară penru a deplasa armăturile la distanța $e'=5$ mm, variația energiei cîmpului electrostatic a condensatorului.

* * *

6044. În planul unei spire dreptunghiulare $ABCD$ parcursă de curentul $I = 5$ A se află un conductor considerat de lungime infinită, paralel cu laturile AB și CD. Conductorul este parcurs de curentul $I=120$ A. Se dau $AB=500$ mm, $BC=200$ mm, $x=300$ mm. Să se determine forța exercitată asupra spirei.

* * *

6045. O spiră circulară de rază $a=10$ cm este executată dintr-un conductor cu rezistența $r=0{,}015$ Ω/m. Spira este așezată perpendicular pe liniile de forță ale unui cîmp cu inducția magnetică $B=0{,}6$ Wb/m^2. Să se calculeze cantitatea de electricitate indusă în spiră prin rotirea planului ei cu 90° față de poziția inițială.

* * *

EXERCIȚII ȘI PROBLEME PROPUSE PENTRU CLASELE V—VIII*

E. 2042. O tablă dreptunghiulară are 150 dm^2. Ce dimensiuni trebuie să aibă tabla ca din ea să se construiască un bidon cubic fără să rămînă deșeuri știind că muchiile nu se unesc prin îndoirea tablei ci prin lipire (sau sudare) și că fiecare față a cubului să nu fie făcută din bucăți.

I. Stănescu, Sibiu

E : 2043. Două radiere și un creion costă 2 lei. Două creioane și un penar costă 11 lei. Două penare și un stilou costă 60 lei. Două stilouri și o radieră costă 86 lei. Cît costă fiecare în parte ?

Ionel Atanasiu, Gugești

*) (E : 2042, 2043, 2045, 2046) ; VI (E : 2044, 2050, 2051, 2052) ; VII (E : 2047, 2048, 2049, 2053, 2054).

E : 2044. Bisectarea unghiului C din triunghiul ABC întîlnește latura AB în M. Bisectoarea MN a unghiului BMC este paralelă cu AC. a) Să se determine unghiurile triunghiurilor isoscele care îndeplinesc această condiție. b) Cîte triunghiuri dreptunghice îndeplinesc condiția dată și ce mărime au unghiurile lor.

Ilie Stănescu, profesor Sibiu

E : 2045. O școală medie a plantat $\frac{2}{5}$ din totalul de pomi al unei G.A.C., plus 3500 pomi. O școală pedagogică a plantat $\frac{2}{5}$ din restul rămas după pomii plantați de școala medie și încă 2500 pomi.

O școală profesională a plantat $\frac{2}{5}$ din restul rămas după ce a plantat și școala pedagogică și încă restul de 2100 pomi.

Cîți pomi au fost plantați la această gospodărie ?

Ștefan Cucoș, profesor Bîrlad

E : 2046. Pe 2 kg fidea și 5 kg biscuiți s-a plătit 55 lei. Dacă 1 kg. fidea ar costa cît 1 kg biscuiți iar 1 kg biscuiți cît 1 kg fidea, s-ar plăti cu 12 lei mai puțin. Să se afle aritmetic, cît costă 1 kg de fidea și cît 1 kg de biscuiți.

T. C. Căsăndroiu, student București

E : 2047. Să se arate că dacă $a \neq -1$ și notăm :

$$\frac{1+a}{1+\frac{1}{a}} = A \; ; \quad 1+\frac{1}{A} = B \; ; \quad 1+\frac{1+A}{B} = \frac{1}{C} \; ; \quad 1+\frac{B}{1+A} = \frac{1}{D} \, ,$$

atunci $C+D=BD=ABC=1$.

C. Ionescu-Țiu

E : 2048. Intr-o G.A.S. sînt 64 de tractoriști care sînt repartizați în 4 brigăzi. Dacă mărim numărul tractoriștilor din prima brigadă cu 3 și îl micșorăm cu 3 în a doua brigadă, numărul din a treia brigadă îl mărim de 3 ori, iar numărul tractoriștilor din a patra brigadă îl micșorăm de 3 ori, numărul tractoriștilor este egal în fiecare brigadă. Cîți tractoriști sînt în fiecare brigadă ?

Emilian Drăgulescu, elev Baia de Aramă

E : 2049. Fie M un punct în planul unui triunghi. Să se demonstreze că simetricele lui M față de mijloacele laturilor triunghiului formează un triunghi egal cu cel dat.

Ionel Atanasiu, profesor Gugești

E : 2050. Cerînd unei persoane data nașterii răspunde : m-am născut într-un an patrat perfect în prima lună a anului și în acea zi a lunei al cărei număr de ordine este egal cu numărul de ani pe care-i împlinesc în 1963. Să se afle data nașterii acestei persoane.

D. M. Bătinețu, student București

E : 2051. Greutatea specifică a unui corp este de 2450 dyne/cm^3. Să se calculeze densitatea lui.

* * *

E : 2052. Un cub din material plastic, cu latura de 10 cm și avînd densitatea de 0,7 g/cm^3 se cufundă pe rînd în apă, a cărui densitate este de 1 g/cm^3, apoi în petrol cu densitatea de 0,8 cm^3. Ce porțiune din cub rămîne afară în cele două cazuri ?

* * *

E : 2053. Trei obiecte *A*, *B* și *C*, lucrate din aliaje diferite de aur și argint, cîntăresc în aer respectiv : 1755 g ; 1350 g și 945 g. Cufundate în apă, devin mai ușoare cu 90 g fiecare. Care e compoziția aliajului în volume pentru fiecare obiect, știind că densitatea aurului este 19,5, iar a argintului 10,5 ?

* * *

E : 2054. Tunetul se aude după 8 secunde de la producerea fulgerului. După 30 secunde, se observă al doilea fulger, al cărui tunet se aude după 4 secunde. Cu ce viteză se apropie furtura. Direcția de propagare a celor două ținte este aceeași cu direcția pe care se apropie furtuna către observator.

* * *

POȘTA REDACȚIEI

1. *Disz Dora* cl. VIII. Arad. *Buculei C.*, Bacău, *Savu Ioana*, Bolintinul din Vale, *Păun Ion* ș. m. 1 Craiova, mai mulți elevi din clasa a IX-a și a X-a liceul militar Breaza, alți elevi din Brașov, Marghita, Cluj, *Buruiană Elena*, Galați, *Sandu Emilia* ș. m. 1 Ploiești și altor corespondenți.

Numărul de probleme bine rezolvate pe care l-am primit fiind sub numărul indicat pe copertă la rubrica „Către rezolvitorii de probleme", nu s-a putut publica la rubrica rezolvitorilor. De asemenea nu se pot anunța soluțiile primite la problemele mai vechi care au depășit termenul de 3 luni de la publicarea enunțului lor, sau care nu țin seama de cele arătate pe coperta revistei la rubrica „Către rezolvitorii de probleme".

2. *Ciulică Elena, Elias Maria, Boroș Petre* elevi ș. m. 3 Arad. *Nimară Pavel* și *Rodeanu Gheorghe*, Baia de Aramă, *Goldstein Remus, Sopșa Fredy, Steinberg S.* și *Titu Laurențiu* din cl. VIII ș. m. 2 Bîrlad, *Bălțăguță Paraschiva, Florea Maria, Păsat Rodica* și *Gușcă Maria* de la Complexul școlar Bîrlad, 8 elevi din cl. IX și 27 din cl. X liceul militar Breaza, *Dulgheru Mihai, Marinescu Ion, Răsanu Simion* ș. m. 4 București, *Marin Florea, Lăscaie Marta* și *Niță Elena*, Cîmpina, *Szabo Arpad* și *Ambrus Andrei*, Ditrău, *Ariton Constanța, Neguț Sorin, Petrescu Octavian* cl. IX ș. m. 4, Galați ; precum și alți 21 elevi din cl. VIII, 12 elevi din cl. IX și 6 elevi din cl. X toți de la ș. m. 5, Galați ; *Susan Relu* și *Crețu Augustin* ș. m. 6, Iași, *Goldenberg Marilena, Herdan Jean* și *Barbu Liviu* cl. IX ș. m. 6, Iași și alți corespondenți care n-au semnat fiecare, problemele.

Soluțiile primite la redacție au fost identice, copiate între ele, unele conținînd și greșeli comune. Astfel de soluții nu se anunță la rubrica rezolvitorilor.

3. *Cornetian Lucian* ș. m. 3 Bacău, *Suhaci Alexandru* ș. m. 1 București, *Meirovici Sorana* ș. m. 12 București, *Cristea Valentin* ș. m. 13 *București*, *Feder Marcel* ș. m. 18 București, *Zainea Eugen* ș. m. 22 București. *Moroiu Alexandru* ș. m. 23 București, *Crețu Liviu* ș. m. 31 București, *Costescu Dumitru* ș. m. 30 București, *Constantin Cornel* lic. m. 40 București, *Cîmpeanu Gheorghe* din Cîmpia Turzii, *Năsturescu C.* Domnești.

Problemele rezolvate și trimise au fost neîngrijit redactate, unele n-au fost însoțite de enunț, iar altele conțin greșeli sau nu indică nici numărul de ordine, nici autorul problemei. Astfel de soluții nu pot apare în rubrica rezolvitorilor de probleme, de aceea vă sfătuim să țineți seama la redactarea soluțiilor de cele anunțate pe coperta III sau IV a fiecărei reviste.

Zsido Gheorghe, Brașov, *Antal Ferenc*, Gheorghieni, *Kokeș Kalman*, Breaza, *Becher Maria*, Ploiești, *Carcaleiuc Valentin*, ș. m. 4 Ploiești.

Soluțiile trimise fiind pentru probleme mai vechi, al căror termen a depășit trei luni de la publicarea enunțului, nu mai pot fi anunțate la rubrica rezolvitorilor de probleme.

5. *Mușatescu Virgil*, absolvent București, *Felea Ion* Bîrlad, *Zegrea Mariana*, Lugoj și altor corespondenți.

Materialele trimise redacției G.M.F.-B ca probleme propuse, rezolvate, note, articole, recenzii, material informativ, trebuie să fie semnate citeț, nefiind suficient ca numele și adresa expeditorului să fie trecute numai pe plic. Trecerea pe plic a numelui și localității este necesară numai pentru repartizarea plicului în vederea întocmirii rubricii rezolvitorilor de probleme pe școli și localități. Nu putem publica materiale care nu conțin și numele autorului.

6. *Către evidențiații ca rezolvitori de probleme.* Pentru a se întocmi și a se face o verificare a activității rezolvitorilor de probleme în vederea premierii evidențiaților pe anul 1963, rugăm ca toți rezolvitorii care au fost evidențiați *de cel puțin 3 ori* în G.M.F.-B numerele 1—10, sau cei care au totalizat în aceste numere *peste 200 de probleme rezolvate* să trimită pînă la 10 noiembrie 1963, cîte o fișă cu totalizarea problemelor care au fost anunțate la rubrica rezolvitorilor. Problemele rezolvate ce vor apare la rubrica rezolvitorilor în nr. 11 și 12 vor fi adăugate de către redacție. Se ține seama și de calitatea redactării soluției și clasa pe care a urmat-o rezolvitorul. Fișa cerută se va trimite într-un plic separat pe care se va scrie: *Conține fișa cu rezolvări publicate în nr. 1—10.*

RUBRICA REZOLVITORILOR DE PROBLEME

(soluții bune primite pînă la 1 iulie 1963)

CIMPULUNG MOLDOVENESC. Liceul militar. Cl. IX. **Rudenco Corneliu** (5674, 79, 81, 88, 89, 706, 10, 13, 16, 26, 27, 29, 30, 59, 802). Cl. X. **Azoiței Mihai** (5670, 71, 74, 77, 79, 81, 87, 89, 707, 13, 16, 20, 24, 26, 29—31, 36, 81, 82, 802), **Bauer Ovidiu** (5666, 68—83, 87—89, 706, 08, 10), **Ciobanu Emil** (5624, 26, 27, 29, 31, 32, 34—36, 38, 39, 41—44, 46, 47, 53, 66, 69, 73—76, 80, 81, 88, 89, 704, 06, 08, 13, 18—20, 25, 28—31, 34, 43, 45, 53; P), **Fazekas Francisc** (5624, 26, 27, 29, 31, 36, 38, 39, 41, 43, 44, 46, 47, 69, 74, 80, 88, 704, 19, 29, 30), **Florea Nicolae** (5666, 69, 77—79, 83, 87, 701, 06, 24, 25, 28—31, 81, 802), **Măierean Alexandru** (5666, 74—76, 78, 81, 83, 88, 89, 701, 13, 16, 19, 20, 24—31, 33, 36, 40, 42, 46, 49, 53, 77, 81, 82, 86, 802), **Moraru Ștefan** (5666, 78, 83, 88, 701, 06, 08, 13, 20, 25, 26, 29—31). Cl. XI. **Ionescu Constantin** (5666, 67, 69—82, 86, 88, 89, 95—97, 701, 05—08, 10, 13, 15, 19—22, 24, 26—32), **Marian Ernest** (5615, 24, 29, 37—39, 41, 45—48, 51, 52, 75, 79, 81—83, 708, 20—22, 24—26, 28—31, 34, 40), **Minea Eracle** (5681, 708, 13, 20—22, 24—26, 28—31, 34, 40), **Stoica Tudorel** (5600—02, 17—19, 21, 29, 39, 41, 44, 47, 52, 53), **Stoicea Marcel** (5666—83, 85—89, 92, 96, 97, 701, 04, 06—08, 10, 13, 15, 16, 19—34, 36, 37, 40—43, 45, 46, 49, 51, 55, 56, 58, 60, 61, 66, 69, 70, 77, 79—83, 86, 90, 92, 95, 801, 02, 04, 06, 08, 09; P).

CIMPULUNG MUSCEL. **S.m. Dinicu Golescu.** Cl. X. **Nițică Gh.** (5666, 70, 71, 74, 76—79, 81, 83, 88, 89, 701,

06, 10, 13, 15, 20, 24—26, 28—31, 33, 36, 42, 44, 52, 53, 82, 91, 95, 802), Ţăposu Iosif (5666, 69, 71, 74, 76—79, 81, 83, 88, 89, 91, 701, 04, 06, 07, 10, 13—15, 17, 19, 20, 24—33, 36, 37, 40, 44, 45, 49, 52, 53, 61, 66, 70, 77, 80—82, 91, 94, 95, 99, 800, 03, 09, 11).

CLUJ. Şc. elem. nr. 3. Cl. VII. Farcaş Ana (E: 1944, 46, 48, 50, 55, 57, 58, 61).

Ş.m. muzică. Cl. VIII. Farcaş Petru (E: 1950, 60—70; 5706).

Ş.m. 4 E. Racoviţă. Cl. X. Trif Florica (5666, 78, 83, 88, 89, 701, 26, 28, 30, 31, 77). Cl. XI. Flueraş Valeriu (5646, 47, 52, 69—71, 73, 78, 80, 89, 701, 29—31), Unguraş Emil (5624, 29, 39, 41, 46, 47, 52, 78, 88, 729—31).

Ş.m. 5. Gh. Bariţiu. Cl. X. Călugăreanu Grigore (5676, 79, 81, 707, 10, 13, 20, 27, 35, 37), Marian Iuliu (5591, 94, 600, 02, 15, 17, 19, 22, 24, 25, 29, 39, 41, 43, 45—48, 53).

Ş.m. 8 N. Bălcescu. Cl. VI. Bejnaru Mircea (E: 1959, 61, 68, 73, 76, 81, 82, 86), Tudoran Tudor (E: 1963, 54, 55, 59, 66, 67, 73, 76, 82). Cl. VIII. Breharu Mariana Tamara (E: 1964, 66—68, 70—74, 81—83), Trif Damian (E: 1951—53, 55—61, 63; 5713, 15). Cl. X. Nimigean Leonard (5624, 27, 29, 43—46, 52, 66, 76, 83, 88, 89, 91, 701), Rodan Gh. (5624, 29, 52, 66, 71, 76—78, 81, 83, 89, 701).

Ş.m. 11. Cl. X. Vass Zsusza (5588, 91, 609, 24, 29, 50, 52, 78, 83, 44, 46, 47, 706). Ş.m. 13. Cl. IX. Cadariu Maria (5669, 74, 76, 79, 81, 88, 89, 701, 06, 26, 29, 30, 49), Nădăşan Felicia (5669, 74, 76, 79, 81, 88, 89, 710, 13, 15, 16, 29, 30), Negru Radu (5669, 74, 76, 79, 81, 88, 89, 701, 06, 13, 25, 29, 30), Vaida Ioan (5669, 74, 79, 88, 89, 713, 16, 25, 29, 30, 49, 53), Cl. X. Crişan Gh. (5669—71, 76, 88, 701, 15, 20, 29—31, 33).

COGEALIC (Dobrogea). Ş.m. Cl. X. Costoiu Vasilică (5624, 27, 29, 43—47, 52, 53, 56, 59, 60, 65, 66, 69, 71, 74, 76, 78, 81—83, 88, 89, 701, 06, 13—16, 18—20, 26, 29—30).

CONSTANŢA. Ş.m. 1 Mircea cel Bătrîn. Cl. VII. Dobrogeanu Maria (E: 1964—70, 73, 75; 5715, 26, 28—30, 37, 42; P). Cl. VIII. Dinu Dumitru (E: 1952, 53, 55, 58—63; 5685, 88, 89), Cl. IX. Chircu Teodor (5679, 703, 04, 23, 27, 37, 40, 46, 48, 70, 77, 87, 91, 93, 96, 815, P). Cl. X. Florescu Gh. (5666, 70, 71, 75, 79—81, 88, 89, 707, 13, 15—17, 20, 25, 26, 29—31, 42, 45, 56, 62, 63, 66).

Ş.m. 2. Cl. VIII. Găvan Mircea (E: 1941, 45—48, 50; 5624, 29, 44, 46, 48).

Ş.m. 4. Cl. X. Luca Ion (5621, 53, 66, 69—71, 74, 76—79, 81, 83, 85, 87—89, 91, 701—03, 06, 07, 10, 13—18, 20, 24—33, 40, 42, 45, 66), Stan Eugen (5666, 71, 74, 76, 78, 81, 83, 89, 701, 10, 24—26, 29, 30, 33).

Ş.m. tehn. spec. contabil. Cl. X. Dorobanţu Rozina (5591, 604, 24, 29, 46, 66, 76, 78, 81, 89, 701, 03, 06, 20).

CORABIA. Ş.m. Cl. X. Alexandru Nicolae (5666, 69—71, 74, 76—79, 81, 83, 88, 89, 701, 05).

COSTEŞTI (Argeş). Ş.m. Cl. VIII. Janeci Ion (1951, 65, 68, 73, 76, 82; 5676, 88, 726).

CRAIOVA. Ş.m. 1. Cl. VIII. Hamzescu Doina (E: 1952, 53, 56, 58, 64, 65, 67—69, 73, 75, 81—84, 86—88; 5688, 787, 96), Pascu Doina (E: 1968, 70—72, 74; 5713, 15, 26, 91, 93, 99, 802), Ştefănescu Dorina (E: 1952, 58, 60, 61, 63, 64, 66, 67, 69—71, 73, 76, 79, 81—83, 87, 88; 5796). Cl. IX. Abstender Mariana (5669, 74, 76, 81, 85, 88, 89, 93, 95, 713, 29, 30, 53), Bîscă Octavian (5713—17, 20, 24—33, 35—37, 40, 42, 44—46, 49, 53, 56, 62, 66, 68—71, 77, 80, 86, 87, 91—93, 96, 99, 800, 02—04, 07, 08, 11, 12), Popescu Felicia (5666, 69, 74, 76, 79, 81, 85, 89, 91, 93, 95, 701, 06, 10, 13, 14, 16, 17, 24—30, 33, 37, 42, 45, 68, 77, 86, 87, 91, 96, 99, 802, 08), Stăncuţ Lucia (5666, 71, 78, 83, 714, 17, 20, 24, 27, 28, 68, 77, 86, 87, 96, 99, 808). Cl. X. Georgescu George (5624, 29, 30, 46, 66, 69—71, 74, 78, 79, 81, 83, 88, 89, 91, 96, 704, 06, 07, 10, 12—18, 20, 29—31, 35, 40, 67, 69—71, 76, 77, 80—82, 86, 93, 99, 808; P), Preda Constantin (5670, 83, 88, 706, 10, 20, 29—31, 53, 80—82), Smarandache Ştefan (5670, 74, 76, 81, 89, 716, 20, 25, 26, 28, 53, 91, 92, 95, 802, 09). Cl. XI. Zimmel Silviu (5647, 69, 72, 80, 88, 731, 34, 77, 78, 80, 82, 99, 802, 06).

Ş.m. 2. Cl. VIII. Dragotă A. (E: 1976, 79—83, 87, 88; 5685, 714, 24, 25, 27, 29, 30), Popovici Ana (E: 1941—46, 48, 50—52, 54, 55, 57—59, 61, 63, 65—67, 69, 70, 73, 75; 5629, 44, 46, 47, 62, 76, 88, 706, 13—15, 24—26), Rizea Ionică (E: 1948, 50; 5624, 29, 44, 46, 47, 88, 89, 706, 13), Tătulescu Mircea (E: 1941, 44, 46, 48, 63, 65, 66; 5629, 46, 47, 88, 713, 15, 30). Cl. IX. Babarada Ion (5669, 74, 79, 81, 85, 88, 89, 706, 13, 15, 25, 27, 29, 30), Niţulescu Elena (5669, 74, 79, 81, 85, 89, 706, 13, 15, 25, 27, 29, 30), Pelivan Ileana (5685, 88, 89, 706, 13, 15, 27, 29,

30), Popescu V. (5669, 74, 76, 81, 85, 88, 89, 706, 13, 26, 29, 30), Cl. X. Călina Ioan (5666, 69, 70, 74—76, 81, 85, 701, 07, 10, 15—17, 20, 24—33, 35, 37, 40, 45, 46, 49, 53, 61, 66, 80—82), Dragotă Georgel (5631, 50, 54, 66, 69—71, 74, 76—83, 85, 87—89, 91, 93, 95, 701, 04—08, 10, 13—17, 20, 24—31, 33, 35, 37, 39, 40, 44—46, 49, 53, 61, 65), Graffer Mircea (5685, 91, 93, 96, 704, 07, 13—20, 24—33, 35—37, 39—43, 45, 46, 49, 51, 53, 58, 59, 61, 66, 67, 69, 70, 75, 77, 80—82, 86, 87, 91, 92, 95, 96, 99, 802, 04, 07, 09; P), Nuță Ștefan (5666, 69—71, 73—79, 81—83, 85, 87—89, 91, 95, 99, 701, 02, 04, 06, 07, 10, 13, 15, 16, 28, 31, 40, 46), Petrescu Ioan (5671, 76, 79, 82, 83, 75, 87, 88, 91, 99, 702, 04, 06, 07, 10, 29, 30, 33, 46, 49, 66)

Ș.m. 3. Cl. IX. Ghițescu Dan (5666, 74, 77—79, 81—83, 88, 89, 95, 705, 06), Mîndreci Viorel (5674, 76, 77, 81, 85, 89, 91, 710, 15, 16, 27, 29, 30, 36). Cl. X. Stanchievici Kristian (5713, 15, 16, 20, 25, 26, 29—31, 35, 40, 42, 43, 70, 77, 80, 81, 82, 91—93, 99, 800, 02, 04, 07), Rădulescu Aurora (5670, 81, 82, 83, 701, 06, 13, 24, 29—31, 33, 45, 53, 80—82, 99, 802).

Ș.m. 4. Cl. VIII. Gheorghe Cicel (E: 1951—59, 61—63, 66—70, 78; 5683, 88, 89, 724—26, 29, 30). Cl. X. Buzatu Aurelia (5629, 44, 70, 74, 76, 77, 79, 83, 85, 89, 706, 10, 13, 29—31), Cristescu Mărgărit (5630, 59, 85, 87, 96, 705, 07, 10, 13—20, 24—33, 36, 37, 39—46, 49, 51, 53, 66), Gavrilă Gheorghe (5630, 43, 50, 51, 70, 76, 82, 85, 89, 96, 704, 06, 08, 13, 15—17, 20, 24—31, 35, 37, 39, 43, 45, 46, 49, 51, 59, 66, 80, 81; P).

CURTICI (Banat). Ș.m. Cl. VIII. Julean Eugen (E: 1946, 48, 52, 58, 65, 66, 75; 5624, 29, 46, 88, 706). Cl. X. Neag Rodica (5666, 74, 78, 79, 88, 701, 13, 16, 20, 29—31), Șerb Livia (5666, 69, 77—79, 83, 88, 89, 701, 20, 29, 31).

DAENI (Dobrogea). Șc. elem. Cl. VI. Topoleanu Gh. (E: 1955, 56, 60—64, 67, 70).

DEJ. Ș.m. Cl. VIII. Petrina Mircea (E: 1958, 61, 66, 67, 75, 82, 87, 88; 5688, 89, 713, 15, 42). Cl. IX. Bercovitzs Elena (5669, 74, 77, 79, 88, 713, 16, 24—26, 29, 30, 36), Bujor Elena (5666, 74, 79, 81, 89, 91, 713, 16, 25, 29, 30, 77), Dodon Ion (5674, 77, 83, 88, 89, 716, 24—26, 29, 30, 36), Leahu Mariana (5646, 69, 74, 77, 83, 89, 725, 29, 30), Öhlbaum Erika Vera (5629, 69, 74, 76, 77, 81, 83, 88, 89, 718, 24, 25, 29, 30), Ștefănescu Dan (5629, 47, 48, 69, 88, 89, 713, 25, 26, 29, 36, 53, 77), Sucaci Marius (5669, 74, 77, 83, 89, 713, 16, 24—26, 29, 30, 36), Tună Georgel (5646, 69, 74, 77, 83, 89, 725, 29, 30), Vasile Alexandru (5634, 44, 48, 53, 85, 88, 89, 95, 749, 87, 92, 800, 11). Cl. X. Lazăr Ion (5669—71, 74, 78, 88, 89, 701, 06, 20, 29—31, 82, 92).

DETA. Ș.m. Cl. X. Florea Titus (5713, 16, 17, 20, 24—29, 31, 42, 53).

DEVA. Ș.m. Cl. IX. Răgălie Ștefan (5608, 10, 27, 30, 44—47, 53, 60, 65, 69, 74, 76—79, 81, 83, 88, 89, 95, 706). Cl. XI. Bolcu Marcel (5666—85, 88, 89, 701, 06, 08), Jula Nicolae (5666—71, 73, 75—81, 85, 88, 89).

DITRĂU (Mureș). Ș.m. Cl. IX. Ambruș Andrei (5656, 74, 76—79, 81—83, 88, 89, 95).

DOMNEȘTI (Argeș). Ș.m. Cl. IX. Moisescu Vasile (5666, 74, 77, 79, 81, 88, 89, 701, 06, 13, 16, 25—27, 29, 30, 777).

DRĂGĂȘANI. Ș.m. Cl. X. Mărculescu Constantin (5670, 77, 78, 83, 88, 701, 05, 10, 20, 26, 27, 29, 31, 81, 82, 802), Nena Stelian (5718, 20, 24—31, 33, 49, 77, 80—82).

FĂUREI. Ș.m. Cl. VIII. Broască Neaga (E: 1965, 68, 70, 73, 81, 82, 85, 87, 88).

FLOREȘTI (Ploiești). Ș.m. Cl. VIII. Tăchescu Ion (E: 1964, 67—70, 72, 73, 76, 80—83, 87, 88).

FOCȘANI. Ș.m. Unirea. Cl. VI. Bauer Alexandru (E: 1953, 55, 68, 73, 81, 82, 84). Cl. X. Mendelsohn Zephy (5666, 69, 71, 74, 78, 81—83, 88, 91, 96, 97, 99, 701, 02, 05—07, 10).

GALAȚI. Șc. elem. nr. 20. Cl. VI. Hariton Ionela (E: 1953, 67, 68, 76, 81, 83, 84).

Șc. elem. nr. 23. Bejan Ortansa (E: 1976, 80—83, 87, 88).

Ș.m. 1. Cl. IX. Glückmann Ilie (5591, 604, 29, 46, 60, 69, 74, 81, 88, 706). Cl. X. Chiculiță Gh. (5629, 44, 46, 52, 75, 77, 78, 80, 83, 88, 716, 30, 31), Crihană Lascăr (5624, 29, 39, 41, 43, 46, 47, 52, 59, 60, 62, 65, 66, 69—71, 74, 75, 77, 78, 80—83, 88, 89, 95, 701, 13, 16, 20, 24—31, 53; P), Năstase Puiu (5624, 29, 44, 47, 52, 57, 58, 65, 70, 74, 75, 77, 78, 83, 88, 89, 701, 10, 13, 16, 20, 24, 26—31, 33, 45, 66, 71).

Ș.m. 2. Cl. VIII. Iordan Emil (E: 1929—32, 34—36, 39, 41, 44, 46, 48, 50; 5591, 604, 29, 46).

Ș.m. 3. Cl. IX. Codreanu Rodica (5666, 69, 74, 76, 77, 89, 706, 10, 13, 25, 27—30, 77).

Ş.m. 4. Cl. IX. Ene Adrian (5624, 27, 29, 30, 46, 69, 74, 77, 81, 85, 88, 89, 706, 10), Petrescu Victor (5624, 27, 29, 46, 69, 74, 77, 81, 88, 706, 10).

Ş.m. 5. Cl. VIII. Anghelescu Gabriela (E: 1942, 43, 45—48, 50, 58, 63; 5624, 29), Enache Lenuţa (E: 1955—59, 61; 5688, 744, 87, 96, 803), Hailpern Barbu (E: 1955, 57, 58, 61, 66—69, 71, 73, 81—83, 87, 88), Iliescu Anghel (E: 1952, 53, 56—59, 61, 63; 5688, 89, 706), Neculai Gheorghiţă (E: 1941—49), Niculescu Laurenţiu (E: 1951—53, 55—59, 61, 63, 68—71, 73, 80—82, 87, 83; 5688, 89, 706, 42, 44), Velichi Menelau (E: 1951—59, 61, 63, 68, 70, 73, 76, 80—83, 86; 5688, 706, 42, 44,). Cl. IX. Coblaş Angelina (5624, 29, 30, 44—48, 53, 60, 69, 74, 76, 77, 79, 81, 85, 87, 88, 706, 10, 13, 15, 16, 24—26, 29, 30, 37, 45, 47, 49, 53, 64, 89), Găitan Marcela (5629, 30, 46, 47, 53, 76, 77, 88, 706, 29), Ionescu Aurelia (5604, 24, 29, 30, 46, 47, 69, 77, 706, 16, 30), Melnic Antoaneta (5629, 44, 45, 47, 77, 79, 85, 88, 753, 61), Mihălceanu Ion (5624, 29, 53, 77, 88, 89, 706, 26, 29, 30, 53), Peiu Tincuţa (E: 1953, 55, 58, 61; 5624, 29, 45, 47, 53, 77, 88, 710), Tăutu Teodora (5624, 29, 44, 46, 53, 69, 74, 80, 706, 10, 13, 45), Tudor Gh. (5627, 29, 46, 47, 53, 60, 76, 89, 705, 25, 26, 30). Cl. X. Luculescu Dumitru (5613, 15, 20, 24—26, 29—31, 35—37), Maghiar Cornel (5666, 70, 71, 75, 76, 78—83, 88, 95, 701, 25, 28, 33), Moraru Nicolae (5653, 70, 71, 74—78, 81, 83, 88, 701, 31, 43).

GĂIEŞTI. Ş.m. Cl. XI. Alexandrescu Petruş (5600, 02, 12, 13, 17—19, 21, 39, 41, 67, 69, 71, 73—75, 78—80, 82, 83, 88, 710, 16, 22, 24, 27—31, 34, 46, 55).

GĂLĂŢENI (Bucureşti). Şc. elem. Cl. V. Ionescu Drăguţa (E: 1958, 61, 69—71, 76—78, 81, 83, 87, 89, 706)

GATAIA. Ş.m. Cl. XI. Jurca Petru (5669, 70, 73—75, 80, 83, 88, 701)

GHERLA. Ş.m. Petru Maior. Cl. IX. Roman Cornel (5666, 76, 85, 89, 91, 703, 10, 16, 25, 29, 30, 33, 49). Cl. X. Vass E. (5660, 69, 74, 76, 79, 81, 85, 88, 89, 91, 97, 7012, 03).

GIURGIU. Ş.m. Cl. VIII. Geantă Georgeta (E: 1931, 48, 52, 55, 58, 61, 62, 70, 73; 5591, 629, 88, 713, 14), Pătraşcanu Mihai (E: 1926, 29, 31, 35, 36, 53, 54, 58, 61, 63, 76, 80—83, 88; 5591, 604, 29, 89, 713, 14, 53, 802). Cl. IX. Năvală Marcel (5669, 70, 74, 77, 88, 89, 91, 705, 20, 30), Puşcoiu Tudor (5541, 604, 77, 78, 83, 89, 95, 726, 35, 42), Rada Mircea (5669, 74, 77, 79, 81, 88, 89, 91, 701, 06, 13, 29, 30, 49). Cl. X. Macovei Alexandru (5670, 76—79, 83, 89, 705,—07, 13, 16, 26, 27, 36), Păun Angela (5591, 629, 52, 76—78, 83, 89, 725, 29—31), Scraba Dumitru (5666, 70, 74, 76—79, 81, 83, 88, 89, 701, 05—08, 13, 16, 20, 24—31, 33, 49), Velcea Nicolae (5666, 69—71, 74, 76—79, 81, 83, 88, 89, 91, 97, 702, 06—08), Zamfirescu Elvira (5588, 91, 94, 604, 09, 15, 21, 24, 29, 31, 44, 46—48, 51, 52, 60, 66, 69, 72, 74, 76, 81, 83, 88, 89, 701, 06). Cl. XI. Rădoi Mihai (5666, 67, 69—83, 88, 89, 95, 98, 701, 03, 05—08, 10).

GURA HUMORULUI. Ş.m. Cl. VIII. Creoleanu Constantin (E: 1966, 80, 87, 88; 5713—15, 24, 25, 27—29, 33, 49, 70, 77). Cl. IX. Prelici Carol (5666, 74, 81, 88, 89, 706, 13, 15, 24—26, 28—30). Cl. X. Belica Nicolae (5624, 29, 44, 46, 47, 52, 76, 81, 88, 89, 713, 15, 16), Lucaci Traian (5689, 701, 06, 13, 20, 24, 25, 28—31, 33), Olaru Ion (5670, 74, 81, 87, 88, 89, 701, 06, 13, 20, 24, 25, 28—31, 33, 46).

HALES (Buzău). Şc. elem. Cl. V. Dogaru Vasilica (E: 1964, 67, 68, 70, 73, 81, 82), Jantea Elena (E: 1944, 56, 60, 61, 67, 68, 70, 71), Petre Ion (E: 1955, 60, 61, 68, 70, 71, 73).

HAŢEG. Ş.m. Cl. X. Petriu Emil (5669—71, 74, 76—79, 81, 83, 85, 88, 89, 701, 03, 06—08, 10, 13—18, 20, 24—33, 35—40, 51, 53).

HOREZU. Ş.m. Cl. VIII. Buşe Marcu (E: 1952, 53, 55, 57, 58, 61—63; 5689, 701, 06).

HUEDIN. Ş.m. Cl. VIII. Voiculescu Emil (E: 1951—55, 58, 60, 66, 67, 70, 72, 75, 79—81, 83, 87, 88; 5689, 706, 13—15).

HUŞI. Ş.m. Cl. VIII. Diaconu Aurel (E: 1966, 73—76, 79, 80—85, 87—89; 5787, 92). Cl. X. Obreja Vasile (5697, 713, 15—17, 20, 24, 25—30, 33, 35, 37, 39—41, 46, 49, 51, 66).

IANCA (Galaţi). Ş.m. Cl. VIII. Manta Ionel (E: 1951—61, 64—70, 75, 79—81, 83, 84, 87, 88; 5669, 78, 81, 83, 87—89, 706, 13—15, 26, 27, 29, 30, 42, 53, 77, 87, 92, 96, 802).

IAŞI. Şc. elem. nr. 2. Cl. VI. Susai Marcela (E: 1953—56, 59, 68, 73).

Ş.m. 1. M. Sadoveanu. Cl. X. Asadurian Alice (5666, 70, 74, 78, 79, 81, 83, 88, 701, 06, 13, 24, 26, 28—31, 77, 80—82, 94, 95).

Ş.m. M. Eminescu C. IX. Alexandru Dumitru (5666, 69, 78, 83, 713, 15—17, 24—26, 29, 30, 33, 36, 37, 45, 49).

Ş.m. 3 C. Negruzzi. Cl. VI. Linde Radu

(E: 1956, 59—61, 63, 64, 67, 68), Cl. VIII. Dămătăr Andrei (E: 1964—70, 72, 73, 75, 76, 82, 83, 87—89).

Ş.m. 3. Cl. VIII. Iacob Dumitru (E: 1962, 65—69, 72, 73, 75, 77, 80, 81, 83, 87, 89; 5742), Săveanu Florin (E: 1957, 58, 65—75, 77, 81—84, 87, 88; 5742, 53). Cl. X. Munteanu Constantin (5660, 70, 85, 88, 705, 13, 20, 24—26, 28, 32), Sandovici Dan (5666, 70, 71, 74, 77—79, 81—83, 85, 87—89, 701, 13—17, 20, 25—31, 45). Cl. XI. Largu Mihai (5666—75, 77—83, 85, 87—89, 701, 13—17, 19—23, 25—31, 34—37, 45)

Ş.m. 4. G. Ibrăileanu. Cl. VII. Socinoc Cristina (E: 1976, 79, 81—84, 86—88), Şerban Elena (E: 1976—88). Cl. VIII. Rucsăndescu Mioara (E: 1953, 58, 59, 62, 66, 68—70, 73, 76, 81, 82, 84, 86, 88; 5796). Cl. IX. Berechelea Dionisie Dumitru (5627, 47, 53, 65, 69, 74, 79, 81, 85, 88, 89, 91, 706, 10, 16, 17, 45, 49, 56, 66).

Ş.m. 5. Cl. VIII. Susai Emanoil (E: 1951—55, 57—59, 61—64, 66—70, 72, 73; 5674, 76, 78, 81, 83, 85, 88, 89, 701, 06, 13, 15, 24—26, 29, 30, 36).

Ş.m. 6. Cl. VIII. Baciu Mihai (E: 1951, 53, 55—62, 64, 67—71, 76, 80—85, 88; 5688), Buruiană Daniela (E: 1953, 55, 57, 58, 68, 69, 73, 76, 81—83, 87, 88), Cosma M. (E: 1955, 58, 61, 64, 66—68, 70, 73, 76, 81—83, 87, 88), Eigher A. (E: 1952—55, 64—70, 72, 73, 81—83, Şmilovici Silviu (E: 1964, 66—71, 73, 80—82, 87—89), Tinţu Florin (E: 1953, 57, 58, 64, 67—69, 73, 81—83, 87; 5796). Cl. IX. Filimon Mircea (5669, 76, 78, 83, 88, 95, 713, 24, 25, 96, 811), Lupu Iacob (5669, 77, 78, 83, 88, 95, 724—26, 77, 87, 96, 802, 11), Rotenstein Carol (5666, 69, 76—78, 81, 83, 89, 705, 24, 25, 96, 811).

Ş.m. 7. Cl. VIII. Tomm Traian (E: 1952, 54, 55, 58, 66, 69, 72, 73, 80, 82, 87, 88; 5689, 787).

INEU. Lt. major Alexa Ion (5666—83, 85, 88, 89, 91, 92, 701, 05, 07, 13, 16, 20, 25, 28—31, 40, 49).

Ş.m. Cl. VIII. Pop Marius (E: 1940, 41, 45—50, 52—56, 58, 60—68, 70, 71, 73, 75; 5624, 29, 44, 46—48, 66, 81, 88, 89, 91, 701, 05).

LUGOJ. Lt. major Pupăzan Nicolae (5713—18, 20, 23, 24—37, 40—43, 46, 49, 51, 53, 56, 62—64, 66, 67, 70, 77, 80, 93).

Şc. elem. nr. 3. Cl. VII. Orbulov Petru (E: 1952, 53, 55, 58, 61, 79, 80, 87).

Ş.m. 1. Cl. VIII. Potoceanu Rodica (E: 1944, 48—50, 52, 53, 55, 57—62), Stănescu Petre (E: 1951—55, 57, 60—64, 66—71, 73, 75, 76, 79—89; 5681, 89, 91, 705, 13, 15, 24—26, 29, 30, 33, 92, 96), Tudoroniu Lucian (E: 1962, 65, 66, 68, 69, 71—76, 79—85, 87—89; 5666, 69, 74, 76, 81, 85, 88, 713—15, 24, 25, 29, 30, 32, 33, 36, 37, 53, 77). Cl. IX. Şerb Ioan (5625, 31, 38, 54, 55, 66, 69, 74, 76, 78, 79, 82, 83, 85, 88, 89, 91, 95, 97, 701, 03, 05, 06, 08, 10, 13, 14, 16, 17, 24, 25, 27, 28, 30, 31, 33, 36, 37, 40, 42, 44, 46, 61).

Liceul nr. 1. Cl. VIII. Guleran Mircea (E: 1965, 66, 80, 82, 83, 86—88; 5726, 27, 29, 36, 53), Hărăguş Ştefan (E: 1952, 54, 57, 58, 65, 68, 73; 5688, 89, 706, 13, 15, 24—27, 29, 30, 35), Iliţoiu Angelica (E: 1958, 65, 72, 75, 79, 80, 87, 88; 5688, 713, 15, 27, 36, 87, 96), Jurca Maria (E: 1955, 58, 62, 65, 73, 88; 5688, 89, 706, 29, 30, 36), Floscaru Gabriel (E: 1964—69, 71, 73, 75, 76, 79, 81—83, 85—89; 5713—15, 24—27, 29, 30, 35, 36, 42, 67, 77, 87, 92, 96, 804), Trautman Ludovic (E: 1945, 46, 48, 50, 51, 57, 58, 65, 69; 5647, 88, 89, 706, 30). Cl. X. Bulzan Romulus (5666, 70, 71, 74, 79, 81, 89, 701, 10, 13, 15, 16, 19, 20, 30), Daba Dan (5624, 26, 27, 29, 31, 39, 41, 43, 44, 46—49, 51—53, 56, 59, 60, 66, 69, 70, 71, 73—81, 83, 88, 89, 93, 701, 06, 07), Lăzărescu Mircea (5624, 26, 27, 29, 39, 41, 44, 46, 51—53, 59, 73, 74, 88).

MĂRĂŞEŞTI. Ş.m. Cl. VI. Minzinopscki Gh. (5601, 23, 38, 40, 66—83, 88, 89, 92, 701, 06, 07, 13, 20—22, 25, 29—31, 34, 45, 46, 77, 82, 86; P).

MARGINA (Banat). Şc. elem. Cl. VI. Dobricean Romulus (E: 1915, 20, 21, 25, 34, 41, 43, 47, 48, 50).

MEDIAŞ. Ş.m. Cl. VIII. Georgescu Clement (E: 1951—54, 57, 58, 61, 76, 79, 81—85, 87—89; 5685, 89, 91). Cl. X. Drăghici Horia (5624, 26, 27, 29, 33, 44—48, 52, 56, 59, 60, 62, 69—71, 74, 75, 77—80, 83, 89, 701, 03, 06, 07, 13, 14, 20, 24, 27, 29—31, 35, 53, 61), Ott Walter (5656, 69—71, 74, 76—78, 81—83, 88, 89, 701, 05, 06, 08), Sima Mihaela (5666, 70, 74, 77, 78, 81, 83, 88, 701, 05, 07, 10, 13, 29—31). Cl. XI. Hudea Ion (5673, 79, 95, 703, 05, 07, 13, 20, 27, 29—31, 35, 36, 39, 42, 82).

MEREI (Ploieşti). Şc. elem. Cl. VII. Jipa Mircea (E: 1952, 53, 55—58, 60, 61).

MISCA (Banat). Hera Gh. (E: 1941, 46, 47, 50—59, 61, 66, 68—73; 5629, 44, 88, 89, 706).

MOLDOVA NOUĂ (Banat). Ş.m. Cl. VIII. Iancovici Elena (E: 1952, 65, 67, 69, 71, 74—76, 79, 80, 82, 85, 87—89; 5744).

MORENI. Ş.m. Cl. X. Oncescu Viorel (5674, 76, 81, 88, 89, 91, 701, 06, 13, 15, 20, 25, 26, 29, 30).

NĂSĂUD. Ş. m. Cl. VIII. Kiselstein Aurel (E: 1951, 54, 55, 63, 66, 72, 73, 79, 80, 82, 87, 88; 5674, 706, 13, 16, 44, 77, 87). Cl. IX. Bocşa Mariana (5624, 29, 46, 47, 65, 69, 74, 77, 79, 716, 17, 29, 30, 53), Hănţoiu Iacob (5600, 04, 19, 24, 29, 44, 46, 47, 76, 88, 89, 701, 05), Magdea Emil (5659, 74, 79, 713, 16, 24, 26, 27, 29, 30, 77, 99, 802). Cl. X. Pleş Gh. (5638, 53, 56, 57, 59—71, 76, 79, 705, 09, 13, 15, 16, 18, 20, 24, 26—31, 33, 35—42, 44—46, 52, 53, 61), Sigelstein Isidor (5713, 18, 20, 24—31, 33, 35—37, 39—42, 44, 46, 53, 65, 67, 75, 77, 80—82, 87, 92, 95, 96, 99, 802, 11; P).

Ş.m. 2. Cl. X. Bîndea Maria (5669—71, 81, 83, 79, 701, 13, 16, 17, 25, 80, 82), Bota Veronica (5624, 29, 31, 46, 52, 54, 66, 70, 75, 81, 83, 88, 728, 53).

NOVĂCI. Ş.m. Cl. VIII. Sisiroi Constantin (E: 1964, 76, 80, 82, 83, 87, 88; 5701, 25, 27, 30, 35, 96), Tomescu Ion (E: 1969, 71, 73; 5669, 74, 713—15, 24—26, 29, 30, 36, 37). Cl. X. Anghel P. (5666, 69—71, 74, 76—79, 81, 83, 87—89, 91, 95—97, 701, 06, 07, 10, 13—20, 24—33, 35—37, 42, 43, 45, 49, 53, 57, 61, 64, 66; P), Sisiroi R. (5666, 70, 71, 78, 79, 88, 89, 701, 06, 11, 13, 15, 20, 27—29, 30, 45, 81, 89), Uţu Ion (5665, 69—71, 74, 76, 78, 79, 81, 83, 83, 89, 701, 05, 10, 13, 15, 16, 20, 24, 26—31, 36, 37, 40, 49, 53, 77, 81, 91, 811).

EVIDENŢIAŢI

Pînă la 1 iulie 1963 s-au mai primit soluţii bune la probleme propuse în G.M.F.—B din localităţile care încep cu literele S—T, de la:

1. **Bădulescu Grigore**, absolvent Topoloveni-Argeş; 2. **Boboc Nestor** cl. X Slănic; 3. **Adam Ionel** cl. XI Ş.m. Tecuci; 4. **Alionte Constantin** cl. X Slănic; 5. **Geleriu Dan** cl. X Ş.m. 3 Sibiu; 6. **Rujan Octavian** cl. XI Ş.m. 1 Timişoara; 7. **Avramescu Ioan** cl. XI Titu; 8. **Popescu Viorela** cl. XI Ş.m. 2 Timişoara; 9. **Dănclă Ioan** cl. X Ş.m. 3 Sibiu; 10. **Gheorghiu Doina** cl. VIII Ş.m. 1 Timişoara; 11. **Tătaru Ioan** cl. XI Ş.m. Tecuci; 12. **Baltă Mihai** cl. VIII Ş.m. Ştefăneşti-Suceava; 13. **Verescu Sergiu** cl. VIII Slatina; 14. **Trif Nicolae** cl. VIII Ş.m. 2 Sibiu; 15. **Matei Petre** cl. VIII Ş.m. 2 Sibiu; 16. **Savitescu Gh.** cl. X Ş.m. Săveni (Bacău); 17. **Simion Virgil** cl. X Ş.m. 3 Sibiu; 18. **Dragu Cornel** cl. X Slănic; 19. **Mazilu Gheorghe** cl. X Ş.m. Tîrgovişte; 20. **Werner Eva** cl. X Ş.m. Sighet; 21. **Moldovan Constantin** cl. X Ş.m. Sighet; 22. **Trif Maria** cl. X Ş.m. 2 Sibiu; 23. **Leordeanu Corneliu** cl. X Ş.m. Sighet; 24. **Rusu Vasile**, cl. X Ş.m. Sărmaş; 25. **Iacobovici Maier** cl. X Ş.m. Sighet; 26. **Borş Iacob** cl. X Ş.m. Sărmaş; 27. **Grosu Iosif** cl. X Ş.m. Sighet; 28. **Ionescu Mircea** cl. X Ş.m. Tîrgovişte; 29. **Ionescu Mihai** cl. X Ş.m. Slatina; 30. **Boguş Mihai** cl. X Ş.m. 1 Sibiu; 31. **Leuştean Florentin** cl. IX Ş.m. Săveni (Bacău); 32. **Oşan Octavian** cl. XI Ş.m. Satu Mare

Soluţii primite pînă la 1.VII.1963.

SALCIA. Cl. VII. Mirea Stelian (E: 1979—83, 85, 87, 88).

SATU MARE. Ş.m. cl. VII. Militaru Alexandru (E: 1979, 81—83, 87, 90, 95—97). Cl. VIII. Glodeanu Dan (E: 1951—54, 59, 63, 65—69, 71, 73, 75, 76, 80—84, 87, 88; 5688, 89, 706, 53), Gulacsi Alex. (E: 1958, 61, 66, 71, 75, 76, 80—83, 87, 88), Nemeş Gavril (E: 1952, 54, 55, 57, 58, 64, 67, 73, 75, 80, 81, 83, 87, 89; 5701, 13, 15, 25, 96), Pop Doina (E: 1965, 65, 75, 80, 83, 87—89; 5713, 25, 29, 30), Pop Gheorghe (E: 1979, 80, 82, 83, 87—89; 5688, 701, 13, 25, 29, 30, 77, 87, 92, 96), Şandor Vasile (E: 1951, 54, 55, 57—59, 61, 66, 67, 69; 5688, 89, 706). Cl. IX. Gătina Vasile (5674, 76, 88, 89, 713, 25—30, 77, 87), Fesztinger Tiberiu (5713, 15, 16, 24—30, 33, 37, 45, 53, 61, 70, 77, 87, 91, 818, 21, 46), Sztrulyovics Zoltan (5713, 15, 16, 25—30, 36, 37, 53, 61). Cl. X. Marcu Liviu (5670, 71, 74, 88, 89, 701, 06, 20, 29—31, 45), Weisz Ioan (5590, 91, 98, 612, 19, 24, 29, 30, 66, 81, 88, 89). Cl. XI. Oşan Octavian (5624, 29, 36—39, 41, 44, 46—48, 52, 53, 63, 64, 66—70, 72—75, 77, 88, 92, 93, 705, 13, 20, 22, 27, 31, 61).

SĂRMAŞ. Ş.m. cl. VIII. Moldovan Vasile (E: 1952, 57, 58, 66, 69, 80; 5688, 89, 713, 25, 26, 29, 30, 36, 53), Sărac Ignat (E: 1952—55, 57—59, 66—68, 70—73, 75; 5685, 88, 89, 706, 13, 24—26, 28—30, 53). Cl. X. Borş Iacob (5666, 69—71, 74—83, 88, 89, 91, 95, 705—08, 13, 15, 18, 20, 24—31, 33, 35, 37, 39, 40, 43, 73), Rusu Vasile (5666, 69, 74, 76—79, 81, 83, 88, 701, 04—06, 10, 13, 16, 20, 24—31, 33, 42, 46, 53, 68, 76, 77, 80—82, 92, 96, 805, 11).

SĂVENI. Ş.m. cl. VIII. Ariciuc Gheorghe (E: 1951—53, 55, 57—59, 61, 63, 66—73, 75; 5688, 89, 706), Butnaru Beila (E: 1958, 66, 73, 81—84, 87; 5787, 96), Clocotici Valentin (E: 1952—58, 61, 63; 5681, 88, 89, 91, 706), Cuza Constantin

(E: 1948, 52, 58, 61; 5629, 44, 46, 88, 89, 706), Maxiniuc Petru (E: 1923, 46, 47, 50, 52, 73; 5629, 44, 89, 724), Mihalache Ion (E: 1953, 61, 64, 69, 73, 81, 82, 88; 5688, 89, 796), Săndiuc Ioan (E: 1966, 68, 76, 81, 83, 87, 88; 5742, 87, 96), Simon Gh. (E: 1958, 61, 68, 73, 76, 81—83, 87; 5689), Stiurcă Aurora (E: 1952, 58, 66, 68, 69, 81, 82; 5688, 89), Țigănucă Sava (E: 1958, 61, 73, 76, 81, 82; 5786, 87, 92, 96), Toler Aron (E: 1951—56, 58, 59, 61—63, 67, 68, 73, 75, 76, 80—84, 87, 88; 5688, 89, 91, 706). Cl. IX. Andrei Mircea (5716, 37, 53, 66, 67, 69, 77, 87, 92, 94, 96, 802, 11), **Leuștean Florentin** (5624, 29, 44—48, 52, 53, 56, 59, 62, 65, 66, 69, 74, 76—79, 81, 83, 87, 89, 91, 701, 05, 06, 10, 13, 24—27, 29, 30). Cl. X. **Savitescu Gh.** (5619, 24, 29, 44—48, 52, 53, 56, 59, 65, 66, 69—71, 74, 76—79, 81, 83, 87—89, 91, 701, 05, 06, 10, 13, 24—27, 29, 30, 31, 53).

SECUENI (Bacău). Absolvent Obreja Petre (5713, 15, 16, 24—26, 29, 30, 31, 35, 37).

SF. GHEORGHE. Ș.m. cl. IX. Balars Katalin (5591, 604, 29, 46, 47, 53, 74, 88, 89, 716), Molnar Margit (5591, 604, 29, 45, 47, 53, 74, 88, 89, 716), Kisa Ildiko (idem), Nebel Beneș (idem), Tok Janos (idem), Tok Andor (5482, 83, 90, 93, 94, 521, 32, 36, 52, 53, 63).

SIBIU. **Ș.m. 1**, cl. VIII. Sandu Viorel (E: 1957; 5687, 88, 706, 10, 13, 15, 24, 29, 30, 42, 53). Cl. X. Bogus Mihai (5665, 69, 70, 74, 77—79, 81, 83, 85, 88, 89, 91, 96, 701, 06, 10, 13—16, 20, 24—27, 29—33, 40, 67, 77, 80, 82, 95, 809), Galea Ion (5713, 15, 16, 27—31, 40, 63, 80, 82), Ghibu Emil (5666, 69, 74, 81, 85, 89, 91, 96, 701, 05, 10, 13, 25, 29, 46), Moldovan Maria (5666, 70, 74, 78, 81, 85, 88—90, 701, 10, 29—31, 80—82), Rădoi Oliviu (5713, 15, 24, 35, 45, 77, 86, 802, 24, 29, 34, 37), Stoia Letiția (5665, 69, 74, 78, 88, 89, 96, 701, 02, 14, 20, 80, 82, 95). **Ș.m. 2**, cl. VIII. Esca Virginia (E: 1973, 75, 79, 81, 87, 88, 95; 5685, 713, 15, 29, 30, 35), Gavriș Maria (E: 1975, 79—82, 87, 88, 95, 99; 5713, 15, 29, 35), **Matei Petre** (E: 1952—56, 59, 62, 64—68, 71, 73, 75—77, 79—84, 87, 88; 5678, 81, 85, 88, 713—15, 24, 25, 27—30, 35, 87), Nicu Maria (E: 1976, 81, 83, 85, 86, 89, 90, 92, 93, 95), Părăiană Ana (E: 1975, 76, 79, 81, 82, 87, 88; 5674, 79, 701, 13, 15, 87), **Trif Nicolae** (E: 1927, 29, 33, 37, 41—45, 48—54, 56—58; 5624, 27, 29, 30, 44, 46, 48, 53, 56, 59, 62, 66, 76, 77, 81). Cl. IX. Mețiu Nicolae (5669, 74, 76—79, 81, 83, 85, 87—89, 701, 04, 05, 08, 10). Cl. X. **Trif Maria** (5598, 615, 24, 25, 27, 29, 30, 38, 44, 46—48, 50, 52—54, 59, 60, 62, 66, 69—71, 74, 76—78, 80, 81, 83, 85, 87—89, 91, 92, 701, 04, 06, 07, 10), Hanea Dumitru (5665, 69, 74, 76—79, 83, 88, 89, 701, 28, 43). **Ș.m. 3.** Cl. VIII. Bologa Dumitru (E: 1952, 61, 64, 66, 67, 71, 82, 85). Cl. IX. Bucur Liliana (5655, 69, 706, 08, 10, 13, 15, 24—27, 29, 30, 40, 49), **Dăncilă Ioan** (5624, 26, 27, 37, 38, 42, 52, 54, 63, 64, 68, 70, 71, 73, 75, 701, 02, 04, 07, 11, 20, 35, 40, 52, 53, 56, 65, 68—70, 75—77, 80—82, 85, 91, 93, 95, 99, 802, 04, 07, 09, 11), Gelcriu Dan (5713—17, 24—30, 33—37, 39, 40, 42, 44—46, 49, 52, 53, 61, 65, 66, 68, 70, 73, 75, 77, 81, 82, 86, 87, 90—96, 99, 800, 02, 03, 05, 06, 08, 11, 14—16, 18, 19, 21—23, 26, 27, 29, 30, 32, 37, 40—42, 46, 48, 49), Helju Doina (5713, 15, 24, 25, 27, 29, 30, 37, 67, 92, 826, 30), Loșiță Ileana (5669, 79, 713—16, 24—27, 29, 30, 37, 40, 45, 49, 67, 92, 826, 30, 42), Munteanu Rodica (5669, 74, 76, 77, 81, 87, 712, 24—26, 28—30, 36), Popescu Adriana (5676, 77, 85, 95, 713, 14, 15, 17, 24—27, 29, 30, 33, 36, 37, 49, 67, 69, 77, 802), Potra Gabriela (5669, 708, 10, 24, 26, 29, 30, 49). Cl. X. Aluaș Dumitru (5590, 604, 09, 12, 46, 47, 52, 87—89, 701), Bota Monica (5713, 15, 16, 24—26, 29—31, 92, 802, 30), Jurcovan Dorel (5666, 69, 71, 74, 76—79, 81, 83, 87, 89, 705, 05, 08), **Simion Virgil** (5624—27, 29, 31, 33, 43, 44, 46—57, 59, 60, 62, 63, 65, 66, 69—71, 74—83, 87—89, 706), Taraneul Ion (5666, 69, 70, 76—78, 83, 88, 89, 95, 701, 05, 06, 08).

Șc. de 8 ani nr. 1, cl. VI. Soima Ileana (E: 1953, 55, 56, 59—62, 64, 67, 68, 70, 73, 76, 81—84). **Șc. de 8 ani nr. 9**, cl. V. Nicola Rodica (E: 1953, 55, 56, 60—62, 81). **Șc. de 8 ani nr. 12**, cl. V. Nicu Olga (E: 1953, 55, 64, 71, 81, 86). Cl. VI. Stănilă Florentina (E: 1953, 55, 64, 67, 68, 71, 73), **Trif Felicia** (E: 1941, 43, 53—56, 59, 62, 68). Cl. VII. Nicu Maria (E: 1953—55, 64, 68, 70, 71, 73, 74, 75, 79, 81, 82, 84—86, 89). **Șc. de 8 ani nr. 15**, cl. VI. Anton Elena (E: 1953, 55, 68, 76, 81—83), Baltador Mihai (E: 1976, 81—84), Bălăcica Rodica (E: 1953, 55, 59, 61, 68, 76, 81—84), Brudi Edit (E: 1955, 59, 76, 81—84), Budai Gh. (E: 1951, 76, 79, 81—84), Covaci Costel (E: 1953, 55, 56, 59, 61, 68, 83), Croitoru Gh. (E: 1959, 61, 68, 76, 81—84), Cruceanu Ada (E: 1953, 55, 59, 61, 68, 76, 81, 83), Cucu Gelu (E:

1953, 55, 59, 68, 76, 81—84), Dobre Traian (E: 1953, 55, 59, 68, 76, 81—84), Frum Dorina (E: 1953, 55, 56, 60—62, 68), Glodcă Daniel (E: 1953, 55, 59, 61, 76, 81—83), Hampu Gh. (E: 1953, 55, 59, 61, 76, 81, 83, 84), Iliescu Marilena (E: 1953, 55, 59, 61, 68, 76, 81), Nistor Ilie (E: 1955, 59, 68, 76, 81—84), Retezatu Carmen (E: 1953, 55, 59, 61, 82—84), Roşu Şerban (E: 1953, 55, 59, 61, 68, 76, 81—84), Şerban Rodica (E: 1953, 55, 59, 61, 68, 76, 81—84), Schiau Rodica (E: 1953, 55, 59, 61, 68, 76, 71, 72, 84), Sevestrean Ioan (E: 1955, 56, 59, 68, 70, 71), Ştefan Maria (E: 1955, 59, 68, 76, 81—84), Vecerdea Rodica (E: 1953, 55, 59, 68, 76, 81—84), Vintilă Doina (E: 1953, 55, 59, 68, 76, 81—84), Voinea Nicolae (E: 1959, 61, 79, 81—84), Vulcu Maria (E: 1953, 55, 59, 68, 76, 81—84).

Absolvent Andrei Maria (5713—16, 24—31, 34, 39, 74, 814, 18, 21, 26, 27, 30, 34, 48).

SIGHET. Ş.m. cl. X. **Grosz Iosif** (5666, 70, 71, 74, 76—83, 88, 89, 701, 06, 07, 13—16, 20, 24—26, 29—31, 33, 35, 36, 39, 53, 77, 80—82, 95, 99, 805, 09), **Iacobovici Maier** (5666, 69—71, 74, 76—81, 83, 88, 89, 91, 701, 02, 05—07, 12—15, 18—20, 24—26, 28—31, 35—37), **Leordeanu Corneliu** (5666, 69—71, 74, 76—81, 83, 88, 89, 91, 701, 05—07, 12, 13, 15—17, 20, 24—31, 33, 35, 37, 45, 49, 81, 82), **Moldovean Constantin** (5666, 69, 70, 74—76, 78—81, 83, 87—89, 701, 04, 06, 13, 15—17, 20, 24—26, 29—31, 33, 40, 45, 49, 53, 66, 67, 77, 80, 81, 92, 802), **Perl Edita** (5665, 69—71, 74—76, 78—81, 83, 87—89, 701, 04, 06, 07, 10), **Werner Eva** (5665, 69—71, 74—76, 78—81, 83, 87—89, 97, 99, 701, 04, 06, 07, 10, 13, 15—20, 24—31, 35, 40—42, 46, 51, 53).

SIGHIŞOARA. Ş.m. cl. VI. **Moraru Cristian** (E: 1943, 55, 56, 60—64, 67, 70, 71). Cl. VII. **Sutac Paul** (E: 1918, 26, 28, 29, 39, 41, 43, 48, 50). Cl. IX. **Kelemen Erszebeth** (6691, 94, 708, 10, 17, 19, 24, 29, 46, 69, 74, 79, 88). Cl. X. **Bogdan Alex.** (5591, 604, 12, 27, 29, 31, 44—47, 52, 54, 60, 71, 75, 77, 78, 83, 88, 701), **Floca Margareta** (5631, 77, 87, 713, 24—26, 28—31, 36, 37), **Ionaşcu Eugenia** (5624, 29, 31, 46, 47, 52, 54, 75—78, 80, 83, 87, 88, 701, 06, 26, 29—31, 35), **Jacobi Mihaela** (5591, 94, 600, 04, 08, 09, 15, 17, 19, 21, 31, 53). Cl. XI. **Reich Karl** (5591, 13, 17—19, 24, 29, 37—39, 41, 64, 67, 69—71, 73—75, 79, 80).

SIMERIA. Ş.m. cl. X. **Tomotaş Tudorel** (5665, 75, 76, 78, 82, 718, 20, 28—31, 81, 82). Cl. XI. **Rusu Cristina** (5670, 75, 80, 88, 92, 701, 06, 13, 29—31, 79).

SINAIA. Ş.m. cl. X. **Cernescu Cinthia** (5666, 69—71, 77—79, 81, 83, 88, 89, 701, 04, 06), **Răduţă Vasile** (5666, 69—71, 75, 77, 78, 81, 83, 88, 89, 91, 701, 02, 04, 06, 07, 10, 13, 20, 28—31, 33, 46, 61).

SIRET. Ş.m. cl. X. **Vainiş Izidor** (5666, 70, 76, 79, 81, 83, 88, 701, 06, 13, 28—31, 53), **Vasileniuc Dumitru** (5670, 81, 83, 706, 10, 24—31, 42). Cl. XI. **Airinei Anton** (5647, 58, 64, 68—70, 72, 73, 75, 76, 78—80, 92, 722, 31).

SLATINA. Ş.m. cl. VIII. **Buicescu Radu** (E: 1943, 46—48, 50, 51, 57, 58; 5629, 88, 89, 705), **Veresciu Sergiu** (E: 1964, 66, 68—70, 72—76, 80—84, 87—90, 92, 93, 95—97, 99; 5713, 15, 24—26, 29, 30, 52, 87, 92, 96, 814, 18, 30), **Sîrbuleasa Maria** (E: 1968, 69, 72, 73, 76, 80, 82—85, 88, 89), **Ţăcălie Rada** (E: 1951, 54, 55, 58, 61, 5689). Cl. IX. **Diaconescu Radu** (5665, 74, 76, 77, 79, 81, 83, 89, 91, 701, 06, 15, 25, 26), **Prună Marin** (5669, 73, 76, 77, 88, 89, 706, 15, 25, 26, 29, 30). Cl. X. **Ionescu Mihai** (5665, 69—72, 75—81, 83, 87—89, 701, 05, 06, 08, 13, 15, 19, 20, 24—26, 28—31, 33, 37, 53, 77, 80, 82, 92, 94, 805).

SLANIC. Cl. Cl. VIII. **Mareş Elena** (E: 1951, 69, 80, 75, 82, 83, 87, 88; 5713, 15, 25, 87, 96). Cl. X. **Alionte Constantin** (5588, 90, 91, 94, 600, 04, 06, 04—10, 12, 13, 15, 17, 19, 21, 22, 24, 29, 31, 44—48, 52, 53, 56, 59, 60, 62, 65, 66, 69, 70, 74, 77—79, 81—88, 89, 701, 02, 05, 13—15, 17—20, 24—33, 36—39, 46, 49, 52, 66, 77, 80—83, 87, 92, 95, 96, 803, 09, 11, 14—16, 18, 19, 21, 22, 26, 27, 29, 30, 34, 37, 42, 45, 46, 48, 49), **Boboc Nestor** (5588, 90, 91, 944, 600, 04, 06, 08—10, 12, 15, 17, 19, 21, 22, 24, 29, 31, 44, 46—48, 51—53, 56, 59, 62, 65, 66, 69, 70, 74, 77, 78, 81—83, 88, 89, 701, 02, 05, 06, 13, 15, 17, 18, 20, 24, 26—31, 33, 36—40, 43—46, 69, 77, 80—82, 85, 87, 96, 803, 05, 11, 14—16, 18—22, 26, 29, 30, 45—49), **Dragu Cornel** (5666, 69, 70, 74, 77, 78, 81—83, 88, 89, 97, 701, 06, 10, 13—15, 17—20, 24—33, 36, 37, 39, 40, 42, 44, 52, 66), **Dumitrescu Costin** (5588, 91, 94, 600, 04, 06, 08, 09, 12, 21, 24, 29, 31, 44, 45—48, 51—53, 56, 59, 62, 69, 70, 73, 77, 78, 83, 88, 89, 701, 05, 06), **Iancu Constantin** (5588, 91, 604, 06, 09, 21, 24, 29, 31, 45, 45, 46, 52, 56, 59, 62, 70, 74, 77, 78, 83, 88, 701, 05, 06, 26, 29—31, 33, 39, 77, 80—82, 87, 94, 805, 11), **Şoiman**

Liviu (5590, 91, 604, 06, 15, 17, 19, 24, 29, 44—46, 48, 52, 53, 60, 65, 66, 70, 71, 744, 77—79, 81—83, 88, 89, 89, 701, 02, 06, 10).

SLOBOZIA. Şc. 8 ani cl. VI. Troacă Dorina (E: 1966—68, 70, 76, 81—83, 86).

STREHAIA. Ş.m. Cl. VIII. Mihărtescu Ion (E: 1957, 69, 73; 5688, 89, 706, 24, 29, 30, 53), Stăiculescu Aurelia (E: 1952, 53, 57, 58, 65, 66, 82, 87, 88). Cl. IX. Grecu Alexandru (: 5591, 604, 24, 29, 46, 47, 62, 74, 76, 77, 81, 89). Cl. X. Basica Manuela (5336, 37, 512, 17, 32, 624, 29, 46, 53, 65, 69, 70, 74, 78, 79, 81, 88, 701, 06, 24, 25, 29, 31, 33, 81, 82, 89), Bălăcescu Georgeta (5666, 70, 75, 78—80, 83, 88, 89, 701, 06, 29—31, 53, 81, 82, 86), Bejan Ştefan (5666, 61—71, 75, 76, 78, 80—82, 88, 704, 15, 20, 31, 92, 96), Cărbunescu Maria (5591, 604, 24, 29, 46, 52, 53, 66, 70, 75—78, 80, 81, 83, 88, 89, 701, 06, 13, 16, 20, 28—31, 36, 53, 77, 81, 82), Gonciulea Iuliana (5591, 604, 24, 29, 46, 52, 63, 66, 70, 75—77, 81, 83, 88, 89, 701, 05, 07, 16, 28—31, 35, 53, 77, 81, 82), Lupşoiu Constantin (5670, 71, 74, 713, 16, 20, 25, 27, 29—31, 43, 53, 77, 80, 82, 95), Mîndreanu Eugen (5669—71, 74—76, 78, 80, 81, 83, 88, 701, 06, 13, 14, 20, 24—27, 29, 31, 43, 53, 77, 82, 88, 85). Cl. XI. Ancuţescu Elisabeta (5591, 602, 17—19, 24, 29, 37, 39, 41, 46, 47, 53, 60, 68, 69, 71, 73, 74, 76, 79—82, 88, 89, 706).

ŞINCAI (Reg. Mureş Aut. Magh.). Şc. 8 ani cl. VI, Mădărăşan Grigore (E: 1926—28, 34, 41, 43, 48, 50). Cl. VII. Saiu Ana (E: 1921, 26, 28, 34, 41, 43, 48, 50). Cl. VII. Saiu Ana (E: 1921, 26, 28, 34, 41, 43, 48, 50).

ŞOMCUŢA MARE. Ş.m. Cl. VIII. Abraham Maximilian (E: 1952, 53, 55, 57, 58, 61, 62, 66, 69, 70, 73, 76, 80—83, 87, 88; 5524, 88, 89, 91, 706, 13, 15, 25—42, 77, 95). Cl. IX. David Vasile (5624, 29, 44, 46, 69, 74, 76, 79, 81, 88, 89, 706, 15, 16, 24, 26, 27, 29, 30, 49), Neuman Ignaţiu (5564, 91, 94, 604, 24, 29, 44, 46, 47). Cl. X. Razmoş Ioan (5644, 66, 69, 70, 74, 79, 81, 88, 89, 701, 06, 08, 29—31).

ŞTEFĂNEŞTI (Suceava).. Ş.m. Cl. VIII. Baltă Mihai (E: 1952—55, 57—64, 66—73, 75, 76, 80—84, 87, 88; 5678, 83, 88, 89, 705, 87, 92, 96).

ŞTEFĂNEŞTI (Argeş). Ş.m. Cl. X. Şerban Constantin (5678, 85, 88, 89, 701, 13, 16, 20, 25, 26, 28—31).

SINGEORZ BAI. Ş.m. Cl. VIII. Gevărtz Cornel (E: 1927, 28, 32, 34, 36, 43, 46, 47, 52, 58, 59, 64, 66—70, 73; 5604, 44, 47, 88, 742), Marica Maria (E: 1927, 29—32, 34, 39, 41, 45, 47, 48, 50, 52, 55, 58, 59, 61, 69; 5591, 604, 29, 44, 47, 88, 701), Serdon Monica (E: 1945, 48, 50, 52, 57, 69, 72; 5629, 46, 88, 701, 53, 47).

SINNICOLAUL MARE. Ş.m. Cl. IX. Jianu Ionel (5624, 59, 69, 74, 77, 87, 88, 95, 701, 08, 13, 16, 24, 29, 35, 36).

SÎNTANA (Crişana). Ş.m. Cl. IX. Deznan Ioan (5591, 604, 17, 60, 69, 74, 77, 78, 88, 89).

SUCEAVA. Ş.m. Cl. VIII. Coifman Sulamith (E: 1952, 54, 55, 58, 64, 66—68, 70; 5687—89, 91, 706, 13, 25, 26, 29, 30, 35, 53).

TUŞNAD. Ş.m. Cl. VIII. Dornfeld Ecaterina (E: 1926, 41, 46, 48, 50, 52, 55, 57, 58, 61, 63, 66, 69, 73, 82, 87, 89; 5604, 29, 83, 89, 706, 95), Zaharia Amelia (E: 1941, 46, 48, 58, 66; 5624, 46, 81, 88, 89, 91, 706).

TECUCI. Ş.m. Cl. VI. Lazău Alin (E: 1959, 68, 70, 71, 73, 81—83). Cl. VIII. Bucuroaia Elena (E: 1933, 35, 48, 71, 73, 82, 83; 5590, 663, 796). Cl. VIII. Căraŭş P. (E: 1933, 35, 55, 71, 73, 82, 83, 87; 5590, 629, 796), Cucorenco Aurica (E: 1933, 35, 59, 61, 69, 71, 73, 82, 83, 87; 5590, 796), Driga Eugenia E: 1948, 5,5 59, 69, 73, 82, 83, 87; 5629, 796), Durbacă Stela (E: 1936, 58, 61, 69, 73, 82, 83, 87; 5529, 53, 63, 90, 96), Gavriliu Stelian (E: 1936, 41, 43, 46—48, 50, 52—55, 57, 58, 61, 73; 5715), Gîţă Constantin (E: 1944—48, 50, 51, 57, 58, 61, 64, 69; 5629), Gurău Dobra (E: 1955, 58, 61, 62, 67, 70, 82, 83, 87; 5629, 787, 96), Irimia Rodica (E: 1965, 66, 68, 73, 76, 81—83, 90, 92, 95), Marin Domnica (E: 1951, 55, 57—59, 61, 63, 69, 71, 82, 83, 87, 88; 5706, 13, 87), Pătrăţeanu Aritina (E: 1944—48, 50, 51, 57, 58, 61, 64, 69; 5629), Rebegea Dan (E: 1958, 61, 69, 73, 82, 83, 87; 5629, 792, 96), Sava Ana (E: 1941, 45—48, 50, 51, 55—59, 61, 64, 69, 71, 80, 82, 83, 87, 88; 5629, 706, 13, 87), Seuleanu Sibila (E: 1955, 57, 58, 61, 62, 67, 69, 70, 82, 83; 5787, 96), Sultan Jana (E: 1933, 36, 48, 71, 73, 82, 83, 87; 5590, 629, 63, 796). Cl. IX. Oprişan Teodor (5729, 42, 45, 49, 53, 55, 57, 59, 64, 66). Cl. X. Bejenaru Miruna (5676, 78, X81, 89, 701, 06, 13, 20, 24—26, 29—31), Radoveanu Liliana (5670, 78, 83, 88, 89, 701, 06, 24—26, 29, 33). Cl. XI. Adam Ionel (5621, 29, 31, 32, 34, 35, 39, 41, 42, 46, 47, 54, 56, 57, 66, 69—71, 74—80, 83, 88, 89, 91, 701,

03, 06, 07, 13, 15—18, 20, 24—31, 33, 36, 37, 41, 45, 49, 53, 77, 80—82, 92, 96, 802), **Tătaru Ioan** (5629, 31, 32, 34, 35, 37—39, 41, 42, 45, 47, 54—58, 60, 64, 66, 68—71, 74, 75, 79, 80, 88, 89, 91, 701, 03, 06, 07, 13, 06, 07, 13, 15—17, 20, 24—31, 36, 37, 45, 49, 53, 77, 80, 81, 92).

TICHILEȘTI. Ș.m. Cl. VII. Drăgan Florea (E: 1968, 70, 73, 76, 81, 82, 83).

TIMIȘOARA. Ș.m. 1. Cl. VI. Teleagă Maria (E: 1953, 62, 64, 67, 68, 81, 83, 84). Cl. VII. Anton Anton (E: 1977, 79—83, 87, 88), Savi George (E: 1969, 75—77, 79—84, 87—92, 95, 98, 99; 5715, 24, 28, 29, 30, 33, 95, 821). Cl. VIII. Dena Lucia (E: 1965, 67, 69—71, 73, 75, 77, 80—83, 85, 88, 89, 95, 96, 99), Dena Sabina (idem), Dudnicenco Dana (E: 1956, 57, 64, 67, 70; 5676, 87, 753), Gheorghiu Doina (E: 1951, 52, 54, 57, 58, 60, 65, 66, 69, 70, 75, 79, 80, 87, 88, 5666, 79, 81, 85, 87—89, 91, 701, 06, 10, 13—17, 24, 27—30, 53, 66, 99, 702), Ghirișan Diana (E: 1957, 67—69; 5753), Hariga Bujor (E: 1952, 53, 55, 58, 64, 66, 82, 83), Mincioiu Nicoleta (E: 1973, 75, 80—83, 85, 87, 88, 96, 99), Topan Corina (E: 1973, 75, 80—83, 85, 87, 88, 96, 99), Hordovan Mircea (E: 1901, 04, 07, 17, 20, 29, 44), Maurer Hilde (E: 1918, 26, 41, 43, 45, 48, 50, 56—58, 60, 68, 69, 73; 5629, 48, 87), Militaru Constantina (E: 1952, 55, 57, 58, 61, 65, 67, 72, 73; 5646, 87, 88), Maș Victor (E: 1911, 19—22, 34, 39, 48, 50—54, 55, 57, 68, 69; 5604, 88, 753), Motreanu Liviu (E: 1908, 11, 19, 21, 26—28, 34, 47, 48; 5644), Munteanu Mircea (E: 1955, 64, 68, 73; 5644, 87), Munteanu Onoriu (E: 1955—58, 60, 64, 68, 70, 73; 5687, 753), Neamți Elena (E: 1955—58, 644, 67—70; 5646, 87, 753), Neuman Gh. (E: 1952, 54, 57, 58, 61, 68, 69, 72, 73; 5629, 46), Novac Adrian (E: 1946, 66—68, 70, 73; 5644, 46), Orgonaș Gerard (E: 1917, 18, 25, 26, 34, 36, 41, 43, 47, 50; 5559, 629), Pașca Rodica (E: 1926, 29—31, 34, 36, 40, 41, 45—48, 51—54, 57, 58, 61, 68, 69; 5629, 88, 758), Păcurariu Ioan (E: 1901, 04, 07, 17, 20, 29, 35, 44, 50, 53, 56, 68, 69, 70, 72; 5753), Păuți Dorel (E: 1935, 39, 48, 50, 52, 53, 58, 58, 61, 67, 68, 73; 5591, 604, 29, 44, 46), Platschek Etelka (E: 1951—54, 57, 61, 68, 69; 5688), Popiști Adrian (E: 1956—58, 60, 67—68, 70, 73), Pîrvan Floarea (E: 1955—58, 67; 5888, 753), Puiu Lelia (E: 1952, 55—57, 64—67, 64—67, 69; 5687, 88, 753), Cl. X. Crișan (6669—71, 74, 88, 89, 701—07, 10, 23, 30, 81, 82, 86, 92), Jicmon Simona (5591, 604, 09, 29, 44, 46, 47, 51, 52, 52, 88, 89), Kiraly Matei (5660, 70, 74, 77—81, 83, 705, 15, 20, 31, 33, 39, 42). Cl. XI. **Rujan Octavian** (5677, 78, 83, 702, 13—17, 20, 22—31, 33—37, 41—45, 77, 81—83, 95, 99, 802, 05, 09, 11, 13). Cl. X. Bănoiu Stela (5666, 69, 74, 88, 89, 713, 28, 29, 30), Florea Rodica (5687, 715, 16, 25, 28, 69, 77, 80, 77, 80, 82, 86, 95, 812), Ionescu Mircea (5631, 50, 54, 57, 70, 71, 76, 88, 89, 701, 05, 06, 10, 13—17, 19, 20, 24—31, 33, 37, 39, 40, 42, 45, 46, 52, 53, 60, 66), Mazilu Gh. (5624, 47, 50, 51, 54, 55, 57, 65, 70, 71, 74, 77—79, 81, 83, 85, 88, 89, 705, 10, 13, 16—20, 24—31, 33, 36, 39, 44, 46, 49).

Absolvent Stănciulescu P. (5667, 68, 73, 75, 76, 708, 13, 15, 16, 21, 22, 24—28, 33, 37, 45, 46, 49, 77, 80, 87, 95, 96, 98, 805, 15, 18, 19, 21, 31, 42, 48).

Ș.m. 2. Cl. VI. Hariga Mirela (E: 1953, 55, 61, 64, 67, 82, 83), Cl. IX. Ciuhandu Gh. (5669, 74, 88, 701, 06, 13, 29 30, 47, 777). Sehr Richard (5666, **69, 74,** 81, 88, 89, 701, 06, 13, 16, 24, 25, 29, 30, 77), Cl. X Nediu Alina (5669, 74, 76, 78, 81, 88, 89, 91, 701, 06, 10, 13, 20, 24—26, 29—31), Cl. XI Popescu Viorela (5666, 70, 71, 79, 81, 91, 93, 701, 02, 04, 07, 10, 15, 16, 18, 19, 35, 40—43, 46, 49, 53, 55, 62, 70, 75, 80—82, 93, 99, 802, 07, 13).

Ș.m. 3. Cl. IX. Blaga Dorin (5669, 74, 77, 88, 89, 713, 24, 29, 29, 30, 77, 88, 89, 713, 24, 26, 30, 77, 811). Absolvent Mihuț Octavian (5669, 70, 74, 88, 701, 29—31, 53, 77, 92).

TITU. Ș.m. Cl. VIII. Dumitrache D-tru (5787, 92, 96), Cl. XI Avramescu Ioan (5588, 91, 92, 95, 601, 09, 12, 13, 15—19, 21, 24, 27, 29, 35, 38—41, 44, 46, 47, 50—53, 56, 66, 69, 74—83, 88—90, 92, 701, 04, 06—08).

TOPOLOVENI. Ș.m. Cl. VIII. Giuglan Daniel (E: 1961—53, 55, 58, 61, 63, 65—68, 72, 73, 75; 5687, 68, 706, 26, 29, 30). Abs. Rădulescu Grigore (5713—45, 49, 51, 53, 56, 67—69, 77—80, 90—849).

TÎRGOVIȘTE. Ș.m. 1. Cl. VIII. Gulie Cornelia (E: 1955, 60—62, 66, 69, 72, 79, 80, 87, 88; 5729).

Ș.m. 2. Cl. VIII. Enache Gh. (E: 1952, 55, 61, 65—67, 69, 72, 73, 76, 82, 87, 89; 5687, 89, 706, 42), Stanciu Virgil (E: 1952, 55, 53, 61, 64, 65, 67, 70, 72, 73, 75, 76, 79, 81—83, 87—89; 5685, 88, 89, 706, 87, 92, 96). Cl. IX. Bratu Constantin (5716, 24—28, 31, 33, 53, 92, 96, 811), Marinoiu Nicolae (5666,

OSZTÁLYOZÓ VIZSZAKÖNYVTÁRAK DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONTJA 1883

69, 74, 76, 79, 88, 89, 706, 53, 77), Tudor Andrei (5674, 76, 77, 82), Vesclina Georgeta (5669, 74, 704, 13, 49, 53, 77), Vişan Titu (5666, 74, 76, 77, 81, 82, 88, 89, 706, 10, 13, 24, 25, 28, 33). Cl. X. Pavel Marin (5624, 27, 29, 46, 66, 74, 77, 78, 81, 83, 88, 89, 90, 701, 06, 10).

Ş.m. 3. Cl. VIII. **Bănoiu Dumitru** (E: 1954—82, 84—93, 95—99; 5713, 24—26, 28—30), **Bucă Gh.** (E: 1952—55, 58, 61, 63—67, 70, 72, 73, 75, 76, 79, 80, 82, 83, 87—89; 5666, 76, 81, 85, 88, 89, 701, 06, 08, 13, 14, 24—26, 28—30, 33, 36, 62, 87).

TRUSEŞTI. Ş.m. Cl. VII. **Ciocoiu Elena** (E: 1955, 57, 58, 63; 5678, 726, 29, 30). Cl. IX. **Mîrza Mihai** (5624, 44, 46, 59, 66, 69, 76, 77, 81, 88, 89, 95, 710, 13, 15, 16, 24—27, 29, 30, 36, 49, 53, 66). Cl. X. **Azamfirei Niculina** (5670, 75, 77—79, 81, 83, 88, 701, 06, 13, 25, 29—31, 81, 96, 805).

Şc. medie nr. 1. Cl. IX. **Anastasie Mihai** (5588, 91, 94, 604, 06, 08—10. 15, 17, 19, 21, 24, 29, 30, 44, 46—52, 56, 59, 60, 65, 707, 10, 12, 13, 15, 16, 20, 24—31, 33, 37, 39, 40, 42, 46, 53, 61), **Arcip Petru** (5591, 604, 10, 19, 24, 29, 44, 46, 47, 69, 74, 77, 88, 89, 95), **Cozmanciuc Dumitru** (5591, 94, 604, 10, 17, 19, 24, 29, 44, 46, 47, 52, 56, 59, 65, 74, 77, 79, 93), **Damian Ilie** (5624, 29, 44, 46, 47, 62, 65, 69, 74, 77, 79, 81, 88, 89, 95, 705, 06, 13, 29, 30, 56), **Iacob Georgeta** (5591, 604, 24, 29, 44, 47, 65, 69, 74, 77, 79, 88, 95, 705, 06), **Mîrza Mihai** (5541, 44, 59, 65, 91, 604, 19, 29, 47, 65, 706, 74, 77), **Romaniuc Ion** (5591, 604, 10, 19, 24, 29, 69, 77, 79, 88, 95), **Turculeţ Demostene** (5591, 94, 604, 08, 10, 15, 17, 19, 24, 29, 44, 46—49, 56, 58—60, 62, 65, 66, 69, 74, 76, 77, 79, 81, 88, 89, 95, 705, 06), **Vieru Mihai** (5591, 604, 24, 29, 44, 47, 69, 74, 77, 79, 88, 95, 705, 06). Cl. X. **Andronic Nicolae** (5651—53, 60, 66, 91, 604, 09, 15, 24, 44, 47, 52), **Melinte Dumitru** (5591, 606, 08—10, 15, 17, 19, 21, 24, 29, 31, 43, 44, 46—52, 56, 59, 60, 65, 66, 70, 71, 74, 76—79, 81, 88, 89, 95, 99, 701, 06, 07, 10, 13, 15, 16, 18—20, 24—31, 33, 37—40, 42, 46, 53, 61), **Sulugiuc Gheorghe** (5591, 609, 21, 29, 46, 52, 70, 71, 78, 83, 88, 707, 13, 20, 25, 26, 29, 30, 53), **Tudor Ştefan** (5624, 29, 31, 38, 44, 46—48, 52, 60, 65, 66, 76, 83, 88, 89, 713, 15, 20, 24—31, 33, 37, 40, 45, 46, 53, 61). Cl. XI. **Brînză Ioan** (5542, 62, 68, 74, 84, 91, 604, 29, 41, 66), **Neagu Mihai** (5542, 50, 65, 66, 68, 74, 84, 91, 602, 04, 10, 15, 18, 20—22, 29, 31, 37—39, 41, 44, 46, 54, 59, 64, 66, 69—85, 88, 89, 92, 95, 701, 05—08, 21).

CĂRŢI DIN BIBLIOTECA SOCIETĂŢII DE ŞTIINŢE MATEMATICE ŞI FIZICE DIN R.P.R.

M. HEROVANU	Introducere în fizica atmosferei.
N. MILEA	Elemente de geomagnetism.
N. D. FEODOROV	Ciclotronul.
O. SACTER	Elemente de teoria ecuaţiilor algebrice şi transcendente.
V. ATANASIU	Noţiuni de fizică generală, vol. I.
C. BORŞ şi D. BORŞ	Numere complexe
M. BAK şi I. ROMANOV	Neutronul.
D. RIMER	Noţiuni de teoria mulţimilor.
* * *	Probleme actuale de matematică (conferinţe ţinute la cursurile de vară de la Piatra Neamţ.
M. GHERMĂNESCU	Aplicaţii ale trigonometriei.
* * *	Ipoteze care stau la baza geometriei de B. Riemann (Studii şi comentarii de E. Gergely).
ANGELA NEGULESCU	Demonstraţii experimentale pentru lecţiile de fizică (mecanică şi căldură).
A. HAIMOVICI	Grupuri de transformări.
A. TÓTH	Noţiuni de teoria construcţiilor geometrice.

CĂTRE REZOLVITORII DE PROBLEME

Corespondenții care ne trimit probleme rezolvate trebuie să redacteze fiecare problemă separat, însoțind-o de toate calculele necesare și de figuri desenate cu îngrijire. Nu se vor trimite soluțiile mai multor probleme pe aceeași foaie.

Se primesc lunar într-un plic soluții numai la problemele și exercițiile din ultimele trei numere apărute. Pe plic se va scrie localitatea și școala pe care o urmează rezolvitorul pentru a se evita confuzii la întocmirea rubricii rezolvitorilor de probleme și a listei celor evidențiați. Evidențiații trebuie să aibă cel puțin 40 soluții bune.

Problemele care se propun de către colaboratorii revistei să fie clar alcătuite și însoțite de soluții, să fie personale, iar nu luate din cărți sau reviste. Elevii sînt sfătuiți să înceapă a propune probleme numai după ce au rezolvat un număr destul de mare de exerciții și probleme. Problemele propuse, dar necorespunzătoare, nu se pot publica. Dacă un corespondent constată că unele probleme propuse au fost publicate în cărți sau reviste, este rugat să arate precis volumul și pagina unde a mai apărut enunțul sau soluția problemei respective. Solicităm probleme interesante, legate de practică.

Corespondentul nostru care a citit și a înțeles deplin multe din soluțiile publicate, a rezolvat multe din problemele propuse, poate și este îndemnat să încerce, să schițeze cîte o notă rezultată dintr-o observație făcută cu ocazia rezolvării unei chestiuni mai grele. Aceste note să fie *revăzute de mai multe ori înainte de a fi trimise*, pentru ca redactarea lor să fie *cît mai clară și concisă*. Figurile să fie făcute separat. În redactare se vor evita prescurtările. Nu se va scrie: $\parallel = ; \sim ; \cdot^{*} \cdot ; \perp ; \parallel ;$ Tr., etc. iar trecerea de la un calcul la altul să fie explicată pentru a putea urmări ușor desfășurarea unei demonstrații. Manuscrisele nepublicate nu se înapoiază.

La publicarea problemelor rezolvate se vor menționa rezolvitorii care au dat o bună redactare și o soluție interesantă, sau mai multe metode de rezolvare.

Elevii claselor IX—XI sau studenții vor trimite soluții la problemele propuse pentru clasele VIII—XI. Problemele rezolvate trebuie să fie din ultimele trei numere apărute în G.M.F.-B sau M.F.L. Problemele rezolvate de matematică separate de cele de fizică vor fi expediate o dată în cursul unei luni și vor fi însoțite de un borderou cu numărul problemelor, scrise în ordine crescîndă. Pe plic se va scrie școala, clasa și localitatea rezolvitorului. Problemele propuse vor fi scrise pe foi separate.

Elevii claselor V—VII vor fi anunțați la rubrica rezolvitorilor de probleme dacă trimit cel puțin 7 probleme bine rezolvate, iar elevii claselor VIII—XI, pentru cel puțin 12 probleme bine rezolvate. Elevii din clasa VIII pot trimite soluții și la E: V—VII.

Autorii sînt rugați să semneze clar la sfîrșitul lucrării personale pe care o trimit pentru publicat și adresa lor exactă.

★

Evidențiații de cel puțin 3 ori în numerele 1—10 din acest an sau cei care au totalizat cel puțin 200 probleme rezolvate și anunțate în anul 1963, sînt rugați să trimită o fișă cu totalizarea problemelor rezolvate în vederea clasificării rezolvitorilor pe anul 1963.

Cu începere de la 10 Octombrie 1963, problemele rezolvate de fizică se vor trimite separat, nu în același plic cu cele de matematică, iar pe plic se va menționa „probleme de fizică". Analog pentru cele de matematică.

★

— Fiecare abonat este rugat să facă cunoscută G.M.F.-B și altor colegi, pentru a face abonamentele din vreme în vederea planificării tirajului lunar.

Tirajul fiind limitat revistele se trimit mai întîi abonaților și de aceea rugăm colaboratorii G.M.F.-B, să se aboneze de îndată pentru anul 1964 (12 numere). Costul este de 1,50 lei exemplarul.

— Abonamentele se pot face individual sau colectiv prin oficiile poștale locale sau prin factorii poștali.

„Grafica Nouă" II — c. 10205 | Index 41601 | Lei 1,50

E 1426

KAT

SOCIETATEA DE ȘTIINȚE MATEMATICE ȘI FIZICE
DIN R.P.R.

GAZETA MATEMATICĂ ȘI FIZICĂ

(SERIA B)

PUBLICAȚIE LUNARĂ PENTRU TINERET

Anul XIV noiembrie 1963

11

GAZETA MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ

(SERIA B)

Anul XIV, nr. 11 — noiembrie 1963

SUMARUL

pag.

1. Cîteva aplicaţii ale fracţiilor continue de I. Maurer, Cluj 641
2. Despre tranzistoare şi aplicaţiile lor de Dan Negugulescu, inginer Bucureşti 652
3. Notă matematică de Ştefan Măruşteru, Baia Mare . 661
4. Cîteva relaţii care decurg din legea lui Avogadro de Sállo Ervin, Timişoara 662
5. Olimpiada de matematică şi fizică 1963 (dare de seamă) 663
6. Caleidoscop matematic 666
7. Probleme rezolvate (5541, 5544, 5547, 5551, 5590, 5592, 5594; MFL: E: 814, 815, 816, 821, 860) 669
8. Chestiuni de examen (6046—6055) 678
9. Probleme propuse (6056—6085) 680
10. Exerciţii şi probleme propuse pentru clasele V-VIII (E: 2055-2063) 685
11. Poşta redacţiei 687
12. Rubrica rezolvitorilor de probleme 688

ANUL XIV **11** NOIEMBRIE

COMITETUL DE REDACŢIE

Ailincăi M., profesoară; **Atanasiu V.**, conf. univ., redactor pentru fizică; **Cristea I.**, asistent: **Ionescu-Bujor C.**, prof. univ.; **Ionescu-Ţiu-C.**, profesor, redactor pentru matematică; **Kiss E.**, conf. univ., **Koch Fr.**, lector; **Kovacs K.**, conf. univ.; **Muşat I.**, profesor; **Petrovanu A.**, profesor: **Sacter O.**, conf. univ., redactor şef; **Simionescu D. Gh.**, conf. univ.

REDACŢIA: Str. Academiei, 14 — **Tel. 14.46.53** — Bucureşti 1

Articolele, notele, recenziile, problemele propuse **sau rezolvate**, corespondenţa **privitoare** la activitatea matematică şi fizică **a şcolilor**, precum şi orice **material** informativ care ar putea interesa **redacţia noastră** se vor trimite pe adresa de mai **sus**

GAZETA MATEMATICĂ ŞI FIZICĂ
PUBLICAŢIE LUNARĂ PENTRU TINERET
(SERIA B)
Anul XIV, nr. 11 noiembrie 1963

CÎTEVA APLICAŢII ALE FRACŢIILOR CONTINUE

I. MAURER lector la Universitatea „Babeş-Bolyai" din Cluj

1. *Introducere. Aproximarea numerelor reale.* Într-o lucrare apărută * în G.M.F.-B, am clarificat noţiunea de fracţie continuă (finită şi infinită) şi cele mai importante proprietăţi ale fracţiilor continue. În articolul de faţă vom atrage atenţia asupra cîtorva aplicaţii interesante ale teoriei fracţiilor continue. Pentru a uşura înţelegerea raţionamentelor ce vor urma, vom trece în revistă pe scurt acele rezultate de care ne vom folosi des în articolul de faţă.

Fiind dată fracţia continuă

$$x = q_0 + \cfrac{1}{q_1 + \ddots + \cfrac{1}{q_n + \ddots}} = [q_0, q_1, \ldots, q_n, \ldots] \tag{1}$$

atunci numărătorii şi numitorii a două reduse consecutive $R_i = [q_0, q_1, \ldots, q_i] = \frac{a_i}{b_i}$ şi $R_{i+1} = [q_0, q_1, \ldots, q_{i+1}] = \frac{a_{i+1}}{b_{i+1}}$ satisfac următoarea relaţie:

$$a_{i+1} b_i - a_i b_{i+1} = (-1)^i \quad (i = 0, 1, 2, \ldots), \tag{2}$$

de unde rezultă între altele, că numărătorul a_i şi numitorul b_i sînt numere prime între ele $(i = 0,1,2,\ldots)$.

Numitorii reduselor $R_0, R_1 \ldots, R_n, \ldots$ formează un şir nedescrescător, începînd de la termenul al doilea şirul este crescător:

$$b_0 \leqslant b_1 < b_2 < \ldots < b_n < \ldots \tag{3}$$

Fie $x_{i+1} = [q_{i+1}, \ldots, q_n, \ldots]$. Atunci avem următoarele relaţii:

$$x = \frac{a_i x_{i+1} + a_{i-1}}{b_i x_{i+1} + b_{i-1}} \text{ şi } |R_i - x| = \frac{1}{b_i (b_i x_{i+1} + b_{i+1})} \tag{4}$$

* I. Maurer: Fracţii continue, Gaz. Mat.-Fiz.-B, vol. XIII (1962), nr. 7.

În cazul cînd fracția continuă (1) este infinită, șirul $R_0, R_1, \ldots, R_n, \ldots$ al reduselor converge către x. Indiferent de faptul că (1) este o fracție continuă finită sau infinită, redusele — despre care se știe, că cele cu indici pari sînt mai mici, iar cele cu indici impari, sînt mai mari decît numărul x — aproximează din ce în ce mai bine numărul x:

$$|x - R_{i-1}| > |x - R_i|. \tag{5}$$

Inegalitățile

$$|R_i - x| < \frac{1}{b_i b_{i+1}} < \frac{1}{b_i^2} \tag{6}$$

ne arată cît de bună este această aproximare.

În sfîrșit reamintim următoarea teoremă: *redusele R_i ($i \geqslant 1$) ale fracției continue (1) constituie „cele mai bune aproximări" ale numărului x în sensul că nu există o fracție $\frac{\alpha}{\beta}$ cu numitorul mai mic decît numitorul reduse i $R_i = \frac{a_i}{b_i}$ care să aproximeze mai bine pe x decît redusa R_i.* (R_0 este numai atunci o cea mai bună aproximare, dacă $q_1 > 1$).

Această teoremă a fost numai enunțată în articolul citat. Deoarece ea indică *una dintre cele mai importante aplicații ale fracțiilor continue: aflarea celor mai bune aproximații ale numerelor reale,* o vom demonstra aici.

Să presupunem prin absurd că pentru $i \geqslant 1$, redusa $R_i = \frac{a_i}{b_i}$ nu este o cea mai bună aproximare a lui x, deci că există o fracție $\frac{\alpha}{\beta}$ astfel ca să avem $\beta < b_i$ și în același timp

$$\left| x - \frac{\alpha}{\beta} \right| \leqslant \left| x - \frac{a_i}{b_i} \right|. \tag{7}$$

Deoarece x este cuprins între R_{i-1} și R_i și conform inegalității (5) punctul corespunzător lui $R_{i-1} = \frac{a_{i-1}}{b_{i-1}}$ este mai îndepărtat de x decît punctul corespunzător lui R_i, rezultă din (7), că $\frac{\alpha}{\beta}$ este cuprins între R_{i-1} și R_i. Deducem că

$$\left| R_i - \frac{\alpha}{\beta} \right| < \left| R_i - R_{i-1} \right|.$$

Ținînd seamă de faptul, că $R_{i-1} = \frac{a_{i-1}}{b_{i-1}}$ și $R_i = \frac{a_i}{b_i}$, precum și de relația (2), deducem

$$\left| \frac{a_i \beta - \alpha b_i}{\beta b_i} \right| < \left| \frac{a_i b_{i+1} - a_{i+1} b_i}{b_i b_{i+1}} \right| = \frac{1}{b_i b_{i+1}}.$$

Deci avem următoarea inegalitate:

$$|a_i\beta - \alpha b_i| < \frac{\beta}{b_{i+1}}. \qquad (8)$$

Numărul întreg $a_i\beta - \alpha b_i$ este diferit de zero, deci este egal cel puțin cu 1. Într-adevăr din egalitatea $a_i\beta - \alpha\beta_i = 0$, rezultă $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{a_i}{b_i}$, în contradicție cu ipoteza $\beta < b_i$. Rezultă deci din (8), că $\frac{\beta}{b_{i+1}} > 1$, deci $\beta > b_{i+1} \geqslant b_i$, ceea ce contrazice ipoteza. Deoarece observația suplimentară pentru R_0 este evident valabilă, teorema este demonstrată.

Aproximarea unui număr real x prin redusele fracției continue determinată de x este deosebit de importantă, cînd x este un număr irațional, dar prezintă un interes și în cazul cînd x este un număr rațional cu numitor foarte mare, incomod pentru calcule.

Pentru a ne forma o idee mai concretă despre aproximarea unui număr x prin redusele fracției continue corespunzătoare să considerăm cazul numărului π. Considerînd valoarea aproximativă $\pi \approx 3{,}1415926$, dezvoltăm numărul

$$x = 0{,}1415926 = \frac{1415926}{10^7}$$

în fracție continuă. Calculînd primele patru elemente ale fracției continue, obținem $x = [0,7,15,1,\ldots]$. Deci primele patru reduse consecutive ale lui x sînt următoarele: $R_0 = 0$. $R_1 = \frac{1}{7}$, $R_2 = \frac{15}{106}$, $R_3 = \frac{16}{113}$. Atunci $3 + R_0$, $3 + R_1$, $3 + R_2$, $3 + R_3$ sînt patru valori aproximative pentru $\pi \approx 3{,}1415926$:

$$3, \frac{22}{7}, \frac{333}{106}, \frac{355}{113}.$$

Fracția $\frac{22}{7}$ a fost dată de Arhimede, iar fracția $\frac{355}{113}$ de Adrien de Metz (1571—1635) pentru aproximarea lui π. Folosind a doua inegalitate dintre inegalitățile (6), obținem, că fracția $\frac{22}{7}$ aproximează pe $\pi \approx 3{,}1415926$ cu o eroare mai mică decît $\frac{1}{7^2} = \frac{1}{49}$, iar în cazul lui $\frac{355}{113}$, eroarea omisă e mai mică decît $\frac{1}{113^2} = \frac{1}{12769}$. Dacă evaluăm eroarea pe baza primei inegalități dintre inegalitățile (5), obținem de ex. în cazul lui $\frac{22}{7}$, că eroarea comisă este mai mică decît $\frac{1}{7.106} = \frac{1}{742}$.

În cele ce urmează, vom trata alte aplicații importante ale fracțiilor continue. Observăm, că dintre acestea acele care vor fi expuse în paragrafele 3 și 4 sînt strîns legate de aproximarea numerelor reale prin redusele fracțiilor continue corespunzătoare.

2. *Rezolvarea ecuațiilor nedeterminate.* Considerăm ecuația

$$ax - by = 1 \tag{9}$$

unde a și b sînt două numere întregi, prime între ele. Vom căuta soluțiile întregi ale acestei ecuații, cu alte cuvinte acele perechi de numere întregi x și y, care verifică ecuația (9). Pentru aflarea acestor soluții e suficient să se determine o singură soluție x_0, y_0, zisă soluție particulară. Într-adevăr se vede ușor, că dacă x_0, y_0, formează o soluție particulară a ecuației (9), deci $ax_0 - by_0 = 1$, atunci toate soluțiile ecuației (9) se obțin prin formulele $x = x_0 + kb$, $y = y_0 + ka$, unde k parcurge toate numerele întregi.

Pe baza cunoștințelor noastre asupra fracțiilor continue, deducem *o metodă generală pentru aflarea unei soluții particulare a ecuației nedeterminate (9).* Dezvoltăm fracția $\frac{a}{b}$ în fracție continuă:

$$\frac{a}{b} = [q_0, q_1, \ldots, q_n].$$

Redusa $R_n = \frac{a_n}{b_n}$ este tocmai fracția $\frac{a}{b}$ și deoarece ambele fracții sînt ireductibile, rezultă din egalitatea $\frac{a_n}{b_n} = \frac{a}{b}$, că $a_n = a$ și $b_n = b$. Deci egalitatea (2) se scrie pentru $i = n - 1$ în felul următor:

$$a \cdot b_{n-1} - b \cdot a_{n-1} = (-1)^{n-1}.$$

Înmulțind egalitatea cu $(-1)^{n-1}$, obținem

$$a[(-1)^{n-1} b_{n-1}] - b[(-1)^{n-1} a_{n-1}] = 1.$$

Comparînd această egalitate cu egalitatea (9), deducem că *ecuația (9) are soluții întregi și că o soluție particulară a ei este dată de:*

$$x_0 = (-1)^{n-1} b_{n-1}, \quad y_0 = (-1)^{n-1} a_{n-1}. \tag{10}$$

Să rezolvăm în numere întregi de ex. ecuația nedeterminată $14x - 39y = 1$. Dezvoltăm numărul $\frac{14}{39}$ în fracția continuă:

$\frac{14}{39} = [0,2,1,3,1,2]$. Redusele ei sînt următoarele: $R_0 = 0$, $R_1 = \frac{1}{2}$, $R_2 = \frac{1}{3}$, $R_3 = \frac{4}{11}$, $R_4 = \frac{5}{14}$, $R_5 = \frac{14}{39}$. Pe baza formulelor (10) o soluție particulară a ecuației considerată este formată de perechea de numere $x_0 = (-1)^4 \cdot 14 = 14$, $y_0 = (-1)^4 \cdot 5 = 5$. Toate soluțiile ecuației se obțin prin formulele $x = 14 + 39k$, $y = 5 + 14k$, unde k parcurge toate numerele întregi.

3. *Aflarea rădăcinilor iraționale ale ecuațiilor algebrice.* Vom expune principiul unei metode elaborată de *Lagrange* (1736—1813) pentru a afla cu o precizie arbitrară, dinainte dată, rădăcinile iraționale ale unei ecuații algebrice $p(x) = 0$ cu coeficienți reali. Să presupunem, că am separat rădăcinile reale ale ecuației $p(x) = 0$ și fie (a, b) un interval, care conține o *singură* rădăcină x^* a lui $p(x) = 0$. Fie a și b astfel alese, ca ele să fie *două numere întregi consecutive.* Presupunem deci că a este un număr întreg și $b = a + 1$. Prin substituția

$$x = a + \frac{1}{y} \tag{11}$$

se ajunge la ecuația transformată

$$p_1(y) = p\left(a + \frac{1}{y}\right) = 0. \tag{12}$$

Această ecuație admite și anume numai o singură rădăcină y^*, mai mare decît 1. Într-adevăr, avînd în vedere inegalitățile $a < x^* < a = 1$ și substituția (11), rezultă că rădăcina $y^* = \frac{1}{x^* - a}$ a ecuației $p_1(y) = 0$ satisface inegalitatea $y^* > 1$. Să presupunem prin absurd că ecuația $p_1(y) = 0$ mai are încă o rădăcină $y_1^* > 1$. Atunci conform relației (11), ecuația $p(x) = 0$ are două rădăcini cuprinse în intervalul $(a, a + 1)$ și anume $x^* = a + \frac{1}{y^*}$ și $x_1^* = a + \frac{1}{y_1^*}$, ceea ce contrazice ipoteza. Prin încercări se află un interval $(a_1, a_1 + 1)$, unde a este un număr întreg, astfel ca să avem $a_1 < y^* < a_1 + 1$. După aceea se transformă ecuația $p_1(y) = 0$ prin substituția

$$y = a_1 + \frac{1}{z} \tag{13}$$

și se repetă raționamentul de mai sus în cazul ecuației $p_1(y) = 0$. Fie $(a_2, a_2 + 1)$ unde a_2 este un număr întreg, intervalul, care conține singura rădăcină mai mare decît 1 a ecuației $p_2(z) = p_1\left(a_1 + \frac{1}{z}\right) = 0$. Continuînd acest procedeu, se ajunge la reprezentarea rădăcinii x^* a lui $p(x) = 0$ prin următoarea fracție continuă:

$$x^* = [a, a_1, a_2, \ldots]. \tag{14}$$

Redusele acestei fracții continue constitue valorile aproximative ale rădăcinii x^*.

Observație. La aplicarea metodei de mai sus a lui Lagrange e important faptul ca intervalul (a, b) să satisfacă două condiții: 1) să conțină *o singură* rădăcină a lui $p(x) = 0$ și 2) că a și b să fie *două numere întregi consecutive.* Se poate arăta, că a doua condiție se poate realiza întotdeauna prin păstrarea primei condiții, chiar dacă ecuația $p(x) = 0$ are rădăcini foarte apropiate una de alta. Într-adevăr, să presupunem că

rădăcina x^* a lui $p(x) = 0$ se poate include numai într-un interval de lungimea $\frac{1}{10^m}$, astfel ca acest interval $\left(a + \frac{k}{10^m}, a + \frac{k+1}{10^m}\right)$, unde k este un număr întreg $(0 \leqslant k \leqslant 9)$, să conțină numai rădăcina x^* a lui $p(x) = 0$. Transformînd ecuația $p(x) = 0$ prin substituția $x = \frac{y}{10^m}$, se obține ecuația $10^{mn} \cdot p\left(\frac{y}{10^m}\right) = 0$. Rădăcina $y^* = 10^m \cdot x^*$ a acestei ecuații este situată în intervalul $(k, k+1)$ și această ecuație conține în acest interval numai rădăcina y^*. Deci în cazul acestei ecuații se poate aplica metoda lui Lagrange.

Pentru a ilustra metoda lui Lagrange, considerăm ecuația $x^3 - 5x + 1 = 0$. Se vede ușor — aplicînd de ex. metoda lui *Rolle* — că ecuația dată are trei rădăcini reale, situate în intervalele $(-3, -2)$, $(0,1)$ și $(2, 3)$. Ne propunem să calculăm rădăcina cuprinsă în intervalul $(0,1)$ cu patru zecimale exacte. Făcînd substituția $x = 0 + \frac{1}{y} = \frac{1}{y}$, obținem ecuația $y^3 - 5y^2 + 1 = 0$. Singura rădăcină mai mare decît 1 a acestei ecuații este cuprinsă în intervalul $(4, 5)$. Transformăm deci această ecuație prin substituția $y = 4 + \frac{1}{z}$. Obținem ecuația $15z^3 - 8z^2 - 7z - 1 = 0$. Singura rădăcină mai mare decît 1 a acestei ecuații este cuprinsă în intervalul $(1,2)$. Punem deci $z = 1 + \frac{1}{u}$ și obținem ecuația $u^3 - 22u^2 - 37u - 15 = 0$, care are o rădăcină mai mare decît 1 în intervalul $(23, 24)$. Transformăm ecuația prin substituția $u = 23 + \frac{1}{v}$ și obținem ecuația $337v^3 - 538v^2 - 47v - 1 = 0$, care are singura sa rădăcină mai mare decît 1 în intervalul $(1,2)$. Astfel am calculat primele cinci elemente ale fracției continue (14), $x^* = [0,4,1,23,1, \ldots]$. Primele cinci reduse, calculate cu 4 zecimale exacte sînt următoarele: $R_0 = 0$; $R_1 = \frac{1}{4} = 0{,}2500$; $R_2 = \frac{1}{5} = 0{,}2000$; $R_3 = \frac{24}{119} \approx 0{,}2016$; $R_4 = \frac{25}{124} \approx 0{,}2016$. Deoarece la ultimele două reduse patru zecimale coincid, rezultă că rădăcina căutată cu patru zecimale exacte: $x^* \approx 0{,}2016$.

4. *Aproximarea numerelor algebrice. Numere transcendente.* O frumoasă aplicație a teoriei fracțiilor continue constă în demonstrarea faptului, că există numere transcendente. Se ajunge la această concluzie, dacă se studiază mai profund aproximarea numerelor algebrice reale și iraționale prin redusele fracțiilor continue corespunzătoare.

Să clarificăm noțiunile intervenite. Zicem că un număr este *algebric*, dacă el satisface o ecuație algebrică cu *coeficienți întregi*. De ex. orice număr rațional $\frac{a}{b}$ este un număr algebric, deoarece el satisface ecuația

$bx - a = 0$. Numerele $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{4}$, i sînt la fel numere algebrice, ele fiind rădăcinile ecuațiilor $x^2 - 2 = 0$, $x^3 - 4 = 0$, $x^2 + 1 = 0$. Se vede imediat că noțiunea de număr algebric este o generalizare firească a noțiunii de număr rațional. Dacă numărul algebric dat satisface ecuația cu coeficienți întregi de gradul n, $p(x) = 0$ și nu satisface nici o ecuație de grad inferior cu coeficienți întregi, atunci el se numește *număr algebric de gradul n*. Pe baza acestei definiții numerele raționale sînt numere algebrice de gradul întîi, $\sqrt{2}$ și i sînt numere algebrice de gradul doi, $\sqrt[3]{4}$ este un număr algebric de gradul trei.. Numerele algebrice reale și iraționale de gradul doi se zic și *numere iraționale pătratice*. Se pune problema, dacă există numere care nu satisfac nici o ecuație algebrică cu coeficienți întregi. Dacă există astfel de numere, ele se zic *transcendente*.

Numerele algebrice reale și iraționale se dezvoltă ca și orice număr irațional în fracții continue infinite. Aceste fracții continue infinite însă au o particularitate însemnată care constă în faptul, că elementele lor nu pot crește cu o rapiditate arbitrară. Mai precis:

Dacă x_1 este un număr algebric real și irațional de gradul n și $x_1 = [q_0, q_1, \ldots, q_k, \ldots]$ este fracția continuă corespunzătoare, atunci există un număr pozitiv N astfel ca de la un anumit număr k_0 suficient de mare să avem pentru orice $k \geqslant k_0$ inegalitatea

$$q_{k+1} < N \cdot b_k^{n-2}. \tag{15}$$

Într-adevăr, fie

$$p(x) = c_0 x^n + c_1 x^{n-1} + \ldots + c_{n-1} x + c_n = 0 \quad (c_0 \neq 0) \tag{16}$$

ecuația de gradul n cu coeficienți întregi, care este satisfăcută de x_1. Fie $x_2, x_3, \ldots, x_n$ celelalte rădăcini ale ecuației (16). Atunci avem:

$$p(x) = c_0 (x - x_1)(x - x_2) \ldots (x - x_n). \tag{17}$$

Valoarea acestui polinom pentru $x = R_k = \frac{a_k}{b_k}$:

$$p\left(\frac{a_k}{b_k}\right) = c_0 \frac{a_k^n}{b_k^n} + c_1 \frac{a_k^{n-1}}{b_k^{n-1}} + \ldots, + c_{n-1} \frac{a_k}{b_k} + c_n = \frac{A}{b_k^n}, \tag{18}$$

unde A este un număr întreg și anume

$$A = c_0 a_k^n + c_1 a_k^{n-1} b_k + \ldots + c_{n-1} a_k b_k^{n-1} + c_n b_k^n. \tag{19}$$

Vom arăta că de la un anumit k, avem $A \neq 0$. Într-adevăr, folosind egalitățile (17) și (18) și ținînd seamă de faptul că $\frac{a_k}{b_k} = R_k$, avem

$$c_0 (R_k - x_1)(R_k - x_2) \ldots (R_k - x_n) = \frac{A}{b_k^n} \tag{20}$$

Fie x_j cea mai apropiată rădăcină de x_1. Deoarece șirul reduselor $R_0, R_1, \ldots, R_k, \ldots$ converge către x_1, rezultă că de la un anumit $k = k_0$,

redusele R_k (cu alte cuvinte redusele R_{k_0}, $R_{k_0+1}, \ldots$) sînt situate mai aproape de x_1, decît x_j și atunci de la acest k, membrul stîng al egalității (20) diferă de zero. Rezultă că pentru $k \geqslant k_0$ și membrul drept al egalității (20) diferă de zero, deci $A \geqslant 0$, de unde conchidem — avînd în vedere, că A este un număr întreg — că valoarea absolută a lui A este mai mare decît 1 :

$$|A| > 1. \tag{21}$$

Pe de altă parte, dacă se notează cu d_i $(i = 2, \ldots, n)$ valoarea cea mai mare dintre valorile $|R_{k_0} - x_i|$ și $|R_{k_0+1} - x_i|$ și cu N numărul pozitiv $N = |c_0| \cdot d_2 \ldots d_n$. Deoarece toate redusele $R_k (k \geqslant k_0 + 1)$ sînt situate între redusele R_{k_0} și R_{k_0+1}, rezultă că pentru orice $k \geqslant k_0$, avem

$$|R_k - x_2| < d_2, \quad |R_k - x_3| < d_3, \ldots, \quad |R_k - x_n| < d_n$$

și deci

$$|c_0 (R_k - x_2) \ldots (R_k - x_n)] = |c_0| \cdot |R_k - x_2| \ldots |R_k - x_n| < d_2 \ldots d_n < N. \tag{22}$$

Din egalitatea (20) rezultă — avînd în vedere relațiile (21) și (22) — următoarea inegalitate

$$|R_k - x_1| \cdot N > \frac{1}{b_k^n}.$$

Deci

$$|R_k - x_1| > \frac{1}{N \cdot b_k^n}.$$

Ținînd seamă de a doua egalitate (4), putem scrie

$$\frac{1}{b_k (b_k x_{k+1} + b_{k-1})} > \frac{1}{N \cdot b_k^n},$$

unde $x_{k+1} = [q_{k+1}, \ldots, q_n, \ldots]$. De aici deducem succesiv

$$b_k (b_k x_{k-1} + b_{k-1}) < N \cdot b_k^n; \quad b_k x_{k+1} + b_{k-1} < N \cdot b_k^{n-1}.$$

Deoarece $b_{k-1} > 0$, membrul stîng al ultimei inegalități se micșorează, dacă neglijăm pe b_{k-1} :

$$b_k x_{k+1} < N \cdot b_k^{n-1}.$$

Rezultă

$$x_{k+1} < N \cdot b_k^{n-2}.$$

Ținînd seamă de această inegalitate și de inegalitatea evidentă $q_{k+1} < x_{k+1}$, rezultă că $q_{k+1} < N \cdot b_k^{n-2}$, deci tocmai teorema enunțată.

Această teoremă a fost demonstrată de *Liouville*. Rolul istoric fundamental al acestei teoreme constă în aceea că ea a permis, pentru prima dată, să se demonstreze existența numerelor transcendente. Pentru aceasta, după cum se vede, este suficient să se construiască o fracție continuă infinită, care nu satisface inegalitatea (15) oricare ar fi numerele pozitive N și n. Într-adevăr, dacă se construiește o astfel de fracție continuă, ea

fiind convergentă, determină un număr, care nu este algebric, deci este un număr transcendent. Pentru a construi o astfel de fracție continuă, procedăm în felul următor: alegem primele k_0 elemente ale unei fracții continue în mod arbitrar cu singura condiție pentru numărul k_0, ca să avem inegalitățile

$$k_0 > n \text{ și } b_{k_0} > N.$$

Deoarece n și N sînt două numere pozitive (fixe), oricît de mari ar fi ele, aceste inegalități pot fi satisfăcute de un număr întreg (pozitiv) k_0 suficient de mare, deoarece subzistă inegalitățile (3). Bineînțeles, atunci avem și pentru orice $k \geqslant k_0$:

$$k > n \text{ și } b_k > N. \tag{23}$$

După aceasta termenii q_{k+1} $(k \geqslant k_0)$ se aleg în așa fel ca ele să fie numere întregi (pozitive) *oarecare,* care satisfac inegalitatea

$$q_{k+1} > b_k^{k-1}. \tag{24}$$

Ținînd seamă de inegalitățile (23) și (24), avem pentru orice $k \geqslant k_0$:

$$q_{k+1} > b_k^{k-1} = b_k \cdot b_k^{k-2} > N \cdot b_k^{n-2}.$$

Astfel am demonstrat următoarea teoremă a lui *Liouville* (1845):

Există o infinitate de numere transcendente.

Înainte de a termina, vrem să precizăm un lucru: condiția (15) este numai o condiție *necesară* pentru ca un număr să fie algebric. O condiție necesară și suficientă pentru ca un număr să fie transcendent, nu se cunoaște. Nu există nici o metodă generală pentru a decide dacă un număr este algebric sau transcendent și această problemă este foarte dificilă. *Hermite* a reușit să demonstreze în 1873, că numărul e (baza logaritmilor naturali) este un număr transcendent, iar folosind acest rezultat, *Lindemann* a demonstrat în 1882, că π este un număr transcendent. Acest fapt din urmă are între altele o consecință importantă și anume că problema cvadraturii cercului este nerezolvabilă.

5. *Caracterizarea numerelor iraționale pătratice. Fracții continue periodice.* În cazul numerelor algebrice și irționale de gradul al doilea, zise și numere irționale pătratice este valabilă bineînțeles inegalitatea (15). Însă cu mult înainte de *Liouville, Lagrange* a găsit pentru aceste numere — folosind tot teoria fracțiilor continue — o proprietate mult mai esențială, care caracterizează aceste numere. Trebuie să clarificăm în prealabil cîteva noțiuni:

O fracție continuă infinită se cheamă *periodică,* dacă începînd de la un termen dat, un grup de termeni se repetă în aceeași ordine. O asemenea fracție continuă are deci forma

$$x = [q_0, q_1, \ldots, q_n, q_{n+1}, \ldots, q_m, q_{n+1}, \ldots, q_m, \ldots, q_{n+1}, \ldots, q_m, \ldots]$$

și se notează pe scurt în felul următor:

$$[q_0, q_1, \ldots, q_n, q_{n+1}, \ldots, q_m]. \tag{25}$$

Grupul de elemente de sub bară, care se repetă mereu, se chiamă *perioada* fracției continue. Dacă perioada începe tocmai cu primul element q_0, atunci fracția continuă se zice periodică *simplă*, în caz contrar ea este o fracție continuă periodică *mixtă*.

Acum putem enunța următoarea teoremă:

Valoarea unei fracții continue periodice este un număr irațional pătratic și invers, orice număr irațional pătratic se dezvoltă în fracție continuă periodică.

Pentru economie de spațiu, vom demonstra numai prima parte a acestei teoreme. Considerăm prima dată o fracție continuă simplu periodică:

$$x = [\overline{q_0, q_1, \ldots, q_m}]. \tag{26}$$

Din cauza periodicității subzistă egalitatea $x_{m+1} = [\overline{q_{m+1}, q_{m+2}, \ldots}] = [\overline{q_0, q_1, \ldots, q_m}] = x$ și prin urmare — ținînd seamă de prima formulă (4) — avem

$$x = \frac{a_m x_{m+1} + a_{m-1}}{b_m x_{m+1} + b_{m-1}} = \frac{a_m x + a_{m-1}}{b_m x + b_{m-1}}.$$

Această egalitate poate fi scrisă și în următoarea formă

$$b_m x^2 + (b_{m-1} - a_m) x - a_{m-1} = 0. \tag{27}$$

Deci valoarea x a fracției continue considerate verifică această ecuație de gradul doi cu coeficienți întregi *.

valoarea x a fracției continue date: $x = \frac{P + \sqrt{D}}{Q}$, unde $P = a_m - b_{m-1}$, $Q = 2b_m$, $D = (b_{m-1} - a_m)^2 + b_m a_{m-1} > 0$.

Să considerăm acum fracția continuă mixtă (25). Folosindu-ne de două ori de prima inegalitate (4), avem

$$x = \frac{a_n x_{n+1} + a_{n-1}}{b_n x_{n+1} + b_{n-1}} \text{ și } x = \frac{a_m x_{m+1} + a_{m-1}}{b_m x_{m+1} + b_{m-1}},$$

unde $x_{n+1} = [\overline{q_{n+1}, q_{n+2}, \ldots}]$ și $x_{m+1} = [\overline{q_{m+1}, q_{m+2}, \ldots}]$. Ținînd seama de periodicitatea fracției considerate, avem $x_{m+1} = x_{n+1}$ și deci

$$x = \frac{a_n x_{n+1} + a_{n-1}}{b_n x_{n+1} + b_{n-1}} \text{ și } x = \frac{a_m x_{n+1} + a_{m-1}}{b_m x_{n+1} + b_{m-1}}.$$

Dacă între aceste două relații se elimină x_{+1}, se obține o relație de formă

$$ax^2 + bx + c = 0 \tag{28}$$

unde $a = b_m b_{n-1} - b_{m-1} b_n$, $b = a_n b_{m-1} + b_n a_{m-1} - a_{n-1} b_m - a_m b_{n-1}$, $c = a_m a_{n-1} - a_n a_{m-1}$ sînt numere întregi și astfel prima parte a teoremei este demonstrată.

r

* Ținînd seamă de faptul că termenul liber al aceste ecuații este un număr negativ, rezultă că această ecuație are o rădăcină negativă și alta pozitivă. Această din urmă este

Pe baza acestei teoreme avem deci următoarea caracterizare a numerelor iraționale pătratice: *acele și numai acele numere iraționale sînt de gradul doi, care se dezvoltă în fracție continuă periodică.*

Observăm că pentru numerele algebrice iraționale de grad mai mare decît doi nu este cunoscută nici o teoremă analoagă cu cea de mai sus. Este interesant că pînă în prezent nu este cunoscută dezvoltarea în fracție continuă a nici unui număr algebric de grad mai mare decît doi. Terminăm arătînd în cazul a două exemple o metodă prin care se poate dezvolta un număr irațional pătratic în fracție continuă, fără aplicarea algoritmului lui Euclid.

Fie $x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$. Acest număr verifică ecuația de gradul doi:

$$\left(x-\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)\left(x-\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)=0, \text{ deci } x^2-x-1=0.$$

De aici avem $x^2 = x + 1$. Împărțind această egalitate cu x, deducem

$$x = 1+\frac{1}{x}.$$

Dacă în membrul drept al acestei egalități se scrie în locul lui x, expresia $1+\frac{1}{x}$, se obține

$$x = 1+\frac{1}{1+\frac{1}{x}}.$$

Continuînd acest procedeu, se obține fracția continuă periodică simplă

$$x = [1, 1, \ldots, 1, \ldots] = [\overline{1}].$$

Pentru a dezvolta în fracție continuă numărul $\sqrt{2}$, se procedează după cum urmează. Se consideră numărul $1+\sqrt{2}$ și ecuația $(x-1-\sqrt{2})\cdot(x-1+\sqrt{2})=0$, deci $x^2-2x-1=0$, a cărei rădăcină pozitivă e tocmai $1+\sqrt{2}$. Rezultă că $x^2 = 2x+1$. De aici avem $x = 2+\frac{1}{x}$, deci

$$x = 2+\frac{1}{2+\frac{1}{x}} = \ldots = [2, 2, \ldots, 2, \ldots].$$

Astfel am dezvoltat în fracție continuă, numărul $1+\sqrt{2}$. De aici avem pentru $\sqrt{2}$ următoarea fracție continuă periodică mixtă:

$$\sqrt{2} = 1-[2, 2, \ldots, 2, \ldots] = [1, 2, 2, \ldots, 2, \ldots] = [1, \overline{2}].$$

DESPRE TRANZISTOARE ŞI APLICAŢIILE LOR

de ing. *DAN NEGULESCU*

1. *Principiul de funcţionare al unui tranzistor.*

În aparatura radioelectronică cucereşte tot mai mult domeniu un element relativ nou: tranzistorul.

Tranzistorul este un element de circuit a cărui funcţionare se bazează pe fenomene produse în joncţiuni semiconductoare.

Dacă în reţeaua monocristalină a germaniului (sau a siliciului-tetravalent), locul unui atom de *Ge* este luat de un atom pentavalent (*P, As, Sb*), patru din electronii săi sînt imobilizaţi în legăturile reţelei, iar al cincilea rămîne liber asigurînd conductibilitatea (fig. 1 a). Se spune că elementul pentavalent este „donor", că monocristalul de *Ge* „a fost dotat *n*" şi conductibilitatea este de tip *n* (negativ) sau electronică. Dacă se introduce nu un atom pentavalent, ci unul trivalent (*B, Al, Ga, In*), trei electroni intră în legăturile reţelei cristaline, dar a patra este nesatisfăcută; aceasta constituie un loc vacant şi se numeşte „gol" (fig. 1 b). Se spune că elementul trivalent este „acceptor", că monocristalul de *Ge* „a fost dotat *p*" şi conductibilitatea este de tip *p* (pozitiv) sau de goluri (v. şi G.M.F.-B 1/1961).

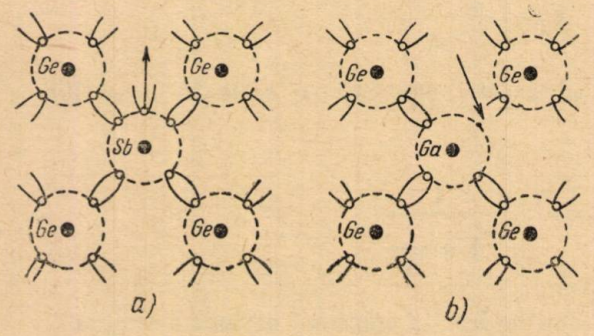


Fig. 1

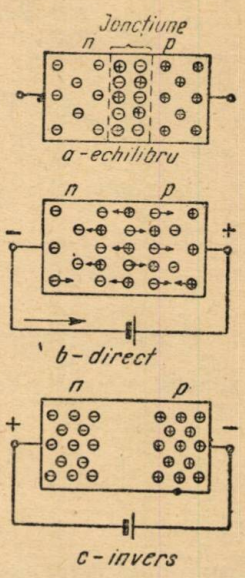


Fig. 2

Alăturînd printr-o tehnologie specială un semiconductor de tip *n* unuia de tip *p*, ia naştere o „joncţiune". În absenţa oricărei tensiuni exterioare o parte din electronii zonei *n* trec în *p* sub atracţia golurilor; la fel golurile trec din *p* în *n* pînă se stabileşte un echilibru (fig. 2 a). Dacă se aplică o tensiune în sens direct (fig. 2 b) trecerea electronilor şi golurilor prin joncţiune este stimulată şi în circuit circulă curent. Dacă se aplică o tensiune inversă (fig. 2 c), electronii şi golurile sînt atraşi respectiv către extremităţile *n* şi *p*; prin joncţiune nu mai trec purtători de sarcină, curentul nu circulă (v. şi G.M.F.-B 2/1961).

Reunind trei semiconductoare (două joncţiuni) în succesiunea *pnp* (sau *npn*), astfel încît zona mijlocie să fie foarte subţire ($< 0{,}1$ mm) şi polarizarea ca în figura 3 se obţine tipul obişnuit de tranzistor. Aplicînd joncţiunii *E—B* o tensiune directă golurile din *E* (*p*) trec cu viteză în *B* (*n*),

străpung baza subțire și trec în C (p), unde își continuă mișcarea sub acțiunea tensiunii negative a colectorului (v. și G.M.F.-B 2/1961).
Simbolul unui tranziator este cel din figura 4. Polarizarea la tipul *npn* este inversă față de cea din figura 3.

Tranzistoarele pot fi comparate cu tuburile electronice. Întocmai cum catodul emite electroni, emiterul crează și întreține purtători de sarcină care produc curentul. Anodul este asemănător colectorului care colectează

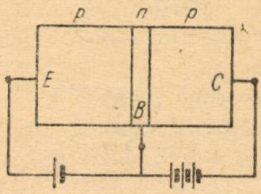


Fig. 3

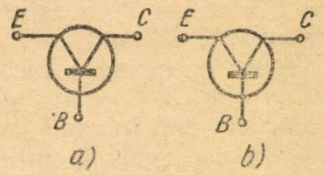


Fig. 4

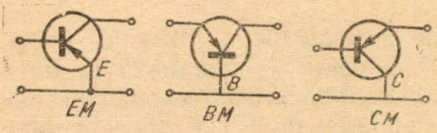


Fig. 5

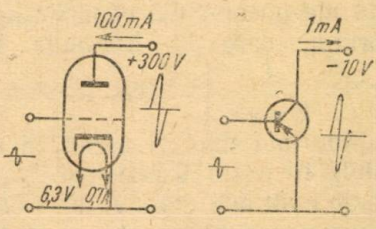


Fig. 6

sarcinile ce trec prin joncțiune. După cum grila comandă sarcinile care trec spre anod, baza controlează sarcinile care trec de la emiter spre colector.

În diferitele lor aplicații tranzistoarele se pot monta într-unul din cele trei moduri prezentate în figura 5, adică cu emiterul la masă — simbolizat *EM*, cu baza la masă — *BM* sau cu colectorul la masă — *CM*, unde masa este considerată de potențial nul. Aceste montaje se întîlnesc și la tuburile electronice, făcînd analogia: emiter-catod, bază-grilă, colector-anod.

2. *Calități ale tranzistoarelor*

Tranzistoarele obțin mereu noi succese în lupta cu tuburile electronice înlocuindu-le în tot mai multe din aplicațiile acestora datorită avantajelor pe care le oferă.

Pentru funcționarea unui tub electronic ca amplificator (fig. 6) este necesară o tensiune continuă pe anod (tensiune de alimentare) și o tensiune de încălzire a filamentului. Pentru tranzistor este necesară o tensiune de alimentare de cîteva zeci de ori mai mică și nu este nevoie de o încălzire a filamentului, deoarece nu are filament. Consumul de putere al tranzistorului este de aproximativ 1 000 de ori mai mic.

Datorită încălzirii filamentului la un tub este necesar un timp de punere în funcțiune de 30—60 s (intervalul între momentul pornirii curentului în filament și începutul emisiei catodului; de exemplu un aparat de

radio cu tuburi, necesită un timp de încălzire). La tranzistor punerea în funcțiune se face aproape instantaneu.

Pe lîngă faptul că dimensiunile unui tranzistor sînt mult reduse, greutatea sa este chiar de zecimi de gram; datorită curenților și tensiunilor mici se pot micșora și dimensiunile celorlalte piese din circuit: rezistențe, condensatoare, bobine, transformatoare, baterii de alimentare etc.

Un tranzistor este cu mult mai robust decît un tub electronic, suportă cu ușurință lovituri, vibrații; nu există pericolul spargerii sau al deplasării electrozilor decît la eforturi mecanice cu mult mai mari. Durata de serviciu este cu mult mai mare.

Tranzistorul are caracteristici de funcționare mai maleabile decît un tub; în afară de aceasta el are unele proprietăți fizice care îl fac incomparabil superior tubului electronic. Există însă și unele dezavantaje care limitează deocamdată, utilizarea tranzistoarelor.

Pînă nu demult, frecvențe de cîteva sute *MHz* erau considerate de nedepășit. Există două cauze ale limitării superioare a frecvenței. Prima din ele o constitue capacitățile dintre electrozi și în special cea a colectorului, care la frecvențe foarte mari devin aproape scurtcircuite $\left(z = \frac{1}{2\pi\nu c}\right)$. Acest fenomen are loc și la tuburi, dar datorită capacităților mai mici și adoptării unor metode speciale de construcție, imposibile în cazul tranzistoarelor, la tuburi fenomenul se manifestă la frecvențe mult mai mari. A doua cauză a limitării superioare a frecvenței o constituie viteza de mișcare a purtătorilor de sarcină, mult mai mică în interiorul semiconductoarelor decît în vid; la un moment dat, purtătorul de sarcină (electron sau gol) supus la o tensiune de frecvență prea mare (perioadă prea mică) nu mai are timp să ajungă de la un electrod la altul și nu se mai stabilește curentul între emiter și colector. Aceasta este situația la un tranzistor clasic; astăzi există însă, tipuri speciale pentru frecvențe înalte.

Temperatura influențează puternic funcționarea tranzistorului; aceasta se datorează creării de mai mulți purtători liberi în interiorul semiconductorului prin încălzire, ceea ce îl face mai bun conductor, deci un mai prost tranzistor, adică îi micșorează amplificarea; la unele tipuri curentul variază cu 10% pentru 1°C pînă la 40°C, iar peste această temperatură devin inutilizabile; uneori o simplă atingere cu mîna, prin modificarea temperaturii, scoate din funcțiune tranzistorul pentru cîteva minute. Tranzistoarele cu siliciu, pînă la 125—150°C, au caracteristici ceva mai stabile față de temperatură (ca și tuburile), dar au calități mai slabe decît cele cu germaniu și de aceea se construiesc mai puțin.

Influența ieșirii asupra intrării, adică a tensiunii anodului asupra tensiunii grilei este destul de mică la o triodă cu vid și poate fi făcută foarte mică la pentodă (se adaugă între cei doi electrozi două grile în plus: ecranul și supresorul). La tranzistoare această influență este puternică și nu poate fi înlăturată. În plus, ele au la intrare (între bază și emiter) o rezistență destul de mică, adică la o tensiune dată cer un curent destul de mare pentru excitație față de tub, care de obicei nu are curent de grilă.

Tranzistoarele se construiesc pentru puteri mici. Puterea ar putea fi mărită mărind dimensiunile tranzistorului, dar în acest fel s-ar crea neomogenități pe suprafața de joncțiune datorită greutăților de fabricare.

O problemă de mare importanță în radiotehnică este zgomotul. La un aparat de radio zgomotul se aude în difuzor ca un fond peste care se suprapune vorbirea sau muzica și există și cînd acestea dispar, între posturi sau în pauze. El se datorează în bună parte rezistențelor, tuburilor și celorlalte piese din aparat. Rezistențele produc acest zgomot datorită agitației termice, dezordonate, care antrenează și sarcinile electrice; iau naștere în acest mod tensiuni care variază foarte dezordonat. Acestea sînt cauzele care produc în difuzor acel zgomot, după care tensiunile respective au fost denumite „tensiuni de zgomot", iar efectul în sine, „zgomot". Tuburile electronice prezintă și ele un zgomot, dar el are mai multe cauze; pe de o parte este cel datorat agitației termice și este de aceeași natură cu cel de la rezistențe; pe de alta este cel datorat „efectului de alice". Se știe că într-un tub, purtătorii de sarcină sînt electroni care pleacă de pe catod și sînt atrași de anod; în momentul în care un electron atinge anodul, mișcarea sa, care se făcuse cu o viteză destul de mare pînă atunci, încetează deodată, curentul datorat acelui electron încetează brusc; este ca și cînd s-ar auzi o împușcătură. Întrucît există o mulțime de astfel de electroni „se aud" foarte multe astfel de împușcături, ca și cînd ar fi o ploaie de alice. În tranzistoare, formate din elemente semiconductoare, zgomotul este datorat în mare parte agitației termice; ca și la tuburi, purtătorii de sarcină care pot fi aici, nu numai electroni, ci și goluri, circulă între emiter și colector și produc, la lovirea cu acești electrozi aceleași „împușcături". La tranzistoare există însă și un zgomot datorat unor cauze necunoscute încă suficient, numit „zgomot suplimentar" Faptul că există o cauză în plus, cît și acela că agitația termică este mai importantă aici, face ca la tranzistoare zgomotul să fie mai mare decît la tuburi și mai supărător în audiție.

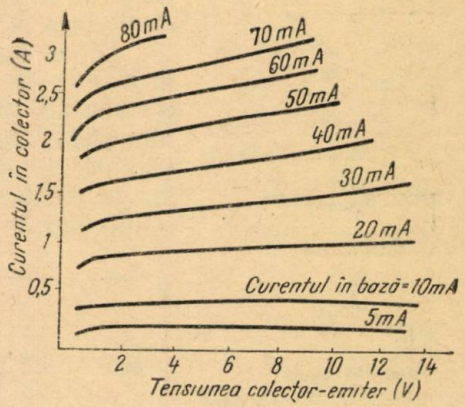


Fig. 7

Pentru a fi utilizat în diferitele sale aplicații fără a se distruge, un tranzistor trebuie să nu fie supus unor tensiuni sau curenți mai mari decît suportă: de aceea un tranzistor este însoțit întotdeauna de date caracteristice. Se dau tensiunile maxime posibile între electrozi (de ordinul unităților și zecilor de volți), curenții maximi posibili (care sînt pentru diferite tipuri de la zeci de μA la cîțiva A). Se dă puterea maximă posibilă care variază de obicei între zeci de mW și zeci de W. Se mai dă frecvența limită superioară la care tranzistorul poate funcționa încă bine. Pentru o bună folosire a tranzistorului se dau uneori și curbele caracteristice dintre care cele mai importante sînt cele care ne arată cum variază curentul în colector, cînd variază tensiunea între colector și emiter, pentru

diferite mărimi ale curentului în bază ; o astfel de „caracteristică" se dă în figura 7 ; pentru același tip se dau și cîteva valori specifice :

Temperatura normală de lucru 25°C, tensiunea maximă colector-bază 30 V, tensiunea maximă emiter-bază 7,5 V, curent maxim în colector 3 A, putere maximă 30 W, frecvență maximă de lucru 200 kHz.

El este reprezentativ pentru tranzistoarele de putere mai mare.

3. *Forme constructive tipice.*

La baza tehnologiei de fabricație a tranzistoarelor stau trei procedee : tragerea, alierea, și difuziunea.

Etapele procedeului prin tragere sînt sintetizate în figua 8 a. Dintr-un creuzet cu *Ge* dotat *n*, topit aproape de punctul de solidificare se

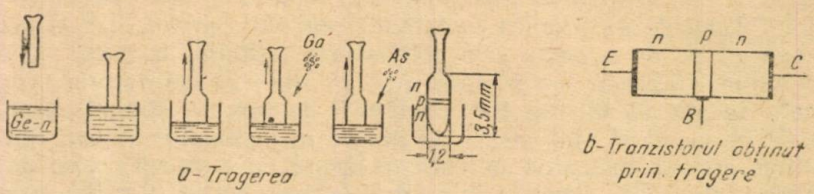


Fig. 8

trage o porțiune *n*, apoi, după adăugare de impurități acceptoare, una *p* și după o nouă impurificare, una *n*. Aceasta este cel mai vechi procedeu, iar joncțiunile sînt aproape plane (figura 8 b).

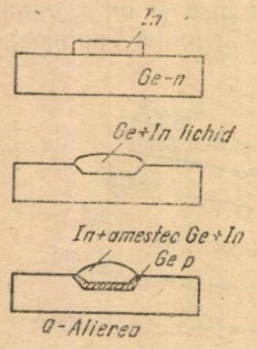


Fig. 9

Alierea constă în topirea unei granule de *In* pe suprafața unei pastile de *Ge-n* ; în picătura de indiu topit se dizolvă germaniu, iar prin răcire se formează un strat de *Ge-p* (figura 9 a). Se obține tranzistorul clasic prin aliere din figura 9 b.

Difuziunea este un procedeu mai nou și constă în încălzirea la temperaturi înalte (800°C) și presiuni scăzute (10 mm *Hg*) a unei plăci de *Ge-n* (sau *p*) în atmosferă impură, de ex. : *As* (fig. 10 a) ; una din fețele plăcuței se acoperă astfel încît pătrunderea atomilor de *As* se face numai pe fața opusă. Se creează un semiconductor mai bogat în electroni pe fața expusă

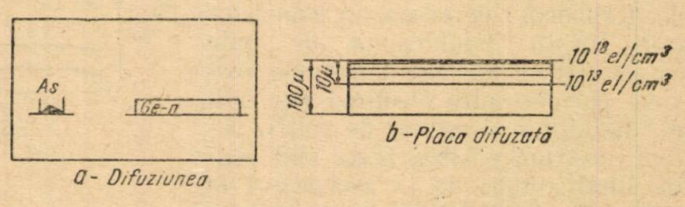


Fig. 10

(10^{18} electroni/cm³) și mai sărac spre cealaltă față (10^{13} el/cm³) (fig. 10 b).

Pornind de la acest procedeu se fabrică tranzistorul cu difuziune și aliere, așa numitul tranzistor „drift" sau „cu cîmp intern" (fig. 11). La

acesta cîmpul intern creat accelerează electronii micșorînd timpul lor de trecere între electrozi; frecvența limită de utilizare crește mult (de 3 la 8 ori).

O variantă a tranzistorului drift este tranzistorul pnip; baza acestuia are un strat de semiconductor pur (intrinsec - *i*): *Ge* și un strat impurificat: *Ge-n* (fig. 12).

Într-un mod asemănător este construit tranzistorul *MLT*, cu strat superficial microscopic format dintr-un semiconductor intrinsec avînd o structură pinip.

O perfecționare a tipului drift este tranzistorul *MADT* sau microaliat după difuziune (fig. 13). Aici se utilizează un procedeu electrolitic de

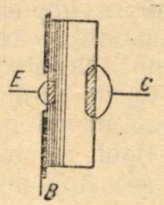
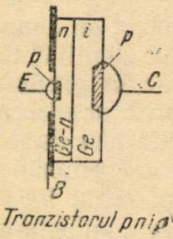


Fig. 11



Gig. 12

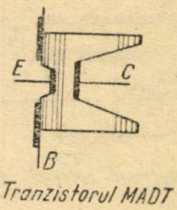


Fig. 13

corodare și depunere, tehnica microalierii deosebindu-se de alierea descrisă anterior; se obțin grosimi mici ale bazei (1 μ). Există și tranzistoare *MAT* la care nu se mai face difuziunea. Tot prin corodare electrolitică se prepară tranzistorul cu bariere de suprafață (*SBT*); acesta are baza dintr-un semiconductor *n* (*Ge, Si*), dar colectorul și emiterul nu sînt zone *p*, ci depuneri metalice subțiri (cadmiu).

Formele constructive descrise pînă aici se caracterizează prin aceea că au baza la mijloc, între emiter și colector și sînt simetrice față de o axă care unește în desen *A* cu *C*. O formă aparte o are tranzistorul

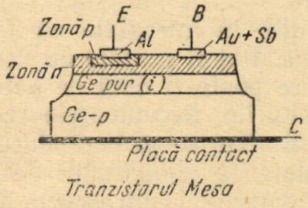


Fig. 14

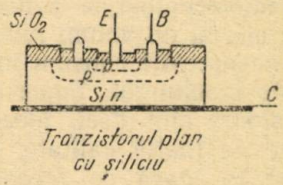


Fig. 15

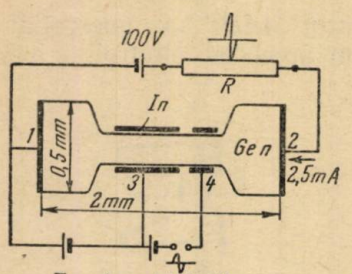
Mesa (fig. 14); colectorul ocupă aici poziția centrală și la el se alătură placa de contact. Cele trei straturi ale „măsuței" nip se obțin prin difuziune, iar zona *p* din jurul emiterului prin aliere.

Un al doilea tip Mesa se obține prin dublă difuziune fără aliere. Construcția Mesa are avantajul unui procedeu de fabricare simplu. O formă mai veche a sa este tranzistorul *PADT* (sau *AD*).

Tranzistorul plan cu siliciu (fig. 15) se obține într-un mod aparte, prin corodare și difuziune pe una din fețe; este de tipul npn; are o formă plată,

de unde îi vine și numele. Se poate difuza și pe a doua față, spre colector, obținînd un tip numit „cu triplă difuzie" sau tranzistor „laminar".

Toate tipurile prezentate anterior fac parte din categoria triodelor semiconductoare. Un tranzistor cu patru secțiuni npnp este tiristorul, denumit și diodă cu patru straturi, tranzistor de comutare sau redresor controlat. El se bazează pe principiul „avalanșei", asemănătoare cu descărcarea în avalanșă din gaze rarefiate. Cei patru electrozi sînt: emiterul, baza, colectorul și injectorul. Ca redresor controlat furnizează curenții mari la tensiuni ridicate (putere pînă la 10 kW) și fiind construit din *Si* rezistă bine la temperatură.



Tecnetronul tetrodă

Fig. 16

Tecnetronul (fig. 16) este un tranzistor cu efect de cîmp; efectul este datorat electrodului „lentilă" 3 care creează un cîmp electrostatic în gîtuirea ce o înconjoară; electrozii 1 și 2 accelerează electronii. Deoarece nu există aici decît un singur tip de purători de sarcină (numai electroni sau numai goluri) tecnetronul face parte din tipul de tranzistoare „unipolare", care se asemănă mult cu tuburile electronice. Electrodul 4 are rolul unei grile de comandă.

Un alt tranzistor cu patru electrozi bazat pe un principiu asemănător este alcatronul.

Bazate pe construcții speciale, destul de greu de obținut în mod obișnuit, s-au creat tranzistoare pentru unde centimetrice (pînă la 10 GHz).

4. *Aplicațiile tranzistoarelor în radiotehnică.*

Datorită calităților pe care le au, tranzistoarele au înlocuit în multe aplicații, tuburile electronice. Desigur, acestea din urmă au avut timp destul pentru a se perfecționa într-atît încît să nu cedeze locul cu ușurință. Tubul electronic are o vechime de aproximativ 60 de ani, pe cînd tranzistorul abia a apărut în urmă cu 15 ani.

Radioreceptoarele actuale pot fi construite în întregime cu tranzistoare; ele au un volum redus și greutate mică. Pot fi purtate cu ușurință, deoarece necesită consum mic de energie, care poate fi dată de baterii pe un timp îndelungat. Suportă cu ușurință loviturile. Receptoarele radio cu tranzistoare sînt deci, ideale pentru excursii. Nu se pot produce însă, aparate de înaltă calitate, în primul rînd datorită zgomotului destul de ridicat; în afară de aceasta, pentru unde scurte și ultrascurte trebuie folosite tranzistoare speciale, bune pentru frecvențe mai mari, ceea ce ridică costul.

Deși la televizoare micșorarea dimensiunilor nu este un scop esențial, tubul catodic pe care apare imaginea — cinescopul, trebuie să fie mare, s-au construit totuși destule aparate parțial sau complet tranzistorizate.

Legată de folosirea tranzistoarelor este micșorarea și a celorlalte piese, care nu se mai fixează pe șasiul aparatului cu șuruburi, brățări metalice greoaie etc. Se confecționează niște plăcuțe avînd suprafețe de cîțiva centimetri patrați pe care se fixează prin simplă lipire cu cositor tranzistoarele, rezistențele, condensatoarele; legăturile între ele nu se mai

fac prin sîrmă, ci sînt „desenate" cu argint sau cupru pe plăcuțe. Acestea sînt circuitele imprimate, iar ansamblurile construite poartă numele de module.

Datorită greutății reduse se construiesc picupuri și magnetofoane de reportaj cu tranzistoare.

Datorită volumului redus și a consumului mic de energie tranzistoarele constituie un ajutor neprețuit pentru cei cu auzul slab, putîndu-se adapta cu ușurință aparate auditive la ramele ochelarilor sau cu aparate independente. Pe principii asemănătoare s-au construit aparate pentru excitarea unor sunete brute în cavitatea bucală, aparate montate pe suprafața gîtului în dreptul laringelui, destinate celor ce prezintă afecțiuni ale coardelor vocale. Prin modelarea sunetelor se obține o vorbire inteligibilă.

Tranzistoarele iau treptat, locul tuburilor electronice în construcția amplificatoarelor, redresoarelor furnizoare de tensiuni constante, echipamentelor de telefonie și comandă automată electronice ; au o importantă utilizare în cibernetică unde sînt necesare multe elemente și se cere un volum mare. Mașinile electronice de calcul conțin cel puțin 1 000 tranzistoare ; dacă construcția s-ar face cu tuburi electronice aceleași mașini ar fi cerut o energie de alimentare ridicată, volum mare, o siguranță mai mică în funcționare.

Avînd în vedere rezistența deosebită la șocuri, volumul mic și consumul redus, tranzistoarele sînd de neînlocuit în echipamentul electronic al rachetelor, unde aparatele sînt supuse unor accelerații mari, unde se cere o greutate cît mai mică și unde nu dispunem de prea multă energie.

Cu toată răspîndirea pe care o au în ultima vreme tranzistoarele rămîn unele domenii ale radiotehnicii în care nu au pătruns încă.

5. *Tranzistoarele în electrotehnică, automatică, tehnica măsurătorilor.*

Introducerea tranzistoarelor în electrotehnică nu s-a făcut la fel de ușor ca în radiotehnică. În electrotehnică sînt necesare de cele mai multe ori, tensiuni mari, curenți mari și puteri mari, ori tocmai aceste calități lipsesc deocamdată tranzistoarelor. An de an apar însă, noi tipuri și cu timpul vor putea fi utilizate pe o scară mult mai largă.

La început se construiau tranzistoare de putere mai mare numai din germaniu, de tip pnp, adică se construiau de tipul cel mai răspîndit. S-a constatat însă că pentru puteri mari sînt mai bune tranzistoarele de tip npn din siliciu. Acestea sînt mai recomandate la curenți mari, deoarece conductibilitatea lor este datorită în special electronilor, care sînt cu mult mai mobili în interiorul semiconductorului decît golurile, predominante la pnp. Că tranzistoarele pnp sînt de cele mai multe ori cu germaniu, iar cele npn cu siliciu, nu este o necesitate, ci o consecință a unor avantaje de fabricație astfel obținute.

Una din aplicațiile electrotehnice este comutarea fără contact a semnalelor și energiei electrice ; în locul unei bobine cu miez magnetic și paletă — construcție greoaie (asemenea soneriei), sau în locul unui tub, se folosește un tranzistor.

O altă aplicare, larg răspîndită, o au la redresoarele de tensiune reglabilă și constantă. De asemenea se folosesc la reglarea turației mașinilor electrice sau în dispozitivele de protecție, atît de importante în instalațiile automate.

O largă utilizare, dintre cele mai importante, o au tranzistoarele în măsurători. În afara aparatelor de măsură electronice care existau și pînă acum, dar erau prea greoaie și puțin mobile, aparate care devin din obiecte de laborator, instrumente de încercare la locul de producție, s-au conceput aparate noi. Acestea sînt superioare pentru că au consum redus din energia de măsurat, volum mic — ceea ce le face să nu perturbe procesul care se măsoară, precum și proprietăți speciale (ale tranzistoarelor). O altă proprietate a tranzistoarelor este aceea de a fi sensibile la variații de temperatură; ceea ce în majoritatea aplicațiilor era un neajuns, în măsurarea temperaturii este un folos; s-au obținut astfel, sensibilități mari ale termometrelor pînă la 1 V pentru 1°C.

În tehnica actuală se pune tot mai mult problema miniaturizării, adică a confecționării de aparate care să ne aducă servicii de calitate, concentrate într-un volum cît mai mic. Am arătat pe scurt, într-un paragraf anterior, care este rolul modulelor; în prezent s-au realizat micromodule (blocuri funcționale minuscule) avînd dimensiuni de $8 \times 8 \times 0{,}5$ mm, care conțin atît elementul semiconductor cît și rezistențe, capacități etc. Ne imaginăm astăzi, destul de ușor un aparat de radio de dimensiunile cutiei de chibrituri, poate chiar de dimensiunile unui ceas de mînă; cu mult mai greu ne-am putea imagina însă, un aparat de radio avînd dimensiunile unei benzi de magnetofon cu o lungime de 1 cm; ceva asemănător s-a realizat folosind panglici sau fire subțiri semiconductoare pe care au fost „imprimate" pe porțiuni, rezistențe, izolanți, tranzistoare, diode etc.

Datorită în bună parte tranzistoarelor, electronica pătrunde tot mai mult în medicină și biologie. Este destul de veche pilula radioemițătoare; pentru cercetarea pe viu a aparatului digestiv, în special a intestinului; ea cercetează ulcere, dispepsii, colite etc. Pilula este formată dintr-un tranzistor, o mică baterie, un microfon de construcție specială, o mică antenă, rezistențe, condensatoare, bobine, toate sînt închegate într-un bloc prin rășină. Volumul este al unei pastile obișnuite.

S-au realizat aparate pentru măsurarea temperaturii corpului, volumului sîngelui, conținutului de oxigen al sîngelui, tonusului muscular etc. Un aparat pentru măsurarea presiunii sîngelui bazat pe tranzistoare, diode semiconductoare și micropiese de radio poate fi montat într-o seringă de 5 cm^3.

Un mic amplificator cu tranzistoare poate prelua biocurenții antebrațului și transmite comandă nervoasă unui dispozitiv electromecanic de acționare a brațului proteză; s-au realizat astfel, cîteva mișcări simple ca luarea și deplasarea unui pahar, închiderea și deschiderea mîinii etc.

De curînd a fost descoperit un nou efect care a dus la construirea piezotranzistorului; s-a observat că atingerea cu un ac a unei joncțiuni modifică curentul de colector. S-au realizat cu piezotranzistoare microfoane subminiatură ($5 \times 5 \times 5$ mm), cît un mic buton, de 20—100 ori mai mici decît microfoanele cu cărbune, de 4 ori mai sensibile și mult mai fidele. Se pare că utilizarea sa în viitor va fi foarte mare la seismografe, manometre, proteze auditive, sonde interne în medicină etc.

Tranzistoarele sînt aplicațiile cele mai importante ale semiconductoarelor, un domeniu cu posibilități de dezvoltare extraordinar de mari. Timpul scurt care a trecut de la primele utilizări face ca domeniul să nu fie încă deplin cercetat. O întreagă serie de elemente semiconductoare și

tranzistoare aflate încă în laboratoare își așteaptă aplicarea în tehnică.

În baza Directivelor Congresului al II-lea al P.M.R. a început la noi în țară fabricarea tranzistoarelor, precum și a unei serii de aparate a căror construcție se bazează pe tranzistoare. Viitorul prevede o multiplă utilizare și dezvoltare a tranzistoarelor la noi.

NOTĂ MATEMATICĂ

ASUPRA UNEI TEOREME A LUI D. POMPEIU

O teoremă a lui *D. Pompeiu* are următorul enunț:

Dacă ABC, $A_1B_1C_1$ sînt două triunghiuri asemenea și O un punct oarecare în planul lor, iar A' al patrulea vîrf al paralelogramului OAA_1A', atunci triunghiul $A'B'C'$, unde B' și C', au semnificări analoage cu A' este asemenea cu ABC și cu $A_1B_1C_1$.

O demonstrație este dată de Gh. Buicliu în G.M.F.-A. nr. 4/1956.

În cele ce urmează prezentăm o altă soluție, analoagă cu cea expusă în G.M.F.-A folosind o teoremă a lui *Laisant* din teoria a două figuri asemenea (V. Geometria triunghiului de *Tr. Lalescu*, la pag. 104).

Fie ω punctul dublu al celor două triunghiuri ABC și $A_1B_1C_1$ iar A_2 al patrulea vîrf al paralelogramului ω AA_1A_2. Punctele B_2 și C_2 avînd semnificări analoage cu A_2 triunghiurile AA_1A_2, BB_1B_2 și CC_1C_2 sînt respectiv egale cu triunghiurile ωAA_1, ωBB_1, și ωCC_1. Acestea din urmă sînt însă, trei triunghiuri asemenea, ω fiind punctul dublu al triunghiurilor ABC și $A_1B_1C_1$, de unde rezultă asemănarea triunghiurilor AA_1A_2, BB_1B_2 și CC_1C_2 De aici, conform teoremei lui Laisant, rezultă că triunghiul $A_2B_2C_2$ este asemenea cu ABC și cu $A_1B_1C_1$ și are cu acestea același punct dublu ω. Triunghiul $A'B'C'$ se obține din triunghiul $A_2B_2C_2$ printr-o translație definită de segmentul $O\omega$ și deci, $A'B'C'$ este asemenea cu ABC și cu $A_1B_1C_1$.

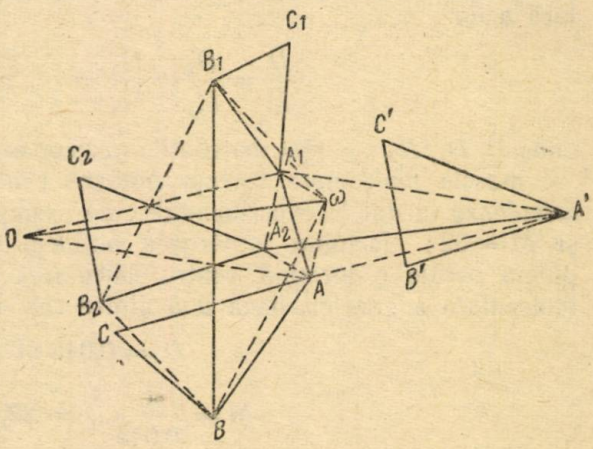


Fig. 1

Pe o cale analoagă obținem și următoarea generalizare.

Dacă F și F_1 sînt două figuri asemenea, iar A' omoteticul mijlocului segmentului AA_1 într-o omotetie de pol arbitrar O și putere k (A și A_1 fiind puncte omoloage în cele două figuri), figura F' formată din punctele A', B', C',..., (B', C',... au semnificări analoage cu A') este asemenea cu F și cu F_1.

În adevăr, fie ω punctul dublu al celor două figuri F și F_1, iar A_2 omoteticul mijlocului segmentului AA_1 într-o omotetie de pol ω și putere k. Triunghiurile ωAA_1, ωBB_1, ωCC_1, ... fiind asemenea între ele, căci ω este punctul dublu, triunghiurile AA_1A_2, BB_1B_1, CC_1C_2, ... sînt și ele asemenea între ele, avînd în vedere construcția punctelor A_2, B_2, C_2, ... (B_2, C_2, ... au semnificări analoage cu A_2). De aici, conform teoremei lui Laisant rezultă că figura F_2 este asemenea cu F și cu F_1 și are cu acestea același punct dublu ω. Figura F' se obține din F_2 printr-o translație definită de segmentul $O\omega$ și deci, F' este asemenea cu F și cu F_1.

St. Măruşteru, Baia Mare

PENTRU CERCURILE DE ELEVI

CITEVA RELAȚII CARE DECURG DIN LEGEA LUI AVOGADRO

Folosindu-ne de legea lui Avogadro putem stabili cîteva relații pentru calcularea ușoară a unor constante fizice ale gazelor.

Densitatea gazelor exprimată în g/l. O consecință imediată a legii lui Avogadro este proporționalitatea densității gazelor cu masa moleculară a lor:

$$\frac{D}{M} = \frac{D_1}{M_1} = \frac{D_2}{M_2} = \ldots = 0{,}045, \qquad (1)$$

unde D, D_1, D_2, ... sînt densitățile gazelor exprimate în *g/l*, iar M, M_1, M_2, ... masele moleculare corespunzătoare (valoarea 0,045 a raportului se calculează în datele experimentale; de exemplu, pentru oxigen = 1,429 *g/l* și $M = 32$; efectuînd împărțirea obținem 0,045). Folosind relația (1) putem obține o formulă pentru calcularea densității, respectiv a masei moleculare a gazelor, dacă una dintre cele două mărimi este cunoscută:

$$D = 0{,}045\, M \qquad (2)$$

$$M = \frac{1}{0{,}045} D = 22{,}42\, D \qquad (3)$$

Densitatea relativă a gazelor. Cunoscînd din experiență densitatea aerului ($D_a = 1{,}293$ *g/l*), pe baza relației (3) putem calcula masa lui moleculară aparentă, adică masa moleculară medie a componenților aerului:

$$M_a = 22{,}42 \cdot 1{,}293 = 28{,}99.$$

Pe baza legii lui Avogadro putem scrie:

$$\frac{D}{D_a} = \frac{M}{M_a}.$$

Cunoscînd valoarea lui M_a și știind că $\frac{D}{D_a} = d$ este densitatea relativă, raportată la aer a gazului respectiv, relația de mai sus devine:

$$d = \frac{M}{28,99}, \tag{4}$$

de unde:

$$M = 28,99\, d \tag{5}$$

Forța de ascensiune a unui litru de gaz este egală cu diferența dintre densitatea aerului și a gazului respectiv (ambele exprimate în *g/l*):

$$F = 0,045\ (28,99 - M) \tag{6}$$

Generalizînd relația de mai sus găsim formula forței de ascensiune a unui gaz într-un oarecare alt gaz cu masa moleculară M_1:

$$F = 0,045\ (M_1 - M)$$

Salló Ervin, Timișoara

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ ȘI FIZICĂ 1963

(Dare de seamă)

Societatea de matematică și fizică din R.P.R. (S.S.M.F.) cu sprijinul larg al Ministerului Învățămîntului, al Secțiilor de învățămînt ale Sfaturilor populare, al organizațiilor U.T.M., a organizat anul acesta cea de a 14-a olimpiadă de matematică și fizică pentru elevii școlilor medii, profesionale, pedagogice, tehnice de maiștri (al 51-lea concurs anual, luînd în considerație și cele organizate de fosta „Gazetă matematică").

Măsuri organizatorice. Datele etapelor (care în esență au rămas cele din anul precedent) au fost aprobate de Ministerul Învățămîntului la începutul anului școlar, comunicate filialelor regionale la 1 noiembrie 1962 și anunțate pe coperta Gazetei matematice și fizice seria B (G.M.F.) nr. 11. Aceasta a permis includerea acestor activități în planurile de muncă ale școlilor și filialelor S.S.M.F., alcătuirea din vreme a comisiilor locale și regionale, instruirea acestora cu principalele sarcini ce le revin. S-au format în întreaga țară 294 de comisii locale și 16 comisii regionale, ceea ce a permis popularizare largă și în școlile de curînd formate. Comisiile regionale și secțiile de învățămînt au urmărit îndeaproape pregătirile corespunzătoare primelor două etape. Filialele Baia Mare și Ploiești au trimis delegați la cîteva centre cu ocazia etapei locale.

Pentru a îmbunătăți desfășurarea etapei regionale și a lărgi sfera de activități, Biroul S.S.M.F. a hotărît ca cele două lucrări scrise de fizică și matematică să aibe loc în zile diferite, să se țină și consfătuiri cu cititorii G.M.F.-B și cu profesorii, asupra manualelor. Instrucțiunile corespunzătoare au parvenit însă cu oarecare întîrzieri la filiale. Ținînd seama și de solicitarea profesorilor la unele activități școlare, s-au ivit greutăți în realizarea indicațiilor date.

Pentru a îmbunătăți participarea profesorilor din țară la elaborarea de probleme necesare comisiei centrale, Biroul S.S.M.F. a hotărît ca fiecare filială să răspundă de asigurarea propunerilor pentru toate etapele la 2—3 clase de matematică și 1—2 de fizică, ceea ce s-a comunicat de asemenea din vreme.

Pentru buna desfășurare a tuturor etapelor s-au format colective de profesori în vederea repartizării elevilor pe săli și supravegherea lucrărilor scrise, corectarea acestor lucrări, definitivarea rezultatelor, însoțirea elevilor participanți la etapele regională și finală, asigurarea cazării, mesei, programului cultural și premiilor la aceste etape. Un larg concurs în această privință au dat secțiile de învățămînt regionale, direcțiile a numeroase școli. Tuturor li se cuvin mulțumiri pentru efortul depus, pentru bunăvoința arătată, fără de care olimpiada nu putea avea loc.

Participarea elevilor și școlilor. Evoluția numărului de participanți la cele trei etape din ultimul an e dată în următorul tablou:

Anul	Matematică			Fizică		
	etapa locală	etapa regională	etapa finală	etapa locală	etapa regională	etapa finală
1959	15237	2669	155	12286	2239	220
1960	19229	2918	175	15569	3455	216
1961	23005	2912	165	16643	3679	190
1962	26146	3509	159	19643	3615	172
1963	29032	3182	167	20738	4447	190

Rezultă de aici clar, că numărul participanților la etapa locală a crescut masiv în ultimii 5 ani, ritmul de creștere fiind mai mare la matematică. Totalul participanților la etapa locală din acest an a atins aproape 50 000 (49 770).

Totodată la olimpiade participă elevi dintr-un număr în continuă creștere de școli și centre după cum rezultă din tabelul de mai jos:

Anul	Matematică		Fizică	
	școli	centre	școli	centre
1961	525	219	484	213
1962	569	239	518	241
1963	641	252	559	250

Este interesant de urmărit și repartizarea pe regiuni a participării elevilor la prima etapă din acest an, în comparație cu anii precedenți:

Regiunea	Matematică			Fizică		
	1961	1962	1963	1961	1962	1963
Argeș	949	1241	1482	701	998	800
Bacău	1325	1451	1846	1178	1199	1213
Brașov	2045	1850	1850	1261	1319	1319
Or. și reg. București	4318	5175	3739	2463	3313	2280
Cluj	1487	1758	1303	1139	1568	1182
C-ța și reg. Dobrogea	761	787	1378	620	744	1120
Crișana	787	1007	1551	645	683	1240
Galați	858	1428	1362	593	1323	1002
Iași	1017	1048	1321	791	902	940
Maramureș	957	952	1100	978	518	887
Mureș Aut. Maghiară	912	1084	1116	725	753	863
Oltenia	1421	1814	1993	956	1088	1532
Ploiești	2215	2748	3133	1457	2001	2161
Suceava	1049	918	1230	915	861	1105
Banat	2187	2272	3048	1742	1620	2188
Hunedoara	718	833	1281	479	595	831

Rezultă din acest tabel că în regiunile Crișana, Dobrogea și Hunedoara au avut loc cele mai mari creșteri în participare la ambele discipline, iar în regiunile Brașov, Cluj, București la matematică și București și Maramureș la fizică au avut loc micșorări

ale numărului participanților. Comparația între regiuni trebuie făcută ținînd seama și de numărul total al populației școlare. Este indicat ca analizînd rezultatele obținute în anul școlar trecut, filialele S.S.M.F. să țină seama și de participarea în alte regiuni.

Creșterea permanentă a numărului participanților și a școlilor interesate aduce după sine creșterea numărului profesorilor solicitați să realizeze ansamblul acțiunii. Este necesar ca să se popularizeze și generalizeze exemplele pozitive care au existat din plin în toate regiunile și să se ia măsuri pentru a se evita repetarea unor situații neindicate ea, lipsa profesorilor din orașul Bacău, Baia-Mare și Oradea la etapa regională, activitatea puțin susținută a unor profesori din orașul Brașov sau regiunea București. Merită de subliniat sprijinul acordat de secția de învățămînt a regiunii Argeș care a luat măsuri ca profesorii repartizați să lucreze la etapa regională a olimpiadelor să fie programați la examenele fără frecvență la alte date.

Subiectele diferitelor etape. Filialele S.S.M.F. au trimis numeroase propuneri de probleme: 109 pentru matematică și numai 28 pentru fizică, repartizate neegal pe etape, mergînd însă descrescînd. Trebuie adăugat faptul că, pentru grupele de școli profesionale, pedagogice și tehnice de maiștri s-au primit mai puține probleme decît pentru școlile de cultură generală. Filialele Suceava, Maramureș, Galați, Constanța, Bacău au trimis un număr extrem de redus de probleme (între una și patru) pentru toate cele trei etape. Comisia centrală s-a aflat în situații destul de grele, în special la fizică și la grupele celorlalte tipuri de școli, la matematică.

Problemele selecționate pentru fiecare etapă s-au publicat în numerele revistei G.M.F.-B. Toate aceste probleme constituie un material interesant, util pentru buna pregătire a elevilor, în anii următori. Este interesant ca pe plan local să se analizeze felul cum s-au rezolvat aceste probleme și să se tragă concluzii cu privire la principalele cunoștințe și deprinderi de calcul pe care elevii le-au căpătat, dar și cu privire la lipsurile constatate, pentru a se trage învățăminte în activitatea de viitor a școlilor. Biroul S.S.M.F. a recomandat aceasta în mod special filialelor și secțiilor de învățămînt regionale.

Un număr de observații și sugestii se pot face pe marginea problemelor alese. La etapa locală se consideră că problema de fizică de clasa a 10-a nu a fost atent redactată, că subiectul teoretic pentru clasa a VIII-a a fost prea vast. Problemele de matematică date la clasele a IX-a și a X-a au stîrnit numeroase dificultăți; filiala Ploiești consideră chiar că în general problemele acestei etape s-au adresat vîrfurilor prin faptul că cereau cunoștințe ample din clasele anterioare, mijloace de calcul rapide și o anumită doză de perspicacitate, ceea ce nu este indicat pentru o etapă de masă. Faptul că toate problemele alese au fost propuse de profesori din țară nu constituie decît cel mult o circumstanță atenuantă; comisia centrală trebuie să țină seama în mai mare măsură de specificul acestei etape. Rezultatele s-au și văzut dealtfel: numărul elevilor selecționați pentru etapa regională a fost mult mai mare la fizică decît la matematică.

Pentru etapa regională se consideră că în general subiectele și problemele de fizică au fost ușoare, problema de clasa a XI-a găsindu-se chiar într-o culegere, cea de clasa a IX-a necerînd decît calcule și prea puțină analiză a fenomenului fizic. La matematică problema de algebră de clasa a VIII-a a fost considerată prea pretențioasă, discuția sistemelor ecuației lineare nefiind stăpînită de elevi. În general, problemele de matematică au fost considerate mai accesibile la această etapă decît la precedenta.

La ambele etape se consideră că problemele pentru școlile profesionale nu concordă cu programele sau planurile calendaristice ale tuturor tipurilor existente. Marea varietate a acestora face ca să fie greu de stabilit probleme corespunzătoare, cu atît mai mult cu cît sprijinul primit din partea profesorilor acestor școli este destul de modest.

Subiectele etapei finale au fost desigur mai pretențioase și există în general părerea că ele au corespuns scopului urmărit.

Comisia centrală a luat și în acest an măsura ca problemele să fie văzute înaintea multiplicării lor de către alți doi profesori, ceea ce a făcut să se îmbunătățească redactarea sau conținutul unor probleme.

Problemele și subiectele propuse au permis să se evidențieze un mare număr de elevi care au dovedit o pregătire temeinică realizată în munca la clasă și în afară, stăruință și perseverență în decursul anilor. Se remarcă o îmbunătățire a pregătirii elevilor în unele regiuni, o creștere a evidențiaților, calitativă și numerică. Etapa finală — prin probele scrise, orale și de laborator, — a permis tragerea concluziei că există un număr de elevi excelent de bine pregătiți în toate clasele, cu cunoștințe profunde și multilaterale, care studiază în afara manualelor școlare, reviste și cărți de specialitate, sînt evidențiați adesea ca rezolvitori la G.M.F.-B, obțin rezultate bune la olimpiada inter-

națională de matematică. Spre regretul membrilor tuturor comisiilor, premiile acordate — deși în creșterea față de anul precedent (la matematică) — nu se repartizează pe toate regiunile; Iași și Cluj nu au nici un evidențiat la matematică.

Programul conex al olimpiadei. Cu ocazia etapei regionale, în toate centrele s-a desfășurat program cultural variat: la Bacău, Cluj, Galați, Craiova, Iași, Pitești, Tg.Mureș participanții au vizionat un spectacol de teatru; în majoritatea centrelor au fost vizitate muzee, instituții de cultură, întreprinderi industriale, monumente istorice, noi cartiere de locuințe etc.

Cu ocazia etapei finale participanții au vizionat un spectacol la Teatrul Tineretului, au vizitat muzeul tehnic și expoziția de artă plastică romînă contemporană, au făcut turul Capitalei, au vizitat parcuri, muzee.

Atît la etapa regională cît și la cea finală au avut loc consfătuiri cu cititorii G.M.F.-B, ale căror păreri vor ajuta redacția în îmbunătățirea conținutului și formei revistei.

La etapa regională s-au acordat elevilor evidențiați premii și mențiuni în obiecte și cărți în valoare de lei 1 400 (Maramureș) pînă la 5 000 lei (Bacău). Evident că trebuie ținut seama de numărul participanților și de valoarea lucrărilor efectuate. Există totuși o prea mare diversitate între regiuni.

La etapa finală s-au acordat elevilor premii în obiecte și cărți, diplome de merit semnate de președintele Societății și excursii în R. P. Bulgară.

Ansamblul olimpiadei, programul cultural, premiile, cunoașterea reciprocă a fruntașilor la matematică și fizică pe regiune sau pe țară reprezintă puternice mijloace educative pentru tineretul școlar care trebuie îmbunătățite și dezvoltate an de an.

Desigur că nu poate fi neglijată contribuția pe care olimpiada — alături de alte mijloace folosite de școală și de S.S.M.F. — o dă pentru pregătirea din ce în ce mai bună a elevilor la matematică și fizică, elemente componente importante în formația lor științifică, în însușirea culturii generale și tehnice.

Încheierea olimpiadei s-a făcut într-un cadru festiv în ziua de 28 mai la Palatul pionierilor. Tov. acad. Gr. Moisil, președintele S.S.M.F. a vorbit despre frumusețea și importanța matematicii, despre origina materială a noțiunilor și problematica variată pe care tehnica o pune în fața matematicii, felicitîndu-i pe premiați. Din partea Ministerului Învățămîntului tov. P. Mihăilescu, iar din partea C.C. al U.T.M. tov. Al. Ghitera au arătat importanța pe care Ministerul și Organizația de tineret o acordă acestei acțiuni și sarcinile elevilor de a se pregăti în cît mai bune condiții pentru viitor. Elevul Barbu Nicolae în numele participanților și evidențiaților la olimpiadă a mulțumit partidului și guvernului pentru sprijinul acordat tineretului, relevînd și rolul Societății de matematică și fizică din R.P.R. în pregătirea elevilor.

CALEIDOSCOP MATEMATIC

1. *Despre calculul logaritmilor.* Vom da o descriere a unei metode simple care permite să se calculeze logaritmii numerelor cu ajutorul unei tabele de cuburi ale numerelor.

Să presupunem, de exemplu,

$$\log 13 = c_0, c_1, c_2\, c_3 \ldots = c_0 + \frac{c_1}{3} + \frac{c_2}{3^2} + \frac{c_3}{3^3} + \ldots, \qquad (1)$$

adică logaritmul căutat reprezentat sub forma unei fracții sistematice triadice (scrisă în baza de numerație 3). În acest caz, avem

$$10^{\,c_0 + \frac{c_1}{3} + \frac{c_2}{9} + \frac{c_3}{27} + \ldots} = 13, \qquad (2)$$

de unde rezultă $c_0 = 1$.

Împărțind ambii membri ai egalității (2) cu $10^1 = 10$ și ridicînd apoi la cub obținem

$$c_1 + \frac{c_2}{3} + \frac{c_3}{9} + \ldots \quad = 1{,}3^3 = 2{,}197$$
$$10$$

de unde deducem $c_1 = 0$.

Deoarece prin ridicarea exactă a numărului 2,197 la cub și în calculele următoare s-ar obține numere foarte mari, lucrăm în continuare cu numere de 4 cifre. Folosim în acest scop o margine inferioară și una superioară (m.i ; m.s) ale numerelor care ne interesează (de fiecare dată după o rotunjire a numărului în coloana m.i vom scrie valorile prin lipsă iar în coloana m.s. cele prin adaos. Calculele ce urmează ne dau :

	m. i.	m. s.	
$c_2 + \frac{c_3}{3} + \ldots$ 10	10,60	10,61	$c_2 = 1$
$c_3 + \frac{c_4}{3} + \ldots$ 10	1,191	1,195	$c_3 = 0$
$c_4 + \frac{c_5}{3} + \ldots$ 10	1,689	1,707	$c_4 = 0$
$c_5 + \frac{c_6}{3} + \ldots$ 10	4,818	4,974	$c_5 = 0$
$c_6 + \frac{c_7}{3} + \ldots$ 10	111,8	123,1	$c_6 = 2$
$c_7 + \frac{c_8}{3} + \ldots$ 10	1,397	1,866	$c_7 = 0$
$c_8 + \frac{c_9}{3} + \ldots$ 10	2,726	6,498	$c_8 = 0$
$c_9 + \frac{c_{10}}{3} + \ldots$ 10	20,25	274,4	$c_9 = 1, c_9 = 2$
$c_{10} + \frac{c_{11}}{3} + \ldots$ 10	8,303	20,67	$c_{10}=0, c_{10}=1$
$c_{11} + \frac{c_{12}}{3} + \ldots$ 10	572,4	8,832	$c_{11}=2, c_{11}=0$

de unde rezultă

$$1 + \frac{1}{3^2} + \frac{2}{3^6} + \frac{1}{3^9} + \frac{2}{3^{11}} < \lg 13 < 1 + \frac{1}{3^2} + \frac{2}{3^6} + \frac{2}{3^9} + \frac{1}{3^{10}} + \ldots$$

sau

$$1{,}113911 < \lg 13 < 1{,}113979.$$

Încercați să calculați în același mod logaritmii unor numere oarecari și comparați apoi rezultatele obținute cu cele date în tabelele de logaritmi.

2. *Geometrie cu o foaie de hîrtie plană.* Pe o foaie de hîrtie triunghiulară se poate verifica ușor fără a întrebuința instrumentele de desen,

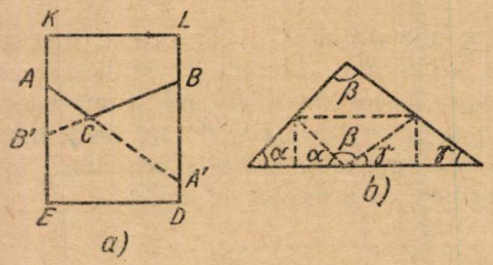


Fig. 1

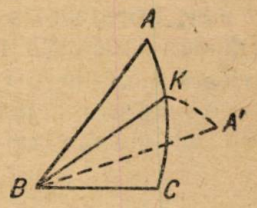


Fig. 2

că cele trei bisectoare (mediane, înălțimi sau mediatoare) ale triunghiului se intersectează în același punct.

Într-adevăr, oricare dintre dreptele citate se pot construi ușor îndoind într-un anumit mod foaia de hîrtie. Dacă triunghiul ABC este obtuzunghi, pentru a obține centrul cercului circumscris, trebuie să luăm foaia de hîrtie sub forma $AKLBC$ (fig. 1-a), iar pentru obținerea ortocentrului sub forma $ABDE$ cu prelungirile laturilor (îndoiturile hîrtiei) AC și BC marcate.

Este și mai simplu să se verifice teorema privind suma unghiurilor unui triunghi (figura 1 b).

De asemenea se poate împărți aproximativ fără instrumente de desen, orice unghi ABC în trei părți egale; pentru aceasta este suficient (fig. 2 a) de a îndoi hîrtia în lungul dreptei BK care trece prin vîrful unghiului așa încît unghiurile KBA' și $A'BC$ să fie egale. Cu o oarecare deprindere se poate face acest lucru destul de precis.

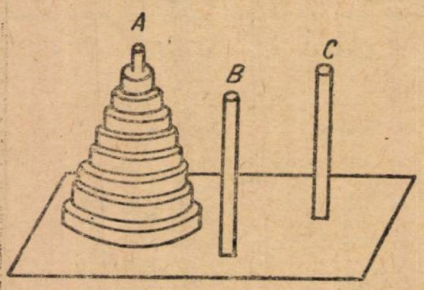


Fig. 3

3. *Jocul lui Lucas.* În acest joc prezentat de matematicianul francez Lucas (pe care el l-a denumit „Turnul din Hanoi" se cere să se mute n discuri de dimensiuni diferite de pe coloana A pe coloana B folosind în acest scop coloana auxiliară C. La fiecare mișcare se poate transporta un singur disc (de pe orice coloană pe oricare alta), însă este interzis să se așeze un disc mai mare deasupra altuia mai mic.

Se pune probleme să se indice drumul cel mai scurt de rezolvare și să se determine numărul corespunzător de mutări u_n.

Deoarece pentru transportul discului celui mai de jos, pe coloana B este necesar mai întîi să se transporte (folosind coloana B ca ajutătoare)

celelalte discuri pe coloana C, pentru care va fi nevoie de cel puțin u_n — mutări rezultă că $u_n = u_{n-1} + 1 + u_{n-1} = 2u_{n-1} + 1$. Folosind inducția matematică obținem ușor $u_n = 2^n - 1$.

Amatorii de matematică își vor pune un șir de probleme cu caracter particular și în general legate de jocul lui Lucas. Să numerotăm discurile în ordinea creșterii diametrului lor cu numerele 1, 2, 3, 4, 5, ... Se poate căuta, de exemplu, numărul minim de mutări care permite să se treacă de la pozițiile $\{A(8, 4, 3), B(7, 5, 1), C(6, 2)\}$ în paranteze sînt indicate numerele discurilor de pe fiecare coloană numerotate de jos în sus — la poziția $B(8, 7, 6, 5\ 4, 3, 2, 1)$ sau de la pozițiile

$$A(2m, 2m-2, 2m-4, \ldots, 6, 4, 2),\ B(2m-1, 2m-3, \ldots 5, 3, 1)$$

sau

$$A(2m, 2m-1, \ldots, m+2, m+1),\ B(m, m-1, \ldots, 3, 2, 1)$$

la poziția

$$B(2m, 2m-1, 2m-2, \ldots, 4, 3, 2, 1)$$

O. S. (după cartea „Distracții și jocuri matematice" de A. P. Domoriad, Moscova, 1961).

PROBLEME REZOLVATE

Problema 5541

Cîți litri de acetilenă se consumă sub presiunea de 1 atmosferă la o sudură cu flacără oxiacetilenică dintr-un tub de 50 litri supus la presiunea de 120 atmosfere, dacă după terminarea sudurii presiunea în tub scade la 60 atmosfere?

Sabin Vilceanu, student București

Soluția autorului. Notăm cu V — volumul tubului; V' — volumul de acetilenă consumat la presiunea de 1 atm, p — presiunea înainte de efectuarea sudurii, a aerului din tub, p' — presiunea în tub după efectuarea sudurii, p_0 — presiunea atmosferică.

În acest caz, aplicăm legea lui Dalton (a amestecurilor):

$$p_0 V = p_0 V' + p' V$$

De aici avem:

$$V' = \frac{p - p'}{p_0} V$$

Înlocuind avem:

$$V' = \frac{p - p'}{p_0} V = \frac{120 - 60}{1} \cdot 50 = 3000\,l$$

Deci, s-au consumat $V' = 3000$ litri acetilenă.

Problema 5544

Densitatea unui gaz în condiții normale de presiune și temperatură ($p_0=1$ atm, $t_0=0°C$) este ϱ_0. Cu cît trebuie mărită presiunea exercitată asupra acestui gaz, astfel ca la temperatura $t°C$ densitatea să rămînă constantă?

Aplicație: $\varrho_0=0{,}000089$ g/cm³; $t=127°C$.

Drugă M. Gh., absolvent Breaza

Soluția autorului. Legea gazelor perfecte ne dă: $\frac{p_0 V_0}{T_0}=\frac{p V}{T}$ sau: $\frac{p_0\cdot\frac{m}{\varrho_0}}{T_0}=\frac{p\cdot\frac{m}{\varrho}}{T}$, de unde obținem $\frac{p_0}{T_0}\cdot\varrho=\frac{p}{T}\cdot\varrho_0$.

Dacă presiunea gazului între cele două stări ar fi constantă, adică, $p=p_0=$const., atunci $\frac{\varrho}{T_0}=\frac{\varrho_0}{T}$, de unde $\varrho=\frac{T_0}{T}\varrho_0$, iar variația densității: $\Delta\varrho=\varrho-\varrho_0=\left(\frac{T_0}{T}-1\right)\varrho_0$. Cum $T>T_0$ însemna că are loc o scădere a densității gazului.

Dacă presiunea gazului se consideră variabilă și temperatura constantă, adică $T=T_0=$ const., atunci $p\,\varrho=p_0\varrho_0$, de unde $\varrho=\frac{p}{p_0}\cdot\varrho_0$, iar variația densității este în acest caz:

$$\Delta\varrho'=\varrho-\varrho_0=\left(\frac{p}{p_0}-1\right)\varrho_0;$$

Cum $p>p_0$ înseamnă că are loc o creștere a densității gazului.

Ca densitatea gazului să rămînă constantă este necesar ca cele două variații de sens contrar să fie egale, adică:

$$\left(1-\frac{T_0}{T}\right)\varrho_0=\left(\frac{p}{p_0}-1\right)\varrho_0$$

și simplificînd cu $\varrho_0\neq 0$ avem:

$$1-\frac{T_0}{T}=\frac{p}{p_0}-1;\rightarrow p-p_0=p_0\left(1-\frac{T_0}{T}\right)$$

deci:

$$\Delta p=p-p_0=\frac{p_0}{T}(T-T_0).$$

În cazul numeric: $p_0=1$ atm$=760$ torri;

$$T_0=t_0^0\,C+273=273^0\,K;\ T=t^0\,C+273=127+273=400^0\,K$$

și deci:

$$\Delta p=p-p_0=\frac{127\cdot 760}{400}\text{ torri};\ \bigvee_p=241{,}3\text{ torri}$$

Problema 5547

Fie tetraedrul ABCD. În unghiurile diedre de muchii AB, BC, CD, DA considerăm cîte două plane izogonale oarecare, respectiv P_{11}, P_{12}; P_{21}, P_{22}; P_{31}, P_{32}; P_{41}, P_{42} *și dreptele de intersecție* $(D_1)=(P_{12}, P_{21})$; $(D_2)=(P_{22}, P_{31})$; $(D_3)=(P_{32}, P_{41})$; $(D_4)=(P_{42}, P_{11})$. *Planele determinate de perechile de drepte BD,* (D_1); *BD,* (D_3); *CA,* (D_2); *CA,* (D_4) *taie respectiv pe AC în K și K' și pe BD în L și L'. Planul paralel cu AB ce trece prin K' și L' taie pe BC și DA respectiv în M și N. Să se arate că punctele K, L, M, N sînt coplanare.*

Tudor I. Zamfirescu, student București

Soluție. Fie Q_{11}, Q_{12}; Q_{21}, Q_{22}; Q_{31}, Q_{32}; Q_{41}, Q_{42} punctele unde CD, DA, AB, BC înțeapă respectiv planele P_{11}, P_{12}; P_{21}, P_{22}; P_{31}, P_{32}; P_{41}, P_{42}. Teorema lui Ceva ne dă:

$$\frac{Q_{12}C}{Q_{12}D}\cdot\frac{Q_{21}P}{Q_{21}A}\cdot\frac{KA}{KC}=-1, \quad \text{în triunghiul } CDA$$

$$\frac{Q_{22}D}{Q_{22}A}\cdot\frac{Q_{31}A}{Q_{31}B}\cdot\frac{LB}{LD}=-1, \quad \text{în triunghiul } DAB$$

$$\frac{Q_{32}A}{Q_{32}B}\cdot\frac{Q_{41}B}{Q_{41}C}\cdot\frac{K'C}{K'A}=-1, \quad \text{în triunghiul } ABC$$

și

$$\frac{Q_{42}B}{Q_{42}C}\cdot\frac{Q_{11}C}{Q_{11}D}\cdot\frac{L'D}{L'B}=-1, \quad \text{în triunghiul } BCD.$$

Înmulțind,

$$\frac{Q_{12}C}{Q_{12}D}\cdot\frac{Q_{21}D}{Q_{21}A}\cdot\frac{KA}{KC}\cdot\frac{Q_{22}D}{Q_{22}A}\cdot\frac{Q_{31}A}{Q_{31}B}\cdot\frac{LB}{LD}\cdot\frac{Q_{32}A}{Q_{32}B}\cdot\frac{Q_{41}B}{Q_{41}C}\cdot\frac{K'C}{K'A}\cdot$$

$$\cdot\frac{Q_{42}B}{Q_{42}C}\cdot\frac{Q_{11}C}{Q_{11}D}\cdot\frac{L'D}{L'B}=1$$

Dar, se știe că:

$$\frac{Q_{11}C}{Q_{11}D}\cdot\frac{Q_{12}C}{Q_{12}D}=\frac{\text{Aria}^2_{ABC}}{\text{Aria}^2_{ABD}}; \quad \frac{Q_{21}D}{Q_{21}A}\cdot\frac{Q_{22}D}{Q_{22}A}=\frac{\text{Aria}^2_{BCD}}{\text{Aria}^2_{BCA}};$$

$$\frac{Q_{31}A}{Q_{31}B}\cdot\frac{Q_{32}A}{Q_{32}B}=\frac{\text{Aria}^2_{CDA}}{\text{Aria}^2_{CDB}}; \quad \frac{Q_{41}B}{Q_{41}C}\cdot\frac{Q_{42}B}{Q_{42}C}=\frac{\text{Aria}^2_{DAB}}{\text{Aria}^2_{DAC}}.$$

Înlocuind și simplificînd avem:

$$\frac{KA}{KC}\cdot\frac{LB}{LD}\cdot\frac{K'C}{K'A}\cdot\frac{L'D}{L'B}=1.$$

Evident, $K'M$, AB și $L'N$ fiind paralele, avem:

$$\frac{K'C}{K'A}=\frac{MC}{MB} \quad \text{și} \quad \frac{L'D}{L'B}=\frac{ND}{NA}.$$

Înlocuind,

$$\frac{KA}{KC}\cdot\frac{MC}{MB}\cdot\frac{LB}{LD}\cdot\frac{ND}{NA}=1,$$

deci, conform teoremei lui Menelaus pentru patrulaterul strîmb $ACBD$, punctele K, L, M, N sînt coplanare

Problema 5551

Motocicleta E.S. 250—1 fabricată de firma M.Z. din R.D.G. atinge o viteză de 115 $\frac{\text{km}}{h}$. *Știind că pe 100 km consumul de benzină este 3,13 kg, iar benzina are puterea calorifică de* $11\cdot 10^3\frac{\text{kcal}}{\text{kg}}$, *să se calculeze puterea teoretică a motorului.*

Gh. I. Căpitan, profesor Anina

Soluție dată de *Simion Alexandru*, elev Bacău. Facem următoarele notații: P_t = puterea teoretică în CP: C_s = consumul pe secundă în $\frac{\text{kg}}{s}$; q = puterea calorifică în $\frac{\text{kcal}}{\text{kg}}$.

Știind că echivalentul mecanic al kilocaloriei în kgfm este 425, iar echivalentul în $\frac{\text{kgfm}}{s}$ al unui CP este 75, se poate scrie:

$$P_t=\frac{425\cdot C_s\cdot q}{75} \text{ în } CP.$$

Pentru a calcula consumul pe secundă C_s. în funcție de consumul pe suta de km, trebuie calculat timpul în care sînt parcurși cei 100 km.

Dacă 115 km sînt parcurși într-o oră adică în 3600 s, atunci 100 km vor fi parcurși în 3130 s. Consumul pe secundă va fi

$$C_s=\frac{3{,}13\text{ kg}}{3\,130\text{ s}}=\frac{1}{1\,000}\ \frac{\text{kg}}{s}$$

Deci,

$$P_t=\frac{425\cdot 1\cdot 11\,000}{1\,000\cdot 75}=62\frac{1}{3}\,CP.$$

Problema 5590

Dacă laturile a, b, c ale unui triunghi dreptunghic sînt exprimate prin numere întregi, atunci $a^3+b^3+c^3$ este divizibilă prin $a+b+c$.

Gh. Lusztig, elev Timișoara

Soluție dată de *Persache Octavian*, Ș.m. 11 București. Putem scrie $a=u^2+v^2$, $b=u^2-v^2$, $c=2uv$, unde u, v sînt numere întregi.

Din identitatea $a^3+b^3+c^3=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ac)+3abc$, rezultă că e suficient să arătăm că $3abc$ se divide prin $a+b+c$.

Dar $3abc=3(u^2+v^2)(u^2-v^2)\cdot 2uv$, iar $a+b+c=u^2+v^2+u^2-v^2+2uv=2u^2+2uv=2u(u+v)$.

Întrucît factorii $2u$, $u+v$ se găsesc printre factorii din descompunerea lui $3abc$ rezultă că $3abc$ și implicit $a^3+b^3+c^3$ este divizibilă prin $a+b+c$.

Problema 5592

Se dă mulțimea de piramide triunghiulare care au bază comună un triunghi dreptunghic ABC ($\sphericalangle A=90°$) iar vîrfurile M situate pe semidreapta Az perpendiculară pe bază. Notăm cu α, β, γ respectiv unghiurile de înclinare ale muchiilor MB, MC și al feței MBC pe planul bazei.

Din această mulțime se consideră două piramide la care

$$\alpha+\beta+\gamma=\pi$$

și

$$\alpha+\beta+\gamma=\frac{\pi}{2}.$$

Să se arate că între volumele lor V_1 și V_2 avem relația:

$$\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^2=\frac{(a+b+c)(ab+bc+ca)}{abc}.$$

Gh. Bazacov, Tr. Severin

Soluție dată de *Spircu Tiberiu*, elev Ș.m. 4 Arad. Pentru prima piramidă trebuie să avem:

$$\alpha+\beta+\gamma=\pi, \quad \text{sau} \quad \operatorname{tg}(\alpha+\beta+\gamma)=0.$$

Dar

$$\operatorname{tg}(\alpha+\beta+\gamma)=\frac{\Sigma\operatorname{tg}\alpha-\operatorname{tg}\alpha\cdot\operatorname{tg}\beta\cdot\operatorname{tg}\gamma}{1-\Sigma\operatorname{tg}\alpha\cdot\operatorname{tg}\beta} \tag{1}$$

de la care se obține identitatea condiționată:

$$\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}\beta+\operatorname{tg}\gamma=\operatorname{tg}\alpha\cdot\operatorname{tg}\beta\cdot\operatorname{tg}\gamma. \tag{2}$$

Fie M_1 vîrful acestei piramide și notăm cu $M_1A=x$, laturile triunghiului ABC cu a,b,c, și înălțimea lui AD cu h. Din figură se obține ușor:

$$\operatorname{tg}\alpha=\frac{x}{c};\ \operatorname{tg}\beta=\frac{x}{b};\ \operatorname{tg}\gamma=\frac{x}{h}.$$

Relația (2) devine:

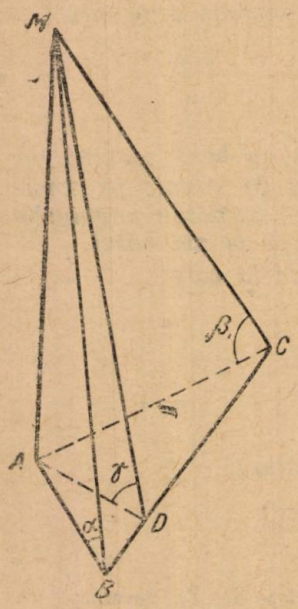
$$\frac{x}{b}+\frac{x}{c}+\frac{x}{h}=\frac{x^3}{bch} \quad \text{sau} \quad ch+bh+bc=x^2;$$

dar

$$bc = ah \text{ și deci, } x = \sqrt{h(a+b+c)}.$$

Atunci $V_1 = \frac{ah}{2} \cdot \frac{x}{3}$ sau $V_1 = \frac{h}{6}\sqrt{abc(a+b+c)}$.

Pentru piramida a doua ni se dă:



$$\alpha + \beta + \gamma = \frac{\pi}{2}.$$

Identitatea (1) ne dă atunci:

$$\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta + \operatorname{tg}\beta \cdot \operatorname{tg}\gamma + \operatorname{tg}\gamma \cdot \operatorname{tg}\alpha = 1$$

și înlocuind tangentele cu valorile lor obținute mai sus avem ecuația unde am notat $AM_2 = y$:

$$\frac{y^2}{bc} + \frac{y^2}{bh} + \frac{y^2}{hc} = 1$$

care rezolvată ne dă rădăcina

$$y = \sqrt{\frac{bch}{b+c+h}}.$$

Atunci volumul piramidei a doua va fi:

$$V_2 = \frac{ah}{6} \cdot \sqrt{\frac{bch}{b+c+h}}.$$

Înlocuim pe h din interiorul radicalului cu $\frac{bc}{a}$, obținem pentru V_2 următoarea formulă:

$$V_2 = \frac{ah}{6} \cdot \frac{bc}{\sqrt{ab+bc+ca}}.$$

Ridicăm la patrat cele două expresii obținute pentru V_1 și V_2, iar apoi facem raportul lor. Se obține:

$$\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^2 = \frac{(a+b+c)\,(ab+bc+ca)}{abc}.$$

Problema 5594

Se dă un triunghi ABC. Bisectoarea interioară (sau exterioară) a unghiului C, taie înălțimea AA_1 în D.

a) *Să se arate că $AD > DA_1$*

b) *Să se calculeze valoarea raportului* $\frac{AD}{DA_1}$ *în funcție de laturile* $AB=c$, $BC=a$ *și* $CA=b$ *și să se verifice că* $AD > DA_1$.

Corneliu Georgescu, prof. Craiova

Soluție dată de *Negoescu Gheorghe*, cl. X Ș.m. 20 București. a) Avem $AD > DA_1$ în cazul bisectoarei interioare, cînd C este obtuz și în cazul bisectoarei exterioare, cînd C este ascuțit. Să facem dovada pentru celelalte cazuri. Fie CD bisectoare interioară a unghiului ascuțit C, în triunghiul ACA_1 deci,

$$\frac{AD}{DA_1} = \frac{AC}{CA_1} > 1$$

(deoarece AC este ipotenuză, iar CA_1 catetă).

b) Dacă C este ascuțit, avem:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2a \cdot CA_1,$$

de unde: $CA_1 = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2a}$ și $\frac{AD}{DA_1} = \frac{2ab}{a^2 + b^2 - c^2}$.

Se știe că $c > |a - b|$ și deci $c^2 > a^2 + b^2 - 2ab$

sau: $2ab > a^2 + b^2 - c^2$, deci $\frac{AD}{DA_1} > 1$.

Dacă C este obtuz, $c^2 = a^2 + b^2 + 2a \cdot CA_1$

și $2a\,CA_1 = c^2 - a^2 - b^2$, dar cum $c < a + b$,

rezultă $c^2 < a^2 + b^2 + 2ab$ sau: $2ab > c^2 - a^2 - b^2$

și atunci $AD > DA_1$.

Problema E. 814 (M.F.L.)

Rezervorul de aburi al cazanelor este închis cu un ventil de siguranță. Suprafața discului ventilului este de 5 cm², presiunea care acționează asupra lui este de 10 atmosfere. Bara ventilului se conectează de brat la 90 mm de punctul de rotație. Ventilul este strîns de orificiul superior al conductei de aburi printr-o greutate aflată la 280 mm de punctul de rotație. Ce forță e necesară pentru echilibrarea forței care acționează asupra ventilului.

B. Vitályos Erzsébet, Cluj

Soluție dată de *Barth Ferenc*, elev în clasa VI-a a școlii de 7 ani Nr. 3 din Dej. Ventilul de siguranță acționează ca o pîrghie cu un singur braț. Vaporii apasă ventilul cu o forță de $10.5 = 50$ kgf, iar forța pentru echilibrarea acesteia o găsim cu ajutorul legii pîrghiei:

$$280 \cdot F = 90 \cdot 50,$$

de unde

$$F \approx 16 \text{ kgf}.$$

Problema E. 815 (M.F.L.)

Printr-un conductor cu rezistența de 8 Ω trece în 3 minute o sarcină de 40 coulombi. Ce tensiune e conectată la capătul cablului?

* * *

Soluție dată de *Frajkó László*, elev în clasa VII-a a școlii de 8 ani Nr. 18, Cluj. Intensitatea curentului este

$$I = \frac{Q}{t} = \frac{40\,c}{180\,s} = \frac{2}{9}\,A.$$

Tensiunea este:

$$U = I \cdot R = \frac{2}{9}\,A \cdot 8\,\Omega = 1{,}7\,V.$$

Problema E. 816 (M.F.L.)

Ce rezistență trebuie conectată înaintea unui bec cu filament, dacă tensiunea de rețea este de 220 V, becul are tensiunea de 43 V și necesită un curent cu intensitatea de 6 A?

Soluție dată de *Semlyén János*, elev în clasa VIII-a a școlii medii „Ady-Șincai" Cluj.

Pe baza legii lui Ohm:

$$R = \frac{U}{I} = \frac{230\,V - 42\,V}{6\,V} \approx 30\,\Omega.$$

Problema E. 821 (M.F.L.)

La prepararea laptelui de la vaci hrănite cu furaje silozate se obțin 21% smîntînă. Dacă din smîntînă se face unt, untul face 23% din smîntîna folosită. Din cîți litri de lapte se poate prepara 483 kg de unt?

* * *

Soluția dată de *Barth Ferenc*, școala de opt ani nr. 3 din Dej. Cantitatea necesară de smîntînă este de $\frac{483 \cdot 100}{23}$ kg = 2100 kg. Ca să obținem 2100 kg de smîntînă, avem nevoie de $\frac{2100 \cdot 100}{21}$ kg = 10 000 litri de lapte.

Problema 860 (M.F.L.)

Se dă elipsa

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

Să se determine acele puncte de pe elipsă în care normala la elipsă se găsește la distanță maximă de la centrul elipsei; să se calculeze distanța maximă.

* * *

Soluție. Completarea soluției dată în G.M.F.-B pag. 554. Ecuația tangentei la elipsă în punctul (x_0, y_0) este

$$\frac{x_0 x}{a^2} + \frac{y_0 y}{b^2} - 1 = 0,$$

iar ecuația normalei

$$-y_0 a^2 x + x_0 b^2 y + x_0 y_0 (a^2 - b^2) = 0.$$

Distanța de la centrul elipsei la normală este deci

$$d = \frac{x_0 y_0 (a^2 - b^2)}{\pm \sqrt{y_0^2 a^4 + x_0^2 b^4}}.$$

Această distanță este maximă cînd expresia $\frac{x_0^2 y_0^2}{y_0^2 a^4 + x_0^2 b^4} =$

$= \frac{1}{\frac{y_0^2 a^4 + x_0^2 b^4}{x_0^2 y_0^2}} = \frac{1}{\frac{a^4}{x_0^2} + \frac{b^4}{y_0^2}}$ este maximă. Deoarece

$\frac{x_0^2}{a^2} + \frac{y_0^2}{b^2} = 1$, expresia de mai sus se poate scrie și astfel:

$$\frac{1}{\frac{a^4}{x_0^2} + \frac{b^4}{\frac{b^2}{a^2}(a^2 - x_0^2)}} = \frac{1}{a^2} \frac{1}{\frac{a^2}{x_0^2} + \frac{b^2}{a^2 - x_0^2}}$$

Această expresie este maximă cînd expresia $f(x_0) = \frac{a^2}{x_0^2} + \frac{b^2}{a^2 - x_0^2}$ este minimă. Pentru a calcula minimul expresiei $f(x_0)$ derivăm pe $f(x_0)$. Derivata lui $f(x_0)$ este:

$$f'(x_0) = \frac{-2a^2 (a^2 - x_0^2)^2 + 2b^2 x_0^4}{x_0^3 (a^2 - x_0^2)^2}.$$

Deoarece $x_0 \neq 0$ și $|x_0| \neq a$, $f'(x_0) = 0$ dacă

$$-2a^2 (a^2 - x_0^2)^2 + 2b^2 x_0^4 = 0,$$

de unde $a(a^2 - x_0^2) = b x_0^2$, deoarece $a^2 - x_0^2 \geqslant 0$ și $b x_0^2 \geqslant 0$. De aici $(a + b) x_0^2 = a^3$ și astfel

$$x_0 = \pm a \sqrt{\frac{a}{a+b}}; \quad y_0 = \pm b \sqrt{\frac{b}{a+b}}.$$

Coordonatele punctelor de pe elipsă care se găsesc în primul cadran și în care normalele se găsesc la distanță maximă de la centrul elipsei sînt $\left(a\sqrt{\frac{a}{a+b}},\ b\sqrt{\frac{b}{a+b}}\right)$. Distanța maximă $d_m = a - b$.

CHESTIUNI DE EXAMEN

6046. Un obiectiv fotografic, care se va asemăna unei lentile subțiri convergente, are o distanță focală de 50 mm. El aparține unui aparat montat pe un avion zburînd la o înălțime de 1500 m, în scopul de a fotografia solul. Se cere:

— distanța obiectiv-placă pentru ca imaginea să fie clară;

— lățimea în fotografie, pe o distanță de 20 m lățime fotografiată;

— dimensiunile zonei, rectangulare a solului reproduse în fotografie aceasta avînd ca dimensiuni 24 mm pe 36 mm.

Bacalaureat Franța, iunie 1960

6047. Un resort are lungimea de 20 cm. Se constată că alungirea sa este proporțională cu sarcina și valorează 2 cm pentru o sarcină de 0,2 kgf.

1. Să se calculeze, în unități *MKS* constanta k de măsurare a resortului în formula $F = k\Delta x$. Se dă $g = 9{,}8$ m/s².

2. Acest resort este intercalat pe firul din dreapta al unei mașini Atwood. El este întins în partea inferioară printr-o greutate de 0,4 kgf. Celălalt capăt suportă o greutate de 0,3 kgf. Care este natura mișcării și lungimea resortului?

Se presupun neglijabile frecările și masele resortului scripetelui și firului.

3. Acest resort suspendat într-un punct fix O este totdeauna încărcat cu 0,4 kgf. El e tras în jos, apoi lăsat liber.

Bacalaureat Montevideo, octombrie 1960

6048. Un ascensor cu masa $M = 500$ kg este tras de un cablu.

A. Să se calculeze întinderea T, a cablului în următoarele cazuri: a) ascensorul oprit; b) ascensorul în mișcare de urcare uniform accelerată, accelerația $\gamma = 1{,}5$ m/s²; c) ascensorul în mișcare uniformă.

B. Un dinamometru gradat în kgf e suspendat de tavanul ascensorului și susține o masă de $m = 1$ kg. Ce indicații va furniza dinamometrul: a) în mișcare A, b; b) dacă cablul fiind rupt, ascensorul cade liber.

Se va lua $g = 10$ m/s²; în aceste condiții, 1 kgf valorează 10 newtoni.

Analele de Bacalaureat, Franța, 1961

6049. Un operator dă drumul fără viteză inițială, unei pietre într-o fîntînă. Această piatră izbește fundul fîntînii, după o cădere verticală de 98 metri. Operatorul aude această lovitură, la 4,76 secunde după ce a dat

*) Problemele 6049, 6051 au fost date pentru școlile cu predarea în l. franceză. Se primesc soluții pînă la 1.III.1964.

drumul pietrei. Să se deducă viteza de propagare a undelor sonore în puț. Se va adopta $g = 9{,}8$ m/s^2 și se va admite ca durata căderii e aceeași ca în cazul în care corpul era lăsat să cadă în vid.

Bacalaureat Tunis, iunie 1960

6050. Un pendul simplu are o perioadă $T = 4$ s într-un loc, sau $g = \pi^2$ unități (M.K.S.A.)

a) Care e lungimea acestui pendul?

b) Se depărtează pendulul cu un unghi α din poziția de echilibru (α nu e un unghi mic) care este, în funcție de α; viteza punctului material constituind pendulul, în trecerea sa prin poziția verticală.

c) Care este deci în funcție de α și de masa m a pendulului întinderea T a firului?

d) Firul se rupe sub o sarcină f, care este depărtarea minimă capabilă să provoace ruperea firului, cînd trece prin poziția verticală? Aplicație numerică: $m = 2$ kg; $f = 4\pi^2$ newtoni.

Analele de Bacalaureat, Franța, 1961

6051. Să se arate, printr-o construcție geometrică, că mișcarea rectilinie de ecuație $x(t) = cos2t + cos\left(2t + \frac{2\pi}{3}\right)$ este o mișcare sinusoidală simplă de forma $x = Acos(2t + \varphi)$.

Să se exprime: amplitudinea, perioada, frecvența și faza.

(Bacalaureat, Grecia, Niger, Tunisia, Turcia, iunie 1962)

6052. Să se calculeze lungimea de undă:

— a sunetului corespunzător unei frecvențe de 435 herți,

— a unei unde purtătoare de televiziune cu frecvență f = 185,25 megaherți,

— a unei radiații luminoase de perioadă $T = 2.10^{-15}$ secunde.

Se va lua viteza sunetului în aer 340 m/s, iar viteza de propagare a undelor electromagnetice de 300 000 km/s.

(Bacalaureat, Paris, iunie 1962)

6053. Un pendul de lungime $l = 4$ m oscilează în jurul unui punct 0 cu o amplitudine de 0,1 radian și într-un loc unde accelerația gravității este egală cu π^2 m/s^2.

— Să se calculeze: perioada pendulului, viteza lui cînd trece prin verticala lui O. Dacă se taie firul în momentul cînd pendulul trece prin verticala punctului O, să se studieze traiectoria bulei pendulului și distanța orizontală pînă la verticala lui 0 de la punctul în care el atinge solul știind că punctul 0 este situat la 23,6 m de sol.

(Bacalaureat Montreal și New-York, iunie 1962)

6054. Se dă polinomul $P(x) = (x + a)^2 + (x + b)^2$ Se cere:

a) Să se determine constantele a și b astfel ca

$$P(x) + P'(x) = 2(x + 1)^2.$$

b) Să se reprezinte grafic în intervalul $(-1, 1)$, funcția

$$f(x) = \sqrt{\frac{P(x) + P'(x)}{P(x) - P'(x)}},$$

$P'(x)$ fiind derivata lui $P(x)$ în raport cu x.

(Examen de maturitate, R.P.R., 1963)

6055. Să se rezolve ecuația

$$\sin x + \cos x + \sin x \cos x = 1$$

(Olimpiada matematică, Budapesta, 1963)

PROBLEME PROPUSE*

6056. Să se determine cel mai mic număr de forma $aa\ldots a$, divizibil cu 1963.

V. V. Pravăț, student Iași

6057. a) Fie D_1, D_2 și D_3 simetricele față de origină, a dreptelor

$$x + y + \sqrt{2}; \; y - x + \sqrt{2} = 0; \; y - 1 = 0, \text{ iar } D_1 \cap D_2 \equiv A;$$

$D_1 \cap D_3 \equiv B$ și $D_2 \cap D_3 \equiv C$. Prin punctul M variabil pe D_1 se duce paralela la D_2 care taie pe D_3 în P și paralela la D_3 care taie pe D_2 în Q. Să se afle locul geometric al mijloacelor segmentului PQ.

b) Fie C', B' și A' punctele de contact ale cercului înscris în triunghiul ABC, respectiv cu D_1, D_2 și D_3, iar A'', B'', C'' punctele de intersecție a bisectoarelor unghiurilor A,B,C respectiv, cu mediatoarele laturilor BC, CA, AB. Să se arate că dreptele $A'A''$, $B'B''$ și $C'C''$ sînt concurente.

S. Isai, Oradea

6058. Să se arate că

$$\frac{1}{2} \leqslant 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \ldots + (-1)^{n-1} \cdot \frac{1}{n} \leqslant 1$$

pentru orice număr natural n.

Miron Oprea, Ploiești

---

*) VII (6056, 6074, 6081, 6082) ; IX (6063, 6064, 6068, 6070, 6076, 6077, 6078, 6080) ; X (6058, 6059, 6060, 6061, 6062, 6065, 6066, 6071, 6075) ; XI (6057, 6067, 6069, 6072, 6073, 6079, 6083, 6084, 6085). Soluțiile problemelor propuse în acest număr se primesc pînă la 1 martie 1964.

6059. Pe ipotenuza BC a unui triunghi dreptunghic ABC se iau punctele M și N astfel încît $BM = MN = NC$. Se notează $\sphericalangle BAM = x$, $\sphericalangle MAN = y$, $\sphericalangle NAC = z$. Folosind definiția funcțiilor trigonometrice să se arate că $3 \sin x \sin z = \sin y$.

Gh. Popescu, Lugoj

6060. Să se arate că în orice triunghi oarecare există relația:

$$\sin^{2n} A + \sin^{2n} B + \sin^{2n} C \leqslant 3\left(\frac{3}{4}\right)^{2n-1}$$

unde n este un număr întreg oarecare.

Alex. Simion, elev Bacău

6061. Dacă M este un punct de pe cercul circumscris triunghiului ABC să se demonstreze relația

$$MA^2 \sin 2A + MB^2 \sin 2B + MC^2 \sin 2C = 4S$$

unde S este aria triunghiului ABC.

Tomescu Ion, student București

6062. Să se găsească un punct în interiorul unui tetraedru oarecare astfel încît volumele celor patru tetraedre formate de acel punct și de fețele tetraedrului inițial să fie proporționale cu patru numere date.

V. Crișan, elev Aiud

6063. Să se demonstreze că orice număr format din n cifre de 3 mărit cu 1 ridicat la patrat este un număr format din n cifre de 1 urmate de n cifre de 5 mărit cu 1.

Gabriela Scheffel, Cîmpulung Suceava

6064. Să se construiască cu rigla și compasul un triunghi ABC cunoscînd unghiul A, raza cercului înscris r și raza cercului circumscris R. Caz particular: $A = 45°$, $r = 2$ cm și $R = 5$ cm.

C. Ionescu-Țiu

6065. Să se arate că dacă aria laterală a piramidei $SABC$ se desfășoară pe planul SBC după un triunghi, atunci avem relația $SB^2 - SC^2 = a(b-c)$, a, b, c, fiind laturile bazei.

Elena Flondor, București

6066. Să se afle valorile lui x cuprinse între $0°$ și $360°$, pentru care avem simultan egalitățile:

$$\frac{\operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x} + \frac{\operatorname{cotg} x}{1 - \operatorname{cotg}^2 x} = \frac{\operatorname{tg} 3x}{1 - \operatorname{tg}^2 3x} + \frac{\operatorname{cotg} 3x}{1 - \operatorname{cotg}^2 3x} =$$

$$= \frac{\operatorname{tg}\frac{x}{2}}{1-\operatorname{tg}^2\frac{x}{2}} + \frac{\operatorname{cotg}\frac{x}{2}}{1-\operatorname{tg}^2\frac{x}{2}} = \frac{\operatorname{tg}\frac{3x}{2}}{1-\operatorname{tg}^2\frac{3x}{2}} + \frac{\operatorname{cotg}\frac{3x}{2}}{1-\operatorname{cotg}^2\frac{3x}{2}} =$$

$$= \frac{\operatorname{tg}2x}{1-\operatorname{tg}^2 2x} + \frac{\operatorname{cotg}2x}{1-\operatorname{cotg}^2 2x} = \frac{\operatorname{tg}\frac{3x}{4}}{1-\operatorname{tg}^2\frac{3x}{4}} + \frac{\operatorname{cotg}\frac{3x}{4}}{1-\operatorname{cotg}^2\frac{3x}{4}} = 0.$$

Se vor semnala și valorile numerice ale lui x pentru care nu au loc egalitățile precedente.

C. Ionescu-Țiu

6067. Fie ABC un triunghi oarecare. Dreptele paralele (D_1) și (D_2) trec respectiv prin punctele B și C. Pe (D_1) și (D_2) și de aceeași parte a laturii BC se iau respectiv punctele B_1 și C_1 astfel ca: $BB_1 = AB$ și $CC_1 = AC$. Să se arate că perpendiculara în A pe bisectoarea unghiului A și B_1C_1 se întîlnesc într-un punct fix.

T. Căsăndroiu

6068. În triunghiul ABC fie AA', BB' CC' trei ceviene concurente în punctul D. Paralela dusă prin punctul A' la ceviana BB' taie laturile AB, AC respectiv în punctele M, N iar ceviana CC' în punctul Q. Să se arate că: $A'Q\ (A'M + A'N) = A'M \cdot A'N$.

* * *

6069. Să se reprezinte grafic $y = \sqrt[3]{x^3+3x+2} - \sqrt{x^2+2x+3}$ și să se arate că oricare ar fi x real avem: $\sqrt[3]{x^3+3x+2} < \sqrt{x^2+2x+3}$.

I. Stamate, Cluj

6070. Două discuri ce sînt așezate pe aceiași axă, avînd o distanță între ele de 1 m se rotesc în jurul axei în același sens cu o turație de 2 000 rot/min. Un glonte ce se mișcă rectiliniu-uniform și paralel cu axa respectivă străpunge cele două discuri astfel încît unghiul diedru format de cele două plane care trec prin axa de rotație și găurile produse de glonte prin străbaterea discurilor să fie egal cu 12°. Neglijîndu-se frecările dintre discuri și glonte, să se determine energia cinetică a proiectilului știind că el are greutatea de 4 gf.

* * *

6071. Să se arate că:

$$\frac{\dfrac{1}{(1-\sin x)^2} - \dfrac{1}{(1+\sin x)^2}}{\dfrac{1}{(1-\cos x)^2} - \dfrac{1}{(1+\cos x)^2}} = \operatorname{tg}^5 x$$

$$\frac{\dfrac{1}{(1-\sec x)^2}-\dfrac{1}{(1+\sec x)^2}}{\dfrac{1}{(1-\operatorname{cosec} x)^2}-\dfrac{1}{(1+\operatorname{cosec} x)^2}}=\operatorname{cotg}^7 x.$$

C. Ionescu-Țiu

6072. Să se studieze mișcarea unei particule electrizate avînd masa m_0 și sarcina electrică q_0 proiectată cu o viteză inițială v_0 într-o regiune din spațiu în care există un cîmp magnetic avînd inducția B_0, astfel încît viteza inițială să fie normală la cîmp. Viteza inițială e obținută prin accelerare sub tensiunea V_0. Se dau: $V_0 = 10\,000$ V, $m_0 = 9{,}1.10^{-31}$ kg, $q_0 = 1{,}602.10^{-19}$ C, $B_0 = 1{,}2$ Tesla.

* * *

6073. Un generator de curent continuu cu excitație separată alimentează o instalație compusă din 100 lămpi de 60 W și două motoare, primul motor avînd puterea de 8,5 kW și randamentul 85%, iar al doilea avînd puterea de 4,5 kW și randamentul 75%. Aparatele sînt montate în paralel și au tensiunea nominală de 220 V. Fiecare din cei doi conductori folosiți pentru alimentare are o rezistență de 0,05 Ω, iar înfășurarea indusă a generatorului are rezistența 0,115 Ω. Să se determine tensiunea la bornele generatorului, tensiunea sa electromotoare și puterea furnizată de generator în rețea.

* * *

6074. Două trenuri pleacă simultan din A și din B în întîmpinare. Știind că se întîlnesc după a ore de la plecare și că al doilea tren parcurge jumătatea drumului cu b ore mai tîrziu decît primul; să se afle în cîte ore ajunge fiecare tren la destinație. Verificare.

Dan Voiculescu, elev Șc. m. 21 București

6075. Să se arate că n fiind un număr întreg și pozitiv avem:

$$\frac{5}{3}\cdot\frac{1}{2\cdot 2!}+\frac{10}{8}\cdot\frac{1}{3\cdot 3!}+\ldots+\frac{n^2+1}{n^2-1}\cdot\frac{1}{n\cdot n!}<\frac{1}{2}$$

T. Cohal, Iași

6076. Se dă trapezul $MNPQ$ dreptunghic, cu unghiurile drepte în M și N, iar O intersecția diagonalelor. Paralela dusă prin O la baze întîlnește latura MN în punctul R. Să se arate că:

a) $\dfrac{MR}{RN}=\dfrac{MQ}{NP}$;

b) dreapta OR este bisectoarea unghiului PRQ;

c) $\dfrac{1}{RO}=\dfrac{1}{MQ}+\dfrac{1}{NP}$.

Gh. Achiței, Deva

6077. Numărul pieselor lucrate într-un atelier, în anul 1962 a mers în progresie aritmetică, crescînd de la o lună la alta. Numărul pieselor lucrate în luna martie a depășit cu 12,5% pe cel al pieselor lucrate în ianuarie. Să se arate că : a) numerele pieselor din ianuarie, mai și octombrie sînt în progresie geometrică ; să se afle rația q a acestei progresii ; b) cîte piese s-au lucrat în decembrie, dacă în tot anul s-au lucrat 1920 piese ?

Corneliu Georgescu, Craiova

6078. Se dă triunghiul oarecare ABC. Prin A se duce o dreaptă oarecare care taie latura BC în punctul D și cercul circumscris triunghiului dat în E. Să se arate că :

$$BE \cdot AB \cdot DC = AC \cdot EC \cdot BD \text{ și } BE \cdot EC \cdot AD = AB \cdot AC \cdot ED.$$

Augustin I Matei, Cluj

6079. O barcă traversează un rîu de lățime $d = 100$ m, perpendicular pe cursul acestuia cu viteza constantă față de apă $v = 2$ m/s. Viteza de curgere a rîului este nulă la maluri și crește liniar spre mijlocul rîului unde atinge valoarea de 10 m/s. Să se afle traiectoria bărcii și deriva ei x_0.

* * *

6080. Coeficientul de frecare între un corp cu greutatea 1 kgf și un plan înclinat este 0,2. La ce înălțime se ridică acest corp alunecînd pe planul înclinat, dacă i se comunică o viteză de 10 m/s orientată în sus, de-a lungul planului. Care va fi viteza corpului la întoarcere cînd va atinge punctul de plecare ? Înclinarea planului este 45°.

* * *

6081. Care trebuie să fie coeficientul minim de frecare de alunecare între roțile unui automobil și asfalt, pentru ca automobilul cu viteza de 80 km/h să nu derapeze la o curbă cu raza 100 m.

* * *

6082. Un tren cu masa $M = 20$ t, merge cu viteza constată ; la un moment dat se desprinde ultimul vagon de masă $m = 2$ t care parcurge drumul $l = 200$ m și se oprește în acel moment. La ce distanță de vagonul oprit se află trenul dacă tracțiunea locomotivei este constantă, iar frecarea fiecărei părți a trenului nu depinde de viteză și este proporțională cu greutatea ei ?

* * *

6083. Într-un circuit sînt montate în paralel, o bobină a cărei rezistență este de 8 Ω și inductanță 0,2 H și un condensator cu capacitatea de 10 μ F. La bornele circuitului se menține o tensiune efectivă de 120 V și frecvență 50 Hz. Să se calculeze :

a) intensitatea efectivă a curentului în bobină, b) idem în condensator; idem a curentului total; d) defazajul curentului față de tensiunea aplicată.

* * *

6084. Un circuit inductiv cu rezistența 5 Ω este parcurs de un curent alternativ avînd aplicată o tensiune de 250 V. Unghiul de defazaj al curentului față de tensiunea aplicată fiind 28°, să se calculeze conform cu aceste date:

a) reactanța circuitului, b) impedanța, c) intensitatea efectivă a curentului întreținut, d) tensiunea electromotoare de autoinducție.

* * *

6085. Se menține un curent alternativ de frecvență 40 Hz și intensitate efectivă 50 *A*, sub o tensiune efectivă de 220 V, într-un circuit exterior a cărui rezistență este de 2,2 Ω. Generatorul are o rezistență internă $r = 0{,}3$ Ω. Să se calculeze:

a) impedanța circuitului exterior și coeficientul de inductanță proprie L a acestui circuit; b) unghiul de defazaj al curentului față de tensiunea aplicată; c) tensiunea electromotoare a alternatorului, dacă coeficientul său de inductanță proprie este 0,012 H.

* * *

EXERCIȚII ȘI PROBLEME PROPUSE PENTRU CLASELE V—VIII*

E: 2055. Se însămînțează cu grîu, orz, porumb și sfeclă un teren de 170 $\frac{1}{10}$ ha. Dacă $\frac{1}{5}$ din terenul semănat cu grîu este cît $\frac{1}{7}$ din cel semănat cu orz; $\frac{3}{7}$ din terenul însămînțat cu orz este cît $\frac{1}{2}$ din terenul însămînțat cu porumb; $\frac{1}{6}$ din terenul însămînțat cu porumb este cît $\frac{1}{3}$ din terenul însămînțat cu sfeclă, se cer ariile semănăate cu fiecare fel de cereale.

Bogza Mihai, profesor

E: 2056 Două brigăzi ce au în total 18 tractoare au arat în 8 zile 656 ha. Un tractor din prima brigadă ară 4 ha pe zi, iar unul din a doua brigadă ară 5 ha pe zi. Cîte tractoare sînt în fiecare brigadă și ce suprafață a arat fiecare brigadă în total?

* * *

E: 2057. Printr-o baie electrolitică în care se află o soluție de sare de argint circulă un curent cu intensitatea de 15 A timp de 2 min. În acest

---

V (E: 2055, 2056); VI (E: 2058, 2059); VII (2062); E: 2057, 2060, 2061, 2062). Soluțiile se primesc pînă la 1 martie 1964.

timp forțele electrice efectuează un lucru mecanic de 18 000 J. Se cere: a) care este tensiunea generatorului de curent; b) considerînd conductorii de rezistență neglijabilă, care este rezistența băii electrolitice? c) ce cantitate de argint s-a depus în acest timp prin electroliză?

Mihai Bogza, profesor Cîmpina

E: 2058. Pentru acoperirea unei școli se aduce țiglă efectuîndu-se patru drumuri. În primul și al doilea drum se aduce în total 7200 bucăți de țiglă, în al treilea drum se aduce cu 20% mai multă decît s-a adus în primul drum, iar în al patrulea drum se aduce cu 25% mai mult decît s-a adus în al doilea drum. Se mai știe că în al treilea și în al patrulea drum s-au adus 8680 bucăți. Să se afle cît s-a adus la fiecare drum.

O. Popescu

E: 2059. Un colectivist a primit avansul de 7400 lei în bancnote de 100, 25 și 5 lei. Să se afle cîte bancnote de fiecare fel a primit, știind că dacă ar fi primit cu cîte una mai mult, numărul celor de 5 lei devenea cît al celor primite de 100 lei și numărul celor de 25 lei devenea cu 20 mai mic decît numărul celor de 5 lei și 100 lei luate împreună în situația a doua.

I. Albescu, Făgăraș

E: 2060. Să se arte că că $(x+\sqrt{x^2-y})(x-\sqrt{x^2-y})=y$; apoi folosind aceasta să se deducă identitățile:

$$\frac{a}{(x+\sqrt{x^2-a})(x-\sqrt{x^2-a})}+\frac{b}{(y+\sqrt{y^2+b})(y-\sqrt{y^2+b})}=0$$

$$(a+\sqrt{a^2+b})(b+\sqrt{b^2+a})(a-\sqrt{a^2+b})(b-\sqrt{b^2+a})=ab$$

C. Ionescu-Țiu

E: 2061. Dacă a, b, c sînt laturile unui triunghi dreptunghic atunci expresia $E=\dfrac{abc}{5(a+b+c)}$ este un patrat perfect.

I. M. Stancu, student București

E: 2062. O soluție de clorură de sodiu de 300 g are concentrația de 20%. Să se calculeze cantitatea de apă ce trebuie adăugată pentru a obține o soluție cu concentrație de 5%.

C. Dobrescu, profesor Călărași

E : 2063. Ce lungime are un conductor de nichelină cu diametrul de 2 mm ştiind că timp de 0,5 min prin el circulă 120C, puterea consumată fiind de 0,18 kW ?

G. M. Gheorghe

POŞTA REDACŢIEI

1. *Nica Gh.* cl. VIII, Bolintinul din Vale; *Spineanu Dan,* cl. IX ş.m. 5 Braşov; *Slușaru Ileana,* cl. VI Braşov; *Tiner Ernest,* cl. VII şc. elem. 95 Bucureşti; *Dragu Alin,* ş.m. 21 Bucureşti; *Buşe M.,* Horezu; *Anghel Dan* şi *Gabarel N.,* cl. VIII s.m. 1 Buzău precum *şi alţi elevi :* Soluţiile trimise nefiind redactate îngrijit, scrise cu creionul, *fără textul enunţului,* uneori fără număr de ordine sau fără numele rezolvitorului, nu se pot corecta şi nici anunţa la rubrica rezolvitorilor.

2. *Bătătorescu Cristina,* Braşov; *Bejan Mircea,* Bujor (Galaţi), *Trancă Marioara* şi *Ilie Justina,* cl. X ş.m. 8 Bucureşti *şi alţi corespondenţi :* Soluţiile problemelor al căror enunţ a fost publicat în G.M.F-B cu *mai mult de trei luni* sau cu mult mai vechi nu se mai anunţă la rubrica rezolvitorilor, conform celor anunţate la modul de redactare şi trimitere a problemelor rezolvate; se pot primi *numai generalizări* sau observări sub formă de *note matematice.*

3. *Popescu Maria* şi *Popescu Carmen,* cl. VIII ş.m. 2 Craiova; *Mateescu Cornelia Ilie Justina* şi *Trancă Mariana* din cl. XI ş.m. 8 Bucureşti; *Stoian Nicolae* şi *Stibli Mihai* din cl. X ş.m. 11 Bucureşti; *Ardeleanu Sabina* şi *Jivan Doina,* cl. VII şc. el. 3 din Lugoj; *Iliţoiu Angelica* şi *Ferenţi Elena,* cl. VIII Lugaj: Soluţiile problemelor care arată că sînt *copiate* unele după altele nu pot fi anunţate la rubrica rezolvitorilor şi aceste cazuri vor fi şi pe viitor semnalate la poşta redacţiei.

4. *Mai multor corespondenţi :* Mai primim încă, plicuri care conţin *mai puţin* de 7 probleme rezolvate de la elevii claselor V-VII, sau plicuri cu mai puţin de 12 probleme rezolvate de către elevi din clasele VIII—XI. De asemenea, unii elevi de clasa a IX sau a X au mai trimis soluţii şi la probleme propuse pentru clasele V—VII. Aceste soluţii, conform celor anunţate pe coperta revistei nu pot fi anunţate la rubrica rezolvitorilor.

— Pentru ca cei mai harnici rezolvitori să poată fi evidenţiaţi ca rezolvitori de probleme trebuie ca plicul cu probleme rezolvate să conţină *cel puţin 40 soluţii bune,* iar la clasificarea lor se ţine seama de modul de redactare şi de dificultatea problemelor rezolvate.

5. *Anghel Gabriel,* Buzău; *Bejan M.* Galaţi; *Munteanu C.,* Rupea; *Mihalache V.,* Săveni şi *Iordan Mihai,* Bîrlad: Soluţiile problemelor chiar dacă sînt trimise în intervalul de 3 luni *ele nu pot fi repetate,* deoarece a doua oară nu se mai anunţă la rubrica rezolvitorilor. Alte soluţii interesante, generalizări şi observări vor fi anunţate o dată cu publicarea soluţiei problemei respective.

6. Reamintim abonaţilor şi colaboratorilor că, pe viitor, *chestiunile de matematică să fie trimise separat de cele de fizică* întrucît cercetarea lor se face de către redacţia respectivă.

7. *Tirajul* fiind limitat revistele vor fi trimise mai întîi abonaţilor şi apoi la vînzarea cu bucata a unui număr redus de exemplare: de aceea, colaboratorii sînt rugaţi *să se aboneze* de îndată pe anul 1964 (12 numere).

8. În vederea *premierii evidenţiaţilor* pentru activitatea înregistrată pe 1963, fişele care cuprind totalizarea problemelor rezolvate şi anunţate în G.M.F.-B., numerele 1—11, vor fi completate de către redacţie pentru numărul 12. Se va ţine seama şi de problemele propuse de evidenţiaţii respectivi în anul 1963.

9. Reamintim că potrivit celor publicate în *G.M.F.-B., 1963, pag. 96—97,* redacţia mai primeşte pînă la 25.XI.1963, fişa cu punctajul obţinut de elevii *şcoalei medii respective pentru întrecerea pe anul 1963.* Completarea fişei primite cu activitatea înregistrată în G.M.F.-B nr. 12 va fi făcută de către redacţie.

RUBRICA REZOLVITORILOR DE PROBLEME

EVIDENȚIAȚI

Pînă la 15 iulie 1963, ca urmare la lista precedentă a rezolvitorilor de probleme, s-au mai evidențiat ca rezolvitori din localitățile care încep cu literele O—Z, după cum urmează:

1. **Costea Viorel**, cl. XI Orăștie; 2. **Niculescu G. G.**, absolvent Roman; 3. **Matei Petre**, cl. X Ș.m. Vedea (București); 4. **Popescu Eleodor**, cl. X Ș.m. 1 Tr. Severin; 5. **Pestroiu Daniel**, cl. IX Ș.m. 1 Tg. Jiu; 6. **Văcaru Vasile**, cl. IX Ș.m. 2 Tg. Jiu; 7. **Nica Vasile**, cl. X Ș.m. 1 Ploiești; 8. **Nicolae Silvia**, cl. X Ș.m. 1 Ploiești; 9. **Păsăreanu Dan**, cl. XI Ș.m. 2 Tg. Jiu; 10. **Popescu E. Mihai**, cl. X Slatina; 11. **Corcoleiuc Valentin**, cl. X Ș.m. 4 Ploiești; 12. **Neagu Mihai**, cl. XI Trușești; 13. **Bănică Marian**, cl. VIII Ș.m. 1 Tg. Jiu; 14. **Munteanu Corin**, cl. X Rupea; 15. **Costescu Ion**, cl. X Ș.m. 2 Ploiești; 15. **Stănescu Dan**, cl. VIII Ș.m. 1 Ploiești; 16. **Popa Alexandru**, cl. XI Pucioasa; 17. **Răduț Monica**, cl. X Rm. Vîlcea; 18. **Pleșca Romulus**, cl. X Ș.m. 4 Oradea; 19. **Borza Ioan**, cl. XI Orăștie; 20. **Orlov Zinaida**, cl. X Ș.m. Petroșeni; 21. **Ceapă Alexandru**, cl. XI Ș.m. 2 Tg. Jiu; 22. **Broșteanu Teodor**, cl. VIII Ș.m. 1 Tr. Severin; 23. **Nicolae Dumitru**, cl. XI Ș.m. 4 Ploiești; 24. **Aron Constantin**, cl. IX Pucioasa; 25. **Ionescu Manuel**, cl. X Ș.m. 3 Pitești; 26. **Ștefănescu Florica**, cl. VIII Ș.m. 2 Ploiești; 27. **Aldea Ion**, cl. VIII Pucioasa; 28. **Tircă Mihai**, cl. VIII Pucioasa; 29. **Vasilescu Nicolae**, cl. VIII Pucioasa; 30. **Zegheru Gh.**, cl. IX Pucioasa; 31. **Florea Florin**, cl. X Ș.m. 4 Ploiești; 32. **Radu Vasile**, cl. X Ș.m. 2 Ploiești; 33. **Bratu Traian**, cl. VIII Ș.m. 1 Tg. Jiu; 34. **Mălăianu Emil**, cl. VIII Ș.m. 1 Tg. Jiu; 35. **Isac Horațiu**, cl. IX Ș.m. 1 Tg. Jiu; 36. **Popescu Gh.**, cl. X Ș.m. 2 Tg. Jiu; 37. **Tunsu Aurel**, cl. X Tg. Lăpuș; 38. **Gersch Egon**, cl. IX Tg. Mureș; 39. **Matieș Mihai**, cl. X Tîrnăveni; 40. **Cosma Constantin**, cl. X Tg. Lăpuș; 41. **Pană Nicolae**, cl. VIII Ș.m. 1 Tr. Severin; 42. **Corțun Gh.**, cl. X Tr. Măgurele; 43. **Vișan Ion**, cl. VIII Ș.m. 1 Tr. Severin; 44. **Horovitz Ossi**, cl. XI Ș.m. Ocna Mureș; 45. **Papuc Ilie**, cl. X Ș.m. 4 Ploiești; 46. **Spătaru Aurel**, cl. X Pucioasa; 47. **Karuhauser Alexandru**, cl. X Ș.m. 1 Oradea; 48. **Dobrescu Dumitru**, cl. X Ș.m. 1 Pitești; 49. **Iancu Ion**, absolvent Pitești; 50. **Ionescu Pavel**, cl. X Ș.m. 1 Ploiești; 51. **Staicu Gh.**, cl. X Ș.m. 1 Ploiești; 52. **Sandu Marin**, cl. X Ș.m. 1 Ploiești; 53. **Stan Emil**, cl. VIII Ș.m. 2 Ploiești; 54. **Cojocaru Gh.**, cl. VIII Ș.m. Videle; 55. **Georgescu Marcu**, cl. VIII Ș.m. 2 Ploiești; 56. **Leone Filip**, cl. X Ș.m. 1 Ploiești; 57. **Gherghel Traian**, cl. IX Ș.m. 1 Oradea; 58. **Ștefănescu Mihai**, cl. IX Ș.m. 1 Ploiești; 59. **Lampert Magdalena**, cl. X Ș.m. 1 Ploiești; 60. **Bălan Ivan**, cl. IX Ș.m. 4 Oradea; 61. **Steriu Dan**, cl. VIII Ș.m. 1 Ploiești; 62. **Oprea Ion**, cl. X Ș.m. Vedea; 63. **Mureșean Liviu**, cl. X Tg. Lăpuș; 64. **Andreescu Ion**, cl. VIII Ș.m. 2 Ploiești; 65. **Bădescu Alexandru**, cl. VIII Ș.m. 2 Ploiești; 66. **Apostol Constantin**, cl. IX Ș.m. 1 Ploiești; 67. **Melinte Dumitru**, cl. X Trușești. 68. **Șalapa Vasile**, cl. VIII. Ș.m. 2 Tg. Jiu. 69. Ionescu Vladimir, cl. XI Tg. Jiu. (Soluții bune primite pînă la 15.VII.1963)

OCNA MUREȘ. Ș.m. Cl. XI. **Horowitz Ossi** (5713, 15—17, 20—37, 39, 40, 42, 44—46, 49—52, 53, 66, 70, 77—83, 87, 89, 91, 92, 94—96, 99, 802, 03, 05, 08—11).

ODOBEȘTI. Ș.m. Cl. IX. Mîrza Sava (5566, 666, 69, 73, 76, 78, 79, 81, 83, 88, 706, 08).

ONEȘTI (Bacău). Ș.m.m. Cl. VIII. Merilă Angelica (E: 1943, 46, 51, 52, 54, 58, 61, 66, 75; 5624, 29, 53), Tănase Ion (E: 1954—63; 5688, 89, 706). Cl. IX. Suban Nicolae (5669, 74, 77, 79, 81, 89, 710, 13, 16, 25, 26, 29, 30, 49), Timaru Teodor (5653, 58, 62, 65, 69, 74, 77, 79, 81, 88, 89, 91, 910, 13). Cl. XI. Prună Victor (5638, 39, 41, 64, 69—71, 73, 74, 77, 79—82, 88, 701.

ORADEA. Ș.m. Cl. IX. **Gherghel Traian** (5666, 69, 74, 76—79, 81—83, 88, 89, 92, 701, 05, 06, 08, 13, 15—17, 24—27, 30, 42, 45, 53, 71, 73, 75, 77, 86, 87, 89, 92, 96, 99, 802), Weiss Petru (5624, 29, 44, 46, 65, 69, 74, 77, 81, 88, 89, 95, 701, 05, 08). Cl. X. **Kornhauser Alexandru** (5624, 29, 46, 47, 50—52, 59, 60, 65, 66, 69—71, 74, 76—78, 81, 83, 88, 89, 95, 701, 05, 07, 08, 13, 15, 16, 18, 20, 24—26, 28—31, 33, 37, 40, 42).

Ș.m. 2. Cl. VIII. Lucuș Teodor (E: 1941, 46, 48, 50, 55, 57, 58, 61, 66, 73; 5729, 80), Mănucu Dumitru (E: 1945, 53, 54, 57, 58, 65, 66, 68, 69, 72, 73, 75, 76, 82, 84, 87, 90, 95, 97; 5688, 706, 29, 86, 87, 96).

Ș.m. 4 Cl. VIII. But Tiberiu (E: 1952, 53, 55—58, 61, 66—70, 73, 75,

76, 80—84, 87, 88; 5688, 706, 44, 87, 96). Cl. IX. **Bălan Ivan** (5666, 68—70, 74, 76—79, 81, 83, 85, 88, 89, 91, 97; 5701, 04—06, 08, 10, 13—17, 24—31, 36, 46), Kapy Ștefan (5668—70, 74, 76—79, 81, 83, 88, 89, 701, 06, 10), Sichet Gheorghe (5631, 35, 66, 69, 73, 76, 77, 81, 83, 85, 88, 89, 701, 06, 10, 13, 16, 25—27, 30, 46). Cl. X. **Filip Gheorghe** (5666, 69—71, 74, 76—79, 81, 83, 85, 87—89, 91, 99, 701, 06, 13, 17, 20, 24—31, 35—37, 42, 45, 49, 53, 77, 80—83, 85, 93, 95, 96, 99, 804).

ORAVIȚA. Ș.m. Cl. VII. **Novăcescu Constantin** (E: 1973, 76, 81—84, 87, 53, 55, 68).

ORȘOVA. Ș.m. Cl. X. **Besnă Ioan** (5674, 88, 89, 701, 06, 13, 15, 16, 24, 25, 27, 29, 30), **Domșescu Nicoleta** (5624, 29, 46, 76, 78, 79, 83, 88, 89, 97, 701, 20), **Homorodean Ion** (5666, 69—71, 74, 77—79, 81—83, 88, 89, 701, 05, 06, 10, 13, 15, 25, 31), **Ștefan Aurel** (5666, 71, 74, 79, 706, 13, 25, 26, 29—31, 53).

ORAȘTIE. Cl. XI. **Borza Ioan** (5713—17, 20—24, 26—37, 39, 40, 42, 53, 67—70, 77—79, 81—83, 87, 91, 92, 95—99, 803, 05, 07—09, 11), **Costea Viorel** (5666—72, 74—83, 88, 89, 91, 92, 97, 701, 02, 04—08, 10, 12—17, 20—37, 40—42, 45, 49, 51, 53, 55, 66, 68—70, 77—82, 85, 90—93, 95, 99, 800, 02, 03, 05—10, 14—16, 18, 19, 21—24, 26—30, 32, 37, 40—46, 48).

OȚELUL ROȘU. Ș.m. Cl. VI. **Toroată Gheorghe** (E: 1894, 96—99, 901, 04, 11—13, 17). Cl. VII. **Sabău Livia** (E: 1948, 51, 56—58; 5688, 706). Cl. IX. **Năvligu Ioan** (5624, 27, 29, 46, 47, 74, 77, 79, 81, 85, 88, 89).

PANCIU. Absolvent **Zamfir Ion** (5624, 27, 29—31, 33, 36—41, 43—47, 51—55, 57, 58, 60—64, 67—69, 71, 74, 75, 79, 80).

PĂDUREȚI (Argeș). Cl. VIII. **Burcea C.** (E: 1964, 66, 67, 70, 73, 76, 80—84, 86—88, 90, 92, 95—97, 99; 5713, 24—31, 35, 37, 53, 91, 92, 830).

PĂTÎRLAGELE. Ș.m. Cl. VIII. **Toma Florin** (E: 1951—55, 57—59, 61, 68, 71, 82). Cl. IX. **Pavel Dumitru** (5714, 16, 17, 25, 26, 28, 32, 33, 44—46, 60, 66, 77, 86, 87, 92—94, 96, 802, 04, 11, 14, 18, 20, 21, 27, 30, 31, 34).

PĂUNEȘTI (Bacău). Șc. de 8 ani. Cl. VI. **Berbece Maria** (E: 1965, 76, 83, 85, 87, 88, 90, 93, 95; 5724, 61), **Gîdea Otilia** (E: 1962, 79, 87, 88, 90, 95; 5742, 64, 802, 27), **Ignat Elena** (E: 1964, 68, 82, 83, 84, 86, 90, 93, 95), **Neagu Elena** (E: 1965, 67, 69, 79, 82, 84, 87, 88; 5710, 91), **Sandu Victoriția** (E: 1976, 79, 82, 86—88, 90, 93, 95; 5827). Cl. VII. **Apostu Gheorghe** (E: 1974, 76, 80—83, 86—88, 5776, 73, 75, 84, 91, 801), **Banciu Virginica** (E: 1981—84, 90, 93, 95; 5841), **Berbece Marioara** (E: 1967, 71, 83, 84, 86, 88, 90, 95—97, 99; 5729, 30, 42, 70, 86, 827, 30, 41), **Cantiș Gh.** (E: 1976, 79—83, 87, 88; 5726, 27, 29, 30, 36, 37, 69, 70, 73, 75, 84, 91, 801), **Duman Florica** (E: 1976, 79, 82, 83, 86, 87, 90, 92, 94, 95), **Neagu Tinca** (E: 1965, 70, 82, 86, 88, 96, 97, 5742, 86, 830, 41), **Rogozan Ileana** (E: 1976, 79, 82—84, 87, 90, 93, 95; 5827).

PERIAM (Arad). Ș.m. Cl. IX. **Albu Gh.** (5666, 74, 76—78, 81, 83, 85, 88, 89, 91, 95, 701, 06, 10, 49).

PETRIȘ (Banat). Absolventă **Ianc Mariana** (E: 1967, 68, 70, 73, 77, 81—84, 88).

PETROȘANI. Ș.m.m. Cl. VIII. **Abnășan Daniela** (E: 1964—71, 73, 76, 80—83, 88; 5713, 29, 30, 87, 96, 802), **Bădulescu Victor** (E: 1968, 73, 76, 82, 90, 95; 5787, 96), **Jurca Ion** (E: 1961, 65—68, 70, 71, 76, 80, 81, 87, 88; 5669, 82, 701, 13, 29, 30, 34, 77, 87, 96), **Manea Paul** (E: 1952, 57, 58, 65, 66, 69, 72; 5624, 29, 46, 69, 81, 88, 706, 13, 26, 27, 29, 30, 37), **Popescu Adina** (E: 1952, 53, 55, 56, 58, 59, 61, 65—68, 70, 73, 75; 5676, 78, 83, 88, 701, 06, 13—15, 29, 36, 52), **Popescu Andrei** (E: 1952, 59, 65, 66, 68, 70, 73, 80—82, 87, 88, 5688, 89, 701, 06, 13, 15, 29, 77), **Seiler Rosina** (E: 1952—56, 58, 61, 64, 66—70, 73), **Onciu Teodora** (E: 1980—84, 86—88, 5777, 92, 96, 802). Cl. X. **Goldstein B.** (5685, 87, 7012, 06, 07, 26, 29—33, 42, 46, 51—53, 77, 80—82), **Lepădatu Ion** (5666, 69, 70, 74, 77, 79, 81, 83, 88, 701, 06, 10, 25—31, 37), **Popescu Lucian** (5683, 88, 89, 95, 701, 05, 08, 13, 15, 20, 24, 26—29), **Orlov Zinaida** (5666, 69, 70, 74, 76—79, 81, 83, 85, 87—89, 91, 97, 701, 02, 04, 06, 07, 10, 13, 16, 17, 19, 20, 25, 27—31, 37, 40—42, 46, 51, 53, 77, 80—82, 84, 86, 91, 95 802, 04), **Ștefănescu Mircea** (5666, 74, 76, 79, 81, 88, 89, 701, 13, 15, 16, 24—31, 33, 69, 76, 80).

Ș.m. 2. Cl. VIII. **Braniște Dumitru** (E: 1952, 54, 55, 58, 63, 64, 67, 69, 70, 82; 5688, 89, 787, 96), **Preda Vasile** (E: 1941, 43, 46, 48, 50—52; 5688, 89, 706). Cl. IX. **Gorgoi Titus** (5666, 74, 76, 81, 88, 701, 06, 24—27, 29—31, 53), **Radu Luminița** (5713, 15—17, 26, 27, 29, 30, 36, 77, 814, 20, 26, 30). Cl. X. **Georgescu Nicolae** (5666, 70, 71, 74, 76—78, 81, 83, 88, 89, 701, 06, 13, 16, 19, 24—31, 33, 36, 45, 53, 55, 57, 77, 80, 802, 30), **Iuga Adrian** (5666, 70, 78, 83, 89, 701, 02, 06, 20, 29, 31, 80—

82). Ş.m. 3. Cl. X. **Ionescu Manuel** (5666, 69—71, 74, 78, 79, 81, 83, 88, 89, 91, 95, 701, 03, 07, 10, 13—16, 20, 21, 23, 27—31, 33, 34, 40, 46, 49, 51, 66, 68, 69, 76, 80—82, 93, 95, 99, 804, 09, 10), Sandu Ion (5624, 29, 44, 46, 48, 51, 52, 56, 65, 77, 78, 83, 89, 95, 708).

Com. ŞTEFANEŞTI Ş.m. Piteşti. Cl. VIII. Georgescu Nicolae (E: 1940, 41, 44. 47, 48, 50, 53, 55, 56, 59, 60—64, 66—68, 70, 71, 73), Bloţ Gh. (E: 1951, 52, 54, 55, 57, 58, 61, 65, 69, 75; 5687—89, 706).

Absolvent Piteşti **Iancu Ion** (5713, 15, 16, 20, 22, 24—34, 37, 40, 42, 46, 49, 51, 55, 56, 59, 66, 69, 77, 79—82, 87, 91, 92, 95, 96, 802, 06), Ciorbă Mihai (E: 1928—30, 41, 43, 45, 46, 50, 52, 54, 58, 61, 64—66, 69; 5591, 604, 729, 30).

PIETROŞIŢA (Ploieşti). Ş.m. Cl. VIII. Ioan Simona (E: 1952, 54, 68; 5687—88, 713, 26, 27, 29, 30, 36).

PIATRA NEAMŢ. Ş.m. Cl. IX. Humeni Dan (5669, 76, 77, 81, 83, 85, 88, 89, 713, 25, 27, 29, 30). Cl. XI. Teodorescu V. (5667, 70, 71, 77, 78, 83, 88, 701, 06, 20, 31, 34).

PITEŞTI. Ş.m. 1. Cl. VIII. Pietreanu Cristian (E: 1955—58, 61, 73, 80, 82, 87; 5688, 742, 87, 96). Cl. IX. Rădulescu Florina, Ştirbulescu Ileana (5674, 77, 79, 88, 89, 717, 25, 26, 29, 70, 77, 86, 99). Cîrstea Marian (5713—15, 24—31, 33, 43, 45), Dobrescu D. (E: 1966, 79, 82, 87, 88; 5666, 69—71, 74, 75, 77—79, 81—83, 88, 95, 704, 06, 07, 13, 16, 20, 25—28, 30, 31, 77, 80—82, 87, 91, 94—96, 803, 09), Hurduc Dan (5666, 74—76, 78, 83, 88, 89, 701, 06, 07, 13, 18—20, 24—27, 29—31, 33, 39, 70, 77, 81, 95, 809), Marin Dumitru (5666, 70, 71, 74—76, 78, 79, 81, 83, 88, 89, 91, 93, 704, 06, 07, 10, 13, 16, 29, 30, 40, 46, 67, 70, 80—82, 91, 95, 99), Mihăilescu I. (5669—71, 74, 76—79, 81, 83, 85, 87—89, 97, 701, 04, 06, 13, 20, 24—26, 28—31, 33, 35, 40, 99, 802), Popa C. (5666, 69, 70, 74, 76, 79, 81, 87—89, 91, 702, 06, 13, 15, 18, 20, 24—34, 49, 66, 69, 73, 76, 77, 80, 81, 95, 802, 05, 09), Preda Marin (5666, 70, 71, 78, 79, 83, 88, 701, 06, 07, 13, 16, 19, 20, 27, 29—31, 53, 80—82, 95, 99, 802, 09).

PLOIEŞTI. Ş.m. 1. Cl. VI. Beciu Ion (E: 1943, 53, 64, 66, 67, 70, 71, 73), Crişan Rozalia (E: 1953, 55, 56, 61, 63, 64, 67, 68, 71, 73), Dobrescu Laurenţiu (E: 1941, 43, 47, 48, 50, 53, 56, 66—68, 70, 71, 73, 76, 81—83, 85, 89, 90, 95), Gafiţeanu Liliana (E: 1954—56, 59—62), Ionescu Lucian (E: 1952, 54, 55, 58, 61, 62, 65, 67, 70, 73, 75, 76, 79, 80, 82, 83, 87, 88, 90, 95). Cl. VIII. Alboteanu Radu (E: 1951, 74; 5676, 78, 81, 83, 88, 89, 706, 13, 15, 24—27, 29—31), Alexandrescu Maria (E: 1951—59, 61, 63, 65—68, 73; 5666, 69, 71, 83, 88, 89, 701, 06, 13, 15, 29, 42), Andreescu Nicoleta (E: 1953, 64—69, 70—73, 75; 5682, 83, 706, 15, 29, 30, 36, 53), Andronescu Dan (E: 1951—58, 60, 61, 69, 70; 5688, 706), Atofanei Ramiro (E: 1952, 53, 55, 58, 68, 73, 76, 81—84, 86—88; 5685, 88, 89, 725, 29, 30, 33), Bădulescu Doru (E: 1937, 53—56, 58, 62, 69, 75, 81, 88; 5706, 13), Călăraşu Radu (E: 1953, 55, 58, 59, 61, 68, 73, 76, 81—84; 5688, 706, 13, 15, 87, 96), Cerchez Mihaela (E: 1926, 28—30, 35—37, 43, 46, 50, 55—58, 61, 65, 69, 73), Ciobanu Costache (E: 1941, 45, 47, 48, 50, 56, 58, 61, 69, 79, 81, 82; 5624, 27, 29, 44, 46—48, 62), Crăciun Maria (E: 1955—57, 76, 82, 85; 5685, 88, 89, 706, 10, 15, 24), Crăsnaru Nicoleta (E: 1958; 5666, 69, 71, 74, 76, 77, 79, 83, 701, 13, 15, 29), Dăscălescu Adrian (E: 1926, 34, 36, 40, 41, 46, 48, 50, 55—58, 61, 64—67, 69, 72, 73; 5624, 29, 30), Dima Ştefan (E: 1955, 58, 81—84, 87, 88; 5688, 706, 13, 29, 30, 77, 87, 96), Dumitrescu Elena (E: 1965—70, 75; 5682, 83, 715, 26, 29, 30, 36, 37, 44), Ghinescu Elena (E: 1954, 55, 58; 5668, 71, 74, 76, 79, 83, 88, 701, 06, 15, 24, 25), Grigorescu Cornelia (E: 1965, 70, 75; 5682, 83, 701, 06, 13, 36), Grigorescu Maria (E: 1965, 69, 70, 73, 75; 5676, 88, 701, 06, 15, 29, 30, 36), Ioan Paulina (E: 1958; 5674, 76, 79, 83, 88, 89, 706, 10, 13, 15, 24, 25), Ionescu Constanţa (E: 1952, 65, 75, 80, 82, 85, 87, 88; 5688, 753, 96), Ionescu Gabriela (E: 1951, 53, 55, 58, 61, 66, 79, 80—82, 87—89; 5676, 83, 87, 88, 701, 06, 08, 13, 15, 29, 35), Ionescu Radu (E: 1964, 66—71, 73, 75; 5682, 83, 706, 13, 15, 29, 30, 36), Lică Irimia (E: 1951—54, 57, 58, 61, 69, 72; 5669, 76, 79, 83, 88), Manuelea Anton (E: 1964—71, 73, 75, 88; 5683, 706, 13, 15, 29, 30, 36), Mihai Ana (E: 1968—70, 76, 80—82, 84, 87, 88, 90, 95—97), Mihai Dan (E: 1951—55, 57—62, 68, 69, 71, 79, 81, 82, 89; 5688, 89, 706), Nicolaescu Cristina (E: 1952, 53, 55, 64—71, 73, 75, 79, 88; 5682, 83, 706, 13, 15, 29, 30, 36), Nicolaescu Vasile (E: 1941, 46, 48, 55; 5629, 88, 89, 706, 10, 15, 25, 53), Nuţu Larisa (E: 1966, 69; 5713, 15, 24—27, 29, 36, 42, 62), Petrea Sorin (E: 1952, 54—58, 61, 69; 5666, 81, 87—

89, 701, 06, 10), Popescu Lidia (E: 1961, 62, 64, 66, 67, 69, 75, 81, 88; 5706, 14, 15), Popescu Ortensia (E: 1952, 54, 64—66, 68, 70, 73, 79, 88, 5682, 83, 715, 29, 30, 36), Predescu Elena (E: 1958; 5666, 69, 71, 74, 76, 77, 79, 83, 701, 13, 15, 29), Pîrvu Constantin (E: 1957, 58, 60—64, 66—70, 72, 73, 75, 81, 83, 88; 5688, 89, 706, 13, 15, 77, 96), Putzlacher Vica (E: 1958; 5666, 69, 74, 79, 83, 88, 89, 706, 10, 13, 15, 24, 25, 37), Rădulescu Natalia (E: 1951—59, 61, 63, 64, 66, 67, 69, 75; 5682, 83, 89, 706, 13, 15, 29, 30, 36), Reghină Vasile (E: 1952, 53, 55—58, 61, 64—66, 68—70, 73, 75, 76, 79—82, 87—89; 5688, 706, 42, 92), Sainer Liviu (E: 1964—66, 68—71, 73, 75; 5682, 706, 13, 15, 29, 30, 36), Samoilă Stelian (E: 1951, 53, 57, 58, 61, 67—69, 5669, 74, 88, 729), Silvestru Stela (E: 1948, 80, 82, 85), Soare Constanţa (E: 1967—70, 76, 80—82, 84, 87, 88, 90, 95—97; 5742, 92), Soare Lidia (E: 1952, 54—56, 59, 61, 63, 66, 68, 73, 75; 5682, 83, 89, 706, 13, 15, 29, 30, 36), Solovăstru Violeta (E: 1943, 46, 48, 50, 55—58, 61, 68, 69, 73), Spătaru Constantin (E: 1926, 44, 48, 58; 5591, 629), Spodheim Eveline (E: 1955, 57, 58; 5665, 71, 74, 88, 706, 10, 13, 15, 24, 25), Stanciu Grigore (E: 1952, 54—58, 61, 63, 64, 66—73, 75; 5688, 89, 706, 42), **Stănescu Dan** (E: 1953, 54, 64—76, 79—89; 5676, 78, 81, 83, 91, 706, 13, 15, 24—27, 29, 30, 36, 37, 40, 44—46, 49, 50, 53, 87—96, 802), **Steriu Dan** (E: 1951—58, 60—67, 70, 72, 73; 5681, 85, 87—89, 91, 706, 13—16, 25—30, 42), Ştefănescu Doru (E: 1953, 64—73, 75; 5706, 15, 29, 30, 36), Ştefănescu Elena (E: 1958; 5666, 69, 71, 74, 76, 77, 79, 83, 701, 13, 15, 29), Tănăsescu Octavian (E: 1943, 48, 53, 56, 58, 61, 62; 5646, 47, 76, 88), Trifu Adrian (E: 1965, 68, 69, 73, 75; 5682, 83, 706, 13, 29, 30, 36), Vitoianu Mihai (E: 1952, 53, 55, 58, 61, 64, 65, 67, 69—71, 73, 75, 76, 82, 83, 87, 88; 5683, 713, 15, 25, 26, 29, 30, 36), Vlădăreanu Anela (E: 1964—73, 75; 5706, 13, 15, 25—27, 29, 30, 36, 37, 44, 46, 82, 83). Cl. IX. Abramovici Adrian (5604, 08, 17, 18, 29, 46, 66, 74, 77, 79, 81, 83, 85, 89, 91, 706, 13, 16), **Apostol Constantin** (5666, 69—71, 74, 76, 77, 79, 87—89, 93, 95, 702, 07, 08, 10, 13, 15, 16, 20, 24—26, 28—31, 33, 40, 42, 46, 53, 56, 59, 66), Bart Liliana (5604, 08, 17, 19, 24, 29, 46, 59, 66, 74, 77, 79, 81, 85, 89, 91, 706, 13, 16, 25, 30), Bădulescu Mihai (5591, 604, 08, 17, 19, 29, 46, 48, 66, 74, 77, 79, 81, 83, 85, 88, 89, 91, 706, 15, 16, 25), Begher Maria (5627, 66, 69, 74, 77, 88, 701, 10, 25, 26, 29, 30, 36, 45, 53, 802, 11), Boca Constantin (5677, 78, 81, 89, 91, 706, 08, 13, 15, 24, 26, 27, 29, 30), Busuioc Eugenia (5617, 19, 29, 30, 32, 34, 45, 46, 49, 53, 66, 74, 77, 85, 89, 91, 706, 13, 16, 25, 30), Ciolac Mariana (5604, 17, 18, 29, 46—48, 69, 74, 77, 79, 87, 88, 701, 06, 10, 13, 29, 77, 79, 93, 800, 02), Cincioiu Victoria (5647, 48, 69, 77, 88, 701, 06, 13, 17 96, 800), Crăciun Dumitru (5604, 08, 17, 19, 24, 29, 46, 59, 66, 74, 77, 79, 81, 83, 85, 88, 89, 91, 706, 13, 16, 25), Cursaru Veronica (5617, 19, 29, 44—46, 66, 74, 77, 79, 725, 29, 30, 35), Dascăl Hary (5648, 77, 91, 701, 10, 15—17, 24—26, 77, 96, 811), Davidescu Radu (5617, 24, 29, 46—48, 53, 74, 77, 83, 85, 706, 15, 26, 29, 30, 46, 53), Dăscălescu Adrian (E: 1968, 76, 77, 79—82, 87, 88; 5713, 15, 24—27, 53), Diaconescu Aurelia (5677, 81, 83, 89, 701, 06, 24, 26, 29—31, 77, 87, 92, 96, 803, 11), Dumitrescu Daniel (5591, 604, 17, 19, 24, 29, 44, 48, 66, 81, 83, 85, 729, 30, 35), Dumitrescu Gabriel (5646, 76—79, 81, 701, 77, 85, 94, 98, 802), Duţu Smaranda (5604, 17, 24, 29, 36—38, 53, 74, 77, 78, 83, 85, 703, 06, 15, 29, 30), Florea Sorin (5591, 604, 08, 17, 19, 29, 46, 48, 66, 74, 77, 79, 81, 83, 85, 88, 89, 91, 706, 15, 16, 25), Georgescu Nicolae (5591, 604, 17, 19, 24, 29, 37, 38, 78, 703, 06, 15, 16, 26, 29, 30, 53), Ghica Ion (5604, 48, 78, 83, 89, 706, 15, 16, 25, 26, 30, 86, 99, 811), Ghiţă Veronica (5676—78, 83, 89, 95, 708, 10, 15, 17, 26, 29, 30, 77, 87, 92, 96, 800, 03, 11), Grigorescu Octavian (5669, 74, 76—78, 81, 83, 88, 89, 91, 706, 08, 96), Ionescu Constantin (5624, 77, 78, 712, 24, 26, 29, 77, 79, 92), Ionescu Octavian (5619, 30, 44, 46, 62, 69, 76, 78, 81, 83, 88, 89, 91, 706, 26, 27, 29, 30, 803), Lupea Ana (5604, 17, 24, 29, 45, 47, 48, 53, 74, 77, 78, 83, 85, 703, 06, 15, 29, 30, 46, 53), Mateescu Cezar (5591, 604, 08, 17, 19, 29, 47, 48, 53, 66, 74, 77, 79, 81, 83, 85, 88, 89, 91, 753), Mănescu Emilia (5591, 617, 24, 47, 48, 66, 69, 74, 76, 78, 79, 83, 89, 701, 06, 13, 25, 26, 29, 30), Mihai Elena (5604, 08, 17, 19, 29, 46, 48, 53, 66, 74, 77, 79, 81, 83, 85, 88, 729, 30), Mihai Maria (5627, 48, 66, 69, 74, 77—79, 83, 88, 89, 701, 06, 10, 24—26, 29, 36, 45, 53), Mitroiu Camelia (5624, 29, 46, 66, 70, 71, 74, 76, 78, 81, 83, 710, 13, 24—28, 33), Moisescu Anca (5658, 60, 62, 64), Nicolae Ştefan (5669, 77,

83, 89, 705, 13, 24, 26, 29, 30, 36), Oprescu Valeria (5594, 617, 19, 24, 29, 44, 48, 604, 66, 81, 83, 88, 729, 30, 35), Pavel Elisabeta (5591, 24, 47, 48, 66, 69, 71, 74, 76—79, 81, 83, 89, 701, 06, 13, 29, 30), Păunescu Gh. (5666, 78, 83, 715—17, 25, 26, 29, 30, 49, 96, 811), Popescu Ernest (5604, 08, 17, 19, 66, 74, 77, 79, 81, 83, 85, 88, 729, 30), Popescu Mihai (5669, 74, 78, 83, 88, 715, 25, 26, 29, 30, 811), Radu Constantin (5658, 76—78, 81, 85, 91, 713, 16, 17, 27, 30, 800, 11), Soare Cristel (5591, 604, 15, 17, 19, 24, 29, 46, 48, 53, 60, 62, 66, 69, 74, 76, 77—79, 83, 85, 89, 703, 05, 08, 13, 15, 26, 27, 30, 33, 45, 46, 53), Soroceanu Lucian (5604, 53, 75, 77, 83, 85, 88, 725, 25, 29, 30, 86, 99, 81), Stan Mircea (5604, 08, 18, 29, 42, 48, 66, 74, 77, 81, 88, 89, 703, 06, 29), Stoica Cornelia (5604. 17, 24, 29, 46, 59, 66, 74, 77, 79, 81, 83, 88, 89, 713, 16, 25, 30), Stoicescu Maria (5666, 69, 74, 76, 78, 79, 81—83, 89, 95, 708, 10, 15, 811), Silaer Silvia (5647—49, 74, 77—79, 88, 701, 06, 10, 16, 17, 37, 45, 66, 77, 86, 96, 802, 11), **Ştefănescu Mihai** (5666, 69, 74, 76—79, 81—83, 88, 89, 91, 92, 701, 06, 10, 13, 14, 24—30, 32, 49, 53, 64, 66, 67, 77, 87, 92, 96, 802), Ştefănescu Viorel (5615, 17, 19, 24, 29, 46—48, 66, 703, 15, 16, 25, 29, 30, 88, 89, 91, 703, 06, 26, 29, 30), Tutea Toma (5629, 47, 48, 53, 77, 83, 85, 88, 89, 706, 15, 99), Ungureanu Andrei (5604, 08, 17, 19, 29, 47, 48, 53, 81, 83, 85, 88, 89, 706, 15, 16, 26, 29, 86, 89), Ungureanu Dan (5591, 604, 17, 19, 24, 29, 46—48, 78, 703, 06, 15, 16, 25, 29, 30, 45, 53), Vasilescu Ion (5713—16, 24—30, 32, 33, 40, 42, 45, 46, 52, 53), Vasilescu Mihai (5594, 604, 10, 22, 24, 29, 44, 45, 47, 65, 69, 79, 81, 91, 729, 30, 35, 45, 65, 74, 86), Vişan Gh. (5676—78, 81, 83, 89, 91, 706, 08, 13, 15, 24, 26, 27, 29), Voicu Gh. (5604, 08, 17, 19, 29, 47, 48, 53, 81, 83, 85, 88, 89, 706, 15, 16, 26, 29, 86, 99), Zara Dan (5594, 604, 19, 24, 29, 44, 45, 47, 65, **69**, 77, 79, 81, 729, 35, 45, 65, 77). Cl. X. Bria Gabriel (5670, 71, 78—80, 83, 88, 701, 29—31), Cristea Maria (5591, 624, 47, 69, 71, 74, 76—79, 81, 83, 89, 701, 06, 13, 29, 30), Daschievici Lucia (5624, 29, 46, 66, 70, 71, 74, 81, 83, 713, 24—26), Dumitrescu Nicolae (5670, 76, 78, 79, 83, 88, 89, 701, 06, 16, 24—26, 30, 31, 53), Ene Elena (5624, 27, 29, 44, 46, 53, 66, 67, 71, 74, 76—79, 81, 83, 88, 720, 26, 29—31, 46), Enescu Sorin (5666—81, 83, 85, 87—91, 93, 95, 97, 99, 701, 02, 04, 06—08, 10—12, 27, 31, 40, 46), Filip Elena (5669—71, 79, 83, 701, 06, 24, 26, 29—31), Herţen Vasile (5569, 624, 29, 46, 47, 53, 70, 71, 76, 79, 81, 701, 13, 26, 28—31), Ionescu Mariana (5624, 29, 46, 66, 71, 74, 78, 81, 710, 13, 24—26), **Ionescu Pavel** (5687, 90, 93, 96, 97, 99, 708, 19, 36, 42, 67—71, 76, 77, 81, 82, 85, 87, 89, 91—96, 99, 800, 02—05, 07—09, 11, 12), **Lampert Magdalena** (5666, 69—71, 74, 76—79, 81, 83, 87—89, 91, 93, 97, 701, 02, 06—08, 10, 13, 15, 16, 20, 24, 25, 27—31, 33, 40, 46, 61, 66), **Leone Filip** (5666, 69—71, 74, 76, 77—79, 81—83, 87—89, 701, 06—08, 10, 13, 16, 20, 24—27, 29—31, 33, 40, 42, 43, 45, 46, 56, 67, 77, 809), Mendel Sorin (5666, 70, 71, 74, 76—79, 81, 83, 87—89, 91), Mihai Vasile (5671, 78, 79, 83, 88, 89, 706, 25, 26, 29—31, 53), Neacşu Ecaterina (5669, 71, 74, 79, 81, 83, 87—89, 701, 08, 27, 28, 42), Nica C. Vasile (5676, 85, 87, 97, 99, 708, 13—20, 23—35, 40, 42, 43, 45—47, 49, 51—56, 58, 59, 61, 63, 71, 76, 77, 80—82, 91—93, 95, 99—802, 04, 07—09, 12, 14—16, 27, 30, 32, 33, 35, 37, 41), **Nicolae Silvia** (5665, 69—71, 74, 76, 79, 81, 85, 87—89, 91, 96, 97, 701, 02, 06—08, 10, 13, 15—20, 29—33, 35, 37, 40—42, 46, 49, 53, 55, 56, 59, 66, 69, 70, 77, 80—82, 93, 95, 99, 804, 09), Niţu Aurica (5624, 29, 46, 66, 70, 71, 74, 76, 79, 81, 87—89, 93, 701, 13, 26, 31), Pavel Aurelian (5666, 69, 72, 76, 78, 83, 89, 701, 24, 25, 33, 87, 96, 805), Popescu Alexandrina (5569, 604, 09, 24, 46, 47, 62, 70, 71, 79, 78, 83, 701, 13, 24, 25, 29—31), Popescu Corneliu (5666, 69—71, 76, 78—81, 83, 88, 89, 701, 06), **Sandu Marin** (5669, 76, 710, 11, 13—18, 20, 24, 26—31, 33, 35, 37, 40—42, 45, 46, 49—51, 55, 56, 59, 62, 66, 69, 71, 77, 80, 82, 85, 95, 809), **Staicu Gh.** (5666, 69, 71, 74—81, 87, 93, 704, 06, 07, 10, 13—15, 20, 24—33, 37, 40, 41, 50, **66**, 77, 89, 95), Tepşoiu Aurel (5666, 70, 71, 74—83, 87—89, 701, 02, 04, 06—08, 10), Vasilescu Adriana (5666, 69—71, 74—81, 83, 87—89, 91, 97, 701, 06—08), Voinea Mircea (5666, 70, 71, 74, 76, 79, 81, 83, 84, 701, 19, 20, 28, 31), Zevedei Ion (5666, 69—71, 74, 76—79, 81—83, 87, 89, 95, 701, 06, 13, 17, 20, 22, 25, 28—31).

Ş.m. 2. Cl. VI. Ciorobea Dana (E: 1953, 54, 59, 63, 68, 73). Cl. VII. Mignea Arminius (E: 1940, 41, 43, 44, 47, 48, 50—56, 58—63, 5624, 44, 46, 47, 66). Cl. VIII. **Andreescu Ion** (E: 1952, 54, 56—58, 61, 66—70, 72—74, 76, 80—

82, 87—89, 5674, 81, 87—89, 706, 13—15, 25—27, 29, 30, 77, 87), Ardeleanu Maria (E: 1952, 54, 57, 58, 65—67, 69, 70—75; 5713, 29, 30), **Bădescu Alexandru** (E: 1964—73, 75—77, 80, 82—84, 86—91, 95: 5713—16, 24, 26, 27, 29, 30, 42, 87, 96, 803), Călin Alexandru (E: 1946, 54, 55, 57, 58, 65, 68, 89; 5624, 27, 82, 83, 87, 88, 701, 08, 15, 27, 35, 44), Cheşa Rodica (E: 1966; 5713—16, 24—27, 29, 30, 36, 53), Constantin Mioara (E: 1926, 34, 39, 41, 48, 67), Dinu Cornel (E: 1941, 46, 48, 50, 52, 58, 61, 62, 65, 66, 68, 82, 90, 95, 97; 5629, 47, 712—16, 26, 27, 29, 30, 830), Dîmboviceanu M. (E: 1975, 90, 92, 95, 96, 98, 99; 5674, 81, 715, 24—26, 30, 44, 77, 87, 92, 96, 99, 814, 18, 21, 30, 34, 46), Florian Aura (E: 1965—67, 69, 82, 85, 87, 88, 95, 96, 99; 5742, 53, 830), Georgescu Aurelia (E: 1926, 34—39, 41, 46, 48, 50, 54; 5591, 629), **Georgescu Marcu** (E: 1952—55, 57, 58, 61, 62, 64, 66—71, 73, 76, 79—85, 87—89; 5666, 69, 74, 78, 81, 83, 87—89, 701, 08, 13, 15, 77), Georgescu Marius (E: 1958, 59, 65, 68, 69, 71, 75—77, 79, 81—83, 87—89; 5669, 83, 88, 706, 87, 92, 96), Mălăescu Maria (E: 1952, 61, 66, 79, 80, 82, 87—89; 5729, 30), Mihalache Maria (E: 1952, 57, 58, 88; 5688, 713—15, 24, 26, 27, 29, 30, 36, 53), Moisescu Ana (E: 1952, 54, 64, 67—69, 73, 75—77, 79—83, 87—90, 92, 95, 96, 99; 5742, 43, 96), Neagoe Adriana (E: 1958, 61, 64, 66, 69, 70, 73, 76, 80—84, 87, 88; 5674, 76, 83, 708, 10, 15, 24—27, 29, 30, 36, 37, 42, 87, 96), Negoiţă Alexandrina (E: 1951, 52, 58; 5706, 13—15, 24—27, 29, 30, 36, 53), **Stan Emil** (E: 1950—73, 75; 5676, 81, 85, 87—89, 91, 706, 13—16, 24—30, 35—37, 42), **Ştefănescu Florica** (E: 1941, 45, 47, 52—57, 59, 61, 62, 66, 67, 70, 79, 82, 87—89; 5669, 76, 78, 81—83, 87—89, 701, 06, 08, 13—15, 24—27, 29, 30, 35, 37), Tănăsescu Mariana (E: 1954, 58, 65, 76, 77, 79—81, 87—89; 6753, 42, 92, 96), Tudor Matilda (E: 1966, 75, 80—82, 87—90, 95, 96, 99; 5715), Ţintă Mircea (E: 1951—55, 59—61, 63, 64, 66—68, 70, 75; 5685, 87, 89, 91, 706, 13—15, 24—26, 29, 44), Vişan Ştefan (E: 1947, 52—59, 61, 63, 65, 5669, 74, 87, 708, 10). Cl. IX. Babonea Paul (E: 1957, 58, 65, 73, 75; 5713—16 25—30, 36), Buzilă C. (5666, 69—71, 74, 76—79, 81, 83, 87—89, 704), Drăgan Radu (5666, 70, 72, 74, 76, 81, 83, 713, 20, 25—31), Negruţi Constanţa (5713, 25—30, 49, 75, 77, 86, 802). Cl. X. **Costescu Ion** (5666, 69, 70, 74, 76, 79, 81, 89, 701, 05, 07, 10, 13, 15, 16, 20, 24—31, 33, 42, 46, 77, 81—83, 86, 91, 92, 95, 96, 99, 802, 04, 07), **Fanache Gafton** (5666, 69, 70, 74, 76—79, 81, 83, 88, 89, 701, 06, 07, 10, 13, 15, 20, 24, 26, 27, 29, 30, 40), Iancu Ion (5666, 70, 74, 76, 77, 81, 83, 713, 27, 29—31), Mihai C. (5720, 24—26, 29—31, 33, 77, 80—82, 86, 95, 802, 09), **Radu Vasile** (5666, 76, 79, 81, 83, 85, 87—89, 85, 87—89, 91, 94, 95, 702—06, 08, 10, 30, 713, 17, 24—29, 33, 35—37, 42, 45, 48, 49, 53, 61, 62, 66), Stoica Nicolae (5669, 74, 76, 79, 713, 27, 30, 33, 81, 86, 91, 802).

Ş.m. 3. Cl. VI. Popescu Cornelia (E: 1953, 55, 64, 66, 67, 70, 73), Ţeghel Vasile (E: 1953—56, 59—61, 63, 64, 7, 68, 71, 79, 86). Cl. VIII. Iscru Liliana (E: 1966, 73, 77, 79, 82, 87, 5674, 713, 26, 29, 30, 62), Ivanovici Elena (E: 1976, 77, 79—84, 86—89), Pîrlătescu Grigore (E: 1958, 68, 73, 76, 79—82, 87, 88; 5796). Cl. IX. Brenner Paul (5669, 74, 78, 81, 85, 88, 89, 701, 05, 06, 10, 15, 24, 26, 87, 811). Cl. X. Profeta Lazăr (5685, 710, 13, 15, 20, 24, 25, 28, 31, 33, 37, 86).

Ş.m. 4. Cl. V. Grigore Rodica (E: 1967, 68, 70, 81, 82, 84, 86). Cl. IX. Sachelarie Dan (E: 1954, 58, 59, 68, 73, 80, 87—89, 5689, 715, 25, 26, 29). Cl. X. **Corcalciuc Valentin** (5434, 41, 48, 55, 63, 75, 521, 49, 56, 90, 93—95, 601, 11, 12, 14, 33, 51, 54, 57, 59, 71, 89, 94, 95, 700, 07, 16, 28, 39—42, 51—53, 66, 68—70, 77, 80—82, 87, 89, 91, 92, 94—696, 99, 802, 09), **Florea Florin** (5666, 69, 70, 74, 77, 78, 81—83, 87—89, 91, 701, 05, 13, 20, 24—26, 28—31, 33, 36, 37, 39, 44, 46, 49, 53, 77, 81, 87, 89, 94, 96, 802, 11), Neagu Vasile (5666, 69, 70, 76, 78, 81, 83, 87—89, 701, 29—31), **Papuc Ilie** (5662, 65, 66, 69, 70, 74, 76—78, 81—83, 87—89, 91, 701, 05, 06, 13, 15, 20, 24—31, 33, 36, 37, 39, 44, 46, 81, 86, 95, 811), Pavelescu Vasile (5671, 77, 87, 746, 77, 80—82, 86, 92, 95). Cl. XI. **Nicolae Dumitru** (5674, 76, 79, 81, 82, 87, 89, 93, 701, 05—08, 10, 13, 15—17, 19, 24—29, 33, 35—37, 39, 40, 42, 80, 81, 84, 86, 92, 95, 99, 802, 07, 11).

Ş.m. 5. Cl. VIII. Bădulescu Maria (E: 1943, 52, 55, 58, 63, 65, 80—82, 87, 88, 5624, 29, 74, 83, 706).

Şc. 8 ani nr. 4 Cl. VI. Brenner M. (E: 1953—55, 60—62, 67, 68, 70, 81). Cl. VII. Georgescu Cecilia (E: 1953, 55, 57, 58, 61, 62, 64, 67—69; 5678).

Şc. de 8 ani nr. 12. Cl. VI. Stănescu Daniela (E: 1941, 48, 50, 55, 61, 67, 73). Cl. VII. Secreţeanu Sanda (E: 1953,

63, 68, 70, 81, 83). Grupul şcolar profesional an II. Voinea Gh. (E: 1951, 52 69, 72, 73, 76, 79, 80, 82, 83; 5730, 33).

POBARU. Şc. 8 ani. Cl. VI. Glodeanu Victoria (E: 1907, 09, 11, 12, 14, 18, 20, 22, 26, 32).

POGOANELE. Cl. X. Dumitrescu C. (5666, 76, 79, 81, 89, 701, 20, 24, 31, 40, 42).

POIANA MARE. Ş.m. Cl. X. Pasă Marcel (5669—71, 74, 78, 83, 88, 89, 701, 03, 20, 26, 31, 46).

PREDEAL. Ş.m. Cl. VIII. Voinescu D. (E: 1940, 43, 52—58, 60, 61, 68, 69; 5688).

PINCOTA. Ş.m. Cl. VIII. Chebeleu Petru (E: 1964, 66, 68, 71, 73, 76, 81—83, 85).

PUCIOASA. Ş.m.m. Cl. VIII. **Aldea Ioan** (E: 1951—54, 57, 58, 61, 66, 68, 67, 73, 75, 76, 79—83, 87—89; 5666, 68, 69, 74, 81, 701, 06, 13—15, 17, 24, 25, 29, 30, 35, 37, 40, 87, 93), Bălescu Grigore (E: 1950, 58, 61, 66—68, 70, 73, 74, 76, 79—90, 93, 99, 5669, 701, 06, 10, 13, 24, 25, 27—30, 42, 814, 26, 27, 28, 37, 48), Comşoiu Mihai (E: 1951, 53, 54, 58, 69, 72, 73, 76, 80—83, 88, 89; 5569, 74, 81, 701, 06, 10, 13. 29, 30, 77), Necşoiu Ion (E: 1952, 61, 62, 76, 80—83, 85, 89; 5688, 89, 729, 30), Stoica Cecilia (E: 1951, 52, 54, 56, 58, 59, 61; 5676, 78, 81, 83, 89, 88, 701), **Tircă Mihai** (E: 1951, 53, 55, 56, 63, 66—70, 73, 75, 80—83, 87—89; 5666, 69, 74, 701, 13—15, 17, 24—26, 28—30, 40, 49, 92), **Vasilescu Nicolae** (E: 1952, 55, 58, 59, 61, 65, 66, 68, 73, 75—77, 79, 80, 82, 84, 87—89, 5669, 74, 76, 81, 88, 89, 701, 10, 13—15, 25, 26, 29, 30, 35, 37, 53, 77). Cl. IX. **Aron C.** (5607, 58, 60, 66, 69, 73—79, 81, 83, 88, 89, 91, 701, 06, 08, 10, 13—16, 24—26, 28, 29—33, 36, 40, 45, 50, 71, 77, 79, 86, 87, 92, 802, 08), Ciocău Maria (5669, 77, 78, 81, 83, 89, 701, 06, 10, 13, 16, 26, 27, 29, 30, 73), Diaconu Eugenia (5669, 69, 74, 76—78, 88, 89, 701, 06, 08, 10, 13, 25, 27, 29, 30), Marcu Const. (5659, 65, 69, 77, 78, 83, 88, 701, 06, 13, 24—26, 29, 30, 73, 76, 87, 802), Negulescu Liviu (5609, 47, 66, 69, 71, 77—79, 71, 88, 89, 701, 06, 10, 13, 16, 25—27, 29, 30, 49), Stoica Gh. (5643, 77, 83, 706, 13, 24, 25, 40, 53, 86, 93, 802), Vasilescu Ion (5669, 88, 89, 701, 10, 13, 29, 30, 35, 37, 53, 93), Vasilescu Maria (5625, 29, 44, 46, 47, 52, 77, 78, 83, 88, 729, 30), Zegheru Gh. (5666, 69, 74, 77—79, 81, 83, 88, 91, 701, 06, 10, 13—17, 24—30, 35—37, 40, 49, 53, 69, 86, 87, 92, 700, 02, 08). Cl. X. Marina Viorel (5713, 15, 20, 24—27, 29—31, 42, 80—82, 86, 91, 99), Ruxăndoiu Aurel (5666, 69, 71, 74—81, 83, 88, 89, 91, 701, 04, 06, 08), **Spătaru Aurel** (5685, 87—89, 91, 95, 97, 701, 02, 04—07, 10, 13—20, 24—33, 35—37, 40, 42, 43, 46, 49). Cl. XI. **Popa Alexandru** (5624—26, 29, 31, 33, 39—41, 44, 46, 47, 52, 54, 57, 62, 70, 71, 74, 76—83, 88, 89, 92, 701, 10, 22, 27, 29—31, 35, 36, 51, 53), Rîmbu Revişoara (5636, 37, 53, 61, 67, 68, 72, 75, 89, 716, 21, 22, 34, 42, 53).

RĂCARI. Ş.m.m. Cl. XI. Burchilă Const. (5668, 73, 75, 88, 721, 28, 31, 34).

RĂDAUŢI. Ş.m.m. Cl. IX. Weinstein Jack (5671, 85, 87, 91, 97, 704, 06, 11, 14, 15, 17, 32, 36, 37, 42, 45, 46, 66, 68, 80, 81, 86, 87, 91, 96, 99, 802, 11).

REŞIŢA. Ş.m. Cl. X. Orza Gh. (5666, 76—79, 81, 83, 88, 89, 706, 13, 20, 24—26).

ROMAN. Ş.m.m. Cl. VIII. Smit Petru (E: 1952—55, 57—59, 61, 66, 68, 69, 72, 73, 76, 80, 83, 88, 96, 97, 99; 5624, 27, 706, 13, 15, 24—26, 29, 30, 818, 30). Cl. X. Niculescu Marius (5674, 77, 81, 83, 85, 88, 89, 95, 701, 05, 06, 10). **Absolvent Niculescu G. G.** (5713—17, 20, 24—27, 29—31, 36, 40, 46, 47, 49, 51, 53, 56, 58, 66—71, 75, 76, 80—82, 91, 95, 99, 801, 02, 04, 07, 09, 12, 26—28, 30, 32, 35, 38, 40, P).

ROŞIORII DE VEDE. Ş.m. Cl. VIII. Blaţ Ilarie (E: 1957, 58, 61, 73; 5688, 89, 726, 27, 29, 42, 53, 30), Bleau Gh. (E: 1943, 45, 52, 53, 55—59, 68, 69; 5685, 88, 706), Buzea Dobra (E: 1955—58, 60—63, 65—67, 69—73, 75—76, 79—83, 87, 88; 5674, 81, 87—89; 706, 35, 44, 45, 87, 92), Leucovici Radu (E: 1955, 58, 61, 73, 80, 82, 88), Nicolae Maria (E: 1956, 62, 65, 67—75, 76, 80—83, 88, 89, 5706, 13, 15, 25, 29, 30, 37, 96), Săndulescu Ion (E: 1965—70, 81, 83, 85, 706, 13, 85, 706, 13, 24, 26, 27), Cl. X. Neacşu Alex. (5666, 69—71, 76, 78, 83, 88, 89, 701), Popescu Aurel (5666, 70, 74, 76, 77, 79, 81, 83, 88, 89, 701, 05, 06).

RUPEA Ş.m. Cl. VI. Czako H. (E: 1945, 55, 56, 61, 70, 82, 87, 90, 95), Serachitopol Dan (E: 1967, 78, 70, 71, 73, 76, 81—84, 86, 89). Cl. VIII. Boldea Nicolae (E: 1953, 60, 64, 67, 70—73, 81—83; 5725, 29, 30), Noaghiu Ion (E: 1952—56, 58, 67, 71, 76, 79, 81—83), Vlad Ion (E: 1953, 61, 63, 67, 70, 71, 81—83; 5724—26, 29, 30). Cl. IX. Drăconescu Nicolae (5588, 98, 610, 11, 15, 17, 19, 21, 29, 38, 44—53), Cl. X. **Munteanu Carin** (5588, 601, 17, 24, 27, 37, 38, 50, 51, 55, 57, 58, 6, 68, 70, 75, 96,

702, 04, 07, 10, 13, 15, 26, 27, 29—32, 36, 39, 42, 43, 45, 46, 49, 53, 60, 64, 67, 70, 75, 77, 81, 82, 90, 92, 93, 96, 98, 802, 26, 27, 41), Diaconescu Tatiana (5588, 91, 604, 19, 24, 25, 29, 46, 52, 78, 83, 88).

RÎMNICU SĂRAT. Ş.m. Cl. VIII. Vraciu Const. (E: 1951—61, 66, 69, 70, 72, 75; 5685, 88, 89, 91, 706, 13—15). Cl. X. Fănică Mircea (5666, 69, 74, 76—79, 81, 83, 89, 701, 06, 20, 24), Manolache Ion (5666, 70, 74, 78, 81, 83, 87—89, 91, 701, 06, 10, 13, 15, 16, 20, 24—26, 29—31, 40, 46, 69, 80, 81, 86, 91, 92, 95, 96, 802, 09), Tănăsescu Horaţiu (5669, 77, 81, 701, 06, 10, 13, 25, 26, 29—31, 46, 66).

RÎMNICU VÎLCEA. Ş.m. Cl. VIII. Buricea Mihai (E: 1953, 56, 61—63, 59, 76, 79—84, 86—89; 5687, 91, 727), Voinescu Dumitru (E: 1966, 72, 73, 75, 80, 83, 87, 88, 90, 95—97, 99, 706, 26, 29, 30, 92, 96, 830). Cl. IX. Droşcă Bogdan (5685, 89, 91, 95, 706, 13, 15, 25, 29, 30, 37, 45, 71, 87, Ghelmez Florentina (5695, 716, 17, 25—26, 29, 30, 37, 77, 92, 811). Cl. X. Badea Cristian (5638, 66, 70, 88, 89, 720, 29, 31, 33, 40, 46, 51, 58), Floreim Mircea (5713, 20, 25, 26, 28, 31, 33, 40—42, 46, 51, 53, 58), Podgurschi Constantin (5671, 74, 76, 77—79, 81, 83, 85, 88, 89, 91, 97, 701, 02, 05—07, 10, 13—20, 24—33, 37, 40—43, 46, 51—53, 58). **Răduţ Monica** (5666, 69—71, 74, 76, 77—79, 81, 83, 85, 88, 89, 91, 97, 701, 02, 05—07, 10, 13—20, 24—33, 37, 40—43, 46, 51—53, 58). Tigmeanu Ion (5713, 15—17, 24, 27, 29, 30, 45, 53, 56, 64, 66). Cl. XI. Beldiman Aurel (5713, 16, 18—20, 25, 28—31, 33, 36, 40—43, 46, 51, 53, 58), Grigorescu Ion (5666, 69, 71, 74—79, 81, 83, 85, 88, 89, 91, 95, 701, 03, 05, 06, 13—16, 18, 20, 23—33), Ivanov Mihai (5666, 73—78, 88, 701, 06, 13, 20, 25, 28—31, 33, 40, 46), Marjan Dorina (5666, 70, 71, 76—79, 81, 83, 88, 701, 06, 15, 24, 28—31, 33, 53), Sandu Mihai (5666, 73, 75, 76, 78, 81, 88, 706, 18—20, 25, 28—31, 33, 40, 46, 51, 58).

Absolvent Tănase Ilie (5739, 40, 42, 43, 45, 46, 53, 77—82, 86, 90, 91, 95 96, 99, 802).

SLATINA. Ş.m. Cl. X. Popescu E. Mihai (5713, 16, 20, 24—26, 29—33, 35, 37, 40, 41, 43, 46, 50, 56, 58—60, 66—70, 75—77, 80—82, 91, 93, 95, 96, 99—802, 04, 09, 19, 26, 27, 32, 33, 36, 38, 41, 46, 49, P).

TIRGU CĂRBUNEŞTI (Oltenia). Ş.m. Cl. IX. Popescu Nicolae (5676, 79, 81, 89, 706, 13, 15, 20, 24—26, 28—31, 33, 39, 53). Cl. X. Bularda Justin (5609, 12, 66, 69, 74, 77—79, 81, 83, 85, 88, 89, 91, 701, 06). Cl. XI. Mutu Dumitru (5591, 604, 17, 19, 24, 29, 46, 53, 60, 62, 69, 74, 77, 79, 83, 88, 705, 06).

TG. JIU. Ş.m. 1. Cl. VIII. Baroş Ion (E: 1917, 18, 20, 22, 26, 29, 39—41, 44—48, 51, 53, 58, 61, 66, 69, 72, 73, 79, 81—83, 87, 88, 5604, 29, 88, 89, 706, 26, 29, 30), **Bănică Marian** (E: 1926—31, 35, 37, 39—41, 43—48, 50—56, 59, 60, 63, 64, 66—68, 70, 73, 5591, 604, 08, 29, 46—48, 88, 89, 713, 15, 16,24—26, 28—39, 42), **Bratu Traian** (E: 1926, 34, 36, 39, 41, 43, 46—48, 50—52, 55, 58, 61, 64, 66, 68, 70, 71, 79—82, 84, 85, 87, 88, 90, 92, 93, 96, 99, 5591, 604, 29, 69, 76, 88, 89, 713, 15, 24, 26, 29, 30, 33, 814, 18), Burlan Tatiana (E: 1943—47, 55, 61—63, 5688), Buse Florim (E: 1926, 28, 31, 34, 36, 38, 46, 48, 50, 57, 58, 61, 5591, 604, 29, 47, 89, 91), Curcanu Gh. (E: 1926, 28, 30, 36, 39, 46—48, 50, 55. 56, 58, 61, 5591, 629, 88), Duncea Florin (E: 1926, 35, 39, 41, 48, 50, 52, 55, 57, 58, 61, 63), Maroth Răzvan (E: 1952, 54—56, 58, 66, 76, 80—82, 87, 88), **Mălăianu Emil** (E: 1926, 29, 31, 32, 36, 39, 40, 45, 46, 48, 50, 57, 58, 61, 65, 66, 68, 69, 75; 5591, 629, 46, 78, 87, 89, 701, 06, 10, 13, 15, 29, 30), Mălăescu Constanţa (E: 1948, 50, 52, 55; 5591, 604, 29, 46, 88, 89, 706).

Ş.m. 2. Cl. VIII. Cîrciu Nicolae (E: 1964, 69, 73, 81, 83, 84, 86—88), Cîrstoiu Florin (E: 1919, 22, 24, 26, 34, 41, 46, 48, 50, 52, 53, 55, 58, 61, 76, 80—83, 88; 5559, 91, 604, 29, 46—48, 88, 713—15, 24), **Pestroiu Daniel** (E: 1951—58, 61, 63—73, 75; 5669, 74, 76, 78, 81, 83, 85, 87—89, 91, 701, 06, 08, 10, 13—15, 25—27, 29, 30, 36, 40, 46, 53), Petrescu Constantin (E: 1964, 66, 69, 70, 73, 75, 79, 80, 82, 87—89; 5729, 30, 87, 96). Cl. X. Pestroiu Petruţa (5591, 604, 15, 24, 29, 44, 46, 47, 58, 78, 88, 701, 06, 08). **Ş.m. 2.** Cl. X. Rădoiu Gh. (5720, 24, 29—31, 35, 46, 80, 86, 95, 96, 99, 802, 11). **Văcaru Vasile** (5541—44, 50, 52, 53, 60, 2, 667, 73, 88, 90, 91, 600, 04, 24, 29, 3044, 46, 47, 50—52, 54, 56, 60, 65, 69—71, 73—75, 77, 78, 82, 83, 87—89, 95, 701, 04—08, 10, 13, 20, 24, 25, 27, 29—31, 35, 39, 40, 42, 44, 46, 51, 58, 61, 67, 80, 84, 86, 92, 96, 99, 802, 04, 05), Nanu Maria (E: 1926, 35, 36, 41, 45—48, 50, 55, 61; 5629), Perciun Paul (E: 1926—28, 30, 31, 35, 36, 38, 40, 41, 44, 46), **Pestroiu Daniel** (E: 1915, 17—22, 24—27, 29—32, 34—

37, 39—41, 43, 45—48, 50; 5551, 56, 91, 604, 24, 29, 44, 46, 47), Raita Rodica (E: 1948, 50, 52, 55, 58, 5591, 604, 29, 46, 88, 89, 706), Sălăgean Ion (E: 1926, 28, 36, 46, 48, 50, 55, 56, 58, 61; 5629, 88), Udroiu Ilie (E: 1926, 28, 31, 36, 47, 48, 50, 54, 58, 5629, 88), Vlădoiu Antoneta (E: 1926, 34, 41, 46, 48, 50, 51, 53, 55, 58, 61—63, 5591, 604, 29, 89). Cl. IX. **Isac Horaţiu** (E: 1930—32, 36, 46, 57, 58, 5590, 91, 93, 94, 600, 04, 12, 13, 15, 17, 19, 22, 29, 30, 46, 66, 69, 74, 76, 79, 81, 89, 91, 93, 98, 701, 04, 06, 10, 13, 15, 16, 24—31, 40, 42, 46, 53).

Şc. medie nr. 2 Cl. VIII. Golumbovici Dan (E: 1943, 45—48, 50—53, 58, 61, 63, 66, 70, 72, 73; 5629, 46, 88), Cl. X. Botea Ion (5566, 90, 624, 59, 70, 71, 74, 77, 78, 80, 83, 88, 89, 701, 07), **Salapa Vasile** (5566—90, 91, 609, 11, 15, 17, 19, 21, 24, 29, 43, 44, 46, 47, 50, 51, 59, 60, 65, 66, 70, 71, 74, 83, 88, 89, 701, 04, 06, 07, 10), Cl. XI. **Ceapă Alex.** (5550, 59, 61, 65—68, 70, 73, 74, 80, 84, 91, 600, 02, 04, 12, 13, 15—22, 29, 39, 46, 66, 67, 71—83, 88, **Crăciunescu Ion** (5550, 61, 65, 68, 73, 81, 84, 91, 600, 04, 12, 13, 29, 39, 41, 46). **Gelepu Eugen** (5602, 12, 17—19, 29, 37, 39, 41, 46, 52, 58, 69, 71, 73, 78—80, 82, 83, 88, 89, 701), **Ionescu Vladimir** (5552, 50, 52, 62, 65, 66, 68, 84—94, 601, 02, 12, 13, 15—19, 29, 37, 38, 41, 52, 55, 58), **Păsăreanu Dan** (5588, 91, 94, 601, 02, 09, 12, 13, 15, 17—19, 21, 22, 24, 29, 31, 35; 37—39, 41, 44—48, 50—52, 58—60, 65—83, 88, 89, 92, 701, 03, 06—08), **Popescu Gh.** (5541, 42, 48, 50—53, 56, 58—62, 65—71, 76, 76—78, 81—86, 91, 97, 604, 08, 15—21, 24, 29, 39, 41, 44, 46, 69, 70, 73—75), **Stamatoiu Ion** (5624, 29, 31, 35, 38, 39, 41, 44, 46, 46, 47, 58—60, 67, 68, 71, 73, 75—79, 701, 06—08, 82, 83, 88, 92).

TÎRGU LAPUŞ. Ş.m. Cl. VIII. Filip Ion E: 1918, 20—22, 26, 30, 34, 36, 37, 39, 46, 48—50, 5591, 604, 29, 49), Hurducaş Iuliu (E: 1918, 22, 23, 34, 36, 38, 46, 48, 50; 5629, 46), Jonaş Vasile (E: 1918, 22, 26, 29, 30, 32, 34—36, 39, 41, 43, 45, 46, 48, 50—53, 55, 57, 58, 61, 63, 73, 76, 81, 82; 5591, 604, 29, 44, 46, 47, 88, 89, 753), Kerekeş Iosif (E: 1968, 69, 73, 75, 76, 81—83, 90, 95—97; 5713, 96, 814), Leşe Maria (E: 1918, 20, 30, 34, 36, 44, 46, 48, 50; 5591, 604, 08, 29, 46), Medves Ervin (E: 1920, 22, 26, 34, 36, 37, 39, 48, 50; 5591, 604, 08, 44), Mîţ Viorel (E: 1926, 30, 32, 34, 36, 37, 39, 44, 46, 48, 50; 5591, 604, 08, 08, 24, 29, 44, 48), Murelan Roman (E: 1918, 20, 22, 26, 28, 36, 37, 39, 5559, 604, 08, 24, 44, 49), Nyegrai Ştefan (E: 1918, 22, 26, 34, 36, 37, 39, 50, 5591, 604, 08, 29, 44), Paşca Victor (E: 1920, 22, 26, 28, 36, 37, 39, 48; 5591, 604, 08, 29, 44), Santa Călina (E: 1918, 20, 26, 30, 36, 46, 48, 50, 5604, 29, 46), Tuns Ion (E: 1918, 20, 26, 30, 36, 37, 39, 46, 48, 50, 5604, 29, 47), Cl. IX Dragomir Dana (5544, 51, 52, 91, 617, 24, 29, 44, 46, 47, 53, 65), Filip Dionisie (5545, 52, 91, 604, 17, 24, 29, 44, 46, 47, 53, 60), Greble Gavril (5591, 604, 24, 29, 44, 46, 47, 53, 77, 79, 89, 95, 706). Hodor Ioan (5591, 604, 24, 29, 44, 46, 47, 53, 60, 74, 77, 88), Latiş Ion (5634, 29, 44, 46—48, 53, 62, 74, 76, 77, 81, 88, 89), Latiş Suzana (5544, 51, 52, 91, 617, 24, 29, 44, 46, 47, 53, 65), Mitelman Zoltan (5591, 604, 24, 29, 44, 46, 47, 53, 74, 76, 77, 88, 89), Pop Victor (5544, 91, 604, 24, 29, 44, 47, 77, 79, 88, 706), Sraum Adalbert (5545, 52, 90, 604, 17, 24, 29, 44, 46, 47, 53, 60), Suciu Gavril (5591, 604, 24, 29, 47, 53, 64, 74, 77, 88, 89, 95, 701, 06), Samuil Iacob (5544, 51, 52, 66, 91), 604, 24, 29, 44, 46, 47, 65), Toma Nicolae (5544, 51, 52, 66, 91, 604, 29, 44, 46, 47, 65), Cl. X. Bălănescu Felicia (5544, 51, 59, 64, 66, 69, 91, 604, 12, 24, 29, 44, 52, 56, 62, 65), Corui Ion (5591, 08, 09, 12, 24, 29, 44, 46, 47, 52, 62, 65), **Cosma Constantin** (5666, 69—71, 74, 76—79, 81, 83, 88, 89, 91, 96, 700, 01, 05, 06, 13—16, 18, 20, 24—26, 27—33, 36, 36, 39, 40, 70, 80), Cupşa Radu (5541, 44, 51, 60, 66, 67, 91, 604, 09, 24, 29, 44, 46, 52), Dromereschi Roman (5591, 604, 08, 09, 12, 24, 29, 44, 46, 47, 52, 62, 65), Flore Ion (5588, 604, 06, 08, 09, 12, 15, 19, 21, 24, 29, 44—48, 51, 52, 56, 59, 62, 65, 66, 74, 77—79, 81, 83, 88, 89, 95, 701, 05, 06, 10), Grosman Iacob (5541, 44, 51, 91, 604, 08, 09, 12, 24, 29, 44, 46, 47, 52), Mureşan Dorin (5541, 44, 51, 59, 64, 66, 91, 604, 08, 09, 15, 21, 24, 29, 44, 46, 47, 52, 59, 62, 65, 66, 76—78, 81, 83, 88, 89, 701, 06, 29—31), Nechita Ioan (5541, 44, 60, 66, 67, 91, 604, 09, 12, 24, 29, 44, 46, 47, 57), Nichita Alex. (5591, 604, 08, 09, 12, 24, 29, 44, 46, 47, 52, 62, 65), Perţa Zachei (5541, 44, 51, 91, 604, 08, 09, 12, 24, 29, 44, 46—48, 52), **Tunsu Aurel** (5541, 44, 51, 59, 66, 67, 91, 604, 08, 09, 12, 15, 21, 24, 29, 44, 46, 47, 52, 56, 59, 62, 65, 66, 76—79, 83, 88, 89, 701, 05, 06, 16, 24—26, 28—31, 33). Cl. XI. Fercuţ Viorica (5542, 45, 52, 56, 61, 65—67, 74, 84, 91, 617, 20, 39, 56, 68—70, 73—76, 78, 80, 82, 83, 89),

Filip Olga (5542, 45, 52, 56, 61, 65—67, 74, 84, 91, 604, 12, 13 18—20, 23, 24, 29, 38, 41, 44, 46, 71, 73—75, 77, 78, 82, 83, 88, 89, 701, 06), **Leşe Ioan** (5552, 56, 65—67, 91, 602, 13, 18, 29, 41, 46), **Pintea Zachei** (5591, 608, 12, 13, 15, 17, 18, 24, 29, 38, 39, 41, 44, 47, 48, 52, 59, 60, 62, 64—66, 69, 70, 73—78), **Pop Mihai** (5542, 45, 52, 84, 91, 604, 13, 29, 38, 39, 41, 46, 47), **Sas Alex.** (5542, 45, 52, 84, 91, 604, 13, 29, 38, 39, 41, 46, 53).

Ş.m. Cl. VIII. **Kerekeş Iosif** (E: 1968, 69, 73, 75, 76, 81—83, 90, 95—97; 5713, 96, 814).

TÎRGU MUREŞ. Ş.m. Cl. VI. **Vamoş Vasile** (E: 1947, 56, 59, 60, 62—64, 67, 68, 70, 71, 76, 79, 81—83, 86, 90, 91, 98), Cl. VII. **Simonovici Igor** (E: 1964, 67, 68, 70, 73, 76, 79, 81—84, 86), Cl. IX **Csupor Ludovic** (5713—16, 24—27, 29, 30, 35, 53), **Gersch Egon** (5624, 25, 27, 29, 33, 39, 41, 46, 47, 53, 56, 60, 65, 66, 68, 69, 73, 74, 76, 77, 79, 81—83, 88, 89, 91, 701, 06, 10, 13—17, 24—27, 29, 30, 37, 45, 46), **Weisz Otto** (5713, 15—17, 24—26, 29, 30, 36, 46, 53), Cl. X. **Cristelecan Mihai** (5697, 701, 13, 15, 16, 18—20, 24, 26—33, 40, 41, 45, 46, 49, 51—53, 58, 61, 66).

TÎRGU NEAMŢ. Ş.m. Cl. X **Gross Matia** (5666, 70, 71, 74, 76, 79, 81, 82, 88, 701, 20, 31), **Mor Rodica** (5668—71, 74, 79, 81, 88, 89, 701, 20, 31), **Rosensveig Bruha** (5666, 70, 71, 74, 76, 79, 81, 82, 88, 701, 20, 21), **Ticu Flerica** (5666, 70, 71, 74, 76, 79, 81, 82, 88, 701, 20, 31).

TÎRNĂVENI. Ş.m. Cl. VIII. **Havirneanu Rodica** (E: 1966, 69, 73; 5713, 24, 29, 30), **Herman Ervin** (E: 1957, 66, 69, 76, 82; 57, 24, 87), **Szabo Carol** (E: 1942, 46, 48, 50, 52, 54, 57, 58), Cl. IX **Arsin Mircea** (5669, 74, 706, 42, 75, 76, 80, 81, 86, 92, 99, 811), Cl. X **Chiuciuşan Ion** (5629, 44, 46, 48, 50—52, 60, 62, 65, 66, 69, 74, 76—79, 81, 83, 88, 89, 91, 701, 05, 06), **Mătieş Mihai** (5606, 13, 15, 66, 69, 70, 74—79, 81—83, 88, 89, 95, 701, 05, 06, 08, 10, 13, 24—26, 29—31, 33, 45, 53, 77, 80—82, 86, 94, 804), **Oancea Georgeta** (5669—71, 720, 24, 25, 29—31, 33, 81, 82), Cl. XI **Stan Ion** (5666, 80, 715, 21, 22, 25, 29—31, 33, 40, 53, 77, 99, 802, 09).

TÎRGU OCNA. Ş.m. Cl. X **Săpunaru Ştefan** (5591, 98, 604, 15, 24, 29, 46, 66, 78, 81, 83, 88, 89, 701).

TURNU MĂGURELE. Ş.m. Cl. VIII. **Ştefănescu Doru** (E: 1952, 57, 58, 61, 65, 68, 09, 72, 88; 5687, 88, 713, 20, 30, 53), Cl. X **Cazangiu Mihai** (5715, 20, 24, 28, 30, 39, 45, 80, 87, 804, 11, 14, 16, 18, 19, 21, 26, 30, 45), **Cortun Gh.** (5713—20, 23—33, 35—37, 39—42, 44—46, 51, 53, 63, 66, 77, 80—82, 87, 91, 95), **Ştefan Elena** (5666, 70, 71, 74, 76, 78, 79, 81, 83, 89, 701, 05, 13, 15, 27, 28, 31, 33, 77, 80, 82, 94), **Vistig Iulius** (5666, 69—71, 74, 78, 79, 81, 83, 87—89, 91, 701, 06, 10, 13—17, 20, 24—31, 33, 35, 37, 39, 40, 42, 45, 53, 77, 80—82), Cl. XI **Predescu Corneliu** (5591, 624, 29, 37—39, 41, 43, 44, 46—48, 52—62).

TURNU SEVERIN Ş.m. nr. 1. Cl. VIII. **Anghelescu Cristina** (E: 1953, 55, 57—59, 61, 68, 69, 73, 76, 82, 5706, 87), **Armulescu Dumitru** (E: 1957, 62, 66, 68—70, 73, 75, 76, 80—84, 87, 88, 5688, 706, 787, 96), **Bobaia Felician** (E: 1966—69, 71, 72, 75, 76, 79—84, 86—88, 90, 92, 95—97, 5713—15, 24—26, 29, 30, 53, 814, 30), **Bosoancă Rodica** (E: 1951, 57, 58, 61, 76, 80, 82, 83, 87, 88, 5674, 706, 13, 29, 60, 87, 96), **Broşteanu Teodor** (E: 1964—88, 91, 92, 94—99, 5724, 29, 42, 53, 87, 96, 814, 18, 21, 30, 46), **Cartianu Ion** (E: 1964, 67, 69—72, 75, 76, 79—84, 86—89, 5679, 713, 35, 42, 44, 53, 77, 87, 92, 95, 96, 803, 04), **Cioabă Dumitru** (E: 1964, 66, 67, 73, 76, 82, 87, 88, 5688, 713, 25), **Clenciu Mioara** (E: 1955, 57, 58, 66, 68, 81, 85, 88, 89, 5688, 710, 30, 53), **Cocoş Mariana** (E: 1955, 67, 69, 73, 80, 82, 83, 88, 89, 5674, 76, 85, 88, 50, 53, 77), **Crîngoiu Lori** (E: 1954, 55, 57, 58, 66, 73, 82, 5683, 88, 89), **Foartă M.** (E: 1952, 53, 64, 66, 68—70, 79, 86, 5674, 76, 85, 88, 725, 26, 29, 30, 53), **Ghinea Mihaela** (81—83, 76, 88, 5753, 85, 96; E: 1967, 68, 70, 73, 75), **Isuf Moise** (E: 1952, 56, 58, 68, 72, 73, 76, 79—84, 88, 5676, 89, 713, 26, 29, 30, 87), **Leonescu Ştefan** (E: 1952, 54, 55, 59, 61, 66, 75, 76, 80, 87, 88, 5753), **Pană Nicolae** (E: 1953, 54, 64, 66—76, 79—83, 87, 88, 5669, 74, 89, 713—15, 24—31, 33, 53, 77, 87), **Sioica Maria** (E: 1951, 52, 54, 57, 58, 61, 65, 66, 73, 82, 87, 5669, 74, 81, 88, 89), **Teodorescu Călin** (E: 1966, 69, 73, 75, 76, 79, 80—82, 87—90, 99, 5753, 87, 96), **Trifu Nicolae** (E: 1966, 67, 70, 72, 73, 76, 79—83, 85, 5674, 89, 713—15, 25, 26, 29, 30, 77, 87, 92, 96), **Vişan Ion** (E: 1954, 64, 66—76, 79—89, 5681, 88, 701, 13—15, 24, 26, 29, 30, 33, 36, 37, 77, 87, 92, 96), Cl. IX **Jiplea Nicolae** (5669, 74, 87, 88), absolvent **Ceau Gh.** (5666, 67, 69, 72, 74, 75, 78, 80—83), Cl. X **Buruiană Vasile** (5666, 70, 74, 77, 78, 81, 83, 88, 701, 13 27, 29—31), **Iseru Elena** (5652, 70, 71, 75, 78, 83, 89,

701, 13, 16, 20, 25—31, 33, 37, 40, 51, 53, 70, 77, 80), Nae Tudor (5666, 69—71, 74, 76—80, 82, 83, 87—89, 91, 95, 96, 701, 06, 07, 10, 13, 16, 19, 20, 24—31, 37, 39—42, 44, 46 51, 53), Stanciu Nicolae (5666, 69—71, 74, 76—79, 81, 83, 88, 89, 701, 05—07), Vasiluță Iuliana (5669—71, 74, 88, 701, 06, 07, 16, 19, 20, 27, 31, 69, 77, 80—82, 95, 99), Cl. XI Tudor Nicolae (5768—70, 77, 80, 81, 87, 91, 95, 99, 804, 09).

Ș.m. 1. Cl. X. **Popescu Eleodor** (5666, 69, 74, 76, 77, 79, 81, 85, 88, 89, 91, 701, 06, 10, 13—17 23—33, 35—37, 40, 42, 45, 46, 49, 53, 56, 58, 62, 64, 66—69, 71, 75—77, 87, 91—93, 95, 96, 99, 800—02, 04, 09, 12).

Ș.m. 2. Cl. V. Pîrligras Doru (E: 1943, 48, 50, 55, 56, 60), Cl. VII Gărgălie Silvestru (E: 1953, 55—57, 59, 61, 64, 68, 73), Cl. X. Kraksner Constantin (5671, 78, 83, 88, 712, 20, 24—26, 29—31, 33, 36, 37).

TULCEA. Șm. Cl. VIII. Conțescu Cristian (E: 1926—29, 40, 41, 43, 52, 56—58, 61; 5608, 48, 85, 88, 89, 91, 706), Pricop Mihail (E: 1940—42, 44—48, 50; 5624, 27, 29, 46—48), Cl. IX Roșca Nicolae (5676, 77, 81, 708, 26, 87), Cl. X Beian Vasile (5674, 7002, 13, 16, 20, 24—26, 77, 80—82), Rozalimos Nicolae (5706, 13, 15, 24, 25, 28, 33, 77, 80, 81, 95).

TURDA. Ș.m. Cl. VIII. Eliade Georgeta (E: 1946, 48, 57, 58, 63, 80, 82, 87, 88, 5629), Moruțan Liana (E: 1946, 48, 57, 58, 63, 80, 82, 87, 88, 5629), Cl. IX. Pop Gh. (5669, 74, 77, 88, 89, 706, 16, 24—27, 29, 30, 77, 96), Olariu Adriana (5591, 535, 679, 95, 713, 15—17, 24—26, 29, 30, 36, 77, 85, 87, 94, 811, 14, 15, 18, 20, 46).

URZICENI. Ș.m. Cl. VIII. Zaharia Maria (E: 1951, 52, 54, 60, 63, 65—67, 69, 72, 75, 79, 80, 85, 88; 5688, 89, 91, 706, 13—15, 42, 44, 87, 92, 96, 814, 26), Cl. IX Barbu Amelia (5679, 706, 13, 15—17, 24—27, 30, 35—37), Cl. X Belein Mihaela (5666, 70, 71, 76, 78, 81, 83, 88, 701, 06, 13, 16, 24, 25, 29—31), Culache Emil (5639, 44, 58, 67, 73, 76, 78, 80, 82, 83, 89), Cuncev Ion (5631, 66, 69, 79, 81, 83, 88, 89—71, 74, 76, 701, 06, 13, 20, 24, 25, 28—31, 33), Dumitrache Georgeta (5669—71, 74, 76—79, 81, 83, 88, 89, 5713, 15, 17, 24—31, 33, 37, 43, 45, 53, 77, 81, 82).

VALEA LUNGĂ - Cricov. Șc. de 8 ani. Cl. V. Aldea Constantin (E: 1917, 20, 21, 25, 26, 28, 48), Teușu Elena (E: 1917, 20, 21, 25, 26, 28, 48), Cl. VI Aldea Elena (E: 1917, 20, 21, 25, 26, 28, 48), Grozea Liliana (E: 1915, 17, 20—22, 25, 26, 28, 34), Lupu Maria (E: 1915, 17, 20—22, 25, 26, 28, 34), Matei Aurel (E: 1915, 17, 20—22, 25, 26, 28 34), Matei Gabriela (E: 1915, 17, 20—22, 25, 26, 28, 34), Rădulescu Constantin (E: 1915, 17, 20—22, 25, 26, 28, 34), Cl. VII. Iordache Rodica (E: 1926, 28, 31, 35, 40, 41, 48, 50), Necșoiu Gheorghe (E: 1915, 17—19, 25, 25, 29, 31, 35), Tudor Constantin (E: 1915, 17, 19, 20, 22, 25, 26, 28), Cl. VIII. Badea Lori (E: 1978, 85, 5666, 76, 78, 81, 83, 701, 04, 29, 30, 33, 35, 37, 92, 803).

VAMA. Ș.m. Cl. X. Aşchenozi Max (5666, 74, 79, 81, 88, 701, 06, 10, 13, 20, 27, 29—31).

VASLUI. Ș.m. Cl. VI. Safer Marta (E: 1964, 81, 82, 84, 86, 90, 95), Cl. VIII. Militaru Ion (E: 1945, 46, 65, 69, Cl. IX Anton Dorz (5565, 69, 74, 76, 77, 81, 88, 706, 13, 15, 16, 24—26), Cl. XI Corcoțoi Ion (5714, 18, 32, 33 40, 45, 52, 69, 77, 81, 82, 87, 95, 96, 99, 802, 09, 14, 16, 18—22, 28, 30, 32, 39, 42).

VATRA DORNEI. Ș.m. Cl. XI. Katz Alan (5591, 600, 02, 04, 18, 24, 29, 37, 39, 41, 43, 14, 46, 52).

VALENI DE MUNTE. Ș.m. Cl. VIII Bocan Ion (E: 1940, 44, 46—48, 50, 58, 61; 5629, 44, 46, 88, 710). Hondrocea Petre (E: 1934, 35, 41, 43, 47, 48, 50, 55, 91, 604, 29, 44), Miclea Ion (E: 1926—28, 30, 33, 41, 43, 45, 46, 48, 50, 5591, 627, 29, 44, 46, 47), Cl. X Nistorică Gheorghe (5713, 15, 16, 24, 30, 31, 35, 40, 61, 82, 95, 99, 804), Cl. XI Alexe Constantin (5644, 46, 53, 58, 60, 74, 76, 79, 81, 88, 89, 91, 706).

VEDEA. Ș.m. Cl. VIII. Gîzu Gheorghe (E: 1941, 43, 46, 48, 50, 53, 55, 58, 61, 64, 69, 72, 81), Mihăilescu Iliuță (E: 1941, 43, 46, 48, 50, 53, 55, 57, 58, 61, 64, 68, 69, 72, 76, 82, 83, 5776), **Oprescu Simion** (E: 1926, 28, 36, 39, 43, 46, 48, 50, 58, 64, 66—69, 71—73, 75, 76, 79—84, 87, 88, 90, 95—97, 5591, 604, 24, 29, 44, 47, 713, 15, 814, 18), Preda Florică (E: 1943, 53, 55, 58, 61, 64, 68, 69, 76, 81—83, 5706, 26, 29), Răducanu Constanța (E: 1926, 30, 31, 43, 45, 46, 48, 50, 5591, 604, 24, 29, 46), Vulpe Gheorghe (E: 1941, 43, 55, 57, 58, 61, 64, 67—69, 76, 81, 82, 5644, 46, 706, 29, Cl. IX Alexandru Anca (56, 24, 29, 46, 60, 69, 74, 76, 81, 88, 89, 713, 16, 17, 24—26, 29, 30), Cl. X Cîrstea Miron (5551, 53, 65, 66, 91, 604, 09, 29, 31, 33, 44, 46, 69—71, 74, 77, 78, 701, 06, 07, 13, 20, 29, 31, 37, 68, 77, 80—82, 94, 96, 802), Glodeanu Dumitru (5564—67, 91, 604, 24, 29, 31, 44, 46, 47), Matei Petre (E:

1917—20, 22, 23, 26, 28—32, 34—36, 39, 41, 43—46, 48, 50, 52, 57, 58, 5552, 63, 65, 76, 77, 90, 94, 608, 09, 12, 15, 17, 19, 27, 30, 33, 44, 48, 53, 56, 57, 59, 60, 62, 66, 69, 70, 71, 74, 76—79, 81, 83, 87—89, 96, 701, 04, 13—20, 24—31, 33, 42, 45, 52, 53, 55, 68, 75, 77, 80—82, 94, 96, 802, 27, 42), **Oprescu Ion** (5591, 604, 09, 12, 15, 24, 29, 44, 46, 48, 52, 66, 78, 83, 89, 701, 06, 13, 15, 17, 19, 20, 24—26, 29—31, 33, 40, 42, 45, 55, 96, 46, 48, 52, 66, 78, 83, 89, 701.

VIDELE. Ş.m. Cl. V Ionescu Drăguţa (E: 1937, 58, 5593, 94, 609, 24, 47, 51), Cl. VIII **Cojocaru Gheorghe** (E: 1951, 53, 54, 56—58, 61, 64, 66—71, 73, 75, 77, 81—83, 86—88, 5669, 74, 81, 88, 91, 701, 04, 06, 13, 42, 53, 77, 92).

VIDRA. Ş.m. Cl. VII. Gheiuş Dumitru (E: 1926, 43, 47, 50—52, 54), Cl. VIII Constantin Adrian (E: 1926, 27, 30, 33, 34, 39, 46, 48, 50), Şc. tehn. an II Dicu Marin (E: 1926, 28, 30, 33, 34, 39, 41, 43, 47, 48), Slav Ilie (E: 1926, 28, 30, 34, 39, 41, 47, 48).

VINGA. Ş.m. Cl. VIII Baciu Smaranda (E: 1920, 22, 25), Popovici Ioan (E: 1967, 71, 72, 87—89).

Com. VIZIRU. Abs. Ganea Alexandru (E: 1946, 50—55, 57—61, 66, 69, 75; 5624, 29, 38, 41, 46, 66, 76—79, 81, 83, 725, 28—31, 33, 35, 45).

VULCAN. Ş.m. Cl. IX. Popa Decebal (5666, 69, 74, 76—78, 81, 83, 88, 89, 91, 95, 701, 05, 08, 10, 13, 15, 24—30, 32, 33, 37, 49, 52, 76).

VULCANA. Ş.m. Cl. IX. Rădulescu Anton (5624, 29, 43, 44, 46, 47, 52, 88, 701, 13, 29, 30).

Com. VINĂTORI. Ş.m. Nanu Honirius (5688, 89, 91, 97, 701, 02, 05—07, 10).

ZĂVOI. Şc. 8 ani Cl. VII. Tuican Floarea (E: 1948, 50, 52—54, 56—59, 61).

ZLATNA. Ş.m. Cl. X Anghel Dan (5670, 71, 88, 89, 707, 15, 16, 29, 29—31, 45), Cl. XI Sdirea Ioan (5627, 29, 41, 44, 46, 47, 52, 65, 69, 70, 73—75, 77, 78, 80, 82, 83, 88, 88, 92, 701, 06, 07, 21, 22, 24, 29—31).

Com. ZLĂTUNOAIA. Absolvent. Cozmanciuc Dumitru (5666, 76, 78, 81, 89, 705, 06, 10, 13, 15, 16, 24—27, 29, 30, 35, 42, 49, 58, 66).

Pînă la 1 august 1963 s-au mai evidenţiat ca rezolviteri de probleme din localităţile care încep cu literele A—N, următorii:

1. **Negoescu Gh.**, absolvent Bucureşti; 2. **Ion Constantin**, absolvent Fălticeni; 3. **Perjeru Emil**, cl. X Lonea, Petroşeni; 4. **Iuga Mihai**, cl. VIII, Borşa; 5. **Cosmin Adrian**, absolvent Braşov; 6. **Dragu Alin**, cl. X Ş.m. 21 Bucureşti; 7. **Leibovici Valeriu**, cl. X Ş.m. 34 Bucureşti; 8. **Bejancu Aurel**, absolvent Novaci, Oltenia; 9. **Rusu Aurelian**, cl. IX Ş.m. 2 Craiova; 10. **Rădulescu Dorin**, cl. VIII Ş.m. 11 Bucureşti; 11. **Voiculescu Dan**, cl. VIII Ş.m. 21 Bucureşti; 12. **Roman Irina**, cl. VIII Ş.m. 12 Bucureşti; 13. **Vătuş Anca**, cl. VIII Ş.m. 1 Constanţa; 14. **Dodu Marin**, absolvent Galaţi; 15. **Burduja Mihai**, cl. VIII Ş.m. 7 Iaşi; 16. **Lucaci Nicolae**, absolvent Galaţi; 17. **Fornado Corneliu**, cl. VIII Brad; 18. **Vătui Florin**, cl. VIII Ş.m. 1 Braşov; 19. **Otopeanu Alexandra**, cl. VIII Ş.m. 13 Bucureşti; 20. **Matei Ioan**, cl. VIII Ş.m. Moreni; 21. **Darie Viorel**, cl. VIII Ş.m. Huşi; 22. **Poper Laurenţiu**, cl. VIII Ş.m. 1 Cîmpina; 23. **Nuţă Ştefan**, cl. X Ş.m. 2 Craiova; 24. **Schwartz Jerry**, cl. X Ş.m. 6 Iaşi; 25. **Galeczki Gheorghe**, cl. XI Ş.m. 1 Lugoj; 26. **Avramescu Ion**, cl. VIII absolvent Bucureşti; 27. **Conache Petru**, cl. XI Ş.m. 30 Bucureşti; 28. **Matei Gheorghe**, cl. IX Ş.m. Moreni; 29. **Sotcan Nicolae**, cl. XI Ş.m. 1 C.-Lung Muscel; 30. **Bendin Ana**, cl. X Ş.m. 2 Constanţa; 31. **Grama Gheorghe**, cl. IX Ş.m. 2 Făgăraş; 32. **Sachter Mauriciu**, absolvent Bucureşti; 33. **Petrovici Cosma**, absolvent Buzău; 34. **Luca Ion**, cl. X Ş.m. 4 Constanţa; 35. **Boicescu Vlad**, cl. X Ş.m. 4 Craiova; 36. **Apfelbaum Hera**, cl. XI Ş.m. Huşi; 37. **Cuţ'şianu Herşeu**, cl. X Ş.m. 1 Iaşi; 38. **Wexler Viki**, absolvent Botoşani; 39. **Simplăceanu Virgil**, cl. X Blaj; 40. **Nicula Mihai**, cl. X Ş.m. 13 Bucureşti; 41. **Bejan Mircea**, absolvent Bujor, Galaţi; 42. **Brădişteanu Adrian**, cl. IX Ş.m. Mediaş; 43. **Rabînecă Nicolae**, cl. IX Giurgiu; 44. **Mincinopski Gh.**, absolvent Mărăşeşti; 45. **Dospa N. Ilie**, cl. VIII Baia de Aramă, Oltenia; 46. **Fucă Sergiu**, cl. VIII Bistriţa; 47. **Arsene Ion**, cl. X Ş.m. 1 Bucureşti; 48. **Petrariu Vasile**, cl. X Ş.m. 23 Bucureşti; 49. **Bena Dorin**, cl. IX Ş.m. 1 Caransebeş; 50. **Ciornei Virgil**, cl. VIII Ş.m. Negru Vodă; 51. **Ivanov Ilie**, cl. X Giurgiu; 52. **Thirer Nanel**, cl. X Ş.m. 6 Iaşi; 53. **Florescu Liviu**, cl. IX. Ş.m. 7 Iaşi. 54. **Tebeanu Teodor**, cl. IX Ş.m. 7 Iaşi; 55. **Abramovici Paul**, cl. IX Ş.m. 17 Bucureşti; 56. **Borza Dan**, cl. VIII Ş.m. 22 Bucureşti; 57. **Ignea Silvia**, cl. IX Ş.m. 22 Bucureşti; 58. **Popescu Dorin**, cl. X Ş.m. 1 Buzău; 59. **Nedea Constantin**, cl. XI Ş.m. Costeşti; 60. **Dragotă Georgel**, cl. XI Ş.m. 2 Craiova; 61. **Miu Constantin**, cl. XI Ş.m. Curtea de Argeş; 62. **Früstök Ştefan**, cl. XI Ş.m. 1 Făgăraş; 63. **Şerb Ioan**, cl. IX Ş.m. 1

Lugoj; 64. **Ştefănescu Dan,** cl. XI Ş.m. 1 Bucureşti; 65. **Jurcă Ioan,** cl. IX Ş.m. 1 Lugoj; 66. **Brad Ioan,** cl. XI Ş.m. 2 Cîmpina; 67. **Sîrbu Ştefan,** absolvent Bistriţa; 68. **Vasiliu Dan,** cl. XI, Ş.m. 1 Lugoj. 69. **Licandru Nicolae,** cl. VIII. Domneşti, Bucureşti.

Pînă la 1 august 1963 au trimis soluţii bune din ultimile trei numere ale G.M.F.-B următorii elevi, de la:

ADINCA. (reg. Ploieşti) Şc. elem. Cl. VII. Ene Bujor (E: 1964, 66—70, 72, 73, 79, 81—85, 87, 90, 92, 93, 95, 96).

ADJUD. Şc. elem. Cl. VI. Mendelssohn Daniela (E: 1968, 70, 73, 81, 84, 89, 93, 98), Şc.m. Cl. X Pavel Angela (5625, 26, 28—31, 33, 53, 68, 77, 92, 94, 96, 811, 14, 21, 46), Cl. XI Popescu Petru (5713, 16, 20, 24—31, 45, 53).

AGNITA. Ş.m. Cl. X Gheorghiu Liviu (5777, 87, 814, 16, 18, 19, 21, 27, 41, 42, 46, 49).

AIUD. Ş.m. Cl. X. Drăgan Victor (5666, 69—71, 76—79, 81, 83, 87—89, 701, 06, 10).

ALBA IULIA. Şc. elem. Cl. VII. Dărămuş Aurica (E: 1964, 66—68, 70—76, 5624—26, 28—30). Ş.m. Horia, Cloşca şi Crişan" Cl. IX Tulbure Mircea (5713, 15, 16, 24—27, 29, 30, 36, 37, 45, 53), Cl. X Tulbure Bogdan (5666, 69—71—74, 77—79, 83—89, 91, 701, 05, 08, 13, 15, 16, 18, 20, 24—33, 36, 40, 70, 82), Cl. XI Serdeanu Ion (5713, 20, 24—31, 33, 819).

ANINA. Şc.m. Cl. IX. Petric Mircea (5713, 15, 17, 24—27, 29—33).

ARAD. Absolvent: Bulzan Tiberiu (5713, 16, 22, 24—26, 29—31, 33, 34, 34, 77, 80, 95), Şc.m. 1 Cl. X. Blaga Alexandru (5666, 81, 83, 88, 89, 701, 26, 29—31, 77, 95), Burtea Constantin (5713, 16, 19, 27, 28, 33, 33, 40, 41, 53, 87, 91, 95, 99, 804, 09, 27, 42, Lipovan Octavian (5670, 74, 77, 78, 88, 89, 701, 13, 20, 29—31, 80, 802), Şc. m. 2. Cl. VIII. Stoinescu Radu (E: 1951—54, 58, 61, 65, 66, 68—70, 73—76, 80—87, 88, 5688, 89, 91, 706, 13—15, 29—31, 53, 64, 81, 82, 87).

ASUAGUL DE SUS. (reg. Maramureş). Şc. elem. Cl. VII. Pop Ioan (E: 1965, 67, 68, 73, 76, 80, 82, 87, 88).

BACĂU. Şc. m. 1. Cl. X. Ştrulovici Bernard (5713—17, 20, 24—31, 35, 37, 40—43, 45, 49, 53).

BAIA DE ARAMĂ. Şc. m. Cl. VIII Despa Nicolae Ilie (E: 1951, 53—55. 58, 61, 63—68, 71, 73, 79, 81, 87, 88; 5678, 81, 87—89, 701, 06, 08, 13, 15, 24, 26, 29, 30, 42, 87, 92), Drăgulescu E. (1975, 79, 80, 82, 85—89, 95, 96; 5724, 26, 29, 30, 46, 87, 96, 818, 30, 48). Şc. m. Cl. X. Popescu Ion (5689, 720, 28, 33, 39, 46, 70, 80, 84, 86, 95, 96, 802, 09; P). Cl. XI. Giugiuc Constantin (5713, 16, 17, 20, 24—31, 33, 35—37, 40, 42, 43. 45, 46, 51, 53, 66, 69, 76, 77, 80—82, 87, 91, 92, 95, 99, 800, 02; P).

BAIA MARE. Absolvent Brînzei Vasile (5668—75, 78—83), Şc. elem. Cl. VII. Crăciun Horia (E: 1981, 82, 90, 92. 95—97), Szekely Olga (E: 1964—68, 70, 71). Ş.m. 1. Cl. VIII. Răfan Salomeia (E: (1969, 72, 75, 79, 80, 82, 87—89, 99; 5713, 25, 27). Ş.m. 3. Cl. VIII. Pop Livia (E: 1966, 69, 80, 83, 87—89; 5745, 77).

BAICOI Ş.m. Cl. IX. Babonea Gh. (5665, 69, 76, 79, 715, 24, 25, 28—30, 49, 53, 73, 77).

BALŞ. Ş.m. Cl. X. Staicu Mihai (5713, 16, 20, 25—31, 33, 53, 82, 95, 814, 18, 21, 30).

BEIUŞ. Ş.m. 1. Cl. VIII. Hera Mihai (E: 1966—70, 73, 75, 80, 87, 88, 92, 5713—15, 87).

BISTRIŢA. Absolvenţi: Bîdiu Mircea (5666, 73, 75—78, 83, 725, 33, 34, 36, 78), Buţă Adrian (5627, 33, 69, 77—83, 95, 99), Sangraţiu Florin (5728—31, 33, 34, 36, 77, 81, 82, 92, 802, 05, 06), **Sîrbu Ştefan** (5713, 15, 16, 19—34, 40, 51, 75, 77, 80—82, 91, 95, 99, 809, 18, 19, 21, 22, 26, 27, 32, 42, 44, 48), Ş.m. Cl. VIII. **Fucă Sergiu** (E: 1965—73, 75, 76, 78—84, 87—89; 5666, 69 74, 701, 13—15, 24—26, 29, 30, 36, 53, 77, 87, 96; P), Hund Hary (E: 1965, 67, 90, 92, 95—99; 5718, 30, 37). Cl. X. Gherasim Victor (5716, 20, 24—33, 40, 41, 46, 53), Rusu Alexandru (5713—16, 20, 24—33, 35). Cl. XI. Feurdan Petru (5713, 21, 22. 24—26, 29—31, 33, 34, 43, 45, 53), Holban Petru (5665, 70, 74, 77, 78, 81—83, 88, 89, 701, 05, 08, 713, 15, 16, 20, 24, 25, 27—33, 35—37, 52, 53, 81, 82), Puşcaşu Anton (5668, 76, 716, 23, 24, 26, 33, 36, 51, 53, 806, 09).

BÎRLAD. Şc. pedagogică An V. Tăbuşcă Ioan (5740—42, 45, 46, 49, 51, 53, 69, 70, 80, 82; P). Complexul şcolar. Cl. VIII. Florea I. Maria (E: 1967, 69, 71, 77, 81, 83, 86—88; 5913), Ghica Tincuţa (E: 1951, 53, 55—59, 73, 75, 76, 81, 82), Pîslaru Victoria (E: 1964—66, 68—70, 73, 75, 82; 5713, 15, 24, 25, 53), Postăvaru Elena (E: 1967, 68, 73, 76, 80, 82—84, 87, 88, 90, 95, 96, 99), Vineş Geta (E: 1951—53, 58, 61, 66, 68, 69, 72, 73, 75, 76, 79—83, 85, 87—90, 95, 99; 5753, 830). Cl. X. Parfene Magda (5719, 20, 40, 46, 49, 50,

69, 80—82, 95, 97, 99, 802, 09). Cl. XI. Borzoşi Corneliu (5666, 70, 74, 79, 81, 707, 10, 13, 20, 25, 26, 29—31, 33, 53, 77).

BLAJ. Ş.m. „Iacob Mureşanu". Cl. X. Simplăceanu Virgil (5713—16, 18, 20, 24—33, 36—40, 42—46, 52, 53, 66, 67, 70, 77, 81, 84, 87, 91, 92, 94—97, 803—05, 11), Stremţeanu Nicolae (5670, 79, 85, 707, 13, 15, 19, 20, 24, 25—31, 33, 36, 37, 40, 42, 45, 46, 53, 70, 77, 81, 82, 92, 99, 803, 11).

BOLINTINUL DIN VALE. Ş.m. Cl. VI. Sovărel Genu (E: 1966—68, 70—73, 76, 90, 95—97; P). Cl. VIII. Badea Eugen (E: 1925, 41, 61, 67, 70, 73, 76, 81—83, 87, 89; 5726, 96), Stan Aristide (E: 1951, 57, 61, 66—68, 73, 80, 82, 85, 88, 89). Cl. X. Ionescu Gh. (5713, 15, 16, 18, 20, 24—33, 35, 40, 42, 52, 53).

BORŞA. Ş.m. Cl. VIII. Iuga Mihai (E: 1955—85, 87—90, 92, 95—97, 99, 2000; 5669, 74, 79, 88, 703, 06, 13—16, 24—27, 29, 53, 70, 77, 91, 802, 14, 18, 27, 30; P).

BOTOŞANI. Absolvenţi: Leibovici Bernard (5713, 15—17, 20, 23, 26,28—31, 34, 36, 39, 53, 67, 69, 75, 79—82, 95, 805, 06), Wexler Viky (5713, 16, 17, 23, 26, 27, 36, 49, 53, 67—69, 76—84, 94, 95, 802—06, 10, 14—19, 21—23, 26, 27, 30, 38, 42, 48), Şc. elem. 1. Cl. VI. Wagner Richard (E: 1953, 55, 56, 60—62, 68, 73, 81). Ş.m. 1. Cl. VIII. Boşcăneanu Sergiu (E: 1964, 66—70, 73; 5713, 15, 24—26, 29, 30). Cl. X. Artimon Aneta (5713—16, 20, 29—31, 38—40, 44, 803), Chirilă Constantin (5713, 15, 20, 24—33, 39, 52, 66, 74, 76, 80—82, 95, 99, 811, 14, 16, 18), Croitoru Isac (5713, 15, 16, 24—27, 29, 30, 36, 42, 45, 77, 92, 802, 30, 39), Pricope Dan (5715, 16, 26, 27, 32, 33, 36, 37, 39, 40, 45, 46, 87, 92, 99), Segal G. (5770, 73, 76, 77, 80—82, 87, 91, 95, 96, 99, 802, 04, 09, 11), Vasiliu Mihai (5713, 15, 16, 20, 24—31, 36, 37, 40, 45, 46, 53). Cl. XI. Cristian Drăgoi (5666, 69—71, 76—80, 83, 88, 89, 705, 10, 13, 15, 16, 20, 24—27, 29—33, 40), Dîrvariu Paul (5713, 15, 20, 24—27, 29—31, 33, 36, 82, 814, 16), Ş.m. 2. Cl. VIII. Butnaru Esterica (E: 1969, 73, 80, 82, 87, 88, 90, 95, 99; 5713—15, 26, 29, 30, 87, 96, 814, 30). Cl. X. Alterovici Lidia (5666, 69—71, 74, 76, 79, 81, 87—89, 701, 06, 15, 24, 28—31, 53, 802, 27, 30, 60, 61, 68). Cl. XI. Cohn Melania (5713, 24, 27, 28, 33, 37, 53, 77, 81, 82, 92, 802, 42).

BRAD. Ş.m. „Avram Iancu". Cl. VI. Groza Ghiocel (E: 1973, 76, 81, 82, 85, 86, 90, 91, 2000). Cl. VIII. Fornade Corneliu (E: 1964—76, 79—90, 92—2000; 5715, 42, 44, 53, 87, 92, 96, 803, 26, 30, 34, 46).

BRĂILA. Inginer Stoianovici Dumitru (5713, 21, 23—31, 37, 40, 43, 46, 53, 77, 80—82, 91, 95, 802, 42). Ş.m. 2. Cl. VIII. Frangu Silvia (E: 1965—67, 73, 76, 79—82, 87, 88). Cl. X. Frangu Octavian (5715, 16, 27, 33, 40, 45, 53, 77, 802, 41, 42), Racicovschi Nicoleta (5677, 88, 95, 06, 24, 25, 27—30, 36, 37, 44, 94, 96, 811). Ş.m. 3. Cl. IX. Coltofeanu Elena (5713, 16, 24—26, 29, 33, 36, 53, 77, 802, 04, 21, 42). Cl. X. Enache Zoe (5666, 71, 78, 83, 724—26, 29, 33, 53). Ş.m. 4. Cl. VIII. Balaban Dumitru (E: 1964, 66—73, 76, 79—83, 87, 88, 90, 95, 5713, 53, 87, 814, 30; P). Cl. XI. Asmit Theodor (5713, 16, 21, 23—31, 33, 34, 36). Stănescu Tudor (5713—16, 20, 24, 26, 27, 29—31, 33, 40, 42, 45, 46, 49, 52, 67, 80—82, 95, 97, 99, 827, 37).

BRAŞOV. Absolvenţi: Cosmin Adrian (5666—70, 72—75, 77, 78, 80—83, 88, 89, 95, 701, 05—08, 10, 13, 15—17, 20—28, 30—34, 37, 40, 45, 46, 51—53, 66, 77, 78, 80—83, 87, 91, 95, 96, 99, 826, 27, 32—34, 37, 38), Munteanu Mircea (5666, 69—83, 85, 88, 89, 93, 701, 04, 07, 15, 20, 22, 26—28, 31, 34, 37, 39, 40, 51), Pavalache Alecu (5661—71, 74, 75, 78, 80, 83, 85, 88, 89, 701, 13, 16, 20, 22, 27—31, 33, 34, 41, 51, 66), Pavalache Dan (5666, 68—72, 74, 78, 80, 83, 88, 707, 13, 16, 20—22, 27—34, 39, 43, 66). Şc. elem. 13. Cl. VI. Horneţ Constantin (E: 1953, 55, 68, 70, 71, 73, 81, 83, 84). Ş.m. 1. Cl. VIII. Bătătorescu Anton (E: 1965—67, 70; 5715, 24—30, 33), Vătui Florin (E: 1951, 52, 54—71, 73, 75—83; 5685, 89, 91, 706, 42, 53, 91, 92, 96, 803). Cl. XI. Coşuleţ Dan (5713, 15, 16, 18, 20, 24—33, 35—37, 39, 40, 42, 45, 46, 66). Ş.m. 3. Cl. X. Mircea Lucia (5689, 91, 706, 14, 16, 17, 25, 26, 29, 30, 35, 39, 49, 75, 77, 80, 82, 800, 02, 26, 29, 31, 51, 60, 61, 68, 71, 76, 77, 84, 89). Ş.m. 5. Cl. IX. Bărbat Horia (5713, 16, 24—29, 33, 77, 86, 87, 802, 11, 27), Spineanu Bogdan (5713, 16, 24—26, 29, 30, 45, 77, 86, 802, 11, 20, 27). Cl. X. Dumitraş Dan (5713, 15, 16, 24—27, 29, 30, 77, 802, 30, 42). Ş.m. 8. Cl. IX. Zsido Gh. (5713, 15—17, 25, 27—30, 35, 40, 42, 46, 49, 56, 66).

BREAZA. Liceul militar „D. Cantemir". Cl. X. Dumitru Gh. (5713, 20, 25, 26, 28—31, 33, 45, 77, 80), Mercoiu C. (5717, 45, 49, 51, 53, 66, 69, 70, 76, 77, 80—82, 91—93, 95, 99, 801, 02, 04,

12), Vărzaru Iulian (5713, 18, 20, 25—31, 36, 40, 46).

BUCUREȘTI. Medic Florescu Dumitru (5669, 74, 82, 88, 706, 10, 13, 15, 24—26, 29, 30), Teh. I.O.R. Drăgan Marin (5767, 77, 80, 82, 87, 96, 99, 815, 18, 19, 44, 48). Absolvenți: **Avramescu Ion** (5713, 16—37, 40, 46, 49, 51, 53, 56, 59, 66, 68—70, 76, 77, 80—84, 87, 91, 92, 94—96, 99, 800, 02, 04, 09), **Negoescu Gh.** (5713—37, 39—46, 49, 51, 52, 55, 56, 64, 66—70, 77, 78, 80—83, 87, 89, 91, 92, 95—97, 99, 802, 03, 07—11, 14—16, 18—23, 26, 27, 30, 32, 34, 37, 38, 42, 43, 45, 48), Pănoiu Victor Marian (5740, 53, 90, 95, 96, 806, 09, 11, 27, 30, 42, 44, 46, 48), Porumbescu Aureliu (5713, 15—17, 19, 22—25, 27, 32, 35, 40—46, 51, 53, 65, 66), **Sachter Mauriciu** (5713, 15, 20, 24—31, 33—37, 39, 40, 43, 45, 66, 69, 77, 80—82, 92, 95, 96, 802, 03, 09, 14, 18, 19, 21, 22, 27, 45, 52, 60, 61, 67, 68, 84), Rusu Adrian (5713, 15—17, 20, 22, 24, 26—31, 35, 36). Șc. elem. 2. Cl. VII. Bordea Carmen Doina (E: 1964, 66—68, 70, 71, 73). Șc. elem. 26. Cl. VII. Hîncu Mariana (E: 1965—73). Șc. elem. 73. Cl. VI. Einschek Mira (E: 1964, 67, 68, 73, 76, 79, 81, 82, 84, 86, 90, 95). Șc. elem. 95. Cl. VII. Tiner Ernest (E: 1964, 66—68, 70, 71, 73, 75, 76, 79—84, 86—88, 90, 92, 93—96, 98). Șc. medie 1. Cl. VIII. Munteanu Mariana (E: 1964—75, 79—84, 87—89; 5713—15, 26, 29, 30, 76, 77). Cl. X. **Arsene Ion** (5713, 16, 20, 24—31, 33, 37, 40, 43—46, 50, 53, 61, 70, 76, 77, 80, 81, 91, 94, 95, 802, 05, 11, 18, 19, 22, 27, 29, 39, 42, 46), Simian Șerban (5713—16, 18, 20, 24—33, 35—37, 42, 45, 53, 64, 66, 80—82, 86, 802, 26, 29, 30, 34). Cl. XI. **Ștefănescu Dan** (5713, 15, 16, 19, 20, 24—26, 28—33, 37, 39, 40, 46, 61, 66, 77, 81, 82, 91, 92, 95, 96, 99, 807, 16, 18, 19, 21, 22, 26, 30, 34). Ș.m. 3. Cl. VIII. Nicolescu Corneliu (E: 1962, 64, 66—71, 73, 76, 80—84, 86, 87, 90, 94, 95, 98, 99, 2001, 02, 04, 08—11). Cl. IX. Popescu Radu (5713, 15, 16, 24—27, 29, 30, 77, 814, 20, 30), Teodorescu Dumitru (5677, 81, 706, 16, 24—26, 29, 40, 53, 77, 802). Ș.m. 4. Cl. VIII. Bucura Alexandru (E: 1964, 71, 74, 75, 82, 87, 88; 5713, 24, 29, 30, 53). Ș.m. 6. Cl. IX. Frățilă Eliade (E: 1969, 70, 75, 85, 87, 89; 5724—26, 29, 30, 53, 92), Șerban Teodor (5713, 16, 17, 24—26, 29, 30, 33, 92, 826, 27, 30, 80). Ș.m. 10. Cl. V. Corîci Cezar (E: 1964, 67, 68, 70, 71, 73, 81). Ș.m. 11. Cl. VIII. **Rădulescu Dorin** (E: 1964—73, 75, 76, 79—88, 90, 92, 94—2000; 5713—15, 24—30, 33, 35—37, 42, 44, 45, 53, 77, 86, 87, 94, 96, 800, 05, 14, 16, 18, 19, 21, 22, 25, 30, 34, 45, 46, 48). Cl. IX. Ionescu Matei (5713, 16, 17, 24—27, 30, 49, 53, 58, 66, 77, 802, 14, 18, 21, 25, 27, 30, 34, 42). Ș.m. 11. Cl. IX. Tonceanu Dan (5713, 15—17, 26, 27, 29, 30, 58, 77, 802, 07, 20, 26, 30). Cl. XI. Herșcovici Davy (5725, 28—31, 43, 45, 51, 80—82, 95, 802, 09). Ș.m. 12. Cl. VII. Roman Irina (E: 1952, 55—58, 61, 62, 76—84, 86—2004, 06—12, 16). Cl. X. Bădescu Felicia (5740, 42, 53, 67, 68, 76, 80—82, 84, 92, 99, 802, 09, 14, 30). Ș.m. 13. Cl. VIII. Bercu Clarisa (E: 1964, 66—68, 70, 76, 81—84, 87), **Otopeanu Alexandra** (E: 1967—76, 78—89, 5713, 15, 24—30, 35, 36, 42, 44, 77, 87, 99, 800). Cl. X. **Necula Mihai** (5713, 15, 16, 18—20, 24—26, 28—31, 33, 35—37, 39, 66, 70, 75—77, 80—82, 87, 91—93, 95, 96, 803, 05, 11, 14—16, 18—22, 46, 47). Cl. XI. Guță Cristina (5658, 706, 08, 13, 15, 16, 22, 24, 26—31, 37, 40, 42, 43, 45, 53, 77, 80—82, 92, 802, 14, 18, 21, 30, 42, 48). Ș.m. 17. Cl. VIII. Aftodie Cristina (E: 1964, 66, 69, 70, 72—74, 76, 79, 80, 82, 83, 88, 90, 99; 5713, 15, 26, 29, 30), Botez Dan (E: 1964—73, 75, 76, 79—84, 87—90, 95, 98, 99; 5753, 87, 830, 34), Niță Alexandru (E: 1965, 66, 68, 79, 80, 82, 87, 88; 5713, 15, 25, 26), Suciu Paul (E: 1965—75; 5713—15, 24—27, 29, 30, 33, 44). Cl. IX. **Abramovici Paul** (5666, 69, 74, 77—79, 81—83, 88, 89, 701, 05, 10, 13—16, 24—30, 33, 36, 37, 40, 45, 52, 66, 77, 86, 87, 94, 802, 11), Almer David (5666, 70, 78, 707, 14, 20, 23, 31—33, 35—37, 40, 42, 44—47, 49, 52, 55, 59, 62, 66, 87, 91, 802), Weinberg Liliana (5665, 705, 06, 10, 13, 15, 16, 24—27, 29, 30, 33, 45). Cl. X. Cristidis V. (5738, 40—42, 45, 46, 65, 95, 99, 802, 04, 09), Einschenk Ilia (5739, 52, 69, 70, 80—82, 87, 93, 95, 808, 26, 41, 48). Ș.m. 18. Cl. X. Constantinescu Florina (5713, 20, 25, 27—31, 33, 77, 80—82, 816, 19; P). Ș.m. 19. Cl. VIII. Ilie Romeo (E: 1968, 72—75, 81, 90, 95—97, 99; 5728, 30, 33, 46, 814, 26, 30). Cl. X. Crăciaoaru A. (5719, 20, 29—31, 80—82, 86). Ș.m. 21. Cl. VIII. **Voiculescu Dan** (E: 1976—80, 82—88, 90, 95, 96, 99; 2001, 02, 06— 12; 5791, 99, 807, 26, 27, 30, 32, 40, 41, 44, 50, 54, 61, 68, 77, 82, 92, 94). Cl. X. **Dragu Alin** (5666, 69, 70, 73—75, 77—79, 81, 83, 87—89, 702, 05—08, 10, 13, 20, 24—33, 36—40, 42, 44, 45, 52, 53, 59, 61, 77, 81, 82, 84, 87, 92, 94, 95, 99, 801, 02, 04, 05, 09, 11), Ș.m. 22. Cl. VIII. Borza Dan (5713—16, 24—30, 32, 33, 35—37, 42, 45, 53, 64, 66, 77,

86, 87, 92, 802, 14, 18, 21, 26, 27, 29, 30, 34, 42, 46, 48), Suparschi Virginia (E: 1964, 66—68, 70, 71, 73, 76, 81—84, 86). Cl. IX. Ignea Silvia (5666, 69, 74, 77, 78, 81, 83, 85, 87—89, 91, 95, 701, 05, 10, 13, 15—17, 24—30, 32, 33, 37, 40, 42, 44—46, 66), Stan Daniel (5713, 15—17, 24—30, 49, 64). Cl. X. Pavel Elena (5713—16, 18, 20, 24—32). Ş.m. 23. Cl. VIII. Băluţă Tudor (E: 1976, 80, 90, 92, 95—97, 99, 2001, 02, 04, 08—10; 5626; P), Căpăţînă Aurel (E: 1966—68, 72, 76, 79, 80, 82, 87, 88, 90, 96, 99; 5729, 30, 53, 87, 826, 30), Cenuşă Ion (E: 1964—72, 76, 80, 82, 87, 88; 5753, 96), Weiss Iosif (E: 1966, 69, 75, 76, 79, 80, 82, 83, 87, 88; 5713—15, 26, 29, 30). Cl. X. Ivanciu Aurel (5713, 15, 25, 27, 29—31, 35, 36, 80—82, 802), Mărăşescu Adela (5713, 16, 24—26, 28—31, 40, 46, 77, 80, 92), Martin Valeriu (5713, 15, 16, 18, 20, 24—31, 33, 37, 39), Pănculescu Cristiana (5713, 15, 16, 20, 25, 27—31, 40, 42), Petrariu Vasile (5624, 29, 47, 66, 69—71, 76—79, 81, 83, 85, 88, 89, 91, 701, 05—18, 10, 13—29, 24—32). Cl. XI. Goldemberg Solomon (5666, 76, 78, 81, 83, 701, 15, 24, 25, 28, 30, 32). Cl. XI. Popescu Gh. (5713, 21, 27, 29—31, 34—36, 78—82, 802). Ş.m. 24. Cl. VI. Năstase Adrian (E: 1953—56, 59—63). Ş.m. 28. Cl. VIII. Constantin Ion (E: 1957, 58, 61, 69, 79, 80, 82, 87, 88; 5688, 713—15, 26, 30, 77). Cl. X. Alaman Andrei (5670, 88, 705—08, 13, 20, 24—26, 28—31, 35, 36, 39, 44), Brănescu M. (5665, 70, 71, 74, 76—79, 81, 83, 88, 89, 701, 06, 07, 13, 15, 16, 18—20, 24—26, 28—33, 35, 36, 53), Uscherson Iulian (5728, 40, 41, 70, 80—82, 91, 95, 99, 802, 09). Ş.m. 30. Cl. XI. Conache Petru (5722—27, 33, 35, 36, 42, 46, 52, 53, 63, 66, 71, 78, 79, 83, 89, 92, 95, 98, 803, 05, 08—11, 14, 22, 25, 27, 31, 33, 37, 38, 42, 44, 47, 48, 49). Ş.m. 32. Cl. IX. Florea George (5666, 69, 74—79, 81, 83, 85, 88, 89, 95, 706, 10, 13, 15, 16, 24—30, 32, 33, 35—37, 44, 53, 62, 64, 76). Ş.m. 34. Cl. X. Leibovici Valeriu (5666, 69—71, 74, 76—79, 81—83, 88, 89, 91, 97, 99, 701, 02, 05—08, 10, 13—20, 24, 25, 28—33, 35, 37, 40—42, 45, 46, 51, 53, 61, 66, 68—70, 75—77, 80—82, 87, 89, 91, 96, 99, 802—05, 11). Ş.m. 36. Cl. VII. Georgescu Radu (E: 1976, 90, 92, 95—99). Ş.m. 40. Cl. VI. Constantin Cornel (E: 1964, 68, 70, 71, 73, 79, 81, 84).

BUHUŞI. Ş.m. Cl. IX. Schmidt Gabriel (5716, 24, 26, 37, 70, 92, 814, 18, 21, 25, 29, 30).

BUJOR (Galaţi). Absolvent Bejan Mircea (5652, 53, 56, 60, 63—67, 69—83, 85, 87—89, 91—96, 99, 701, 05—08, 10). Ş.m. Cl. IX. Hagiu Neculai (E: 1980, 87, 88, 5706, 29, 30, 45, 77, 86, 95).

BUŞTENI. Ş.m. Cl. VIII. Avram Doina (E: 1966—68, 70, 73, 76, 81, 82; 5725, 26, 29, 30).

BUZĂU. Absolvent Petrovici Cosma (5666—75, 77—83, 88—90, 95, 705—08, 10, 13, 15, 20, 21, 25—31, 33—35, 43—45, 51, 65). Şc. elem. specială de artă. Cl. VI. Ionescu Dan (E: 1953—56, 60—62). Ş.m. 1. Cl. VIII. Marinescu Marian (E: 1966, 69, 79, 87; 5713, 15, 29, 30, 44, 87, 96, 814, 18). Cl. IX. Avram Didi (5624, 29, 44, 46, 66, 69, 74, 75, 77, 81, 83, 88, 89, 701, 06, 08, 13, 15, 16, 24—26, 29, 30, 45; P), Negruş Gh. (5770, 80—82, 92, 94, 96, 99, 802, 05, 20, 30, 34, 42, 61, 70). Cl. X. Bunescu Corneliu (5666, 69—71, 74—79, 81, 83, 88, 89, 701, 08, 10, 15, 20, 24, 26, 27, 31), Constantinescu Cristina (5767—70, 77, 80—82, 87, 92, 99, 800, 02, 04, 09; N; P), Ionescu Mircea (5713—16, 20, 24—31, 33, 40, 42, 43, 45, 61, 81), Negruţ Ionel (5716, 17, 25, 26, 28—33, 36, 39, 50, 53), Popescu Dorin (5713, 15—20, 24—33, 35—37, 39—43, 45, 46, 49, 51—53, 61, 66, 69, 70, 77, 80, 86, 91, 93, 99). Cl. XI. Toader Gh. (5713, 20, 24—31, 33, 40, 46, 53, 75, 77, 80, 82, 95, 96, 81, 99, 802, 05, 18, 19, 27, 30). Ş.m. 2. Cl. VI. Constantinescu Nicolae (1953—55, 60, 61, 66—68, 73, 76, 81—83, 90, 92, 95). Cl. VII. Gavrilă Şerabn Ilie (E: 1952, 55, 57, 58, 60—62, 64—67, 69—71, 73, 76, 82, 83). Cl. VIII. Codreanu Niţu (E: 1964—73, 75; 5713, 42, 53). Cl. IX. Cojan Marius (5706, 13, 15, 16, 24—30, 37, 46, 49, 70, 77, 87, 92, 96, 811), Gavrilă Rodica (5674, 77, 81, 89, 95, 706, 13, 16, 24—26, 29, 30, 32, 49, 77, 87, 96, 802, 11).

BUZIAŞ. Ş.m. Cl. X. Popescu Viorel (5666, 69, 74, 76—79, 81, 83, 89, 701, 05, 06, 10, 13, 15, 16, 20, 24—31, 33, 37, 77, 81, 87, 94, 96).

CĂLĂRAŞI. Absolvent Ionescu Gh. (5713, 17, 21—31, 33, 34, 35, 51). Ş.m. Cl. X. Vîrtejaru Liviu (5713, 15—17, 20, 24—33, 36, 37, 45, 46, 53, 77, 81, 82, 95, 99, 802).

CARACAL. Ş.m. 1. Cl. X. Costea Ion (5713, 15, 16, 19, 24, 26—31, 33, 40, 42, 44, 45, 49).

CARANSEBEŞ. Ş.m. 1 Cl. XI. Bena Dorin (5714, 28, 32, 33, 36, 37, 40, 42, 45—47, 49, 53, 56, 58, 62, 66—71,

77, 81, 82, 87, 92, 93—96, 799—802, 04, 08, 10—12). Ş.m. Cl. VIII Franţ Rodica (E: 1951, 67, 81, 82, 88: 5676, 87, 713, 15, 87, 96), Cl. X Fiat Grigore (5713—16, 24—26, 29, 30, 42, 44, 46, 53, 66, 96), Cl. XI Miloşiu Marius (5720, 28—30, 91, 92, 96, 916, 21, 22, 46, 49).

CIMPIA TURZII. Ş.m. Cl. XI. Bogdan Mihaela (5713, 16, 17, 22, 23, 25—31, 34, 37, 40, 45, 77, 82, 99, 814, 17, 18, 26, 27, 30).

CIMPINA. Ş.m. Cl. VIII. Boşilcă Gh. (E: 1952, 55, 58, 60, 61, 69; 5689, 713—15, 27, 29, 30, 32, 42). **Popper Laurenţiu** (E: 1964, 66, 71, 73, 75, 76, 79—84, 86—88, 90, 92, 93, 95; 5713, 15, 25—27, 29, 30, 33, 35, 36, 42, 53, 87, 814), Toboc Pavel (E: 1964, 66, 68, 69, 75, 80—82, 87, 88; 5753, 95), Ş.m. 2 Cl. XI **Brad Ioan** (5713, 15, 16, 24—27, 29—31, 33, 34, 40, 43, 45, 46, 53, 69, 80—82, 95, 96, 99, 802, 05, 06, 08, 09, 18, 19, 21, 22, 26—28, 30, 42, 44, 48).

CIMPULUNG MOLDOVENESC. Şc. element. 2. Cl. VII. Popescu Ovidiu (E: 1974—76, 79—85), 87, 88, 90, 92, 95, 96, 99, 2000; P). Liceul Militar „Ştefan cel Mare" Cl. X. Paraschiv Emil (5668, 72, 73, 79, 87, 88, 710, 26, 29—31, 36, 53), Petrov Ioan (5720, 24—31, 33, 35, 37, 45, 66, 69, 77, 82, 87, 92, 95, 97, 99, 802). Şc. pedagogică an. IV. Sterian Paul (5715, 16, 20, 24—28, 31, 33, 35—37, 42, 66), Stoicescu Constantin (5713, 15, 16, 20, 24—26, 28, 31, 35—37, 56, 66, 70, 77, 80—82, 87, 96, 99, 809, 15, 16, 18—21, 26, 34, 48, 49), Ş.m. „Dinicu Golescu" Cl. X. Dinculescu Corneliu (5677, 81, 83, 88, 89, 713, 24, 26, 29, 53, 86, 87, 92, 96), Tomescu Nicolae Şerban (5666, 69—71, 74, 76—78, 81, 83, 88, 89, 701, 03, 05—07), Cl. XI. **Şotean Nicolae** (5665, 76, 81, 84, 85, 87—89, 91, 93, 96, 99, 701—03, 03, 05, 07, 10, 13—17, 19, 20, 24—33, 35—38, 40—43, 45, 46, 49—51, 53, 58, 59, 66; P).

CLUJ. Ş.m. de muzică. Cl. VIII. Farcaş Petru (E: 1980—84, 86—88, 90, 92, 95—97, 99; 5777, 802), Ş.m. „Gh. Barițiu" Cl. VII Csatt Marieta (E: 1976, 79—84, 86—88), Cl. X Merian Iuliu (5666, 69, 70, 73, 74, 76, 79, 81, 89, 701, 13, 16, 17, 24, 26—31, 33, 36), Ş.m. M. Racoviţă", Cl. VII Lascu Ioan (E: 1964—70, 73, 76, 79—84, 86—88, 90, 92—95; 5715, 25, 26), Cl. X Aurori Marta (5666, 79, 88, 89, 724—26, 28—31, 35), Chindiş Dumitru (5666, 78, 81, 83, 701, 25, 28—30, 35), Maier Virgil (5666, 70, 74, 77, 81, 88, 89, 91, 701, 10), Ş.m. 7. Cl. VIII. Mecea Vasile (E: 1952, 53, 55—61, 63, 69, 73; 5685). Ş.m. 8 „N. Bălcescu" Cl. VII. Gheţeanu Radu (E: 1976, 81—83, 90, 92, 95), Man Augustin (E: 1961, 62, 64, 68, 76, 82, 83), Cl. VIII Mareş Maria (E: 1966, 73, 76, 80—82, 88, 90, 92, 95, 99; 5753), Triş Damian (E: 1965—71, 75; 5724, 26, 28—30). Ş.m. 13 Vailahi Ştefan (5715, 16, 20, 24—32, 35—37, 42, 45, 53).

CONSTANŢA. Şc. elem. 5. Cl. VI. Perşoiu Radu (E: 1953—55, 63, 68, 70, 73). Şc. elem. 12. Cl. VI. Simota Cătălin (E: 1953, 55, 56, 61, 67, 68, 70, 71, 73, 76, 71—84, 86). Ş.m. 1. Cl. VII. Chiriac Cătălin (E: 1980, 87, 88, 90—93, 95—97, 99, 2000). Cl. VIII. Mihăescu Radu (E: 1966, 75, 79—81, 83, 85, 87, 88, 93; 5689, 713—15, 24—27, 29, 30, 62, 93, 96), Vătuş Anca (E: 1951—56, 58—62, 64—69, 70—73, 75, 77, 79—83, 87, 88, 90, 95, 96, 99; 5713, 15, 27, 42, 44, 45, 53, 56, 62, 77, 87, 92, 93, 800, 02, 08, 12, 14, 25). Cl. IX. Chircu Teodor (5735, 49, 800, 08, 14, 15, 18, 20, 21, 24, 26, 27, 30, 37, 40—42, 46, 48). Cl. X. Lischievici Paul (5666, 69—72, 74—81, 85, 88, 89, 91, 97, 707, 10, 15, 17, 18, 25, 28, 33, 40, 42, 51). Ş.m. 2. Cl. VIII. Găvan Mircea (E: 1952—55, 58—62, 64, 68, 70,, 73—75; 5685, 88, 89, 706). Cl. X. **Bendiu Ana** (5666, 70—72, 75, 76, 80, 81, 85, 88, 89, 91, 97, 701, 02, 06, 07, 10, 13, 15—18, 20, 24, 25, 27—33, 40, 41—43, 45, 47, 49, 51, 53, 56, 62, 63, 66, 80—83, 93), Catană Marian (5670, 71, 713, 16, 20, 25—31, 33, 77, 80—82, 94, 802, 18, 19, 27), Kreissl Carmen (5715, 16, 24—31, 33, 39, 43, 52, 53, 77, 81, 94, 96, 809, 14—16, 18, 21, 48). Ş.m. 4. Cl. X. **Luca Ion** (5739, 41, 46, 52, 53, 61, 64, 77, 80—82, 93—97, 99, 800, 02, 03, 09, 811, 14, 15, 18—22, 24—26, 28, 30, 34, 35, 37, 42, 46, 48, 49).

CORABIA. Ş.m. Cl. VIII. Filip Nicolae (E: 1975, 79, 84, 85, 90, 92, 95, 96, 99; 5753, 92, 96, 818, 26), Geară Petre (E: 1966, 68—73, 75; 5742, 53). Cl. XI. Alexandru Nicolae (5713, 15—18, 20, 24—26, 28—33).

COSTEŞTI (Argeş) Ş.m. Cl. VIII. Negurescu Nicolae (E: 1951—56, 59, 61—65, 67, 69, 70, 73, 74, 76, 77, 80—83, 90, 92, 93, 95, 98; 5742). Cl. XI. Nedea Constantin (5713—17, 19—21, 23—34, 37, 39—41, 43, 45, 46, 70, 77, 79, 86, 95, 96, 809, 18, 19, 21, 30, 48, 49; P).

MUSZAKI KÖNYVTÁRES 1983 BUDAPEST

— *Conducătorii de cercuri de elevi sînt rugați să trimită de îndată, fișa cu punctajul obținut de școala medie respectivă, în vederea formării* rezultatului *întrecerii* între școlile medii din țară *privind activitatea extrașcolară a cercurilor de elevi la matematică și fizică pe anul 1963, conform normelor publicate în G.M.F.-B 1963. pag. 96—97.*

★

Erată. Problema 5987 este conținută în problema 4158.

— Problema 5894 se află în cartea „Teoreme și probleme alese" de C. Coșniță pagina 124, problema 356.

— La problema 6021 primul rînd trebuie scris : Să se afle intervalele de valori ale lui x cuprinse între 0° și 360° ; pentru care

★

CĂRȚI DIN BIBLIOTECA SOCIETĂȚII DE ȘTIINȚE MATEMATICE ȘI FIZICE DIN R.P.R.

M. HEROVANU	Introducere în fizica atmosferei.
N. MILEA	Elemente de geomagnetism.
N. D. FEODOROV	Ciclotronul.
O. SACTER	Elemente de teoria ecuațiilor algebrice și transcendente.
V. ATANASIU	Noțiuni de fizică generală, vol. I.
C. BORȘ și D. BORȘ	Numere complexe
M. BAK și I. ROMANOV	Neutronul.
D. RIMER	Noțiuni de teoria mulțimilor.
* * *	Probleme actuale de matematică (conferințe ținute la cursurile de vară de la Piatra Neamț.
M. GHERMANESCU	Aplicații ale trigonometriei.
* * *	Ipoteze care stau la baza geometriei de B. Riemann (Studii și comentarii de E. Gergely).
ANGELA NEGULESCU	Demonstrații experimentale pentru lecțiile de fizică (mecanică și căldură).
A. HAIMOVICI	Grupuri de transformări.
A. TÓTH	Noțiuni de teoria construcțiilor geometrice.

CĂTRE REZOLVITORII DE PROBLEME

Corespondenții care ne trimit probleme rezolvate trebuie să redacteze fiecare problemă separat, însoțind-o de toate calculele necesare și de figuri desenate cu îngrijire. Nu se vor trimite soluțiile mai multor probleme pe aceeași foaie.

Se primesc lunar într-un plic soluții numai la problemele și exercițiile din ultimele trei numere apărute. Pe plic se va scrie localitatea și școala pe care o urmează rezolvitorul pentru a se evita confuzii la întocmirea rubricii rezolvitorilor de probleme și a listei celor evidențiați. Evidențiații trebuie să aibă cel puțin 40 soluții bune.

Problemele care se propun de către colaboratorii revistei să fie clar alcătuite și însoțite de soluții, să fie personale, iar nu luate din cărți sau reviste. Elevii sînt sfătuiți să înceapă a propune probleme numai după ce au rezolvat un număr destul de mare de exerciții și probleme. Problemele propuse, dar necorespunzătoare, nu se pot publica. Dacă un corespondent constată că unele probleme propuse au fost publicate în cărți sau reviste, este rugat să arate precis volumul și pagina unde a mai apărut enunțul sau soluția problemei respective. *Solicităm probleme interesante, legate de practică.*

Corespondentul nostru care a citit și a înțeles deplin multe din soluțiile publicate, a rezolvat multe din problemele propuse, poate și este îndemnat să încerce, să schițeze cîte o notă rezultată dintr-o observație făcută cu ocazia rezolvării unei chestiuni mai grele. Aceste note să fie *revăzute de mai multe ori înainte de a fi trimise*, pentru ca redactarea lor să fie *cît mai clară și concisă*. Figurile să fie făcute separat. În redactare se vor evita prescurtările. Nu se va scrie: $\parallel =$; $\sim$; $\triangleq$; $\perp$; $\parallel$; Tr., etc. iar trecerea de la un calcul la altul să fie explicată pentru a putea urmări ușor desfășurarea unei demonstrații. Manuscrisele nepublicate nu se înapoiază.

La publicarea problemelor rezolvate se vor menționa rezolvitorii care au dat o bună redactare și o soluție interesantă, sau mai multe metode de rezolvare.

Elevii claselor IX—XI sau studenții vor trimite soluții la problemele propuse pentru clasele VIII—XI. Problemele rezolvate trebuie să fie din ultimele trei numere apărute în G.M.F.-B. *Problemele rezolvate de matematică separate de cele de fizică* vor fie expediate o dată în cursul unei luni și vor fi însoțite de un borderou cu numărul problemelor, scrise în ordine crescîndă. Pe plic se va scrie școala, clasa și localitatea rezolvitorului. Problemele propuse vor fi scrise pe foi separate și semnate.

Elevii claselor V—VII vor fi anunțați la rubrica rezolvitorilor de probleme dacă trimit cel puțit 7 probleme bine rezolvate, iar elevii claselor VIII—XI, pentru cel puțin 12 probleme bine rezolvate. Elevii din clasa VIII pot trimite soluții și la E: V—VII.

Autorii sînt rugați să semneze clar la sfîrșitul lucrării personale pe care o trimit pentru publicat și adresa lor exactă. Pe plic se va menționa: *conține chestiuni de matematică* (fizică).

★

Evidențiații de cel puțin 3 ori în numerele 1—11 din acest an sau cei care au totalizat cel puțin 200 probleme rezolvate și anunțate în anul 1963, sînt rugați să trimită o fișă cu totalizarea problemelor rezolvate în vederea clasificării rezolvitorilor pe anul 1963 și a premierii lor. Se va scrie și adresa evidențiatului.

Problemele rezolvate de fizică se vor trimite separat, nu în același plic cu cele de matematică, iar pe plic se va menționa „probleme de fizică". Analog pentru cele de matematică.

★

— Fiecare abonat este rugat să facă cunoscută G.M.F.-B și altor colegi, pentru a face abonamentele din vreme în vederea planificării tirajului lunar.

Tirajul fiind limitat revistele se trimit mai întîi abonaților și de aceea rugăm colaboratorii G.M.F.-B, să se aboneze de îndată pentru anul 1964 (12 numere). Costul este de 1,50 lei exemplarul.

— Abonamentele se pot face individual sau colectiv prin oficiile poștale locale sau prin factorii poștali.

„Grafica Nouă" II — c. 10372 | Index 41601 | Lei 1,50